

ПРОЦЕНКО СОФЬЯ ВЛАДИМИРОВНА

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ
ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ПРИБРЕЖНЫХ СИСТЕМАХ
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МНОГОПРОЦЕССОРНЫХ
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Специальность: 05.13.18 – Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Работа выполнена на кафедре «Математика и информатика» Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Донской государственный технический университет» (ДГТУ)

Научный руководитель:	член-корреспондент РАН, доктор физико-математических наук, профессор Сухинов Александр Иванович
Официальные оппоненты:	Петров Игорь Борисович член-корреспондент РАН, доктор физико-математических наук Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)», факультет управления и прикладной математики, кафедра информатики, профессор Цибулин Вячеслав Георгиевич доктор физико-математических наук, доцент, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Южный федеральный университет», институт математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича, кафедра теоретической и компьютерной гидроаэродинамики, заведующий
Ведущая организация:	Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук (ИПМех РАН)

Защита состоится 09 февраля 2022 г. в 15:10 часов на заседании диссертационного совета Д 212.038.20 на базе Воронежского государственного университета по адресу: 394018, Россия, г. Воронеж, Университетская площадь, 1, ауд. 333.

С диссертацией и авторефератом можно ознакомиться в библиотеке Воронежского государственного университета, а также на сайте http://www.science.vsu.ru/dissertations/10006/Диссертация_Проценко_С.В..pdf

Отзывы на автореферат в двух экземплярах, заверенные печатью учреждения, просьба направлять по адресу: 394018, г. Воронеж, Университетская пл., 1, ученому секретарю диссертационного совета Д 212.038.20.

Автореферат разослан 08 декабря 2021 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 212.038.20,
доктор физико-математических наук

С.А. Шабров

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Волновые процессы в прибрежных участках водоемов обуславливают изменение рельефа дна, оказывают силовое воздействие на берегозащитные сооружения, причалы и иные объекты береговой инфраструктуры. Оценка гидродинамического волнового влияния на берегозащитные установки и береговые сооружения, представляется важнейшей проблемой проектирования береговой инфраструктуры. Для описания предоставленных процессов необходимо создавать комплексы взаимосвязанных пространственно-трехмерных моделей гидродинамики, которые при пространственном разрешении в десятки-сотни метров предполагают решение вычислительно-трудоемких задач, включающих несколько десятков миллионов сеточных уравнений и более для многих тысяч шагов по времени, что приводит к необходимости построения параллельных алгоритмов, сохраняющих высокую вычислительную результативность для сотен тысяч вычислительных ядер.

Следует отметить, что, несмотря на обширные опытные и теоретические исследования, в области исследования специфических процессов, протекающих в береговом районе водоема, результативность предлагаемых подходов отличается от практически необходимой. Узкая сфера применимости моделей, построенных на базе лабораторных исследований, трудоемкость и сложность выполнения исследований в условиях реального моря и, как следствие, ограниченность данных натурных измерений обуславливают сложность таких исследований.

Объект исследования – гидродинамические процессы в прибрежных системах.

Предметом исследования являются волновые гидродинамические процессы в прибрежных акваториях при наличии объектов прибрежной инфраструктуры.

Степень разработанности темы исследования. Проведенный анализ исследований концепции гидродинамических волновых процессов в Азовском море показал, что большинство существующих моделей возможно разбить на два класса: двумерные линейные и трехмерные нелинейные модели, базирующиеся на уравнениях мелкой воды: двумерная модель, созданная в Государственном океанографическом институте Н. Н. Зубова, трехмерная модель, исследованная в Гидрометцентре России, трехмерная модель INMOM, созданная в Институте вычислительной математики РАН, модели, используемые в Морском гидрофизическом институте РАН: модифицированный вариант модели POM и модель ADCIRC, функционирующая в связке с волновой моделью SWAN, модели, используемые в ЮНЦ РАН: мультikomпартментальная балансовая модель и двухслойная модель гидродинамики водоемов. В рамках теории длинных волн на основании результатов двумерного моделирования в работах Г. Г. Матишова и других исследуются свободные колебания уровня Азовского моря. Ряд работ сотрудников Института океанологии РАН им. Ширшова, Института вычислительной математики РАН им. Г.И. Марчука, Института водных проблем РАН посвящены исследованию моделей течений в прибрежных системах. Исследования В. Е. Назайкинского посвящены разработке алгоритмов, позволяющих вычислять распространение фронта длинной волны, например, волны цунами, описываемой в приближении линеаризованных уравнений теории мелкой воды с учетом отражения от пологих берегов. В работах И. Б. Петрова рассматриваются методы исследования математических моделей динамических систем, волновые и деформационные процессы. Для описания волновых процессов используются сеточно-характеристический метод, позволяющий корректно строить вычислительные алгоритмы на границах области интегрирования и контактных границах, а также гибридные сеточно-характеристические схемы. В работах В. М. Головизнина, Б. Н. Четверушкина описывается новый подход к построению

вычислительных алгоритмов нового поколения для задач вычислительной гидродинамики, объединяющий сильные стороны консервативных и характеристических разностных схем. Проведенный анализ этих и других моделей показывает, что подавляющее большинство имеющийся подходов к построению моделей гидродинамических процессов в прибрежной зоне мелководных водоемов основывается на приближении мелкой воды, или в лучшем случае на гидростатическом приближении, которое не учитывает турбулентный теплообмен по вертикальному направлению. С другой стороны имеющиеся опытные данные свидетельствуют о существенном влиянии этих процессов на гидрофизику береговой зоны, дислокацию солей и газовый режим. Поэтому построение, изучение и применение пространственно-трехмерных моделей гидродинамики, предусматривающих механизмы турбулентного обмена по вертикальной координате, представляется актуальной научной и важной прикладной проблемой.

Цель диссертационной работы – разработка, исследование и усовершенствование пространственно-трехмерной математической модели волновой гидродинамики, предназначенной для моделирования гидродинамических процессов при наличии объектов прибрежной инфраструктуры, основывающейся на согласовании аналитических, численных, экспериментальных подходов на основе расчетов и сравнений с использованием натуральных данных, а также создание комплекса программ, в том числе параллельных, для оперативного решения задачи.

В соответствии с поставленной целью необходимо решить следующие **задачи**.

1. Провести анализ теории гидродинамических волновых процессов, обзор существующих моделей гидродинамических волновых процессов с целью выявления недостатков существующих волновых моделей и обоснования актуальности построения пространственно-трехмерных моделей гидродинамики, предусматривающих механизмы турбулентного обмена по вертикальной координате.

2. Провести анализ моделей турбулентного обмена и исследование его основных характеристик, выбор полуэмпирических подсеточных моделей на основе исследования отфильтрованных и статистически обработанных натуральных данных; построить оптимальный алгоритм расчета коэффициентов вертикального турбулентного обмена.

3. **В области математического моделирования** разработать пространственно-неоднородную трехмерную математическую модель волновой гидродинамики мелководного водоема, с выбранной параметризацией коэффициента вертикального турбулентного обмена, построить и исследовать конечно-разностную аппроксимацию непрерывной модели гидродинамики, в том числе исследовать свойства монотонности, консервативности и устойчивости;

4. **В области численных методов** построить дискретный аналог модели, выполнить аналитические исследования устойчивости полученной модели. Разработать симметризованный адаптивный попеременно-треугольный итерационный метод (АПТИМ), провести его экспериментальное исследование и сравнение с базовым вариантом АПТИМ. Для реализации симметризованного адаптивного попеременно-треугольного итерационного метода будет осуществлена геометрическая симметризация АПТИМ относительно координатных направлений на итерационном шаге, что позволит обеспечить более равномерное убывание невязки сеточных уравнений и повысить скорость сходимости. Провести параллельную реализацию и исследование алгоритмов попеременно-треугольного итерационного метода и его симметризованного аналога на основе методов декомпозиции пространственной сеточной области.

5. **Создать комплекс программ**, предназначенный для моделирования гидродинамических волновых процессов в прибрежной зоне на основе разработанных в

диссертации моделей и алгоритмов, с учетом изменяющихся входных гидрофизических параметров, влияющих на движение волн, переформирование рельефа дна, и позволяющих оценивать воздействие волн на берег и объекты инфраструктуры.

Область исследований. Диссертация соответствует следующим пунктам паспорта специальностей:

1. Разработка новых математических методов моделирования объектов и явлений.
3. Разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий.
4. Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента.

Материалы и методы исследования. Для решения поставленных задач в работе применялись методы математической физики, теория разностных схем, методы математической статистики, а также численные методы, в том числе методы решения плохообусловленных сеточных уравнений. Для описания волновых процессов использована система уравнений Навье-Стокса, включающая три уравнения движения в областях с динамически изменяемой геометрией расчетной области. Для аппроксимации гидродинамической модели использовано расщепление по физическим процессам – вариант метода поправки к давлению. Разностные схемы, описывающие математическую модель выхода волны на берег, построены на основе интегро-интерполяционного метода с применением схем с весами. Для решения уравнений использован адаптивный попеременно-треугольный итерационный метод. Программный комплекс реализован на языке C++ в среде MS VisualStudio. Визуализация результатов произведена в среде MathCad. Параллельная реализация разработанных алгоритмов, осуществлена на основе способа декомпозиции по двум пространственным координатным направлениям на многопроцессорной вычислительной системе с использованием библиотеки MPI.

Научная новизна диссертационного исследования.

1. На основе проведенного анализа современных исследований концепции гидродинамических волновых процессов выявлены достоинства и недостатки существующих моделей, определена актуальность построения, исследования и использования пространственно-трехмерных моделей волновой гидродинамики с усовершенствованной параметризацией вертикального турбулентного обмена.

2. Изучено влияние отфильтрованных «подсеточных» структур на длинноволновые структуры турбулентного потока, разрешаемые в рамках подхода LES, выбрана наилучшая, по значениям среднеквадратичного отклонения от натуральных данных, полуэмпирическая подсеточная модель, проведен расчет коэффициентов вертикального турбулентного обмена на основании различных подходов к его параметризации с использованием данных о пульсациях компонент скоростей, измеренных в ходе экспедиций, выбор и корректировка наилучшей параметризации.

3. Построена трехмерная математическая модель волновых процессов, которая учитывает влияние вертикальной структуры процессов турбулентного перемешивания. Проведено аналитическое исследование дискретной модели, построенной на прямоугольной сетке с учетом функции частичной заполненности ячеек средой, доказана ее монотонность, устойчивость и консервативность.

4. В работе предложен новый симметризованный вариант попеременно-треугольного итерационного метода, проведено его сравнение с базовым алгоритмом АПТИМ для решения сеточных уравнений с несамосопряженным оператором, предложена его параллельная реализация.

5. Построен программный комплекс, позволяющий моделировать гидродинамические процессы с учетом выхода волны на берег при наличии берегозащитных сооружений.

Достоверность научных положений и выводов. В работе применялись математически обоснованные методы. Методами теории разностных схем выполнена дискретизация непрерывной трехмерной модели гидродинамики, проведено исследование ее устойчивости и консервативности. Результаты численных расчетов согласуются с натурными данными, в том числе экспедиционными данными.

Практическая значимость диссертационной работы заключается в построении дискретной пространственно-трехмерной модели гидродинамических волновых процессов с уточненным описанием вертикального турбулентного обмена в прибрежной зоне, вычислительных алгоритмов и набора программ, позволяющих осуществлять предсказательное моделирование процессов переформирования рельефа дна, а также силовое воздействие на объекты прибрежной инфраструктуры.

Разработан программный комплекс под управлением MPI, содержащий параллельные модули, реализующие наиболее трудоемкие, с точки зрения временных затрат, вычислительные блоки, позволяющий в оперативном режиме осуществлять предсказательное моделирование неблагоприятных и опасных явлений, связанных с возникновением волн большой высоты в прибрежной зоне и их воздействием на объекты прибрежной инфраструктуры в оперативном режиме. Разработанный программный комплекс дает возможность оценивать долговременные последствия, на временном интервале многие месяцы-годы, волнового воздействия на рельеф дна и объекты береговой инфраструктуры. Получены свидетельства о регистрации программ для ЭВМ: «Решение трехмерной математической модельной задачи выхода волны на берег» № 2018613129 от 02.03.2018 г.; «Реализация математической модели гидродинамики со сложной геометрией расчетной области на прямоугольной сетке» № 2018664543 от 19.11.2018 г.; «Решение задач гидродинамики и переноса при больших числах Рейнольдса на основе метода учета заполненности ячеек» № 2019661359 от 28.08.2019 г.

Апробация работы. Результаты, полученные в рамках диссертационного исследования, представлялись и обсуждались на следующих научных конференциях и семинарах: Сочи, Международная конференция «Методы вычислений и математическая физика», 2020; Ростов-на-Дону, XVI Международная научно-техническая конференция «Динамика технических систем», 2020; Москва, Международная научно-техническая конференция «Суперкомпьютерные дни в России», 2020; Санкт-Петербург, Всероссийская научная конференция с международным участием «Земля и космос», 2020; Санкт-Петербург, IV Всероссийская конференция «Гидрометеорология и экология: достижения и перспективы развития», 2020; Эльбрус, XXIV Международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Перспектива-2021», 2021; Дивноморское, Международная научно-практическая конференция «Интеллектуальные технологии и математическое моделирование», 2021.

Работа выполнена при поддержке РФФИ проект № 19-31-90091.

Публикации по теме диссертационной работы. По теме диссертационной работы опубликовано 50 работ, из них 22 статьи опубликованы в изданиях, индексируемых в базе данных Scopus, 5 статей в отечественных реферируемых журналах, входящих в список изданий, рекомендованный ВАК.

Личный вклад соискателя. Автором диссертации совместно с научным руководителем проводилась постановка задачи, обсуждались полученные основные научные результаты и формулировались выводы. Лично автором была проведена

параметризация коэффициентов вертикального турбулентного обмена на основании различных подходов с использованием данных о пульсациях компонент скоростей, измеренных в ходе экспедиций, сравнение полученных распределений, выбор и корректировка наилучшей параметризации, была выбрана оптимальная полуэмпирическая подсеточная модель, проведено аналитическое исследование построенной модели, проведена адаптация выбранной параметризации коэффициента вертикального турбулентного обмена в качестве подсеточной модели, усовершенствована методика численного моделирования гидродинамических процессов, реализован симметризованный адаптивный попеременно-треугольный итерационного метод, проведено сравнение двух вариантов метода.

В рамках сформулированной в работе проблемы **на защиту выносятся следующие результаты и положения:**

1. Полуэмпирическая подсеточная модель для расчета коэффициентов вертикального турбулентного обмена разработанная и исследованная на основании различных подходов к его параметризации с использованием данных о пульсациях компонент скоростей, измеренных в ходе экспедиций.

2. Трехмерная математическая модель волновых процессов, которая учитывает влияние вертикальной структуры процессов турбулентного перемешивания. Аналитическое исследование дискретной модели, построенной на прямоугольной сетке с учетом функции частичной заполненности ячеек средой, доказана ее монотонность, устойчивость и консервативность.

3. Симметризованный вариант попеременно-треугольного итерационного метода, его параллельная реализация.

4. Программный комплекс, позволяющий моделировать гидродинамические процессы с учетом выхода волны на берег при наличии берегозащитных сооружений.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность темы, характеризуется степень разработанности темы исследования, формулируются цель и задачи диссертационного исследования, приводятся материалы и методы, описывается научная новизна работы, раскрывается практическая и научная значимость.

Первая глава посвящена обзору существующих исследований теории гидродинамических волновых процессов и теоретических аспектов гидродинамических волновых процессов, анализу существующих отечественных моделей гидродинамических процессов, анализу мирового опыта моделирования гидродинамических волновых процессов при наличии берегозащитных сооружений. Изучены существующие программные комплексы, позволяющие моделировать гидродинамические процессы, среди которых наиболее популярными являются ветро-волновые модели третьего поколения WAM, SWAN, WaveWatch.

Во второй главе приведен обзор теоретических сведений о вертикальной структуре процессов турбулентного перемешивания в водоемах. В работе описаны основные характеристики, которые используются для описания свойств турбулентности, изучено распределение вертикальных слоев в столбе жидкости с различным турбулентным обменом. Натурные данные получены в ходе экспедиций в акватории Азовского моря с использованием научно-исследовательского судна «Денеб». Использовались данные о распределении трехмерного вектора мгновенной скорости водного потока, полученные при помощи зонда-профилографа ADCP WHS 600 WHS 1200 Sentinel. Были выполнены эксперименты на основе нескольких подходов для вычисления коэффициента турбулентного обмена по вертикали:

- параметризация Белоцерковского $\nu = (C\Delta z) \sqrt{\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial z}\right)^2}$,
- параметризация Буссинеска $\nu = (0,41z)^2 0,5 \sqrt{\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial z}\right)^2}$,
- параметризация Смагоринского $\nu = 0,5(C\Delta)^2 \sqrt{\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial z}\right)^2}$,

где ν – коэффициент турбулентного обмена в вертикальном направлении; \bar{u}, \bar{v} – усредненные по времени пульсации компонент скорости водного потока в горизонтальном направлении, C – безразмерная эмпирическая константа; Δ – характерный масштаб сетки.

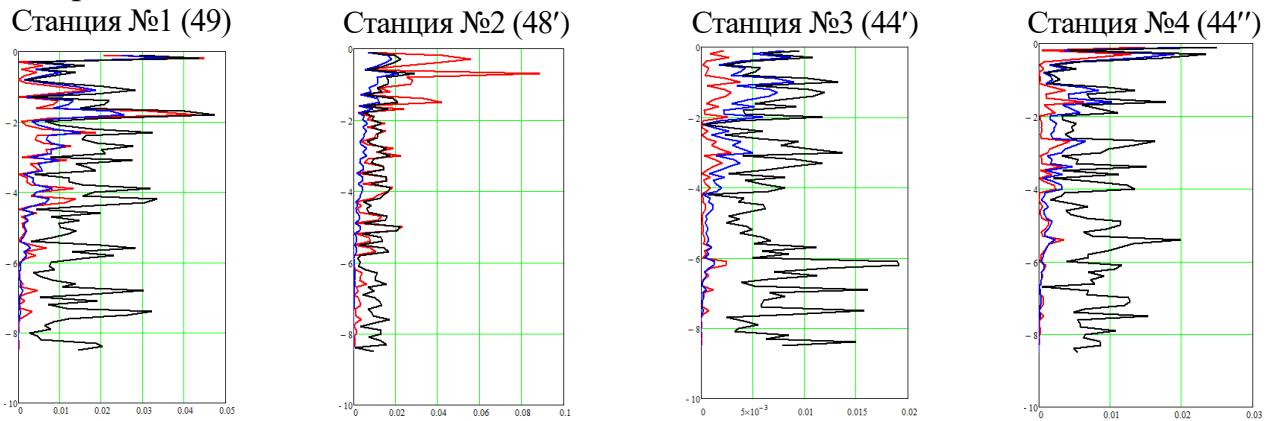


Рисунок 1. Коэффициент вертикального турбулентного обмена в точках (по горизонтали – значения в m^2/c , по вертикали – уровень воды от свободной поверхности ко дну, красная линия – Параметризация Белоцерковского, синяя – Буссинеска, черная – Смагоринского)

Третья глава посвящена построению и исследованию дискретных моделей волновой гидродинамики. Для решения задачи гидродинамики использовался метод поправки к давлению. Пространственно-неоднородная трехмерная модель волновой гидродинамики включает уравнения Навье – Стокса и неразрывности:

$$\begin{aligned}
 u'_t + uu'_x + vv'_y + ww'_z &= -\frac{1}{\rho} p'_x + (\mu u'_x)'_x + (\mu u'_y)'_y + (v u'_z)'_z, \\
 v'_t + uv'_x + vv'_y + wv'_z &= -\frac{1}{\rho} p'_y + (\mu v'_x)'_x + (\mu v'_y)'_y + (v v'_z)'_z, \\
 w'_t + uw'_x + vw'_y + ww'_z &= -\frac{1}{\rho} p'_z + (\mu w'_x)'_x + (\mu w'_y)'_y + (v w'_z)'_z + g; \\
 \rho'_t + (\rho u)'_x + (\rho v)'_y + (\rho w)'_z &= 0,
 \end{aligned}$$

где $\mathbf{V} = \{u, v, w\}$ – вектор скорости водного потока мелководного водоема; ρ – плотность водной среды; p – гидродинамическое давление; g – ускорение свободного падения; μ, ν – коэффициенты турбулентного обмена в горизонтальном и вертикальном направлениях.

Граничные условия: на входе (левая граница): $\mathbf{V} = \mathbf{V}_0, p'_n = 0$, донная граница: $\rho \mu (\mathbf{V}_\tau)'_n = -\tau, \mathbf{V}_n = 0, p'_n = 0$, боковая граница: $(\mathbf{V}_\tau)'_n = 0, \mathbf{V}_n = 0, p'_n = 0$, верхняя

граница: $\rho\mu(\mathbf{V}_\tau)'_n = -\tau$, $p'_n = 0$, $w = -\omega + p'_i / \rho g$, где ω – интенсивность испарения жидкости, \mathbf{V}_n , \mathbf{V}_τ – нормальная и тангенциальная составляющая вектора скорости, \mathbf{n} – вектор нормали к поверхности, описывающей границу расчетной области, $\tau = \{\tau_x, \tau_y, \tau_z\}$ – вектор тангенциального напряжения.

$\tau = \rho_a C d_s |\mathbf{w}| \mathbf{w}$ – вектор тангенциального напряжения свободной поверхности, \mathbf{w} – вектор скорости ветра относительно воды, ρ_a – плотность атмосферы, $C d_s$ – безразмерный коэффициент поверхностного сопротивления, зависящий от скорости ветра. Вектор тангенциального напряжения для дна зададим с учетом движения воды следующим образом: $\tau = \rho C d_b |\mathbf{V}| \mathbf{V}$, $C d_b = g k^2 / h^{1/3}$, $h = H + \eta$ – глубина акватории, [м]; H – глубина до невозмущенной поверхности, [м]; η – высота свободной поверхности относительно геоида, [м].

Расчетная область вписана в параллелепипед, вводится равномерная сетка:

$$\bar{w}_h = \{t^n = n\tau, x_i = ih_x, y_j = jh_y, z_k = kh_z; n = \overline{0..N_t}, i = \overline{0..N_x}, j = \overline{0..N_y}, k = \overline{0..N_z}; \\ N_t \tau = T, N_x h_x = l_x, N_y h_y = l_y, N_z h_z = l_z\},$$

где τ – шаг по времени, h_x , h_y , h_z – шаги по пространству, N_t – количество временных слоев, T – верхняя граница по временной координате, N_x , N_y , N_z – количество узлов по пространственным координатам, l_x , l_y , l_z – границы параллелепипеда в направлении осей Ox , Oy и Oz . Через $o_{i,j,k}$ обозначена заполненность ячейки (i, j, k) :

$$o_{i,j,k} = \frac{p_{i,j,k} + p_{i-1,j,k} + p_{i,j-1,k} + p_{i-1,j-1,k}}{4\rho g h_z}. \text{ Коэффициенты } (q_m)_{i,j,k} = \frac{S_{\Omega_m}}{S_{D_m}}$$

заполненности контрольных областей.

Определены условия устойчивости трехмерной модели гидродинамики мелководных водоемов. Из условия применимости принципа максимума следует

$$\text{ограничение на шаги по пространственным координатам } h_x < 2 \min(\mu / |u|) \leq 2 \frac{\mu_{i+1/2, j, k}}{|u_{i+1/2, j, k}|},$$

$h_y < 2 \min(\mu / |v|)$, $h_z < 2 \min(v / |w|)$. Полученные ограничения выражены через числа

Рейнольдса $Re = \frac{u \cdot l}{\mu}$, где u – скорость распространения водной среды, l – характерный

размер области, μ – коэффициент турбулентного обмена.

$$Re = \frac{u \cdot l}{\mu} = \frac{u \cdot h}{\mu} N \leq \frac{u}{\mu} \left\| \frac{2\mu}{u} \right\| N = 2N, \text{ где } N \text{ – характерное число узлов сетки.}$$

Оценка решения на основе следствия из сеточного принципа максимума приводит к оценке:

$$\|\hat{u}^{n+1}\|_c \leq \left\| u^n + 2\Omega\tau(v^n \sin\theta - w^n \cos\theta) - (q_5 - q_6)H(q_5 - q_6) \frac{\rho_v C_p (|\vec{V}|) u^n |\vec{V}|}{\rho^n h_z} + \right. \\ \left. + (q_5 - q_6)H(q_5 - q_6) \frac{\rho_a C_p (|\vec{V}_a - \vec{V}|)(u_a - u^n) |\vec{V}_a - \vec{V}|}{\rho h_z} \right\|_c.$$

$$\begin{aligned} \|\hat{u}^{n+1}\|_c \leq & \left\| \hat{u}^n + 2\Omega\tau(v^n \sin\theta - w^n \cos\theta) - (q_5 - q_6)H(q_5 - q_6)\tau \frac{\rho_v C_p(|\vec{V}|)u^n|\vec{V}|}{\rho h_z} + \right. \\ & \left. + (q_5 - q_6)H(q_5 - q_6)\tau \frac{\rho_a C_p(|\vec{V}_a - \vec{V}|)(u_a - u^n)|\vec{V}_a - \vec{V}|}{\rho h_z} - \tau \frac{p_x^n}{\rho^n} \right\|_c, \end{aligned}$$

где $(q_0)_{i,j,k} p_x = -(q_1)_{i,j,k} \frac{P_{i+1,j,k} - P_{i,j,k}}{2h_x} + (q_2)_{i,j,k} \frac{P_{i,j,k} - P_{i-1,j,k}}{2h_x}$ –разностная производная.

Рекуррентное применение полученной оценки приводит к неравенствам, гарантирующим устойчивость алгоритма вычисления вектора скоростей:

$$\begin{aligned} \|\hat{u}^{n+1}\|_c \leq & \|\hat{u}^1\|_c + \tau \sum_{k=1}^n \left\| 2\Omega(v^k \sin\theta - w^k \cos\theta) - (q_5 - q_6)H(q_5 - q_6) \frac{\rho_v C_p(|\vec{V}|)u^k|\vec{V}|}{\rho h_z} + \right. \\ & \left. + (q_5 - q_6)H(q_5 - q_6) \frac{\rho_a C_p(|\vec{V}_a - \vec{V}|)(u_a - u^k)|\vec{V}_a - \vec{V}|}{\rho h_z} - \frac{p_x^k}{\rho^k} \right\|_c. \\ \|\hat{v}^{n+1}\|_c \leq & \|\hat{v}^1\|_c + \tau \sum_{k=1}^n \left\| -2\Omega u^k \sin\theta - (q_5 - q_6)H(q_5 - q_6) \frac{\rho_v C_p(|\vec{V}|)v^k|\vec{V}|}{\rho h_z} + \right. \\ & \left. + (q_5 - q_6)H(q_5 - q_6) \frac{\rho_a C_p(|\vec{V}_a - \vec{V}|)(v_a - v^k)|\vec{V}_a - \vec{V}|}{\rho h_z} - \frac{p_y^k}{\rho^k} \right\|_c, \\ \|\hat{w}^{n+1}\|_c \leq & \|\hat{w}^1\|_c + \tau \sum_{k=1}^n \left\| 2\Omega u^k \cos\theta - (q_5 - q_6)H(q_5 - q_6) \frac{\rho_v C_p(|\vec{V}|)w^k|\vec{V}|}{\rho h_z} + \right. \\ & \left. + (q_5 - q_6)H(q_5 - q_6) \frac{\rho_a C_p(|\vec{V}_a - \vec{V}|)(w_a - w^k)|\vec{V}_a - \vec{V}|}{\rho h_z} - \frac{p_z^k}{\rho^k} \right\|_c. \end{aligned}$$

На основе полученных оценок доказана консервативность построенной трехмерной дискретной математической модели движения водной среды –выполнение закона сохранения потоков дискретной трехмерной моделью движения водной среды, на основе анализа сеточного уравнения для давления:

$$\begin{aligned} & (q_1)_{i,j,k} \frac{\hat{p}_{i+1,j,k} - \hat{p}_{i,j,k}}{h_x^2} - (q_2)_{i,j,k} \frac{\hat{p}_{i,j,k} - \hat{p}_{i-1,j,k}}{h_x^2} + (q_3)_{i,j,k} \frac{\hat{p}_{i,j+1,k} - \hat{p}_{i,j,k}}{h_y^2} - \\ & - (q_4)_{i,j,k} \frac{\hat{p}_{i,j,k} - \hat{p}_{i,j-1,k}}{h_y^2} + (q_5)_{i,j,k} \frac{\hat{p}_{i,j,k+1} - \hat{p}_{i,j,k}}{h_z^2} - (q_6)_{i,j,k} \frac{\hat{p}_{i,j,k} - \hat{p}_{i,j,k-1}}{h_z^2} + \\ & + \left((q_5)_{i,j,k} - (q_6)_{i,j,k} \right) H \left((q_5)_{i,j,k} - (q_6)_{i,j,k} \right) \left(\frac{\hat{p}_{i,j,k} - p_{i,j,k}}{\tau^2 h_z g} + \frac{\omega \hat{p}_{i,j,k}}{\tau h_z} \right) = \\ & = (q_0)_{i,j,k} \frac{\hat{p}_{i,j,k} - p_{i,j,k}}{\tau^2} + \frac{(q_1)_{i,j,k} (\hat{p}\hat{u})_{i+1/2,j,k} - (q_2)_{i,j,k} (\hat{p}\hat{u})_{i-1/2,j,k}}{\tau h_x} + \end{aligned}$$

$$+ \frac{(q_3)_{i,j,k} (\hat{\rho}\hat{v})_{i,j+1/2,k} - (q_4)_{i,j,k} (\hat{\rho}\hat{v})_{i,j-1/2,k}}{\tau h_y} + \frac{(q_5)_{i,j,k} (\hat{\rho}\hat{v})_{i,j,k+1/2} - (q_6)_{i,j,k} (\hat{\rho}\hat{v})_{i,j,k-1/2}}{\tau h_z} +$$

$$+ \left(\frac{(q_2)_{i,j,k} - (q_1)_{i,j,k}}{\tau h_x} (\hat{\rho}\hat{u})_{i,j,k} + \frac{(q_4)_{i,j,k} - (q_3)_{i,j,k}}{\tau h_y} (\hat{\rho}\hat{v})_{i,j,k} \right) m_{i,j,k},$$

где $(\hat{\rho}\hat{u})_{i+1/2,j,k} = (\hat{\rho}_{i+1,j,k} \hat{u}_{i+1,j,k} + \hat{\rho}_{i,j,k} \hat{u}_{i,j,k})/2$, p – превышение давления над гидростатическим давлением невозмущенной жидкости, ω – интенсивность испарения.

Четвертая глава посвящена разработке симметризованного адаптивного попеременно-треугольного итерационного метода. Для решения разностных уравнений, аппроксимирующих модельную задачу, используем два варианта попеременно-треугольного метода: адаптивный ПТМ и симметризованный адаптивный ПТМ. Эти варианты характеризуются одной и той же асимптотической зависимостью числа итераций от числа узлов сетки. Алгоритм расчета сеточных уравнений МПТМ вариационного типа принимает вид:

$$r^m = Ax^m - f, B(\omega_m)w^m = r^m, \tilde{\omega}_m = \sqrt{\frac{(Dw^m, w^m)}{(D^{-1}R_2w^m, R_2w^m)}}, k_m^2 = \frac{(B^{-1}A_1w^m, A_1w^m)}{(B^{-1}A_0w^m, A_0w^m)},$$

$$s_m^2 = 1 - \frac{(A_0w^m, w^m)^2}{(B^{-1}A_0w^m, A_0w^m)(Bw^m, w^m)}, \theta_m = \frac{1 - \sqrt{\frac{s_m^2 k_m^2}{(1+k_m^2)}}}{1+k_m^2(1-s_m^2)}, \tau_{m+1} = \theta_m \frac{(A_0w^m, w^m)}{(B^{-1}A_0w^m, A_0w^m)},$$

$$x^{m+1} = x^m - \tau_{m+1}w^m, \omega_{m+1} = \tilde{\omega}_m.$$

где r^m – вектор невязки, w^m – вектор поправки, s_m – определяет скорость сходимости метода, k_m – описывает отношение нормы кососимметрической части оператора к норме его симметричной части.

Скорость сходимости метода определяется соотношением:

$$\rho \leq s_{\max} \frac{\gamma/s_{\max} + \sqrt{\gamma(1+\gamma-s_{\max}^2)}}{s_{\max}\gamma + \sqrt{\gamma(1+\gamma-s_{\max}^2)}} \quad \text{или} \quad \rho \leq \frac{\nu^* - 1}{\nu^* + 1}, \quad \nu^* = \nu(\sqrt{1+k^2} + k)^2, \quad \nu - \text{число}$$

обусловленности матрицы $C_0 = B^{-1/2}A_0B^{-1/2}$.

Для реализации симметризованного адаптивного попеременно-треугольного итерационного метода используется идея геометрической симметризации. В двухмерном случае каждая итерация предполагает решение четырех треугольных систем сеточных уравнений, в трехмерном – восьми.

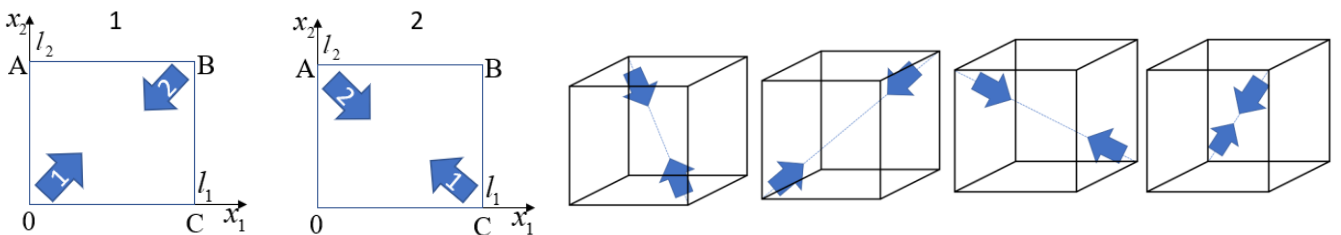


Рисунок 2. Симметризованный вариант АПТИМ в двумерном и трехмерном случаях

В таблице 1 приведено число итераций для указанных вариантов в зависимости от числа узлов по одному направлению. Таким образом, для случая больших значений числа узлов симметризованный адаптивный попеременно-треугольный итерационный метод требует меньшего числа итераций.

Таблица 1. Сравнение вариантов метода

N	100×100		200×200		400×400	
c_2 / c_1	<i>АПТИМ</i>	<i>САПТИМ</i>	<i>АПТИМ</i>	<i>САПТИМ</i>	<i>АПТИМ</i>	<i>САПТИМ</i>
2	105	107	198	139	318	288
8	159	139	226	245	537	372
32	199	361	330	382	1337	404
512	228	206	1158	734	1844	1556

Проведена параллельная реализация алгоритма ПТМ на основе декомпозиции расчетной области по двум пространственным направлениям с использованием MPI, что позволило провести ряд экспериментов на многопроцессорной вычислительной системе Научно-технологического университета «Сириус». Использовалась часть кластера, построенная на основе открытого стека приложений OpenHPC, содержащая 1440 процессорных ядер по 2,3 ГГц и 10,24 Тб оперативной памяти.

Таблица 2. Зависимость ускорения и эффективности от количества ядер

<i>Кол-во процессоров</i>	<i>Время, с.</i>	<i>Ускорение</i>	<i>Эффективность</i>
1	7,490639	1	1
16	0,882420	8,489	0,531
64	0,265781	28,192	0,44
128	0,171535	43,668	0,341

В таблице 2 представлена зависимость ускорения и эффективности от количества ядер, таким образом параллельная реализация может эффективно применяться для решения задач гидродинамики при достаточно большом количестве процессоров.

Пятая глава посвящена разработке программного комплекса и проведению вычислительного эксперимента. Разработан программный комплекс, предназначенный для построения трехмерных полей скоростей движения водной среды, с учетом динамического перестроения геометрии расчетной области, при моделировании наката волны на берег. Программный комплекс реализован на C++.

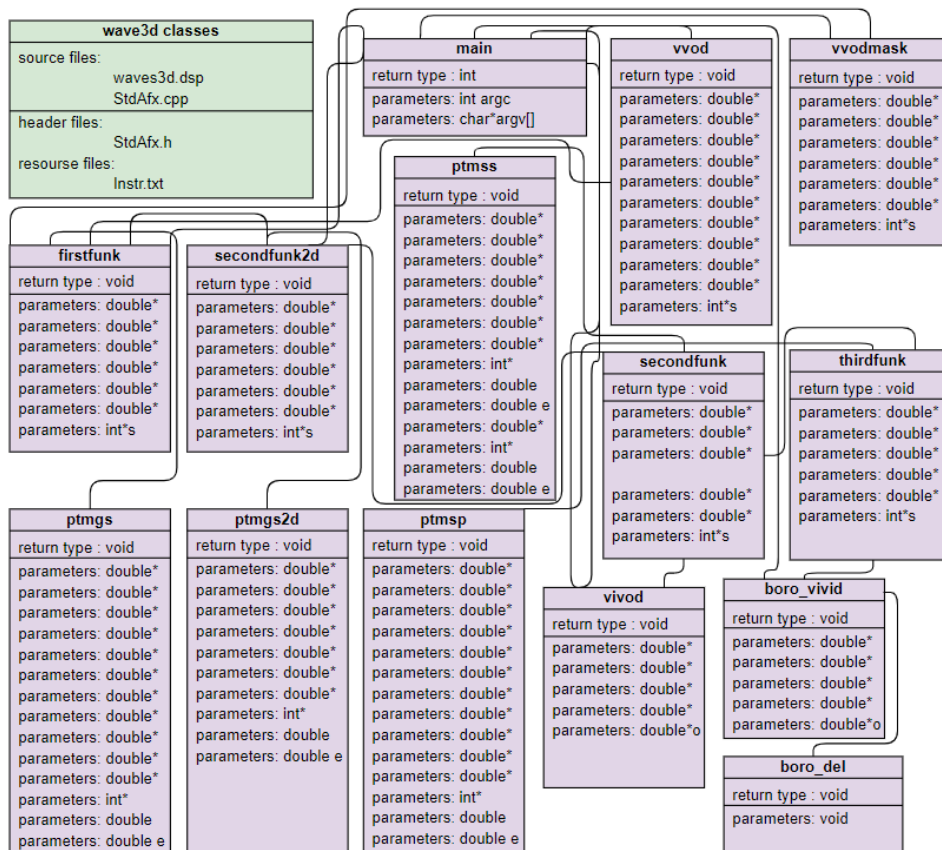


Рисунок 3. Диаграмма модулей программного комплекса

Диаграмма модулей программного комплекса представлена на рис. 3. Алгоритм организации вычислительного эксперимента на основе разработанного программного комплекса представлен на рис. 4. Выходными параметрами являются: шаги по пространственным координатам, погрешность вычисления сеточных уравнений, размеры расчетной сетки, временной интервал, интенсивность испарения, начальные распределения компонент вектора скорости движения водной среды и давления.

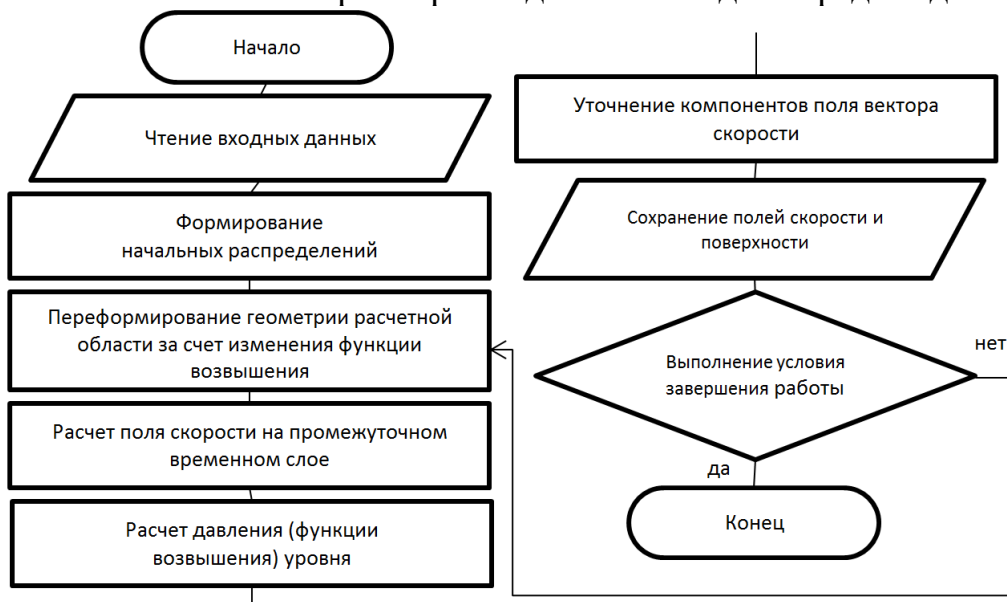


Рисунок 4. Алгоритм организации вычислительного эксперимента на основе разработанного программного комплекса

Результаты численных экспериментов по моделированию распространения волновых процессов на основе 3D модели движения водной среды при выходе волны на берег с учетом геометрии объекта и дна водоема представлены на рис. 5.

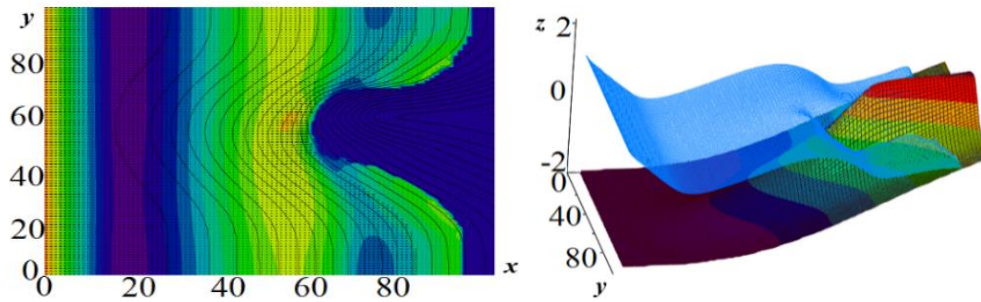


Рисунок 5. Графики функций возвышения уровня и рельефа дна 3D модели

На рис. 6 картина волн представляет собой искаженную дифракционную, для волноотбойной стены воздействие волновых сил на лицевую грань суммарно возрастает. Функция подъема уровня динамически изменяется, формируются зоны рефракции и отражения волн, затопления и обмеление прибрежных участков.

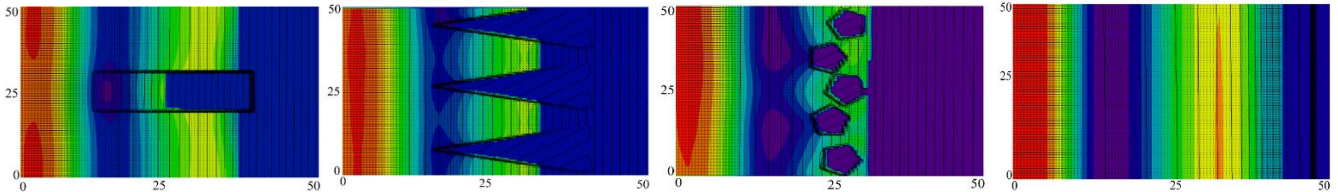


Рисунок 6. Графики рельефа дна 3D модели движения водной среды при наличии различных типов берегозащитных сооружений: одиночного волнореза, гребенок бун и волноотбойной стены

Разработанный программный комплекс позволяет моделировать распространение взвешенных веществ в водной среде. На рис. 7 моделировалась ситуация, при которой в нулевой момент времени происходит выброс взвеси. Результаты численного эксперимента позволяют проанализировать динамику изменения геометрии дна, образования структур и наносов, переноса взвесей, уровень загрязнения вод.

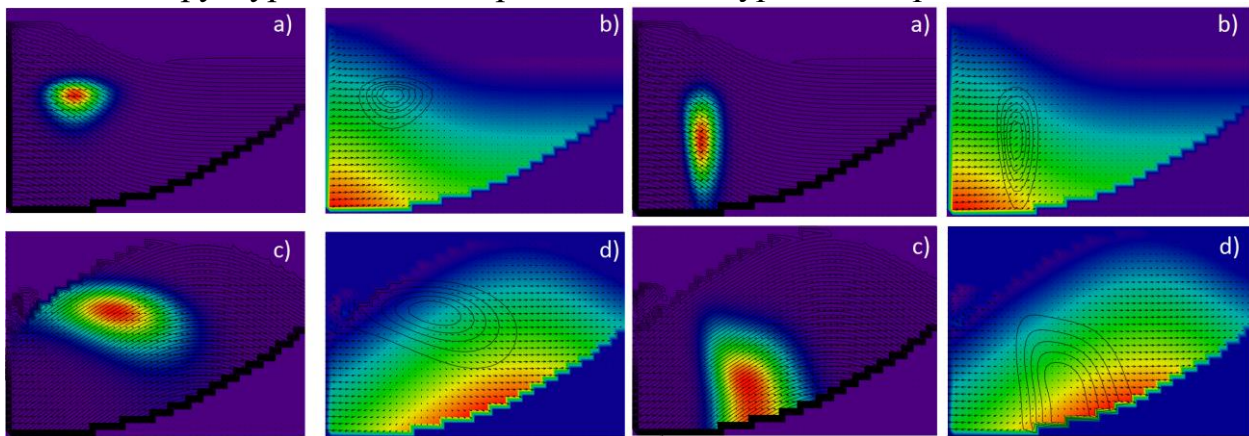


Рисунок 7. Плотность взвеси совпадает с плотностью жидкости, плотность взвеси 2700 кг/м^3 . Концентрация взвеси через 2 (a,b) и 5 (c,d) секунд после момента выброса

Данная математическая модель и разработанный проблемно-ориентированный комплекс позволяют предсказать появление морских гряд и кос, их рост и трансформацию, прогнозировать изменение поля концентрации в случае выброса.

Основной результат диссертационной работы заключается в построении трехмерной волновой гидродинамической модели с усовершенствованной параметризацией коэффициента вертикального турбулентного обмена и параллельная реализация построенного алгоритма на многопроцессорной системе с распределенной памятью под управлением MPI, что позволило увеличить точность и оперативность моделирования данных процессов, в том числе, при выходе волны на берег при наличии инженерно-технических сооружений.

1. Построена трехмерная модель волновой гидродинамики с уточненным методом расчета коэффициента турбулентного обмена по вертикальному направлению для

мелководных водоемов подобных Азовскому морю, что позволяет на 20% повысить точность в определении профиля трехмерных волн, а также других характеристик при воздействии на сооружения береговой инфраструктуры.

2. Построена и исследована модель волновой гидродинамики, базирующаяся на использовании функции заполненности, доказана монотонность, сохранение потоковых величин на дискретном уровне, определены условия устойчивости.

3. Предложен симметризованный относительно геометрических направлений АПТИМ для решения задач волновой гидродинамики с несамосопряженным оператором, позволяющий сократить количество необходимых итераций на 20-25% по сравнению с не симметризованным АПТИМ.

4. Построены алгоритмы численной реализации дискретных моделей волновых процессов и воздействия волн на прибрежные и берегозащитные сооружения, которые по сравнению с методиками, не учитывающими пространственно-трехмерный характер движения волн, имеют лучшую точность в определении волновых характеристик.

5. Разработана программная реализация для многопроцессорных систем с распределенной памятью, которая на основе усовершенствованной пространственно-трехмерной модели волновых процессов позволяет в оперативном режиме прогнозировать силовое воздействие на объекты береговой инфраструктуры и обладает возможностью гибкой настройки входных данных.

Полученные в диссертационной работе результаты **приняты к использованию** в ФГУП «РОСМОРПОРТ» Азовском бассейновом филиале для анализа распространения взвешенных веществ вследствие волнового воздействия, в АО «РОСТОВСКИЙ ПОРТ».

Основные публикации по теме диссертации в изданиях, индексируемых в базе данных Scopus:

1. Protsenko, S. V. Mathematical modeling of wave processes and transport of bottom materials in coastal water areas taking into account coastal structures [Electronic resource] / S. V. Protsenko, T. G. Sukhinova // MATEC Web of Conf. – 2017. – Vol. 226. – 04002. – Access mode: DOI: 10.1051/mateconf/201713204002.

2. Sukhinov, A. I. Three-dimensional mathematical model of propagation of waves towards the shore [Electronic resource] / A. I. Sukhinov, A.E. Chistyakov, E.A. Protsenko, V.V. Sidoryakina, S.V. Protsenko // Communications in Computer and Information Science. – 2018 – Vol. 910. – P. 322-335. – Access mode: DOI: 10.1007/978-3-319-99673-8_23.

3. Sukhinov, A. I. Coupled 3D wave and 2D bottom deposit transportation models for the prediction of harmful phenomena in coastal zone [Electronic resource] / A. I. Sukhinov, A. E. Chistyakov, S. V. Protsenko, V. V. Sidoryakina // Trends in the Analysis and Design of Marine Structures. – 2019. – P. 597-603. – Access mode: DOI: 10.1201/9780429298875

4. Protsenko, S.V. Experimental research of power loads on surface structure based on 3D model of wave processes [Electronic resource] / S.V. Protsenko // AIP Conference Proceedings, DTS 2019. – Vol. 2188. – Is.1. – 2019. – 050037. – Access mode: DOI: 10.1063/1.5138464.

5. Chistyakov, A. E. Mathematical modeling of 3D current flows for narrow shallow water bodies of complicated forms [Electronic resource] / A. E. Chistyakov, S. V. Protsenko, V. V. Sidoryakina, E. A. Protsenko // E3S Web of Conferences. – Vol. 224. – 2020. – 02008. – Access mode: DOI: <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202022402008>

6. Protsenko, S. V. Simulation of wave impact on shore protection structures using 3D model of wave processes [Electronic resource] / S.V. Protsenko // IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series. – Vol. 1479. – 2020. – 012078. – Access mode: DOI: 10.1088/1742-6596/1479/1/012078.

7. Sukhinov, A. I. Wave hydrodynamics discrete models' construction and research [Electronic resource] / A. I. Sukhinov, A. E. Chistyakov, E. A. Protsenko, V. V. Sidoryakina, S.V. Protsenko // IOP Conference Series. – Vol. 1029 – 2021. – 012086. – Access mode: DOI: 10.1088/1757-899x/1029/1/012086/

8. Sukhinov, A.I., Chistyakov A.E., Protsenko E.A., Sidoryakina V.V., Protsenko S.V. Accounting Method of Filling Cells for the Solution of Hydrodynamics Problems with a Complex Geometry of the Computational Domain [Electronic resource] / A. I. Sukhinov, A.E. Chistyakov, E.A. Protsenko, V.V. Sidoryakina, S.V. Protsenko // Mathematical Models and Computer Simulations, 2020. – Vol. 12.– pp. 232-245. – Access mode: <https://doi.org/10.1134/S2070048220020155>.

9. Sukhinov, A. I. Set of Coupled Transport Models of Suspended Matter, Taking into Account Three-Dimensional Hydrodynamic Processes in the Coastal Zone [Electronic resource] / A. I. Sukhinov, A.E. Chistyakov, E.A. Protsenko, V.V. Sidoryakina, S.V. Protsenko // Mathematical Models and Computer Simulations, 2020. – Vol. 12. – № 5. – pp. 757–769. – Access mode: DOI: <https://doi.org/10.1134/S207004822005018X>.

Основные публикации в изданиях, рекомендованных ВАК при Минобрнауки:

10. Сухинов, А. И. Разностная схема с оптимальным весом для уравнения диффузии-конвекции [Текст] / А. И. Сухинов, А. Е. Чистяков, В. В. Сидорякина, С. В. Проценко // Вычислительные методы и программирование. – 2019. – Т. 20. – С. 283–292. <https://doi.org/10.26089/NumMet.v20r325>

11. Сухинов, А. И. Экономичные явно-неявные схемы решения многомерных задач диффузии-конвекции [Текст] / А. И. Сухинов, А. Е. Чистяков, В. В. Сидорякина, С. В. Проценко // Вычислительная механика сплошных сред. – 2019. – Т. 12. – № 4. – С. 435-445. DOI:10.7242/1999-6691/2019.12.3.37

12. Сухинов, А. И. Параллельные алгоритмы решения задачи динамики изменения рельефа дна в прибрежных системах [Текст] / А. И. Сухинов, А. Е. Чистяков, Е. А. Проценко, В.В. Сидорякина, С. В. Проценко // Вычислительные методы и программирование. – 2020. – Т. 21. – № 3. – С. 196-206. DOI 10.26089/NumMet.v21r318.

13. Сухинов, А. И. Локально-двумерные схемы расщепления для параллельного решения трехмерной задачи транспорта взвешенного вещества [Текст] / А. И. Сухинов, А. Е. Чистяков, В. В. Сидорякина, С. В. Проценко, А. М. Атаян // Математическая физика и компьютерное моделирование. – Т. 24. – № 2. – 2021. – с. 38-53. <https://doi.org/10.15688/mpcm.jvolsu.2021.2.4>.

Сведения об остальных публикациях можно найти в диссертации.