На правах рукописи

Джамхур Махмуд Исмаил АЛЬ ОБАИДИ

Методы топологической степени в некоторых задачах нелинейного анализа

01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Воронеж – 2015

Работа выполнена в Воронежском государственном педагогическом университете.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор **Обуховский Валерий Владимирович.**

Официальные оппоненты:

Климов Владимир Степанович
доктор физико-математических наук, профессор, Ярославский государственный университет им. П.Г.Демидова, кафедра математического анализа, заведующий кафедрой.

Семенов Михаил Евгеньевич
доктор физико-математических наук, профессор, Военный учебно-научный центр ВВС "Военно-воздушная академия им. профессора Н.Е.Жуковского и Ю.А.Гагарина", кафедра теоретической гидрометеорологии, профессор.

Ведущая организация: Тамбовский государственный университет им. Г.Р.Державина.

Защита состоится 24 марта 2015 года в 15 час. 10 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.038.22 при Воронежском государственном университете по адресу: 394693, г. Воронеж, Университетская пл., 1, ауд. 335.

С диссертацией можно ознакомится в научной библиотеке Воронежского государственного университета, а также на сайте
http://www.science.vsu.ru/disserinfo&cand=2725

Автореферат разослан " " января 2015 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета Гликлих Юрий Евгеньевич

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Геометрические методы нелинейного анализа, основанные на понятии топологической степени отображения имеют давнюю историю и восходят к именам А. Пуанкаре, Л. Брауэра, П.С. Александрова, Г. Хопфа, Ж. Лере, Ю. Шаудера. В дальнейшем эти методы были развиты и продемонстрировали свою высокую эффективность в трудах М.А. Красносельского, С.Г. Крейна, Н.А. Бобылева, Ю.Г. Борисовича, П.П. Забрейко, В.Г. Звягина, В.С. Климова, А.И. Перова, А.И. Половоцкого, Б.Н. Садовского, Ю.И. Сапронова, В.В. Стрыгина, Ф. Браудера (F. Browder), К. Даймлинга (K. Deimling), М. Фури (M. Furi), Л. Ниренберга (L. Nirenberg), Ж. Мавена (J. Mawhin) и других ученых.

Начиная с сороковых годов прошлого века эти методы распространяются на многозначные отображения. Разработке теории топологической степени для многозначных отображений компактного типа с выпуклыми значениями были посвящены труды Ю.Г. Борисовича, Б.Д. Гельмана, А.Д. Мышкиса, В.В. Обуховского, А. Челлины (A. Cellina), А. Гранаса (A. Granas), А. Лясоты (A. Lasota) и других.

Однако исследование целого ряда аспектов нелинейного функционального анализа, теории дифференциальных уравнений и включений, теории управляемых систем требует распространения этой теории на более широкие классы многозначных отображений. Достаточно отметить, что ряд важных задач теории управления и динамических систем приводят к необходимости исследовать многозначные отображения с невыпуклыми значениями. В частности, укажем в качестве такого отображения оператор, сопоставляющий начальным данным интегральную воронку дифференциального включения или оператор сдвига по траекториям обобщенной динамической системы. Для различных классов многозначных отображений с невыпуклыми (ацикличными) значениями конструкции топологической степени предлагались в работах А. Гранаса (A. Granas), Ю.Г. Борисовича, Б.Д. Гельмана, А.Д. Мышкиса, В.В. Обуховского, Л.

Гурневича (L. Gorniewicz), В. Крышевского (W. Kryszewski) и других.

С другой стороны, для изучения дифференциальных включений в банаховых пространствах весьма эффективным орудием является теория топологической степени некомпактных (уплотняющего типа) многозначных отображений (см., например, работы В.В. Обуховского, М.И. Каменского и др.).

Настоящая работа продолжает исследования в этом направлении, в ней изучаются различные варианты теории топологической степени для класса псевдоациклических многозначных векторных полей и их приложения к различным теоремам о неподвижной точке, о точке совпадения и к нелокальным краевым задачам нелинейного типа. Отметим, что данный класс включает в себя поля, соответствующие композициям мультиотображений ациклического типа с непрерывными однозначными отображениями. Мультиотображения подобного вида возникают при изучении операторов сдвига по траекториям дифференциальных включений и управляемых систем.

Цель работы. Разработать новые варианты теории топологической степени для псевдоациклических многозначных отображений и применить их для установления новых принципов существования неподвижных точек, точек совпадения и к разрешимости нелокальных краевых задач для полулинейных дифференциальных включений.

Научная новизна. Все результаты диссертации являются новыми. С помощью топологических методов методов нелинейного функционального анализа получены следующие основные результаты:

1. Построена и изучена топологическая степень для класса псевдоациклических многозначных векторных полей относительно выпуклого замкнутого подмножества в локально выпуклом пространстве.

2. С помощью вычисления топологической степени доказаны теоремы о неподвижной точке и совпадении для псевдоациклических многозначных отображений, обобщающих классические результаты Шефера, Роте

и Пуанкаре.

3. Вычислена топологическая степень эквивариантных и нечетных псевдоациклических многозначных векторных полей.

4. Построена и изучена топологическая степень для класса фундаментально сужаемых псевдоациклических многозначных векторных полей в локально выпуклом пространстве.

5. С помощью метода топологической степени доказаны теоремы о неподвижной точке для фундаментально сужаемых и уплотняющих псевдоациклических многозначных отображений.

6. Построена и изучена топологическая степень совпадения для пары, состоящей из линейного фредгольмова оператора L нулевого индекса и псевдоациклического многозначного отображения, уплотняющего относительно L.

7. Топологическая степень совпадения использована для доказательства теорем о совпадении линейного фредгольмова и псевдоациклического многозначного отображения.

8. Исследованы возможности применения степени совпадения к нелокальной граничной задаче для полулинейного дифференциального включения в банаховом пространстве.

Методы исследования. В диссертационной работе используются методы функционального анализа, теории многозначных отображений и топологии.

Теоретическая и практическая ценность. Работа носит теоретический характер. Ее результаты представляют интерес для исследований в математической теории управления, теории оптимизации и теории дифференциальных уравнений и включений.

Апробация работы. Материалы диссертации докладывались на Воронежской весенней математической школе "Понтрягинские чтения XXIV" – Воронеж, 2013; Международной конференции "Воронежская зимняя математическая школа С.Г. Крейна" – Воронеж, 2014; Воронежской весенней математической школе "Понтрягинские чтения XXV" – Воронеж, 2014; Международной открытой конференции "Современные проблемы анализа динамических систем, приложения в технике и технологиях" – ВГЛТА 18-19 июня Воронеж, 2014; Международном молодежном симпозиуме "Современные проблемы математики. Методы, модели, приложения" – ВГЛТА 18-19 ноября Воронеж, 2014; на международных научно-методических конференциях студентов, аспирантов и преподавателей кафедры высшей математики ВГПУ (Воронеж, 2013, 2014), а также на семинаре проф. Обуховского В.В.

Публикации. Результаты диссертации опубликованы в работах [1]–[8]. Из совместно опубликованных работ [2], [3], [8] в диссертацию включены результаты, принадлежащие лично автору.

Работы [1]–[3] опубликованы в журналах из перечня рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, из которых первая, вторая, третья и четвертая главы разбиты на три, два, три и два пункта соответственно. Объем работы 100 страниц. Библиография содержит 40 наименований.

Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность темы исследования и описывается краткое содержание работы.

В **первой главе** диссертации приводятся основные сведения из функционального анализа, теории многозначных отображений и топологических методов. Дано определение класса псевдоациклических многозначных отображений (мультиотображений) следующим образом.

Пусть H обозначает функтор когомологий Александера-Спеньера с целыми коэффициентами. Непустое пространство X называется 0-ацикличным, если $H^0(X) = \mathbb{Z}$, k-ацикличным ($k \geq 1$), если $H^k(X) = 0$ и ацикличным, если оно k-ациклично для любого $k \geq 0$.

Пусть X, Y – топологические пространства, $K(Y)$ обозначает совокупность всех непустых компактных подмножеств Y, $F : X \to K(Y)$ мультиотображение. Для $i \geq 0$ обозначим

$$M_F^i = \{x|\ x \in X,\ F(x) \text{ не является } i-\text{ацикличным}\}.$$

Полунепрерывное сверху мультиотображение $F : X \to K(Y)$ называется почти ациклическим, если:
(a) $M_F^i = \varnothing$ для всех i, начиная с некоторого $i_0 \geq 0$;
(b) $\xi = \max\limits_{0 \leq i < i_0} (\dim_X M_F^i) < \infty$, где $\dim_X$ обозначает относительную размерность множества в пространстве X.

Мультиотображение $F : X \to K(Y)$ называется псевдоациклическим, если существует топологическое пространство Z и непрерывное отображение $\Theta : Z \to Y$ такое, что F представимо в виде композиции $F = \Theta \circ \bar{F}$, где $\bar{F} : X \to K(Z)$ почти ациклическое мультиотображение.

Второй параграф первой главы посвящен конструкции относительной топологической степени псевдоациклических многозначных векторных полей (мультиполей) в следующей ситуации.

Пусть E – хаусдорфово локально выпуклое пространство, $U \subset E$ – выпуклая конечно ограниченная открытая окрестность нуля.

Пусть T – выпуклое замкнутое подмножество E. Обозначим $U_T = U \cap T$, ∂U - граница U.

Рассмотрим $F = \Theta \circ \bar{F} : \partial U \to K(E)$ – псевдоациклическое мультиотображение такое, что: a) $F(\partial U \cap T) \subseteq T$; b) $F|_{\partial U \cap T}$ вполне непрерывно; c) $FixF \cap \partial U \cap T = \varnothing$, где $FixF = \{x : x \in F(x)\}$ – множество неподвижных точек.

С помощью обобщения Е.Г. Скляренко теоремы Виеториса [1] и теоремы В.В. Обуховского и А.Г. Скалецкого о квазиретракции [2] определяется топологическая степень $\gamma_T(\Phi)$ псевдоациклического мультиполя

[1]Е.Г.Скляренко, *О некоторых приложениях теории пучков в общей топологии*, УМН 19:6 -1964 - С. 47-70

[2]В.В. Обуховский, А.Г. Скалецкий, *Некоторые теоремы о продолжении непрерывных отображений*, Сиб. мат. ж. - 1982 - 23. №4 - С. 137-141

$\Phi = i - F$ относительно множества T.

Устанавливается корректность данного определения и описываются основные свойства введенной характеристики, включая ее гомотопическую инвариантность относительно множества T..

Третий параграф первой главы посвящен вычислению топологической степени в некоторых конкретных ситуациях и получению на этой основе некоторых утверждений о неподвижной точке и точке совпадения. Базу подобного рода результатов образует следующая теорема.

(1.3.1) Теорема. Пусть $F : \bar{U} \to K(E)$ – псевдоациклическое мультиотображение такое, что: (a) $F(\bar{U} \cap T) \subset T$; (b) $F|_{\bar{U} \cap T}$ – вполне непрерывно; (c) $FixF \cap \partial U \cap T = \varnothing$.

Если

$$\gamma_T(i - F|_{\partial U}) \neq 0,$$

то существует точка $x_0 \in U \cap T$ такая, что $x_0 \in F(x_0)$.

Этот общий принцип открывает возможности для формулировки различных теорем о неподвижной точке. Справедливо следующее утверждение.

(1.3.2) Теорема. Пусть $\bar{U_T} \neq \varnothing$, $\varphi = i - f : \bar{U} \to E$ – однозначное поле такое, что: (a) $f(\bar{U_T}) \subset T$; (b) $f|_{\bar{U_T}}$ – вполне непрерывно; (c) $Fix\, f \cap \partial U \cap T = \varnothing$; (d) $\gamma_T(i - f|_{\partial U}) \neq 0$.

Пусть $\Phi = i - F$ – псевдоациклическое мультиполе такое, что: (i) $F(\bar{U_T}) \subset T$; (ii) $F|_{\bar{U_T}}$ – вполне непрерывно; (iii) $Fix\, F \cap \partial U \cap T = \varnothing$.

Предположим далее, что

(1.3.3) $\qquad \mu\varphi(x) \notin \Phi(x)$ для всех $\mu < 0, x \in \partial U \cap T$.

Тогда найдется точка $x \in \bar{U_T}$ такая, что $x \in F(x)$.

Следствиями этого утверждения являются аналоги классических теорем о неподвижной точке Шефера и Роте.

Те же методы позволяют доказать следующую теорему о совпадении типа Пуанкаре.

(1.3.6) Теорема. Пусть $T \subset E$ – конус с вершиной в нуле. Пусть $\varphi = i - f : \bar{U} \to E$ – однозначное поле такое, что условия (a), (b), (c), (d) теоремы 1.3.2 выполнены. Пусть $\Phi = i - F : \bar{U} \to K(E)$ – псевдоациклическое мультиполе, удовлетворяющее условиям (i), (ii), (iii) той же теоремы. Предположим далее, что

(1.3.7) $\mu\varphi(x) \notin F(x)$ для всех $\mu > 1$, $x \in \partial U \cap T$.

Тогда найдется точка $x \in \bar{U}_T$ такая, что $\varphi(x) \in F(x)$.

Завершает первую главу вычисление топологической степени эквивариантных и нечетных мультиполей.

Вторая глава диссертации посвящена введению топологической степени и изучению ее приложений для некоторых классов некомпактных псевдоациклических мультиотображений.

Пусть $X \subseteq E$. Выпуклое замкнутое множество $T \subseteq E$ называется фундаментальным для мультиотображения $F : X \to K(E)$ (или соответствующего ему мультиполя $\Phi = i - F$), если:

1) $F(X \cap T) \subseteq T$; 2) из $x_0 \in \overline{co}(F(x_0) \cup T)$ следует $x_0 \in T$.

Фундаментальное множество T мультиотображения $F : X \to K(E)$ такое, что $X \cap T \neq \varnothing$ и сужение F на $X \cap T$ компактно, называется существенным.

Если мультиотображение $F : X \to K(E)$ обладает существенным фундаментальным множеством, то F называется вполне фундаментально сужаемым (на T).

Примерами вполне фундаментально сужаемых мультиотображений являются компактные и уплотняющие относительно монотонных несингулярных мер некомпактности мультиотображения.

Пусть U – открытое выпуклое конечно ограниченное подмножество локально выпуклого пространства E; $F = \Theta \circ \widetilde{F} : \bar{U} \to K(E)$ – вполне фундаментально сужаемое псевдоациклическое мультиотображение такое, что $x \notin F(x)$ для всех $x \in \partial U$.

Топологической степенью мультиполя $\Phi = i - F$, соответствующего

F, называется топологическая степень мультиполя Φ относительно произвольного существенного фундаментального множества T:

$$\gamma(\Phi, \bar{U}) := \gamma_T(\Phi, \bar{U}).$$

Доказывается корректность этого определения, то есть его независимость от выбора существенного фундаментального множества T. Описываются основные свойства введенной характеристики, включая ее гомотопическую инвариантность. Связь топологической степени с неподвижными точками раскрывает следующее утверждение.

(2.2.7) Теорема. Пусть для вполне фундаментально сужаемого псевдоациклического мультиотображения $F : \bar{U} \to K(E)$ такого, что $x \notin F(x)$ для всех $x \in \partial U$ выполнено $\gamma(i - F, \bar{U}) \neq 0$. Тогда $\varnothing \neq FixF \subset U$.

Из этого общего утверждения вытекает следующая теорема о неподвижной точке.

(2.2.8) Теорема. Пусть однозначное отображение $f : \bar{U} \to E$ и псевдоациклическое мультиотображение $F : \bar{U} \to K(E)$ вполне фундаментально сужаемы на существенное фундаментальное множество T и не имеют неподвижных точек на ∂U. Пусть, далее

1) $\gamma_T(i - f, \bar{U}) \neq 0$;

2) $\mu\varphi(x) \notin \Phi(x)$ для всех $\mu < 0$, $x \in \partial U$, где $\Phi = i - F$, $\varphi = i - f$.

Тогда $\varnothing \neq FixF \subset U$.

Ее аналогом для уплотняющих мультиотображений является следующее утверждение. Пусть E – нормированное пространство и U ограничено.

(2.2.9) Теорема. Пусть непрерывное однозначное отображение $f : \bar{U} \to E$ и псевдоациклическое мультиотображение $F : \bar{U} \to K(E)$ являются (k, β)-уплотняющими относительно вещественной, монотонной, несингулярной, правильной и полуаддитивной МНК β и не имеют неподвижных точек на ∂U. Если $\gamma(i - f, \bar{U}) \neq 0$ и выполнено условие (2) предыдущей теоремы, то $\varnothing \neq FixF \subset U$.

В качестве следствия отметим следующие утверждения.

(2.2.10) Следствие (Теорема Шефера). Пусть псевдоациклическое мультиотображение $F : \bar{U} \to K(E)$ является (k, β)-уплотняющим относительно вещественной, монотонной, несингулярной, правильной и полуаддитивной МНК β. Пусть

$$\mu x \notin F(x) \text{ для всех } \mu > 1, x \in \partial U.$$

Тогда $\varnothing \neq FixF \subset \bar{U}$.

(2.2.11) Следствие (Теорема Роте). Пусть мультиотображение $F : \bar{U} \to K(E)$ – такое же как в (2.2.10). Если

$$F(\partial U) \subset \bar{U},$$

то $\varnothing \neq FixF \subset \bar{U}$.

Третья глава работы посвящена конструкции топологической степени совпадения линейного фредгольмова оператора L нулевого индекса и псевдоациклического мультиотображения, которое является уплотняющим относительно L.

Пусть E_1, E_2 – банаховы пространства. Оператор $L : DomL \subseteq E_1 \to E_2$ – линейный фредгольмов оператор нулевого индекса, с которым ассоциированы следующие операторы:

а) линейные непрерывные операторы проектирования $P : E_1 \to E_1$ и $Q : E_2 \to E_2$ такие, что $ImP = KerL$ и $KerQ = ImL$;

б) линейный изоморфизм $L_P : DomL \cap KerP \to ImL$, $L_p(x) = L(x)$ для $x \in DomL \cap KerP$;

в) непрерывный оператор $K_P : ImL \to DomL \cap KerP$, $K_p(x) = L_P^{-1}$;

г) каноническая проекция $\Pi : E_2 \to CokerL$, заданная как $\Pi y = y + ImL$;

д) линейный непрерывный изоморфизм $\Lambda : CokerL \to KerL$;

е) непрерывный оператор $K_{P,Q} : E_2 \to E_1$, заданный как $K_{P,Q}(y) = K_P(y - Qy)$.

Пусть $U \subset E_1$ – открытое выпуклое ограниченное множество; β – мера некомпактности в E_1.

Пусть псевдоациклическое мультиотображение $\mathcal{F} : \bar{U} \to K(E_2)$ является (L, β)-уплотняющим, то есть: (i) множество $\mathcal{F}(\bar{U})$ ограничено в E_2; (ii) мультиотображение

$$K_{P,Q} \circ \mathcal{F} : \bar{U} \to K(E_1)$$

является β-уплотняющим.

Точка $x \in DomL \cap \bar{U}$ называется точкой совпадения пары $(L, \mathcal{F})$, если

$$Lx \in \mathcal{F}(x).$$

Множество всех точек совпадения пары $(L, \mathcal{F})$ обозначается $Coin(L, \mathcal{F}, \overline{U})$.

Пусть $Coin(L, \mathcal{F}, \bar{U}) \cap (\partial U \cap DomL) = \varnothing$.

Степенью совпадения

$$deg(L, \mathcal{F}, \bar{U})$$

пары $(L, \mathcal{F})$ называется топологическая степень $deg(i - \mathcal{G}, \bar{U})$ мультиполя $i - \mathcal{G}$, где псевдоациклическое мультиотображение $\mathcal{G} : \bar{U} \to K(E_1)$ определено как

$$\mathcal{G}(x) = Px + (\Lambda\Pi + K_{P,Q}) \circ \mathcal{F}(x).$$

Устанавливается корректность данного определения и описываются основные свойства степени совпадения.

Непосредственно из определения вытекает следующий общий принцип существования точки совпадения.

(3.3.1) Теорема. Если

$$deg(L, \mathcal{F}, \bar{U}) \neq 0,$$

то

$$\varnothing \neq Coin(L, \mathcal{F}, \bar{U}) \subset U.$$

Рассматриваются некоторые применения введенной характеристики к задаче о точках совпадения пары $(L, \mathcal{F})$.

Справедлив следующий вариант теоремы о нечетном поле.

(3.3.4) Теорема. Пусть область U симметрична относительно нуля, мультиотображение $\mathcal{F}$ нечетно на ∂U, то есть

$$\mathcal{F}(-x) = -\mathcal{F}(x) \text{ для всех } x \in \partial U.$$

Тогда степень совпадения $deg(L, \mathcal{F}, \bar{U})$ нечетна и, следовательно, $\varnothing \neq Coin(L, \mathcal{F}, \bar{U}) \subset U \cap DomL$.

Доказывается также следующая теорема о продолжении.

(3.3.5) Теорема. Пусть $\mathcal{F} : \bar{U} \to K(E_2)$ – (L, β)-уплотняющее псевдоациклическое мультиотображение такое, что

(i) $Lx \notin \lambda\mathcal{F}(x)$ для всех $x \in DomL \cap \partial U, \lambda \in (0, 1]$;

(ii) $0 \notin \Pi\mathcal{F}(x)$ для всех $x \in KerL \cap \partial U$;

(iii) $deg_{KerL}(\Lambda\Pi\mathcal{F}|_{U_{KerL}}, \bar{U}_{KerL}) \neq 0$.

Тогда $\varnothing \neq Coin(L, \mathcal{F}, \bar{U}) \subset (U \cap DomL)$.

В завершение главы рассматривается теорема о точке совпадения, являющаяся аналогом теоремы Б.Н. Садовского о неподвижной точке.

В **четвертой главе** обсуждаются возможности применения построенной в предыдущей главе теории к изучению следующей задачи.

Рассматриваются полулинейное дифференциальное включение в сепарабельном банаховом пространстве E

(4.1.1) $$y'(t) \in Ay(t) + F(t, y(t)), \qquad t \in [0, T]$$

вместе с нелокальным граничным условием следующего вида

(4.1.2) $$Ly(0) = \varphi(y),$$

где $L : DomL \subseteq E \to E$ - линейный фредгольмов оператор нулевого индекса, $\varphi : C([0, T]; E) \to E$ - непрерывное отображение.

Предполагается, что линейная часть включения (4.1.1) удовлетворяет условию

A) $A : DomA \subseteq E \to E$ - замкнутый линейный оператор, порождающий C_0-полугруппу $e^{At},\ t \geq 0$.

Для многозначной нелинейности $F : [0,T] \times E \to Kv(E)$ выполнены условия, обеспечивающие существование интегрального решения задачи Коши[3].

Задача (4.1.1) – (4.1.2) сводится к нахождению решения $x \in E$ включения

$$Lx \in \varphi(\Sigma(x)),$$

или, иначе говоря, отысканию точки совпадения оператора L и мультиотображения $\varphi \circ \Sigma$. Здесь $\Sigma(x)$ – мультиотображение, сопоставляющее каждому $x \in E$ множество всех интегральных решений $y(\cdot)$ включения (4.1.1), удовлетворяющих условию $y(0) = x$.

Справедлив следующий общий принцип разрешимости задачи (4.1.1) – (4.1.2).

(4.2.5) Теорема. Пусть мультиотображение $\varphi \circ \Sigma : \overline{U} \to K(E)$ является (L, β)-уплотняющим и $deg(L, \varphi \circ \Sigma, \overline{U}) \neq 0$. Тогда нелокальная граничная задача (4.1.1.) – (4.1.2) имеет решение.

Описываются достаточные условия того, чтобы мультиотображение $\varphi \circ \Sigma$ было (L, β)-уплотняющим. При выполнении такого рода условий справедливо, например, следующее утверждение.

(4.2.7) Теорема. Пусть $U \subset E$ – выпуклое открытое ограниченное множество; $P_T : E \to K(E)$ – мультиоператор сдвига по траекториям включения (4.1.1), удовлетворяющий следующим условиям:

$P1$) для любого $x \in DomL \cap \partial U$:

$$P_T(x) \cap \{\mu Lx : \mu \geq 1\} = \varnothing;$$

$P2$) $0 \notin \Pi P_T(x)$ для всех $x \in KerL \cap \partial U$;

[3]си. M.Kamenskii, V.Obukhovskii, P.Zecca, *Condensing Multivalued Maps and Semilinear Differential Inclusions in Banach Spaces,* Walter de Gruyter, Berlin - New York, 2001

$P3)$ $deg_{KerL}(\Lambda\Pi P_T|_{\overline{U}_{KerL}}, \overline{U}_{KerL}) \neq 0$, где последнее выражение представляет собой топологическую степень мультиполя, вычисляемую в конечномерном пространстве $KerL$.

Тогда существует интегральное решение $y(\cdot)$ обобщенной периодической задачи (4.1.1), $Ly(0) = y(T)$ такое, что $y(0) \in U \cap DomL$.

Публикации автора по теме диссертации

[1] Аль Обаиди Дж. *Топологическая степень для псевдоациклических многозначных векторных полей*, Вестник ВГУ. Сер. физика, математика, Воронеж. – 2014. – № 2. – С. 95–110.

[2] Дж. Аль Обаиди, В.В. Обуховский, *Топологическая степень для одного класса некомпактных мультиполей в локально выпуклых пространствах,* Вестник ВГУ. Сер. физика, математика, 2014, N 3, 88–98.

[3] Дж. Аль Обаиди, В.В. Обуховский, *Топологическая степень совпадения фредгольмовых операторов и псевдоациклических многозначных отображений,* Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. 2014. Т.19. Вып. 6, 1771–1783.

[4] Дж. Аль Обаиди, *Об индексе совпадения фредгольмовых возмущений квазиациклических мультиотображений,* Современные методы теории краевых задач: материалы Воронежской весенней математической школы "Понтрягинские чтения XXIV", – Воронеж: ВГУ, – 2013. – С. 68–69.

[5] Дж. Аль Обаиди, *Топологическая степень некомпактных мультиполей в локально выпуклых пространствах,* Материалы международной конференции "Воронежская зимняя математическая школа С.Г. Крейна", – Воронеж: Издательско-полиграфический центр "Научная книга", – 2014. – С. 26–27.

[6] Дж. Аль Обаиди, *Некоторые теоремы о неподвижной точке для многозначных отображений,* Современные методы теории краевых за-

дач: материалы Воронежской весенней математической школы "Понтрягинские чтения XXV", – Воронеж: Издательско-полиграфический центр "Научная книга", – 2014. – С. 55–56.

[7] Дж. Аль Обаиди, *О степени совпадения для фредгольмовых возмущений псевдоациклических мультиотображений,* Актуальные направления научных исследований XXI века: Теория и практика. Сборник научных трудов по материалам международной заочной научно-практической конференции, – 2014. N 4 часть 2 (9-2), – С. 431–434.

[8] Дж. Аль Обаиди, В.В. Обуховский, *О нелокальных граничных задачах для полулинейных дифференциальных включений,* Сборник научных трудов по материалам международной заочной научно-практической конференции "Актуальные направления научных исследований XXI века: Теория и практика", – 2014. N 5 часть 2 , – С. 243–244.

Работы [1], [2], [3] опубликованы в журналах из перечня рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ.