

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи



Доан Тхе Туан

**Обработка сверхширокополосных сигналов с неизвестными моментами
появления и исчезновения на фоне помех**

Специальность 1.3.4 – Радиофизика

Диссертация
на соискание учёной степени кандидата
физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор технических наук,
профессор П.А. Трифонов

Воронеж – 2025

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
ГЛАВА 1 МОДЕЛИ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ	12
1.1 Модели одиночных сверхширокополосных сигналов	12
1.2 Мультиполосные модели	19
1.3 Фрактальные сверхширокополосные сигналы	21
1.4 Последовательности сверхширокополосных сигналов	22
1.5 Стохастические сверхширокополосные сигналы	25
Вывод к главе 1.....	27
ГЛАВА 2 ОБНАРУЖЕНИЕ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ С НЕИЗВЕСТНЫМИ МОМЕНТАМИ ПОЯВЛЕНИЯ И ИСЧЕЗНОВЕНИЯ НА ФОНЕ ПОМЕХ И ГАУССОВСКОГО БЕЛОГО ШУМА.....	28
2.1 Обнаружение одиночного сверхширокополосного сигнала с неизвестным моментом появления.....	28
2.1.1 Квазиправдоподобный алгоритм обнаружения одиночного сверхширокополосного сигнала с неизвестным моментом появления.....	28
2.1.2 Способ адаптации приёмного устройства по неизвестному моменту появления	39
2.1.3 Статистическое моделирование алгоритма обнаружения сверхширокополосного сигнала с неизвестным моментом появления.....	44
2.2 Обнаружение одиночного сверхширокополосного сигнала с неизвестными моментами появления и исчезновения	50

2.2.1 Квазиправдоподобное обнаружение одиночного сверхширокополосного сигнала с неизвестными моментами появления и исчезновения.....	50
2.2.2 Способ адаптации приёмного устройства по неизвестным моментам появления и исчезновения	56
2.3 Обнаружение последовательности сверхширокополосных сигналов с неизвестными моментами появления и исчезновения.....	62
Выводы к главе 2.....	68
ГЛАВА 3 ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ ПОМЕХ И ГАУССОВСКОГО БЕЛОГО ШУМА.....	69
3.1 Оценка момента появления сверхширокополосного сигнала.....	69
3.2 Статистическое моделирование алгоритма оценки моментов появления сверхширокополосных сигналов.....	74
3.3 Квазиправдоподобная оценка моментов появления и исчезновения сверхширокополосных сигналов.....	76
3.4 Оценка ширины спектра сверхширокополосных сигналов при неизвестных моментах появления и исчезновения	81
Выводы к главе 3.....	95
ГЛАВА 4 МЕСТОПРЕДЕЛЕНИЕ ИСТОЧНИКОВ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ ПОМЕХ	96
4.1 Определение направления на источник сверхширокополосных сигналов.....	96
4.2 Измерение координат источников сверхширокополосных сигналов на основе триангуляционного метода	101
4.3 Измерение координат источников сверхширокополосных сигналов на основе разностно-дальномерного метода	103

Выводы к главе 4.....	107
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	108
СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ.....	109
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	110

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования. На сегодняшний день непрерывно продолжающееся развитие новых радиоэлектронных систем требует повышения пропускной способности, а при передаче информации по беспроводному каналу – расширения их возможностей и улучшения качественных характеристик. Один из возможных путей решения этой проблемы заключается в использовании сверхширокополосных сигналов (СШПС) [2-6, 57, 60-64, 68, 70, 74 и др.].

Физическая основа целесообразности использования СШПС состоит в том, что количество информации, передаваемой в единицу времени, прямо пропорционально полосе используемых частот. Использование СШПС в измерительных системах, медицине [71], радиолокации и устройствах позиционирования [70] позволяет повысить точность измерений и увеличить разрешающую способность. В глобальной навигационной системе GPS [59] также применяются СШПС: с помощью сети опорных сверхширокополосных (СШП) радиостанций пользователи могут точно определять свое местоположение в пределах зданий и других участков с мешающими отражениями, где приемники GPS не будут эффективно работать из-за многолучевого распространения радиосигналов.

Перспективность методов СШП радиоизмерений была известна давно и достаточно широко обсуждалась, начиная с середины 1970-х годов [16, 28, 54]. Однако их практическая реализация стала возможной только после достижения соответствующего уровня развития следующих технологий:

- технологии генерации последовательностей мощных сверхкоротких (длительностью менее 1 нс) импульсов с высокой стабильностью и большой частотой повторения;
- технологии излучения таких импульсов непосредственно в пространство (СШП антенная техника);

- технологии формирования СШПС с произвольной поляризационной структурой;
- технологии скоростной цифровой обработки больших массивов информации (вычислительная техника).

Учитывая изложенное выше, а также известные данные о разработках СШП устройств [57-71], есть веские основания полагать, что уже в ближайшей перспективе СШП радиоэлектронные средства (РЭС) будут активнее применяться в различных, в том числе новых, приложениях.

Итак, разработка и применение СШП РЭС представляет собой качественный скачок в развитии радиоэлектронных систем. Ожидается, что с помощью РЭС с СШПС могут более успешно, чем с узкополосными сигналами, решаться задачи, такие как радиолокационное обнаружение и распознавание объектов, в том числе замаскированных и подповерхностных, повышение объема и скрытности передачи данных в радиосвязи, увеличение точности определения местоположения в навигационных системах и пр.

Отметим также, что СШПС могут применяться при проведении радиомониторинга. В этом случае требуется осуществлять обработку сигнала заранее неизвестных источников с целью выделения и установления местоположения РЭС [23]. В таких случаях зачастую осуществляется угловое сканирование зон ответственности радиолокационной станции. Причем, если используется построчное сканирование изображений, то у принимаемого сигнала моменты появления и исчезновения следует считать априори неизвестными. Кроме того, оценку моментов появления и исчезновения требуется выполнять также во многих других практических приложениях радиофизики, радио- и гидролокации, дефектоскопии и пр. Данные оценки позволяют установить наличие цели и ее параметры, имеющиеся дефекты и т.д [16]. Также задачи приема сигналов с неизвестными моментами появления и исчезновения могут найти применение в системах пожарной и охранной сигнализации. Действительно, в области, контролируемой такими системами, может

в неизвестные моменты времени появиться и исчезнуть источник сигнала, своевременное обнаружение которого является целью функционирования данных систем.

Основываясь на вышеизложенном, можно утверждать, что задача приема СШПС с неизвестными моментами появления и исчезновения является актуальной в различных практических приложениях радиофизики, радио- и гидролокации, а также навигации и управления. Тем не менее, следует отметить, что до сих пор практически отсутствует строгий методологический аппарат, на основе которого можно было бы решать задачи статистического синтеза и анализа алгоритмов обработки СШПС с неизвестными моментами появления и исчезновения при воздействии случайных искажений, а также при наличии различной априорной неопределённости. В частности, большое прикладное значение имеет задача определения степени влияния имеющихся в канале связи узкополосных помех на эффективность приема СШПС с неизвестными моментами появления и исчезновения.

Объект и предмет исследования. Объектом исследования является СШП радиоэлектронная система. Предметом исследований является методика обработки СШПС в условиях сложной сигнально-помеховой обстановки.

Цель работы. Целью научного исследования является анализ влияния узкополосной помехи на эффективность функционирования алгоритмов обработки СШПС в условиях априорной параметрической неопределённости.

Для достижения поставленной цели в диссертационной работе были сформулированы и решены следующие задачи:

1. Статистический анализ алгоритмов обнаружения СШПС с неизвестными моментами появления и исчезновения, принимаемых на фоне помех.
2. Статистический анализ алгоритмов оценки моментов появления и исчезновения СШПС, принимаемых на фоне помех.
3. Статистический анализ алгоритмов оценки ширины спектра СШПС, принимаемых на фоне помех.

4. Разработка алгоритмов, позволяющих определить местоположение источника СШПС, на основе измерения времени появления сигнала.

5. Статистическое моделирование на ЭВМ алгоритмов обработки СШПС с целью проверки их работоспособности, а также определения границ применимости полученных асимптотических выражений для их характеристик.

Методы проведения исследований. Для решения поставленных задач в ходе выполнения работы использовались аналитические и вычислительные методы современного математического аппарата статистической радиофизики и радиолокации, методы математической статистики и теории статистических решений, а также аналитические и асимптотические методы математического анализа. При получении количественных оценок и проверке теоретических результатов методики обработки в условиях воздействия узкополосных помех подвергались анализу методами математического и статистического моделирования на ЭВМ.

Научная новизна полученных результатов заключается в следующем:

1. В отличие от известных алгоритмов обнаружения СШПС разработанные алгоритмы учитывают априорное незнание их моментов появления и исчезновения.

2. В отличие от известных алгоритмов оценок моментов появления и исчезновения и ширины спектра СШПС разработанные алгоритмы учитывают априорное незнание их моментов появления и исчезновения.

3. Статистическое моделирование алгоритмов обнаружения СШПС с неизвестными моментами появления и исчезновения СШПС, в отличие от известных результатов, реализовано при наличии узкополосных помех.

4. Предложено определять координаты источников СШПС в сложной сигнально-помеховой обстановке, основываясь на трехпозиционной разностно-дальномерной системе при квазиравдоподобных оценках моментов времени появления сигнала или двухпозиционной триангуляционной системы, в которой вместо обнаружителя-пеленгатора используется пара синхронизированных измерителей времени появления сигнала.

Теоретическая значимость работы заключается в том, что разработанные методики позволяют оперативно определять эффективность функционирования перспективных средств обработки СШПС, работающих в условиях повышенной априорной неопределенности, характерной для реальной радиоэлектронной обстановки. Разработанные методики, в частности, позволяют определить степень влияния имеющихся узкополосных помех на эффективность функционирования СШП РЭС.

Практическая значимость результатов диссертационной работы состоит в том, что развитые методики синтеза и анализа алгоритмов функционирования СШП радиосистем позволяют их использовать в различных условиях. Базируясь на полученных результатах статистического синтеза и анализа информационных систем, можно обоснованно выбирать типы сигналов и реализовывать соответствующие алгоритмы их обработки, исходя из требований к их эффективности и наличия априорных данных о параметрах сигналов и помех.

Основные положения, выносимые на защиту.

На защиту выносятся следующие положения:

1. При наличии гауссовской узкополосной помехи отношение сигнал-шум по мощности на выходе квазиправдоподобного алгоритма обработки СШПС снижается прямо пропорционально интенсивности помехи и относительной доле энергии СШПС в полосе частот, пораженной помехой.
2. Поражение 20% спектра сигнала гауссовской узкополосной помехой приводит к увеличению вероятностей ошибок обнаружения более, чем на порядок. При этом рассеяние оценки моментов появления и исчезновения увеличивается примерно на порядок в зависимости от отношения помеха-шум.
3. Точность оценки ширины спектра СШПС при неизвестных моментах появления и исчезновения асимптотически стремится к точности оценки ширины спектра в случае известных моментов появления и исчезновения и определяется величиной интенсивности и шириной полосы частот помехи.

4. Улучшение точности определения координат источников СШПС в сложной сигнально-помеховой обстановке возможно на основе трехпозиционной разностно-дальномерной системы при использовании оценок моментов времени появления сигнала, а также на основе двухпозиционной триангуляционной системы, в которой вместо обнаружителя-пеленгатора используется пара синхронизированных измерителей времени появления сигнала.

Достоверность результатов содержащихся в диссертационной работе, подтверждается физической аргументированностью и математической корректностью исследуемых вопросов, строгостью принятых допущений и введенных ограничений, использованием фундаментальных положений теории радиоприема и обработки сигналов, доказанными ранее и проверенными практикой, использованием апробированного математического аппарата (теории математической статистики, статистической теории связи, прикладной теории случайных процессов), сходимостью результатов расчета с результатами моделирования на ЭВМ, совпадением полученных результатов при переходе к частным случаям с известными.

Апробация работы. Основные положения диссертационной работы докладывались и обсуждались на международных и всероссийских конференциях:

1. Всероссийской конференции “Охрана, безопасность, связь” (г. Воронеж, 2022).

2. XXVIII, XXIX и XXX Международной научно-технической конференции “Радиолокация, навигация и связь” (г. Воронеж, 2022, 2023 и 2024).

По итогам XXX Международной научно-технической конференции “Радиолокация, навигация и связь” вручён диплом за лучший доклад.

Публикации. По теме диссертационной работы опубликовано 13 научных работ [76-88], в том числе 8 работ [76, 78, 80, 83, 85-88] опубликованы в изданиях, рекомендованных ВАК, из которых 3 работы [85, 87, 88] по специальности 1.3.4 – Радиофизика. Остальные работы опубликованы в сборниках трудов всероссийских и международных конференций.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка сокращений и условных обозначений, списка литературы из 88 наименований. Общий объем диссертации составляет 120 страниц, включая 42 рисунка и 1 таблицу.

Во введении обоснована актуальность темы исследования, изложены современные направления и перспективы исследований, сформулированы цели и задачи исследования. Определены научная новизна работы, основные научные результаты и сформулированы положения, выносимые на защиту.

В первой главе рассматриваются классификации, модели СШПС и их энергетические спектры.

Во второй главе проводится синтез и анализ алгоритмов обнаружения СШПС с неизвестными моментами появления и исчезновения (МПИ), принимаемых на фоне гауссовской узкополосной помехи (ГУП) и гауссовского белого шума (ГБШ), получены выражения для характеристики их обнаружения. Кроме того, исследованы влияния ГУП на эффективность функционирования алгоритмов обнаружения СШПС с неизвестными МПИ. В качестве примера исследуем эффективность обнаружения СШПС вида приподнятого косинуса.

В третьей главе проводится синтез и анализ алгоритмов оценок МПИ и ширины спектра СШПС, принимаемых на фоне на фоне ГУП и ГБШ. Найдены характеристики оценок, а также исследованы влияния ГУП на точность оценок МПИ и ширины спектра СШПС. В качестве примера исследуем точность оценок МПИ СШПС вида приподнятого косинуса.

В четвертой главе предложены алгоритмы, позволяющие определить координат источников СШПС основе триангуляционного и разностно-дальномерного методов при использовании оценок моментов времени появления сигнала.

В заключении подведены основные результаты исследований и сформулированы выводы по работе.

ГЛАВА 1 МОДЕЛИ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ

1.1 Модели одиночных сверхширокополосных сигналов

В настоящее время имеется несколько определений СШПС. В [4, 62, 63] сверхширокополосность определяют по величине относительной полосы частот

$$\eta_0 = \frac{\Delta f}{f_0} = 2 \frac{(f_B - f_H)}{(f_B + f_H)}, \quad (1.1.1)$$

где f_B , f_H – верхняя, нижняя частоты функции спектральной плотности одномерного преобразования Фурье данного сигнала, $\Delta f = f_B - f_H$ – полоса частот, $f_0 = (f_B + f_H)/2$ – центральная частота спектра. Радиолокационные сигналы, для которых $\eta_0 \approx 1$, будем считать СШПС.

Согласно [4, 13-15, 28] можно предложить следующую классификацию СШПС:

- СШП видеосигналы, которые описываются знакопостоянными функциями времени;
- СШП квазирадиосигналы, которые описываются знакопеременными функциями времени.

В качестве модели одиночного СШПС используется прямоугольный однополярный импульс длительностью τ (рисунок 1.1.1.а), который можно представить в виде

$$s(t) = A \begin{cases} 1, |t| < \tau/2, \\ 0, |t| \geq \tau/2. \end{cases} \quad (1.1.2)$$

где $I(x) = \begin{cases} 1, |x| < 1/2 \\ 0, |x| \geq 1/2 \end{cases}$ – индикатор единичной длительности.

Нормированная спектральная плотность данной модели СШПС:

$$G_s(f) = \frac{\sin^2 \pi x}{\pi^2 x^2}, x = f\tau \text{ и показана на рисунке 1.1.1.б.}$$

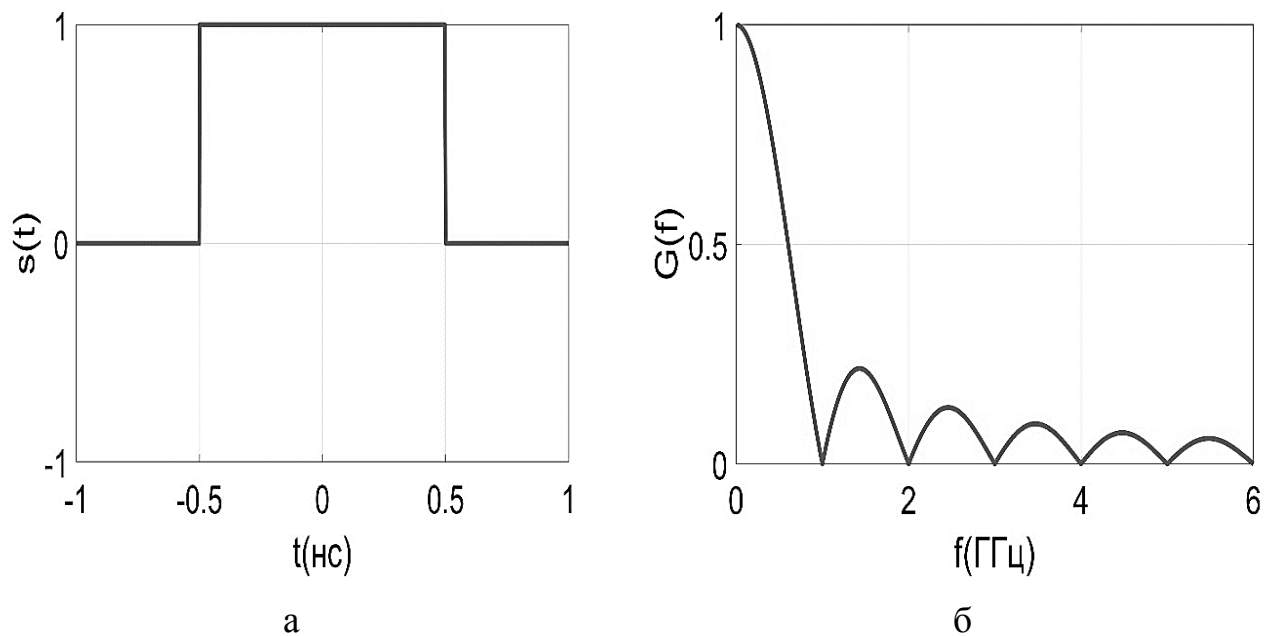


Рисунок 1.1.1 Форма и спектральная плотность сигналов вида прямоугольного однополярного импульса

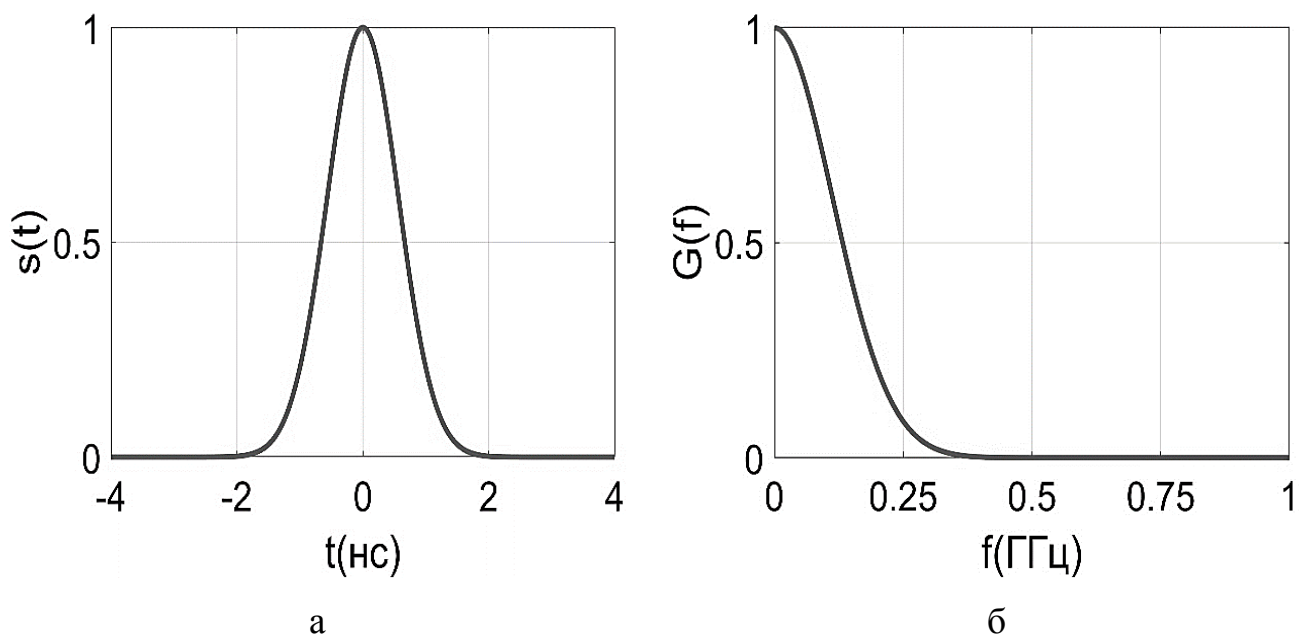


Рисунок 1.1.2 Форма и спектральная плотность сигналов вида видеоимпульса колокольной формы

В [28, 33] рассмотрены видеоимпульсы колокольной формы (рисунок 1.1.2.а), а именно

$$s(t) = \exp(-\pi t^2 / 2\tau^2), \quad (1.1.3)$$

Нормированную спектральную плотность (рисунок 1.1.2.б) сигнала (1.1.3) можно представить в виде

$$G_s(f) = \exp(-2\pi x^2),$$

где $x = f\tau$.

Обобщение описания сигналов (1.1.2), (1.1.3) можно представлять следующем выражением [56]

$$f(x) = \begin{cases} \exp\left[-\frac{\pi}{2\delta^2}\left(x - \frac{\alpha}{2}\right)^2\right], & x > \sigma/2, \\ 1, & |x| \leq \tau/2, \alpha = 1 - \delta, \\ \exp\left[-\frac{\pi}{2\delta^2}\left(x + \frac{\alpha}{2}\right)^2\right], & x < -\sigma/2. \end{cases} \quad (1.1.4)$$

Здесь в частности, при $\delta = 1$ квазипрямоугольный импульс (1.1.4) принимает колокольную форму и совпадает с (1.1.3), а при $\delta \rightarrow 1$ переходит в прямоугольный импульс (1.1.2).

В [4,7,8] рассмотрен двухполярный прямоугольный (рисунок 1.1.3.а) – сверхширокополосный сигнал (СШПС), форма которого описывается в виде

$$f(x) = I\left(2x + \frac{1}{2}\right) - I\left(2x - \frac{1}{2}\right). \quad (1.1.5)$$

Спектральную плотность этого сигнала (рисунок 1.1.3.б) представим в виде

$$\tilde{G}_s(f) = \frac{\tau^2}{\pi^2 x^2} [1 - \cos \pi x]^2. \quad (1.1.6)$$

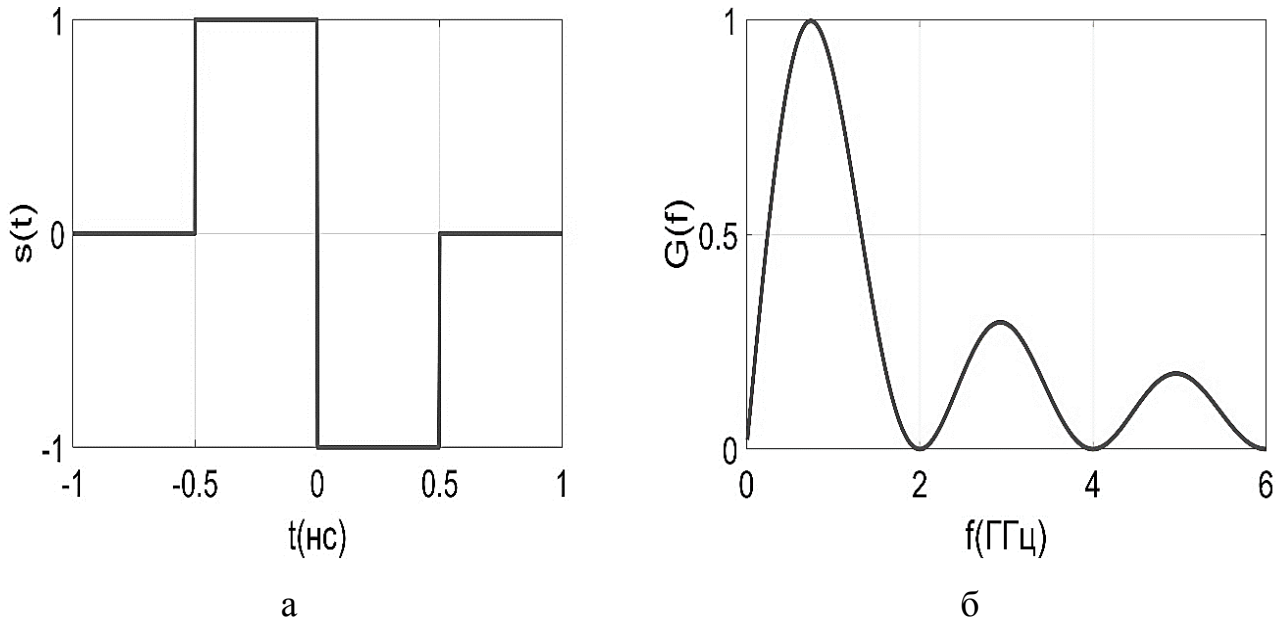


Рисунок 1.1.3 Форма и спектральная плотность сигналов вида двуполярного прямоугольного импульса

В качестве модели сверхширокополосного квазирандисигнала (СШПКРС) также функции, формы которых заданы в виде: $s(t) = A(t)\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$, где $A(t)$ – огибающая гармонической функции, обычно использующая финитные на некотором интервале функции. Наиболее популярными моделями СШПС являются следующие:

1. Модель, предложенная Е. Кенно и Д. Моффатом [69]

$$s(t) = A_0 \Theta(t) \sin^2(\pi t/\tau) \sin(\omega_0 t). \quad (1.1.7)$$

2. Модели с прямоугольной и треугольной огибающими [58],

$$s(t) = (-1)^n A_0 \sin(2\pi n t/\tau) \Theta(t), \quad (1.1.8)$$

$$s(t) = (-1)^n A_0 (1 - |(2t/\tau) - 1|) \sin(2\pi n t/\tau) \Theta(t), \quad (1.1.9)$$

$$s(t) = A_0 (1 - |(2t/\tau) - 1|) \sin(4\pi n t/\tau) \Theta(t). \quad (1.1.10)$$

Здесь $\Theta(t) = \eta(t/\tau) - \eta(t/\tau - 1)$, $\eta(t)$ – функция Хэвисайда; количество лепестков СШПС $N = 2n$ для моделей (1.1.8), (1.1.9) и $N = 2n + 1$ для модели (1.1.10).

В [28] описаны СШПС вида гауссова импульса

$$s_{Gn}(t) = B \cdot G_n(t) e^{-\frac{t^2}{2\tau^2}}, \quad (1.1.11)$$

где $G_n(t) = (-1)^n e^{\frac{t^2}{2}} \frac{d^n}{dt^n} e^{-\frac{t^2}{2}}$ – полином гауссовой функции, $n = 0, 1, 2, \dots, B$ – нормировочный коэффициент. На рисунке 1.1.4 показаны формы и спектральные плотности сигналов вида гауссовых импульсов при $B=1$ и $\tau = 0.1$ нс для случаев $n=1$ (сплошная кривая), $n=2$ (штриховая кривая) и $n=3$ (штрих-пунктирная кривая).

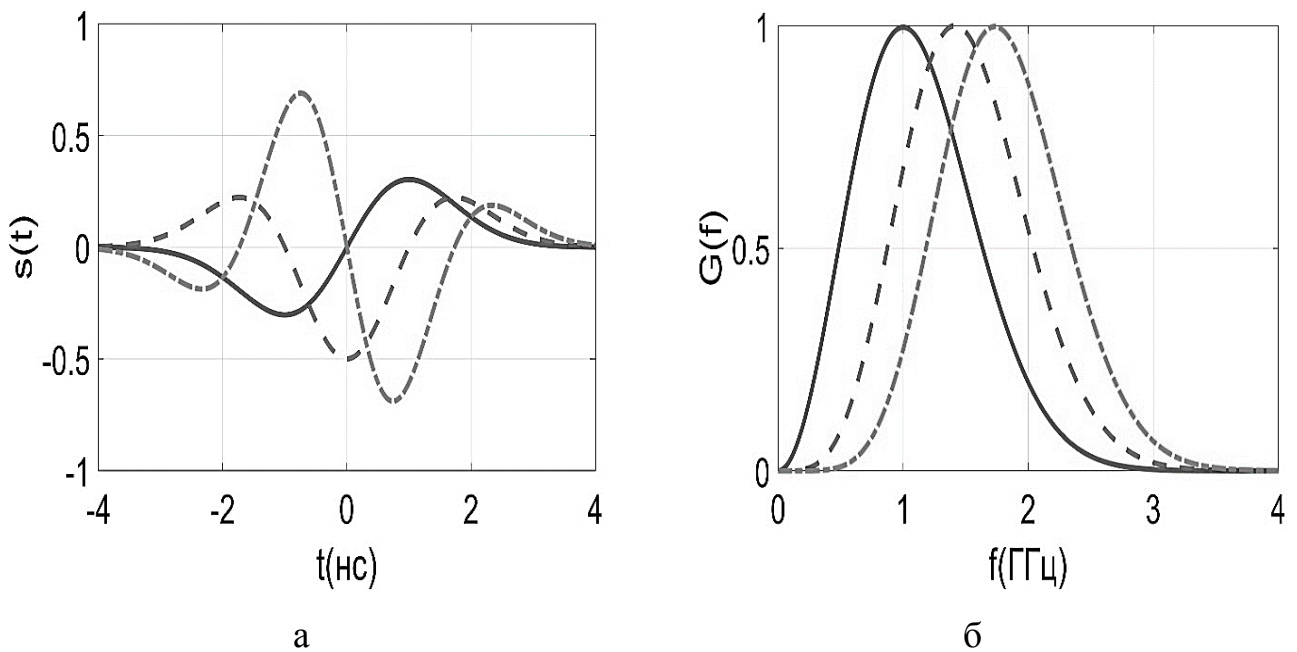


Рисунок 1.1.4 Формы и спектральные плотности СШПС

В данном случае порядок производной определяет форму импульса. Чтобы получить гауссов импульс нужной формы, необходимо продифференцировать соответствующее число раз функцию (1.1.3) или воспользоваться (1.1.11), включающей полином гауссовой функции.

В работе [63-64] предлагается использовать импульсы Эрмита в качестве СШПС, которые основаны на полиномах Эрмита и можно представить в виде

$$s(t) = A_0 \exp\left(-\frac{t^2}{4\theta^2}\right) n! \sum_{i=0}^{n/2} \left(-\frac{1}{2}\right)^i \frac{(t/\theta)^{n-2i}}{(n-2i)! i!}, \quad (1.1.12)$$

где θ – масштабирующий множитель, n – натуральное число. На рисунке 1.1.5 показана форма СШПС, который основан на полиномах Эрмита при $\theta=1$ и $A_0=1$ для случаев $n=1$ (сплошная кривая), $n=2$ (штрих-пунктирная кривая) и $n=3$ (штриховая кривая).

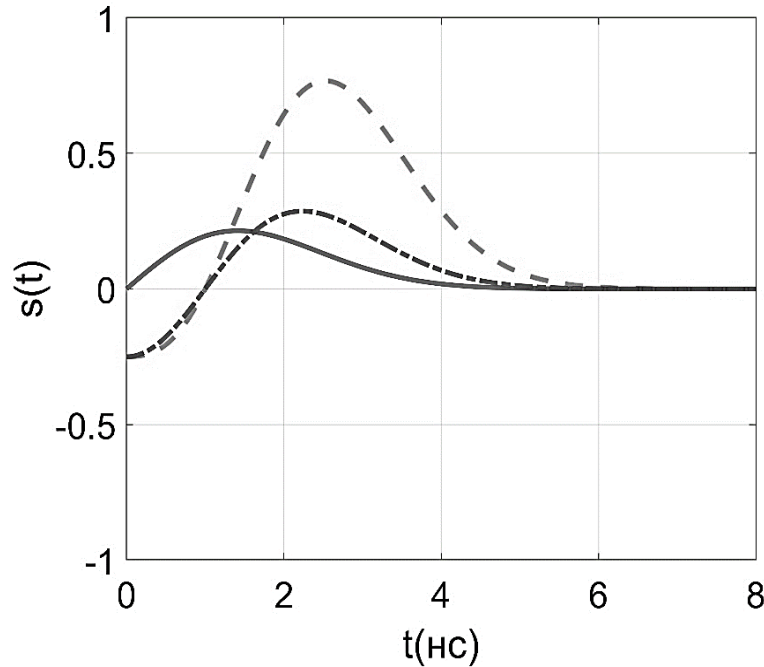


Рисунок 1.1.5 Форма сигнала вида импульсы Эрмита

Достаточно важным типом СШПКРС являются импульсы с заполнением гармоническим колебанием [63]. Они имеют огибающую гауссовой формы (1.1.3) и содержат несколько периодов радиочастотного колебания. Форма данного сигнала (рисунок 1.1.6.а) имеет следующий вид

$$s(t) = A \sin(2\pi f_0 t) \exp(-t^2/2\tau^2), \quad (1.1.13)$$

где f_0 – частота заполнения радиоимпульса. На рисунке 1.1.6 принято: $f_0 = 0.5 \Gamma T\text{ц}$, $\tau = 1 \text{ нс}$, $A = 1$.

Спектральную плотность сигнала (рисунок 1.1.6.б) представим в виде

$$G_s(f) = \exp[-4\pi^2\tau^2(f - f_0)^2]. \quad (1.1.14)$$

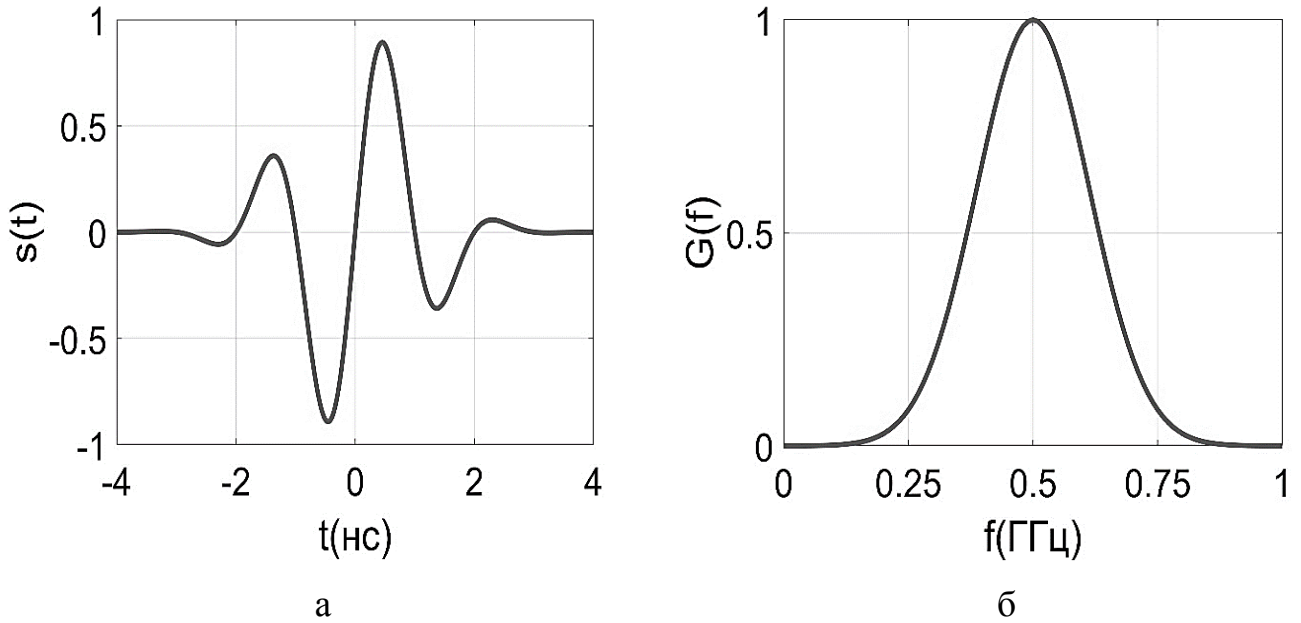


Рисунок 1.1.6 Форма и спектральная плотность сигнала вида импульсы с заполнением гармоническим колебанием

В [28] считается, что при возбуждении широкополосной антенны весьма коротким импульсом в пространство излучается колебание вида

$$s(t) = A \left\{ \exp(-\alpha t) - \exp(-[\alpha + \beta]t) \right\} \begin{cases} \sin \\ \cos \end{cases} \omega_0 t, t \geq 0, \quad (1.1.15)$$

или

$$s(t) = A \exp(-\alpha t) [1 - \exp(-\beta t)] \begin{cases} \sin \\ \cos \end{cases} \omega_0 t, t \geq 0. \quad (1.1.16)$$

Представления (1.1.15), (1.1.16) учитывают характеристики огибающей и наиболее полно соответствуют реальным сигналам. Здесь α и β – постоянные затухания и нарастания огибающей, ω_0 – центральная частота полосы пропускания антенной системы. В таблице 1.1.1 приведены основные параметры СШПКРС (1.1.15) как в общем виде, так и при условии $\alpha = \beta = 1$.

Таблица 1.1.1

Параметр СШПКРС

Параметр	$\alpha \neq \beta$	$\alpha = \beta = a$
1. Максимум огибающей: $t_{\max}, U_{\max}$	$-(1/\beta) \ln(\alpha / (\alpha + \beta))$ $[(A\beta)/\alpha + \beta][\alpha / \alpha + \beta]^{\alpha/\beta}$	$\cong 0,7a$ $A/4a$
2. Энергия, E	$(A\beta)^2 / [2\alpha(\alpha + \beta)(2\alpha + \beta)]$	$A^2 / 12a$
3. Эффективная длительность T^2	$\frac{(2\alpha + \beta)^3 [(\alpha + \beta)^3 + \alpha^3] - 16\alpha^3(\alpha + \beta)^3}{2\alpha^2\beta^2(2\alpha + \beta)^2(\alpha + \beta)^2}$	$\cong 6,25 / a^2$
4. Спектр, $S(j\omega)$	$\frac{1}{a + j\omega} - \frac{1}{\alpha + \beta + j\omega}$	$\frac{1}{a + j\omega} - \frac{1}{2a + j\omega}$
5. Корреляци- онная функция огибающей, нормированная по энергии $R_s(\lambda)$	$\frac{\alpha + \beta}{\beta} \exp(-\alpha\lambda) - \frac{\alpha}{\beta} \exp[-(\alpha + \beta)\lambda]$	$2 \exp(-a\tau)$ $-\exp(-2a\tau)$

1.2 Мультиполосные модели

Рассмотрим мультиполосные модели СШПС. Согласно [66], возьмем N одинаковых простых вещественных квазифинитных моделей $s_{0k}(t)$ и выбираем $N \leq 10$

$$s(t) = A_0 \sum_{k=1}^N s_{0k}(t). \quad (1.2.1)$$

Средние частоты функции спектральной плотности одномерного преобразования Фурье двух соседних моделей должны отличаться на небольшую величину δf . В качестве примера рассмотрим сигнал $s(t)$, задаваемый соотношением

$$s(t) = A_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \sum_{k=1}^N \cos\{2\pi t [f_0 + (k-1)\delta f]\}. \quad (1.2.2)$$

Для величины η_0 (1.1.1) имеем: $\eta_0 = 2 / \left[1 + \frac{2f_0}{(N-1)\delta f} \right]$.

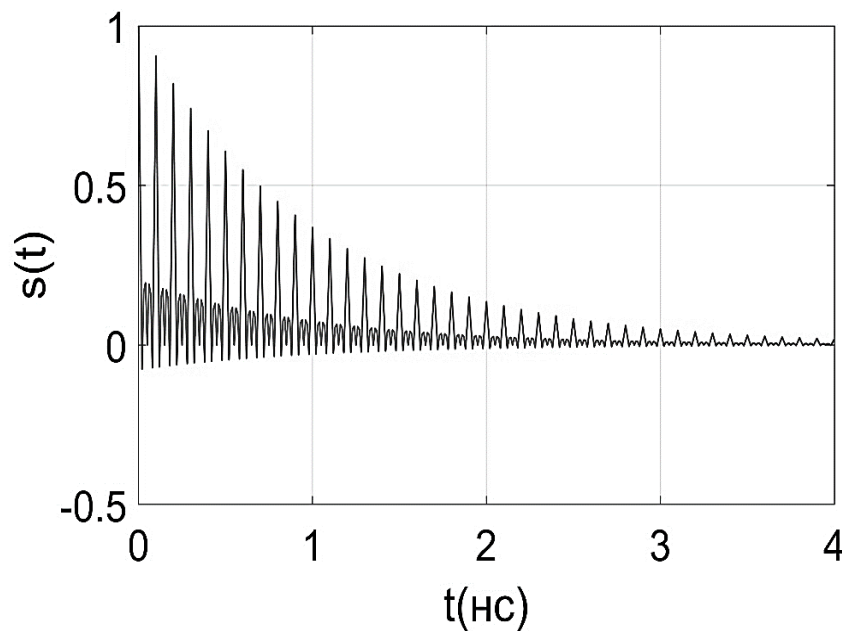


Рисунок 1.2.1 Форма мультиполосных моделей СШПС

Форма сигнала (1.2.2) показана на рисунке 1.2.1 при $f_0 = 1 ГГц$, $\tau = 1 нс$, $\delta f = 10 Гц$ и $N = 4$.

Эти модели обладают преимуществами, среди которых является возможность регулировки показателя широкополосности через выбор подходящих параметров N , f_0 и δf , а также достаточный выбор исходных моделей $s_0(t)$.

1.3 Фрактальные сверхширокополосные сигналы

Рассмотрим модель фрактального СШПС, описанную с использованием комплексной функции Римана-Вейерштрасса, которая может быть выражена следующим образом

$$s(t) = \frac{2}{\pi^\beta} \sum_{n=1}^{\infty} n^{-2\beta} \sin(2\pi n^2 t) \Theta(t), \quad (1.3.1)$$

где $\beta > 0.5$. Форма этой модели показана на рисунке 1.3.1, когда $\beta = 1$.

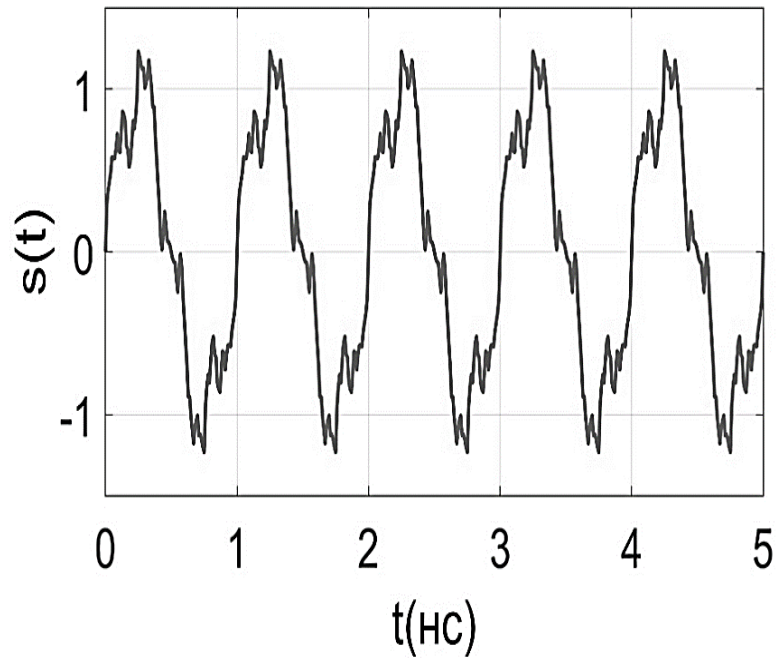


Рисунок 1.3.1 Форма фрактального СШПС

Фрактальные СШПС сочетают в себе достоинства стандартных СШПС и фрактальных сигналов. Например, одно из преимуществ фрактальных СШПС заключается в их способности к самокоррекции сигнала, что позволяет передавать информацию даже при высоком уровне шума.

1.4 Последовательности сверхширокополосных сигналов

В современных радиоэлектронных системах широко применяются последовательности СШПС. Данная последовательность формируется из совокупности СШПС, расположенных на некотором конечном интервале времени [28].

Простейшую последовательность СШПС можно записать в виде

$$s_N(t, \lambda_0, \theta_0) = \sum_{k=0}^{N-1} s[t - \lambda_0 - (k - \mu)\theta_0], \quad (1.4.1)$$

где λ_0 – время прихода, θ_0 – период повторения, μ определяет точку последовательности, с которой связано её λ_0 . Функция $s(t)$ описывает форму одного СШПС последовательности.

Спектр последовательности СШПС (1.4.1) при $\mu = \lambda_0 = 0$ можно представить в виде

$$S_N(j\omega) = S(j\omega) \sum_{k=0}^{N-1} \exp(-jk\omega\theta) = S(j\omega) \frac{e^{j\omega\theta} - e^{-j\omega\theta(N-1)}}{e^{j\omega\theta} - 1}.$$

Здесь $S(j\omega)$ – спектр одиночного СШПС.

На рисунках 1.4.1.а и 1.4.1.б представлены форма последовательности гауссовских импульсов и ее спектральная плотность (одиночный определяется как (1.1.3)), на рисунках 1.4.2.а и 1.4.2.б – последовательность СШПС вида импульсов с заполнением гармоническим колебанием (одиночный определяется как (1.1.13)). Количество импульсов в последовательностях $N = 10$.

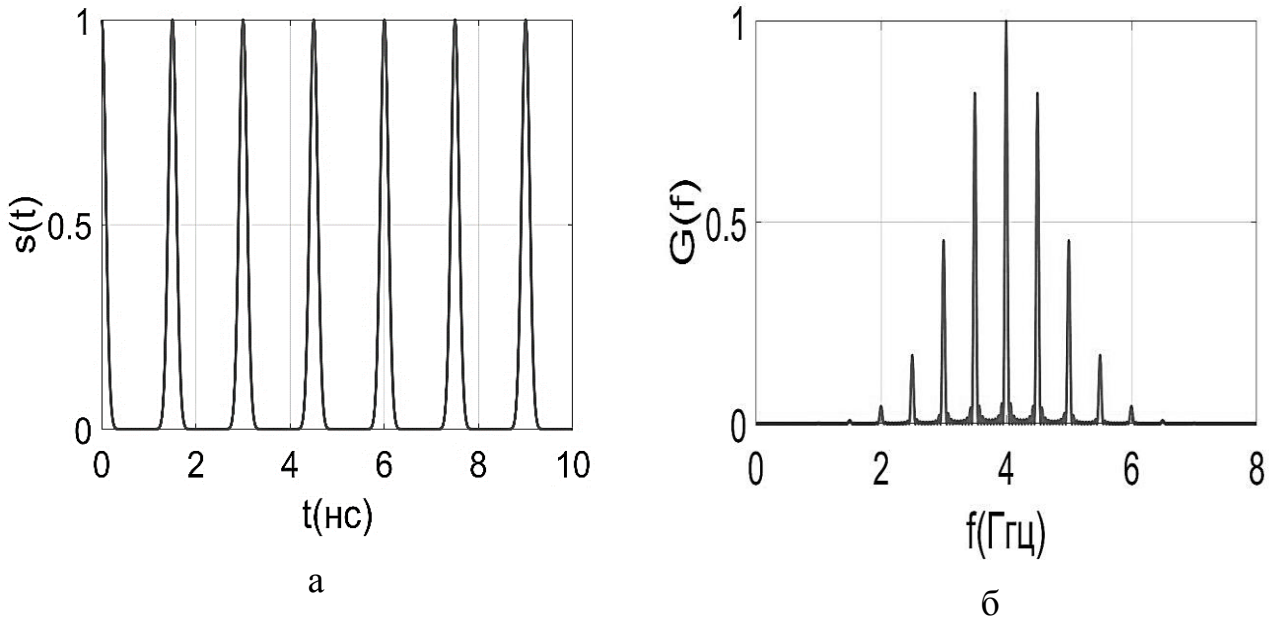


Рисунок 1.4.1

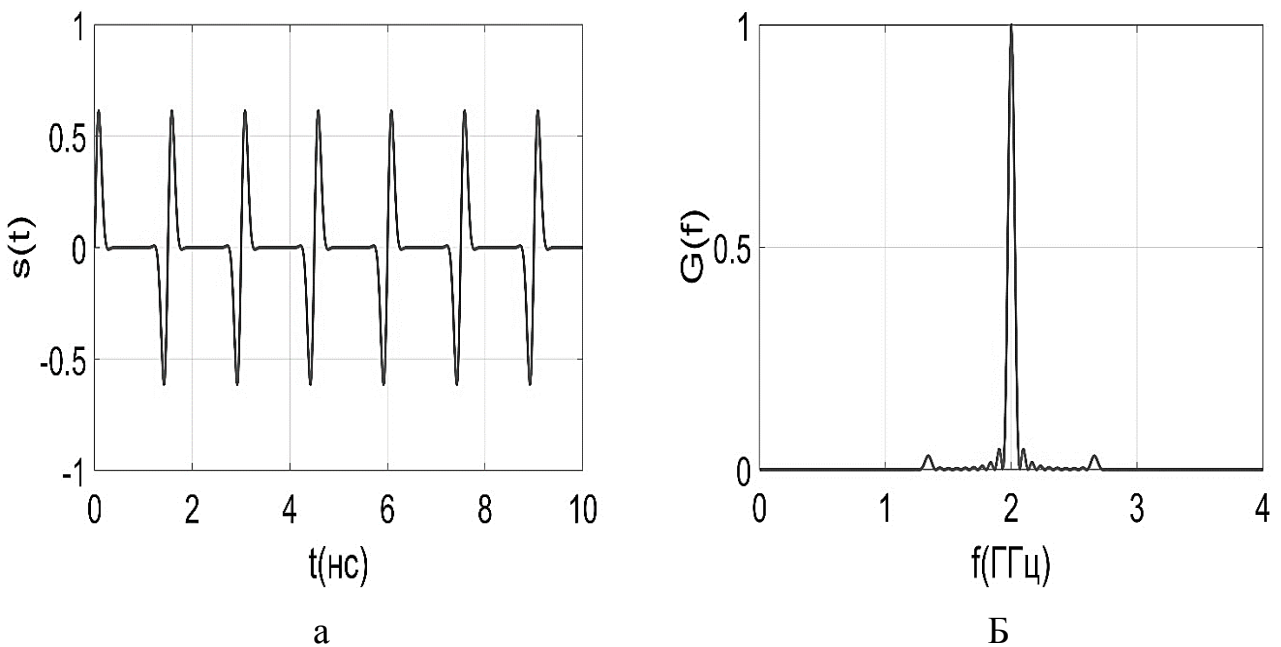


Рисунок 1.4.2

Обычно идеализированная последовательность (1.4.1) на практике встречается довольно редко. Реалистичная же последовательность, помимо описанных выше параметров, может включать в себя и другие неизвестные параметры. Рассмотрим

последовательность СШПС с неизвестной, но одинаковой для всех импульсов, которая является медленно флуктуирующей

$$s_N(t, \lambda_0, \theta_0, a) = a \sum_{k=0}^{N-1} f[t - \lambda_0 - (k - \mu)\theta_0]. \quad (1.4.2)$$

Более сложный СШПС, когда у каждого импульса последовательности своя амплитуда и она неизвестна

$$s_N(t, \lambda_0, \theta_0, a) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k f[t - \lambda_0 - (k - \mu)\theta_0]. \quad (1.4.3)$$

Существуют последовательности СШПС хотя и медленно флуктуирующие, но каждый импульс которых зависит от вектора неизвестных параметров.

Рассмотрим случай, при котором все импульсы последовательности имеют одинаковые значения неизвестных параметров, такая последовательность будет аналогично (1.4.2) медленно флуктуирующей («когерентной»). Эту последовательность можно представить следующим

$$s_N(t, \lambda_0, \theta_0, l_0) = \sum_{k=0}^{N-1} f[t_0 - (k - \mu)\theta_0 - \lambda_0, l_0]. \quad (1.4.4)$$

Здесь $l = \|l_1 \dots l_p\|$ – вектор неизвестных параметров

Если импульсы последовательности имеют различные неизвестные параметры l , но эти параметры остаются постоянными в пределах импульса, то аналогично (1.4.3) получим быстро флуктуирующую («некогерентную») последовательность

$$s_N(t, \lambda_0, \theta_0, L_0) = \sum_{k=0}^{N-1} f[t_0 - (k - \mu)\theta_0 - \lambda_0, l_{0k}], \quad (1.4.5)$$

где $L = \|l_0, l_1 \dots l_{N-1}\|$ – блочный (составной) вектор неизвестных параметров, объединяющий все неизвестные параметры последовательности.

Очевидно, что последовательности (1.4.1) – (1.4.5) имеют одинаковое расстояние между импульсами. Однако существуют более сложные последовательности, у которых различное расстояние между импульсами.

1.5 Стохастические сверхширокополосные сигналы

Рассмотрим теперь стохастические СШПС. Одиночный стохастический сигнал можно представить в виде случайного процесса (СП) $\xi(t)$ [37]

$$s(t) = \xi(t), \quad t \in T. \quad (1.5.1)$$

В качестве данных сигналов рассмотрим стационарные гауссовские стохастические сигналы, которые имеют математическое ожидание и корреляционную функцию соответственно

$$a(t) = a, B(t_1, t_2) = B(t_1 - t_2) = B(t_2 - t_1)$$

при всех $t, t_1, t_2 \in T = [0, T]$.

Важной характеристикой этого сигнала является спектральная плотность. Находим спектр сигнала на интервале $[0, T]$ в виде

$$Z_T = \int_0^T \exp(-j\omega t) [\xi(t) - a] d(t), \quad (1.5.2)$$

тогда спектральная плотность определяется как

$$G(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \langle |Z_T(\omega)|^2 \rangle. \quad (1.5.3)$$

Введенная спектральная плотность связана с корреляционной функцией

$$G(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-j\omega \Delta) B(\Delta) d(\Delta). \quad (1.5.4)$$

В свою очередь корреляционная функция выражается через спектральную плотность

$$B(t_2 - t_1) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-j\omega(t_2 - t_1)] G(\omega) d(\omega) / 2\pi. \quad (1.5.5)$$

Помимо рассмотренного одиночного стохастического СШПС, на практике могут встречаться последовательности стохастических СШПС, в качестве примера которых рассмотрим сигнал, представленный в виде

$$s(t, \theta_0) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k [1 + \kappa_k \xi_{0k}(t)] I[(t - k\theta)/\tau]. \quad (1.5.6)$$

Здесь θ – период повторения, a_k и τ – амплитуда и длительность k -го импульса, $\xi_{0k}(t)$ – СШП СП, причем $\langle \xi_{0k}(t) \rangle = 0$, $\langle \xi_{0k}(t) \xi_{0k}(t + \lambda) \rangle = K_{0k}(\lambda)$, $K_{0k}(0) = 1$, κ_k – коэффициент модуляции. Тогда можем переписать (1.5.8) как

$$s(t, \theta) = \sum_{k=0}^{N-1} \xi_k(t) I[(t - k\theta)/\tau]. \quad (1.5.7)$$

Здесь $\xi_{0k}(t)$ – стохастический СШПС и $I(x) = \begin{cases} 1, & |x| < 1/2 \\ 0, & |x| \geq 1/2 \end{cases}$.

Предположим, что в (1.5.7) модуляция осуществляется видео стохастическими СШПС. Тогда $\xi_k(t)$ имеют следующие свойства:

$$\langle \xi_k(t) \rangle = a_k,$$

$$K_k(\lambda) = \langle \xi_k(t) \xi_k(t + \lambda) \rangle - a_k^2.$$

Среднее значение и корреляционную функцию последовательности (1.5.7) можно представить в виде

$$s(t, \theta_0) = \langle s(t, \theta) \rangle = \sum_{k=0}^{N-1} a_k I[(t - k\theta)/\tau], \quad (1.5.8)$$

$$\begin{aligned} K_s(t_1, t_2, \theta) &= \langle [s(t_1, \theta) - a_s(t_1, \theta)] [s(t_2, \theta) - a_s(t_2, \theta)] \rangle = \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} I[(t_1 - k\theta)/\tau] I[(t_2 - k\theta)/\tau] K_k(t_1 - t_2). \end{aligned} \quad (1.5.9)$$

Рассмотрим другой случай, когда в (1.5.7) модуляция осуществляется радио стохастическими СШПС. Тогда $\xi_k(t)$ имеют следующие свойства:

$$\langle \xi_k(t) \rangle = 0, \langle \xi_k(t) \xi_k(t + \lambda) \rangle = K_k(\lambda).$$

Найдем среднее значение и корреляционную функцию последовательности (1.5.7)

$$a(t_1, \theta) \langle s(t, \theta) \rangle = 0, \quad (1.5.10)$$

$$\begin{aligned}
K_s(t_1, t_2, \theta) &= \langle s(t_1, \theta) s(t_2, \theta) \rangle = \\
&= \sum_{k=0}^{N-1} I[(t_1 - k\theta)/\tau] I[(t_2 - k\theta)/\tau] K_k(t_1 - t_2) .
\end{aligned}
\tag{1.5.11}$$

Вывод к главе 1

Рассмотрены классификации, модели СШПС и их энергетические спектры. В частности, подробно описываются модели: модель одиночного СШПС, мультиполосные модели СШПС, модели фрактальных СШПС, модели последовательностей СШПС и стохастических СШПС.

ГЛАВА 2 ОБНАРУЖЕНИЕ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ С НЕИЗВЕСТНЫМИ МОМЕНТАМИ ПОЯВЛЕНИЯ И ИСЧЕЗНОВЕНИЯ НА ФОНЕ ПОМЕХ И ГАУССОВСКОГО БЕЛОГО ШУМА

2.1 Обнаружение одиночного сверхширокополосного сигнала с неизвестным моментом появления

2.1.1 Квазиправдоподобный алгоритм обнаружения одиночного сверхширокополосного сигнала с неизвестным моментом появления

При приеме СШПС могут присутствовать как преднамеренные помехи, так и непреднамеренные помехи [19, 21, 50, 73], а также некоторые параметры сигналов и помех могут быть неизвестны, из-за априорной неопределенности о характеристиках сигналов и помех, а также в условиях сложной сигнально – помеховой обстановки, эффективность обнаружения может значительно снизиться. В связи с этим, рассмотрим задачу обнаружения СШПС с неизвестным моментом появления, принимаемых на фоне помех и ГБШ.

Представим модель одиночного СШПС в виде

$$s(t, \theta_{01}, \theta_{02}) = \begin{cases} f(t), & \theta_{01} \leq t \leq \theta_{02}, \\ 0, & t < \theta_{01}, t > \theta_{02}. \end{cases} \quad (2.1.1.1)$$

Здесь $f(t)$ – форма СШПС со спектром $S(j\omega)$, θ_{01} и θ_{02} – соответственно моменты его появления и исчезновения, которые могут принимать значения из априорных интервалов

$$\theta_{01} \in [\theta_{1\min}, \theta_{1\max}], \theta_{02} \in [\theta_{2\min}, \theta_{2\max}]. \quad (2.1.1.2)$$

Предположим, что на приемной стороне неизвестна форма сигнала $f(t)$, момент появления θ_{01} , а момент исчезновения сигнала θ_{02} считаем априори известным.

Считаем, что $f(\theta_{0i}) \neq 0$, $i=1,2$, а интервал наблюдения $[0, T]$ удовлетворяет условию $0 \leq \theta_{1\min} \leq \theta_{2\max} \leq T$, так что сигнал (2.1.1.1) полностью размещается в этом интервале.

В качестве модели внешней помехи используем ГУП $\xi(t)$ с нулевым средним и корреляционной функцией $B_\xi(\tau) = \langle \xi(t) \xi(t+\tau) \rangle$ [38, 48, 51], а спектральную плотность мощности помехи запишем как

$$G_\xi(\omega) = \frac{\gamma}{2} \left[I \left(\frac{\omega_0 - \omega}{\Omega_\xi} \right) + I \left(\frac{\omega_0 + \omega}{\Omega_\xi} \right) \right], \quad (2.1.1.3)$$

где ω_0 – центральная частота, Ω_ξ – эквивалентная полоса частот ГУП, γ – величина спектральной плотности мощности ГУП (интенсивность), $I(x) = \begin{cases} 1, & |x| < 1/2 \\ 0, & |x| > 1/2 \end{cases}$.

Пусть на интервале времени $[0, T]$ в случае наличия сигнала (гипотеза H_1) наблюдается реализация

$$x(t) = s(t, \theta_{01}, \theta_{02}) + n(t) + \xi(t),$$

а в случае отсутствия сигнала (гипотеза H_0)

$$x(t) = n(t) + \xi(t).$$

Здесь $n(t)$ – реализация ГБШ с односторонней спектральной плотностью N_0 .

Для синтеза приёмного устройства при известных моменте появления и форме сигнала используем метод максимального правдоподобия (МП) [1, 22, 25, 26]. Приёмник МП должен формировать случайную величину (СВ)

$$L_0 = L(\theta_{01}) \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} h, \quad (2.1.1.4)$$

$$L(\theta_1) = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_{02}} [x(t) - f(t)/2] f(t) dt \quad (2.1.1.5)$$

– логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОП) [9,35,36].

При использовании квадиправдоподобного (КП) алгоритма обнаружения [39, 42] для преодоления априорной неопределенности относительно момента появления и формы сигнала (2.1.1.1), приемник должен формировать и сравнивать с порогом логарифм ФОП для некоторых ожидаемых моментов появления θ_1^* из области (2.1.1.2) и формы сигнала $g(t)$

$$L^* = L^*(\theta_1^*) \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} h, \quad (2.1.1.6)$$

$$L^*(\theta_1) = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_{02}} [x(t) - g(t)/2] g(t) dt. \quad (2.1.1.7)$$

Поскольку L^* (2.1.1.6) является гауссовской СВ, для вероятностей ошибки 1-го рода (ложной тревоги) α и ошибки 2-го рода (пропуска сигнала) β можно записать [31, 32]

$$\alpha = P(L^* > h | H_0) = 1 - \Phi[(h - s_0)/D_0] = 1 - P_0(h), \quad (2.1.1.8)$$

$$\beta = P(L^* < h | H_1) = \Phi[(h - s_1)/D_1] = P_1(h).$$

Здесь

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp(-\frac{t^2}{2}) dt \quad (2.1.1.9)$$

– интеграл вероятности, а

$$s_i = \langle L^* | H_i \rangle, D_i^2 = \langle (L^* - m_i)^2 | H_i \rangle \quad (2.1.1.10)$$

– математическое ожидание и дисперсия СВ (2.1.1.6), когда верна гипотеза H_i ($i=0,1$).

На рисунке 2.1.1.1 показана структурная схема КП алгоритма обнаружения (2.1.1.6). Из принятой реализации вычитается половина ожидаемого сигнала, затем

разность усножается на принятый сигнал и $2/N_0$. Результат перемножения через ключ К поступает на интегратор И. Ключо обеспечивает интегрирования на заданном интервале времени $[\theta_1^*, \theta_{02}]$. Интегратор совместно с ключом принято называть коммулируемым интегратором КИ, с выхода которого сигнал подаётся на решающее устройство РУ (устройство сравнения с порогом). Решение принимается на основе мгновенного значения сигнала на входе РУ в момент времени $t = \theta_{02}$.

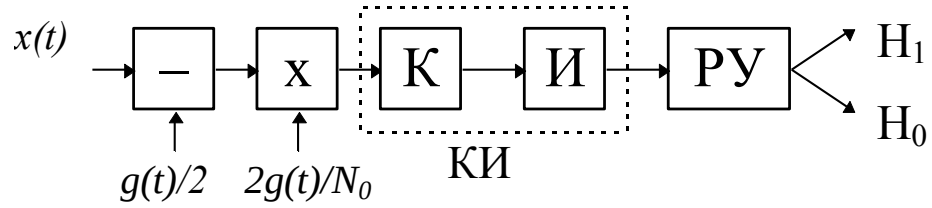


Рисунок 2.1.1.1

Для определения свойств КП обнаружителя исследуем статистические характеристики СВ (2.1.1.6). В случае отсутствия ГУП запишем (2.1.1.10) в виде

$$D = \langle (L^* - s_0)^2 \rangle = \langle (L^* - s_1)^2 \rangle = z_g^2, \quad (2.1.1.11)$$

$$s_0 = \langle L^* | H_0 \rangle = -z_g^2/2, \quad s_1 = \langle L^* | H_1 \rangle = Z_{fg} - z_g^2/2, \quad (2.1.1.12)$$

где

$$Z_{fg} = \frac{2}{N_0} \int_{\max(\theta_{01}, \theta_1^*)}^{\theta_{02}} g(t) f(t) dt, \quad (2.1.1.13)$$

$$z_g^2 = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1^*}^{\theta_{02}} g^2(t) dt. \quad (2.1.1.14)$$

Из (2.1.1.11), (2.1.1.12) находим отношение сигнал-шум (ОСШ) на выходе приемника при отсутствии ГУП

$$z^2 = \frac{(Z_{fg} - z_g^2/2)^2}{z_g^2}. \quad (2.1.1.15)$$

При присутствии ГУП запишем (2.1.1.10) как

$$s_0 = \langle L | H_0 \rangle = -z_g^2/2, s_1 = \langle L | H_1 \rangle = Z_{fg} - z_g^2/2, \quad (2.1.1.16)$$

$$D = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1^*}^{\theta_{02}} g^2(t) dt + \frac{4}{N_0^2} \int_{\theta_1^*}^{\theta_{02}} \int_{\theta_1^*}^{\theta_{02}} \langle \xi(t_1) \xi(t_2) \rangle g(t_1) g(t_2) dt_1 dt_2 = z_g^2 + \sigma_\xi^2, \quad (2.1.1.17)$$

где

$$\sigma_\xi^2 = \frac{4}{N_0^2} \int_{\theta_1^*}^{\theta_{02}} \int_{\theta_1^*}^{\theta_{02}} B_\xi(t_2 - t_1) g(t_1) g(t_2) dt_1 dt_2 \quad (2.1.1.18)$$

– составляющая дисперсии СВ (2.1.1.6), обусловленная действием ГУП.

Из (2.1.1.16), (2.1.1.17) находим ОСШ на выходе приемника при воздействии ГУП

$$z_\xi^2 = \frac{(Z_{fg} - z_g^2/2)^2}{z_g^2 + \sigma_\xi^2} = \frac{z^2}{\chi}. \quad (2.1.1.19)$$

Здесь коэффициент

$$\chi = \frac{z^2}{z_\xi^2} = 1 + \frac{\sigma_\xi^2}{z_g^2} \quad (2.1.1.20)$$

показывает проигрыш в ОСШ вследствие воздействия ГУП.

Подставляя (2.1.1.14) и (2.1.1.18) в (2.1.1.20) запишем коэффициент χ в виде

$$\chi = 1 + \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1^*}^{\theta_{02}} \int_{\theta_1^*}^{\theta_{02}} B_\xi(t_2 - t_1) g(t_1) g(t_2) dt_1 dt_2 \Big/ \int_{\theta_1^*}^{\theta_{02}} g^2(t) dt. \quad (2.1.1.21)$$

В свою очередь выразим в корреляционные функции ГУП через спектральные плотности

$$B_\xi(t_2 - t_1) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_\xi(\omega) \exp[j\omega(t_2 - t_1)] d\omega. \quad (2.1.1.22)$$

Полагаем, что спектры СШПС и ГУП перекрываются, используя спектральное представление, представим (2.1.1.21) как

$$\chi = 1 + \frac{\frac{\gamma}{N_0} \int_{\omega_0 - \Omega_\xi/2}^{\omega_0 + \Omega_\xi/2} |G(j\omega)|^2 d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} |G(j\omega)|^2 d\omega}. \quad (2.1.1.23)$$

Здесь

$$\varepsilon = \frac{\int_{\omega_0 - \Omega_\xi/2}^{\omega_0 + \Omega_\xi/2} |G(j\omega)|^2 d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} |G(j\omega)|^2 d\omega}, \quad (2.1.1.24)$$

$$q = \frac{\gamma}{N_0}, \quad (2.1.1.25)$$

где q – отношение помеха-шум, ε – относительная доля энергии СШПС в полосе частот, пораженной помехой, причем, если опорный и принимаемый сигналы полностью совпадают, то $G(j\omega) = S(j\omega)$.

Подставляя (2.1.1.24), (2.1.1.25) в (2.1.1.23), находим

$$\chi = 1 + \varepsilon q. \quad (2.1.1.26)$$

Таким образом, можем представить выражения для вероятностей ошибок обнаружения (вероятности ложной тревоги и пропуска сигнала) как

$$\alpha = P\{L^* > h | H_0\} = 1 - \Phi(h/z_g \sqrt{\chi} + z_g/2\sqrt{\chi}), \quad (2.1.1.27)$$

$$\beta(\theta_{01}) = P\{L^* < h | H_1\} = \Phi\left[(h - Z_{fg} + z_g^2/2)/(z_g \sqrt{\chi})\right]. \quad (2.1.1.28)$$

Вероятность пропуска сигнала (2.1.1.28) при фиксированной вероятности ложной тревоги (2.1.1.27) запишем в виде

$$\beta(\theta_{01}) = \Phi\left(\text{arc}\Phi(1-\alpha) + (s_0 - s_1)/\sqrt{D}\right) = \Phi\left[\text{arc}\Phi(1-\alpha) - Z_{fg}/(z_g \sqrt{\chi})\right]. \quad (2.1.1.29)$$

Если известны априорные вероятности гипотез $p_i = P(H_i)$, $i=0,1$, то качество обнаружения можно характеризовать условной средней вероятностью ошибки [9, 12, 36]

$$P(\theta_{01}) = p_0\alpha + p_1\beta(\theta_{01}). \quad (2.1.1.30)$$

Здесь термин «условная» означает, что вероятность ошибки зависит от истинного значения неизвестного параметра (в данном случае момента появления). Вместе с тем момент появления на приёмной стороне можно считать случайной величиной и характеризовать априорной плотностью вероятности $W_{pr}(\theta_1)$. Если эта плотность известна, то можно ввести в рассмотрение безусловную среднюю вероятность ошибки

$$P = p_0\alpha + p_1 \int_{\theta_{1\min}}^{\theta_{2\max}} \beta(\theta_1) W_{pr}(\theta_1) d\theta_1, \quad (2.1.1.31)$$

которая не зависит от неизвестного параметра и характеризует алгоритм обнаружения в среднем для всех возможных его значений.

В качестве примера рассмотрим модель СШПС типа приподнятого косинуса, которая используется в соответствии со стандартом IEEE 802.15.4 [75] для СШП систем связи

$$f(t) = \frac{A4b}{\pi\sqrt{T}} \frac{\cos[\pi(1+b)t/T] + \frac{\sin[\pi(1-b)t/T]}{4bt/T}}{1 - [4bt/T]^2}. \quad (2.1.1.32)$$

где $b = 0.5$ – коэффициент сглаживания.

Для обнаружения СШПС с неизвестным МПИ перепишем (2.1.1.32) в виде

$$f(t) = \frac{A4b}{\pi\sqrt{T_{\max}}} \frac{\cos[\pi(1+b)(t-\theta)/T_{\max}] + \frac{\sin[\pi(1-b)(t-\theta)/T_{\max}]}{4b(t-\theta)/T_{\max}}}{1 - [4b(t-\theta)/T_{\max}]^2}. \quad (2.1.1.33)$$

Здесь θ – середина отрезка МПИ $[\theta_{1\max}, \theta_{2\min}]$, $\theta_{1\max} < \theta_{2\min}$. Для расчёта вероятностей ошибок выбранного примера необходимо задать априорные области (2.1.1.2) МПИ. Будем считать, что крайние точки априорных интервалов $\theta_{1\min}$ и $\theta_{2\max}$ в ходе расчёта остаются постоянными и найдём середину отрезка $[\theta_{1\min}, \theta_{2\max}]$:

$$\theta = \frac{(\theta_{1\min} + \theta_{2\max})}{2}. \quad (2.1.1.34)$$

Будем также считать, что максимальное значение момента появления $\theta_{1\max}$ и минимальное значение момента исчезновения $\theta_{2\min}$ находятся на одинаковом расстоянии от точки θ , то есть $\theta_{2\min} - \theta = \theta - \theta_{1\max}$. Это соответствует простому случаю равных размеров интервалов априорных значений МПИ. При этом сам размер априорных интервалов будем характеризовать величиной $k = T_{\max}/T_{\min}$, $T_{\max} = \theta_{2\max} - \theta_{1\min}$, $T_{\min} = \theta_{2\min} - \theta_{1\max}$. Тем самым при изменении k максимальная длительность сигнала остаётся неизменной, а минимальная длительность $T_{\min}$ может изменяться от нуля до величины $T_{\max}$.

Энергия сигнала (2.1.1.33) максимальной длительности

$$E_{\max} = \int_{\theta_{1\min}}^{\theta_{2\max}} f^2(t) dt = A^2,$$

что позволяет сравнивать эффективность обнаружения сигналов с одинаковыми энергиями.

Для анализа алгоритмов обработки СШПС будем здесь и далее полагать, что опорный и принимаемый сигналы совпадают ($f(t) = g(t)$). Тем самым мы получим потенциальные характеристики алгоритмов, поскольку различие между принятым и ожидаемым сигналами приводит к ухудшению качества приёма. Подставляя (2.1.1.33) в (2.1.1.13) и (2.1.1.14), находим

$$z_g^2 = z_m^2 \Delta(\lambda_1^*), Z_{fg} = z_m^2 \Delta[\min(\lambda_{01}, \lambda_1^*)], \quad (2.1.1.35)$$

$$\Delta(x) = \int_{-x}^{0.5} \left[\frac{2}{\pi} \frac{\cos(1.5\pi t) + \frac{\sin(0.5\pi t)}{2t}}{1 - (2t)^2} \right]^2 dt, \quad (2.1.1.36)$$

где обозначено $z_m^2 = 2A^2/N_0$ – ОСШ, $\lambda_{01} = (\theta - \theta_{01})/T_{\max}$ и $\lambda_1^* = (\theta - \theta_1^*)/T_{\max}$ – нормированное положение момента появления принятого и ожидаемого сигнала соответственно.

Характеристики КП обнаружителя сигнала при $k = 2.5$ показаны на рисунках 2.1.1.2-2.1.1.5. Сплошные, штриховые и штрих-пунктирные кривые на рисунках соответствуют положениям ожидаемого момента появления сигнала $\lambda_1^* = 0.2$, $\lambda_1^* = 0.313$ и $\lambda_1^* = 0.426$. Истинное значение нормированного момента появления сигнала при этом было выбрано равным $\lambda_{01} = 0.313$.

На рисунке 2.1.1.2 представлены зависимости вероятности пропуска сигнала (2.1.1.28) от ОСШ z_m при фиксированных значениях α (2.1.1.27) при $q = 10$ и $\varepsilon = 0.2$.

На рисунке 2.1.1.3 показаны зависимости условной средней вероятности ошибки КП обнаружения сигнала от ОСШ при $h = 0$ и $p_0 = 0.7$.

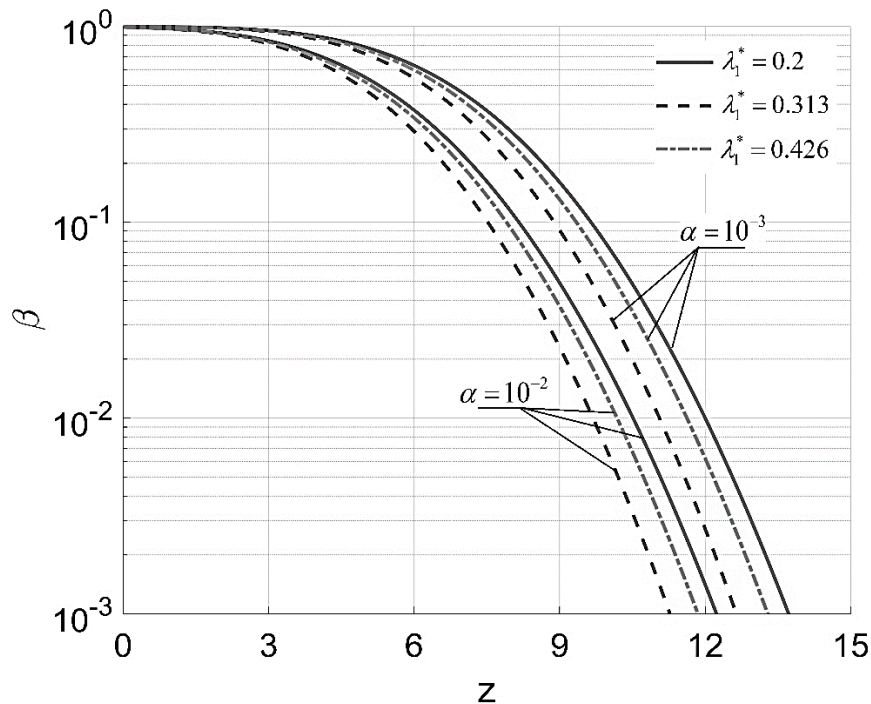


Рисунок 2.1.1.2 Зависимости вероятности пропуска сигнала от ОСШ

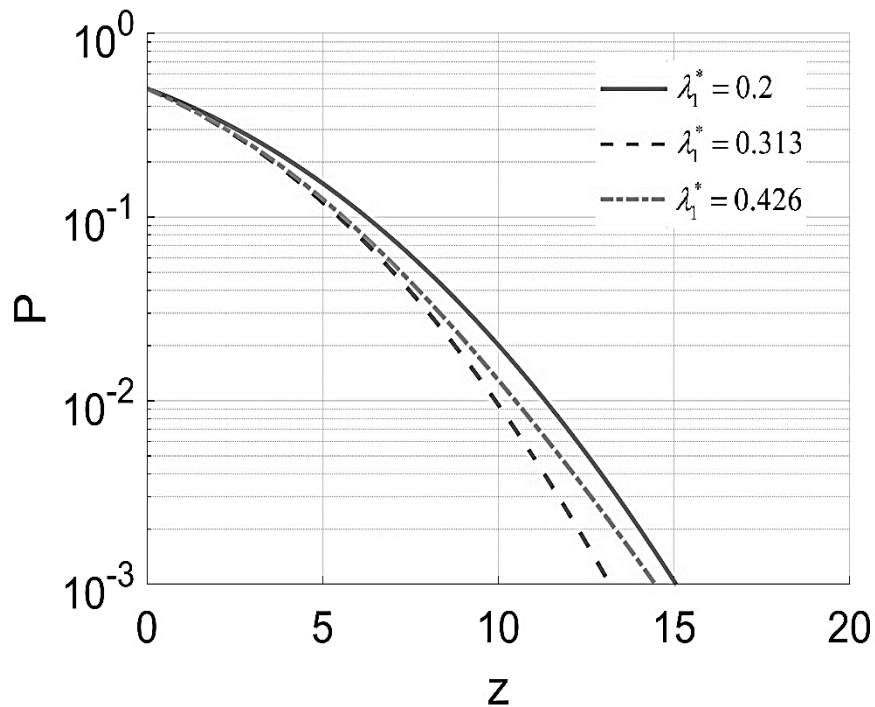


Рисунок 2.1.1.3 Зависимости условной средней вероятности ошибки КП обнаружения сигнала от ОСШ при $\varepsilon = 0.2$ и $q = 10$

Из анализа рисунков 2.1.1.2, 2.1.1.3 следует, что увеличение ОСШ и увеличение вероятности ложной тревоги приводит к существенному уменьшению вероятности пропуска сигнала; при этом также происходит уменьшение условной средней вероятности ошибки КП обнаружения сигнала. Кроме того, показано, что средняя вероятность ошибки КП обнаружителя минимальна при совпадающих истинных и ожидаемых моментах появления.

На рисунке 2.1.1.4 показаны зависимости условной средней вероятности ошибки КП обнаружения сигнала от ОПШ q при $z_m = 8$, $h = 0$, $p_0 = 0.7$ и от относительной доли энергии СШПС в полосе частот, пораженной помехой ε , на рисунке 2.1.1.5 соответственно.

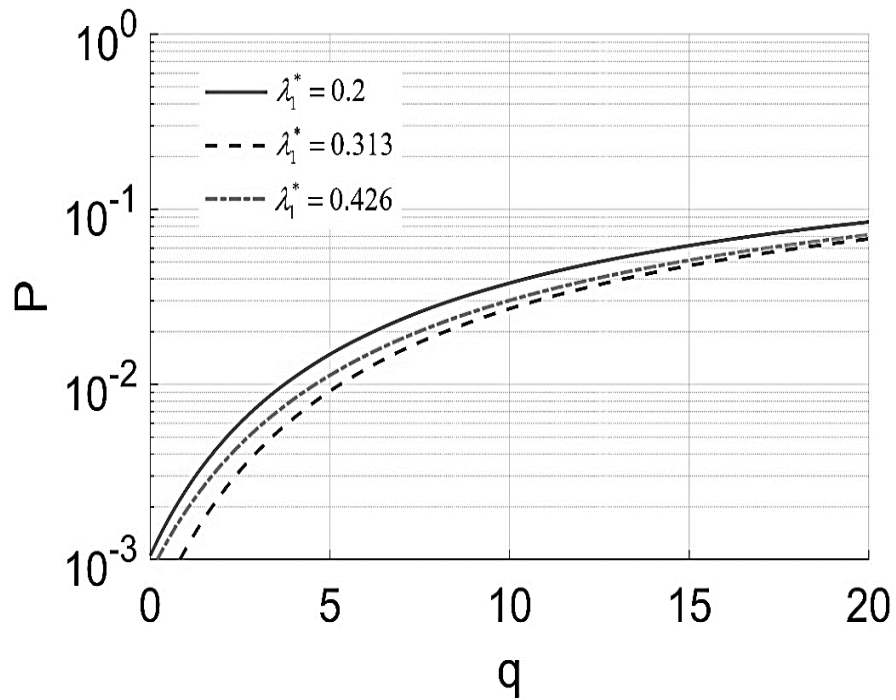


Рисунок 2.1.1.4 Зависимости условной средней вероятности ошибки КП обнаружения сигнала от ОПШ при $\varepsilon = 0.2$

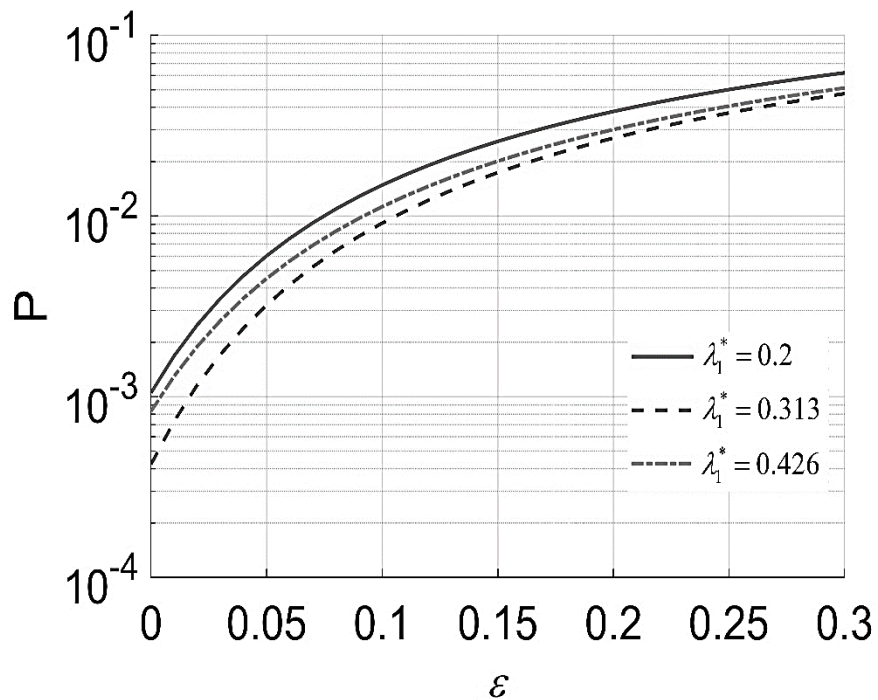


Рисунок 2.1.1.5 Зависимости условной средней вероятности ошибки КП обнаружения сигнала от относительной доли энергии СШПС в полосе частот, пораженной помехой, при $q = 10$

Из рисунков 2.1.1.4, 2.1.1.5 следует, что уменьшение ОПШ и величины относительной доли энергии СШПС в полосе частот, пораженной помехой, приводит к уменьшению условной средней вероятности ошибки КП обнаружения сигнала. Так, при $\varepsilon = 0.2$ и $q = 5$ вероятность ошибки КП обнаружения в 10 раз больше по сравнению с вероятностью ошибки КП обнаружения при отсутствии помех, а при $\varepsilon = 0.2$ и $q = 10$ – в 12 раз выше.

Следовательно, как и следовало ожидать, незнание моментов появления сигнала приводит к проигрышу КП алгоритма обнаружения (2.1.1.6) по сравнению с алгоритмом (2.1.1.4).

2.1.2 Способ адаптации приёмного устройства по неизвестному моменту появления

Как известно, для снижения вероятностей ошибок обнаружения можно вместо неизвестных параметров использовать при формировании решающей статистики их какие-либо оценки, например оценки максимального правдоподобия. Однако в нашем случае при неизвестной форме сигнала можно воспользоваться лишь КП оценкой момента появления. В литературе такой способ преодоления априорного незнания неизвестного параметра называют также адаптацией приёмного устройства по неизвестному параметру [35, 36], в частности по моменту появления. В этом случае приемник должен формировать процесс вида

$$L^*(\theta_1) = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} [x(t) - g(t)/2] g(t) dt \quad (2.1.2.1)$$

для всех возможных моментов появления из области (2.1.1.2), определять величину максимума этого случайного процесса (2.1.2.1)

$$L_g = \sup L^*(\theta_1) \quad (2.1.2.2)$$

и сравнивать ее с заданным порогом

$$L_g \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} h. \quad (2.1.2.3)$$

Положим, как и ранее, что опорный и принимаемый сигнал совпадают, т.е. $f(t) = g(t)$. Для исследования статистических характеристик СП (2.1.2.1) находим его математическое ожидание

$$S_1(\theta_1) = \langle L^*(\theta_1) | H_1 \rangle = \frac{2}{N_0} \int_{\max(\theta_{01}, \theta_1)}^{\theta_{02}} f^2(t) dt - \frac{1}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_{02}} f^2(t) dt, \quad (2.1.2.4)$$

$$S_0(\theta_1) = \langle L^*(\theta_1) | H_0 \rangle = \frac{-1}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_{02}} f^2(t) dt \quad (2.1.2.5)$$

и корреляционную функцию

$$B(\theta_{11}, \theta_{21}) = \frac{2\chi}{N_0} \int_{\max(\theta_{11}, \theta_{21})}^{\theta_{02}} f^2(t) dt. \quad (2.1.2.6)$$

Обозначим

$$\theta_{1m} = \arg \sup S_1(\theta_1) \quad (2.1.2.7)$$

– положение максимума математического ожидания (2.1.2.4).

Будем полагать, что ОСШ $z^2 = \frac{S_1(\theta_{1m})}{B(\theta_{1m}, \theta_{1m})} \gg 1$, тогда (2.1.2.7) располагается в

малой окрестности положения максимума его математического ожидания.

Исследуем поведение СП $L^*(\theta_1)$ в окрестности точки θ_{1m} при гипотезе H_1 и точки

$$\theta_{1\max} = \arg \sup S_0(\theta_1) \quad (2.1.2.8)$$

при гипотезе H_0 .

Разлагаем функцию (2.1.2.4), (2.1.2.5) и (2.1.2.6) в ряд Маклорена:

$$S_1(\theta_1) = z_0^2 + \rho_{11}^2(\theta_1 - \theta_{1m})/2T_{\max} + \\ - \rho_{11}^2 q(\theta_{1m}) \max(\theta_1 - \theta_{1m}, \theta_{01} - \theta_{1m})/T_{\max}, \quad (2.1.2.9)$$

$$S_0(\theta_1) = -z_{\min}^2/2 + \rho_{10}^2(\theta_1 - \theta_{1\max})/2T_{\max}, \quad (2.1.2.10)$$

$$B_1(\theta_{11}, \theta_{21}) = \chi \left[z_0^2 - \rho_{11}^2 \max(\theta_{11} - \theta_{1m}, \theta_{21} - \theta_{1m})/T_{\max} \right], \quad (2.1.2.11)$$

$$B_0(\theta_{11}, \theta_{21}) = \chi \left[z_{\min}^2 - \rho_{10}^2 \max(\theta_{11} - \theta_{1\max}, \theta_{21} - \theta_{1\max})/T_{\max} \right]. \quad (2.1.2.12)$$

Здесь введены следующие обозначения

$$\rho_{10}^2 = 2f^2(\theta_{1\max})T_{\max}/N_0, \quad \rho_{11}^2 = 2f^2(\theta_{01})T_{\max}/N_0, \quad (2.1.2.13)$$

$$z_0^2 = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_{01}}^{\theta_{02}} f^2(t) dt, \quad z_{\min}^2 = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_{1\max}}^{\theta_{02}} f^2(t) dt. \quad (2.1.2.14)$$

Аналогично [35], применяя метод локально-марковской аппроксимации, находим асимптотические (при больших ОСШ) характеристики алгоритма (2.1.2.3)

$$\alpha = 1 - \int_0^\infty \exp \left[- \left(h - \xi + z_{\min}^2/2 \right)^2 / 2\chi z_{\min}^2 \right] \phi(\rho_{10}/\sqrt{\chi}, \eta_1, \xi/\chi) d\xi / z_{\min} \sqrt{\chi 2\pi}, \quad (2.1.2.15)$$

$$\begin{aligned} \beta(\theta_{01}) = & \int_0^\infty \int_0^\infty \exp \left[- \left(\xi - h + z_0^2/2 - \rho_{11}^2 \mu_1/2 \right)^2 / 2\sigma_1^2 \chi + (\xi - \xi_1)/2\chi \right] \times \\ & \times \left\{ \exp \left[-(\xi - \xi_1)^2 / 2\chi \rho_{11}^2 \mu_1 \right] - \exp \left[-(\xi + \xi_1)^2 / 2\chi \rho_{11}^2 \mu_1 \right] \right\} \times \\ & \times \exp \left[-\rho_{11}^2 \mu_1 / 8\chi \right] \phi(\rho_{11}/\sqrt{\chi}, m_1, \xi_1/\chi) d\xi d\xi_1 / 2\pi\chi\sigma_1\rho_{11}\sqrt{\mu_1}. \end{aligned} \quad (2.1.2.16)$$

Здесь

$$\eta_1 = (\theta_{1\max} - \theta_{1\min})/T_{\max},$$

$$\sigma_1^2 = \chi(z_0^2 - \rho_{11}^2 \mu_1),$$

$$\mu_1 = (\theta_{1\max} - \theta_{01})/T_{\max},$$

$$m_1 = \eta_1 - \mu_1,$$

$$\phi(y_1, y_2, y_3) = \Phi\left(\frac{y_1\sqrt{y_2}}{2} + \frac{y_3}{y_1\sqrt{y_2}}\right) - \exp(-y_3)\Phi\left(\frac{y_1\sqrt{y_2}}{2} - \frac{y_3}{y_1\sqrt{y_2}}\right). \quad (2.1.2.17)$$

Если известны априорные вероятности гипотез $p_i = P(H_i)$, $i=0,1$, то качество обнаружения можно характеризовать условной средней вероятностью ошибки алгоритма обнаружения (2.1.2.3)

$$P(\theta_{01}) = p_0 \alpha + p_1 \beta(\theta_{01}). \quad (2.1.2.18)$$

В качестве примера рассмотрим обнаружение СШПС (2.1.1.33), применительно к которому перепишем (2.1.2.13), (2.1.2.14) в виде

$$\rho_{10}^2 = z_m^2 \Delta_1^2 \left(\frac{1}{2k} \right), \quad \rho_{11}^2 = z_m^2 \Delta_1^2(\lambda_{01}),$$

$$z_0^2 = z_m^2 \int_{-\lambda_{01}}^{0.5} \Delta_1^2(x) dx, \quad z_{\min}^2 = z_m^2 \int_{-1/2k}^{0.5} \Delta_1^2(x) dx.$$

Здесь $\Delta_1(x) = \frac{2}{\pi} \frac{\cos(1.5\pi x) + \frac{\sin(0.5\pi x)}{2x}}{1 - (2x)^2}.$

На рисунке 2.1.2.1 представлены зависимости вероятности пропуска сигнала (2.1.2.16) от ОСШ при фиксированных значениях вероятности ложной тревоги, $q=10$, $\varepsilon=0.2$ и $k=2.5$.

На рисунке 2.1.2.2 показана зависимость условной средней вероятности ошибки обнаружения сигнала (2.1.2.18) от ОСШ при $h=0$, $\lambda_{01}=0.313$ и $p_0=0.7$.

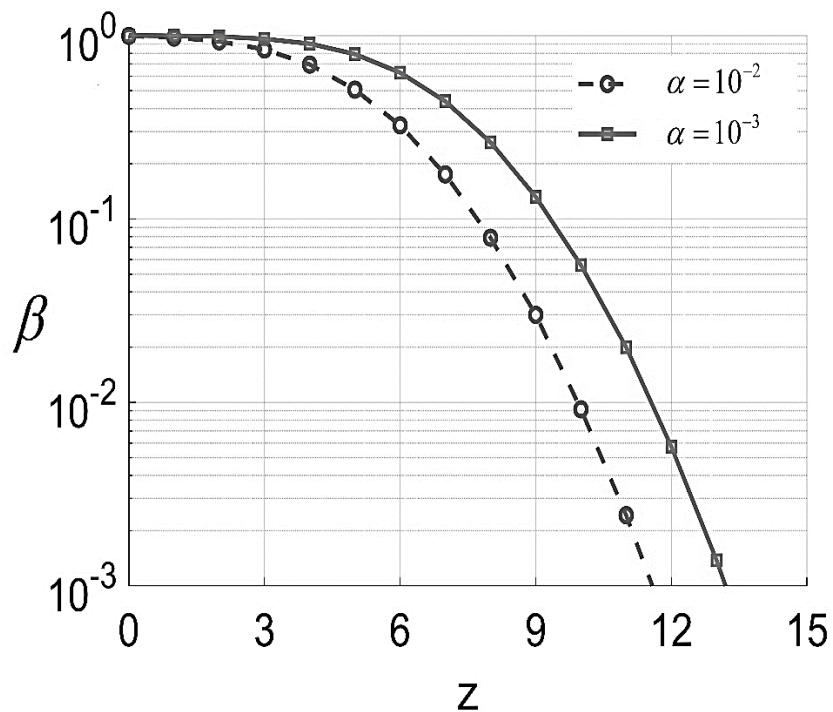


Рисунок 2.1.2.1 Зависимости вероятности пропуска сигнала от ОСШ при фиксированной вероятности ложной тревоги

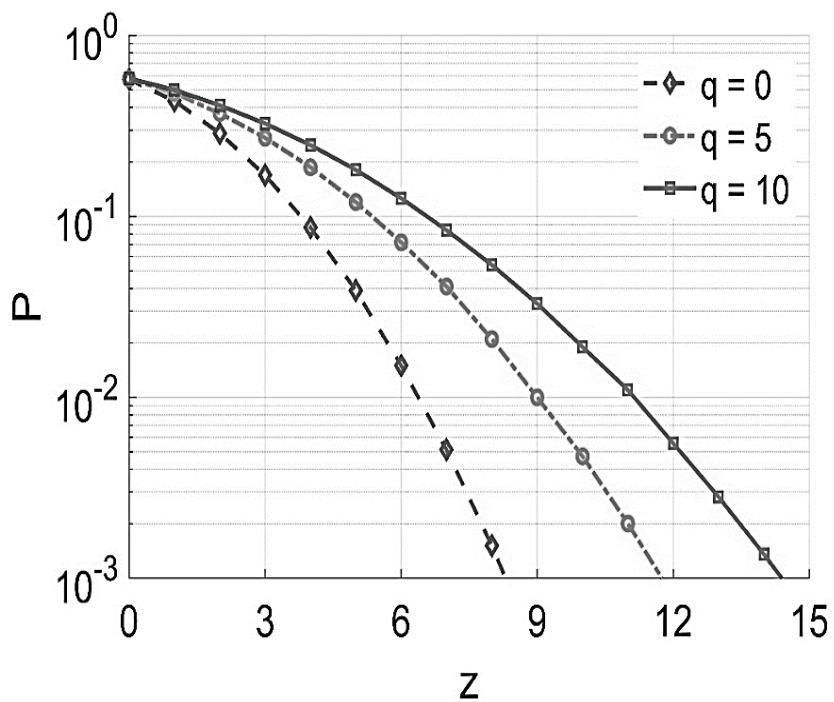


Рисунок 2.1.2.2 Зависимость условной средней вероятности ошибки обнаружения сигнала от ОСШ

Из рисунков 2.1.2.1, 2.1.2.2 видно, что при увеличении ОПШ вероятность ошибки алгоритма (2.1.2.3) увеличивается. Также увидим, что при фиксированной вероятности ложной тревоги вероятность пропуска сигнала КП алгоритм обнаружения и вероятность ошибки алгоритма (2.1.2.3) обнаружения сигнала меньше по сравнению с КП алгоритмом (2.1.1.6). Следовательно, алгоритм обнаружения (2.1.2.3) выигрывает по сравнению с КП алгоритмом обнаружения (2.1.1.6) СШПС при априорной неопределенности относительно момента появления.

2.1.3 Статистическое моделирование алгоритма обнаружения сверхширокополосного сигнала с неизвестным моментом появления

Поскольку выражения для вероятностей ошибок обнаружения, найденные выше являются приближёнными, а их точность растёт с увеличением ОСШ, необходимо установить границы применимости приближённых выражений. Это можно сделать либо с помощью эксперимента либо на основе статистического моделирования на ЭВМ. Было выполнено моделирование синтезированных алгоритмов обнаружения СШПС с неизвестным моментом появления.

Согласно (2.1.2.3) КП алгоритмы обнаружения требуют формировать решающую статистику

$$L(\theta_1) = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} [x(t) - f(t)/2] f(t) dt \quad (2.1.3.1)$$

для всех возможных значений момента появления сигнала из априорной области (2.1.1.2) для двух случаев: наличие и отсутствие сигнала. Однако ввиду невозможности перебирать бесконечное количество значений момента появления, при моделировании будем представлять решающую статистику её дискретными отсчётами и считать реализацию постоянной в течение интервала дискретизации. Такой способ формирования $L(\theta_1)$ является приближёнными, но задавшись

преемлемой погрешностью представления реализации её дискретными отсчётами, можно вычислить требуемый интервал дискретизации.

Обозначим $L_j(\theta_1) = L(\theta_1)|_{H_j}$ – логарифм ФОП при гипотезе H_j . Тогда, перепишем (2.1.3.1) в виде

$$L_j(\theta_1) = S_j(\theta_1) + N(\theta_1), j = 0, 1, \quad (2.1.3.2)$$

где

$$S_0(\theta_1) = \frac{-1}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_{02}} f^2(t) dt, \quad (2.1.3.3)$$

$$S_1(\theta_1) = \frac{2}{N_0} \int_{\max(\theta_{01}, \theta_1)}^{\theta_{02}} f^2(t) dt - \frac{1}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_{02}} f^2(t) dt \quad (2.1.3.4)$$

– математические ожидания СП (2.1.3.2) и СП

$$N(\theta_1) = N_n(\theta_1) + N_\xi(\theta_1) = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_{02}} n(t) f(t) dt + \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_{02}} \xi(t) f(t) dt \quad (2.1.3.5)$$

с корреляционной функцией

$$B(\theta_{11}, \theta_{21}) = \frac{2\chi}{N_0} \int_{\max(\theta_{11}, \theta_{21})}^{\theta_{02}} f^2(t) dt. \quad (2.1.3.6)$$

Будем формировать дискретные отсчёты логарифма ФОП с шагом дискретизации $\Delta\theta$, тогда узлы дискретизации равны

$$\theta_{1i} = \theta - i\Delta\theta, \theta_{2i} = \theta + i\Delta\theta, i = \overline{1, \text{ent}(M/2)}, \quad (2.1.3.7)$$

Обозначим $M = T_{\max} / \Delta\theta$ – количество интервалов дискретизации (ИД), которые укладываются на максимальной длительности сигнала,

$$N_i = N(\theta_{1i}), i = \overline{1, \text{ent}(M/2)}. \quad (2.1.3.8)$$

— дискретные отсчёты случайной составляющей логарифма ФОП. Погрешность аппроксимации (2.1.3.5) случайного процесса $N(\theta_{1i})$ дискретными отсчётами можно

охарактеризовать величиной $\nu^2 = \max_{\theta_1, \theta_{1i}} \langle [N(\theta_1) - N(\theta_{1i})]^2 \rangle / B(\theta_1, \theta_1)$. Здесь средний квадрат разности в числителе показывает, насколько в среднем значение процесса $N(\theta_1)$ на интервале дискретизации отличается от дискретного отсчёта $N(\theta_{1i})$. В знаменателе $B(\theta_1, \theta_1)$ – дисперсия случайного процесса $N(\theta_1)$. Поскольку $N(\theta_1)$ не обязательно стационарный, в качестве погрешности будем использовать максимальное значение ν , где максимизация выполняется как по переменной θ_1 внутри интервала дискретизации $\theta_1 = [\theta_{1i} - \Delta\theta/2, \theta_{1i} + \Delta\theta/2]$, так и по узлам θ_{1i} . Выполняя усреднение, находим

$$\nu^2 = \max_{\theta_1, \theta_{1i}} \left| \int_{\theta_1}^{\theta_{1i}} f^2(t) dt \right| / \int_{\theta_1}^{\theta_{02}} f^2(t) dt. \quad (2.1.3.9)$$

Если интервал дискретизации $\Delta\theta$ достаточно мал, приближённо получаем

$$\nu^2 \leq \Delta\theta \max_{\theta_{1i}} [f^2(\theta_{1i})] / 2 \int_{\theta_{01}}^{\theta_{1\max}} f^2(t) dt. \quad (2.1.3.10)$$

Таким образом, требуемый ИД можно найти с помощью выражения (2.1.3.10), задавшись приемлемой погрешностью ν .

Далее представим СП (2.1.3.5) в виде

$$\begin{aligned} N_i = & \frac{2}{N_0} \int_{\theta}^{\theta_{02}} n(t) f(t) dt + \frac{2}{N_0} \int_{\theta}^{\theta_{02}} \xi(t) f(t) dt + \sum_{n=1}^i \frac{2}{N_0} \int_{\theta_{1n}}^{\theta_{1n} + \Delta\theta} f(t) n(t) dt + \\ & + \sum_{n=1}^i \frac{2}{N_0} \int_{\theta_{1n}}^{\theta_{1n} + \Delta\theta} \xi(t) f(t) dt = y_{10} + y_{20} + \sum_{n=1}^i (y_{1n} + y_{2n}). \end{aligned} \quad (2.1.3.11)$$

Здесь

$$y_{10} = \frac{2}{N_0} \int_{\theta}^{\theta_{02}} n(t) f(t) dt, \quad y_{1n} = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_{1n}}^{\theta_{1n} + \Delta\theta} f(t) n(t) dt, \quad (2.1.3.12)$$

$$y_{20} = \frac{2}{N_0} \int_{\theta}^{\theta_{02}} \xi(t) f(t) dt, \quad y_{2n} = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_{1n}}^{\theta_{1n} + \Delta\theta} \xi(t) f(t) dt, \quad n = \overline{1, \text{ent}(M / 2)} \quad (2.1.3.13)$$

– гауссовские СП с нулевыми математическими ожиданиями.

Выразим далее дискретные отсчёты (2.1.3.12), (2.1.3.13) через стандартные гауссовские статистически независимые СВ $x_n, n = \overline{0, M/2}$ с нулевыми математическими ожиданиями и дисперсиями, равными 1:

$$N_i = x_0 \sqrt{\chi D_0} + \sqrt{2\chi \Delta \theta / N_0} \sum_{n=1}^i f(\theta_{1n}) x_n, i = \overline{0, \text{ent}(M/2)}, \quad (2.1.3.14)$$

где $D_0 = \frac{2}{N_0} \int_{\theta}^{\theta_{02}} f^2(t) dt$.

Дискретные отсчеты случайной составляющей (2.1.3.14) позволяют записать выражение для дискретных отсчётов решающей статистик (2.1.3.2)

$$L_j(i) = L_j(\theta_{1i}) = S_i(\theta_{1i}) + x_0 \sqrt{\chi D_0} + \sqrt{2\chi \Delta \theta / N_0} \sum_{n=1}^i f(\theta_{1n}) x_n, i = \overline{n_{\min}, n_{\max}}. \quad (2.1.3.15)$$

Здесь

$$n_{\min} = \text{ent} \left[\frac{\theta - \theta_{1\max}}{\Delta \theta} \right] = \text{ent}(1/2k\delta), \quad (2.1.3.16)$$

$$n_{\max} = \text{ent} \left[\frac{\theta - \theta_{1\min}}{\Delta \theta} \right] = \text{ent}(1/2\delta), \quad (2.1.3.17)$$

где $\delta = \Delta \theta / T_{\max} = 1/M$ – нормированный ИД.

Далее приведены результаты такого моделирования КП обнаружения СШПС с неизвестным моментом появления вида СШПС (2.1.1.33). Предположим сначала, что момент исчезновения сигнала априори известен и равен $\theta_{02} = \theta_{2\max}$. Согласно (2.1.3.15), необходимо формировать СВ

$$L_j(i) = S_j(\lambda_{1i}) + x_0 z_m \sqrt{\chi \int_0^{0.5} \Delta_1^2(x) dx} + x_n z_m \sqrt{\chi \delta \Delta_1^2(x)}, j = 0, 1. \quad (2.1.3.18)$$

Здесь

$$S_0(\lambda_1) = \frac{-z_m^2}{2} \int_{-\lambda_{01}}^{0.5} \Delta_1^2(x) dx, \quad (2.1.3.19)$$

$$S_1(\lambda_1) = z_m^2 \int_{-\min(\lambda_{01}, \lambda_1)}^{0.5} \Delta_1^2(x) dx + S_0(\lambda_1), \quad (2.1.3.20)$$

$$\lambda_1 = \frac{(\theta - \theta_1)}{T_{\max}}, \lambda_{1i} = \frac{(\theta - \theta_{1i})}{T_{\max}}, z_m^2 = 2A^2/N_0, \quad (2.1.3.21)$$

$$\Delta_1(x) = \frac{2}{\pi} \frac{\cos(1.5\pi x) + \frac{\sin(0.5\pi x)}{2x}}{1 - (2x)^2}. \quad (2.1.3.22)$$

Выбрана величина $\nu = 0.05$, найдем нормированный ИД δ с использованием (2.1.3.10).

На рисунке 2.1.3.1 изображены зависимости вероятности пропуска от ОСШ z_m при фиксированных значениях α (2.1.2.15) в случае $\varepsilon = 0.2$ и $q = 10$. Кроме того, полагалось, что $k = 2.5$ и истинное значение $\lambda_{01} = 0.313$. Сплошной и штриховой линиями на рисунке показаны вероятности пропуска сигнала обнаружения с использованием метода адаптации. Квадратиками и кружками на рисунке показаны экспериментальные значения.

На рисунке 2.1.3.2 приведены зависимости условной средней вероятности ошибки от ОСШ при $\lambda_{01} = 0.313$ и $h = 0$. Сплошной, штриховой и штрих-пунктирной линиями на рисунке показаны условные средние вероятности ошибки, рассчитанные с помощью метода адаптации. Квадратиками, кружками и ромбиками на рисунке показаны экспериментальные значения.

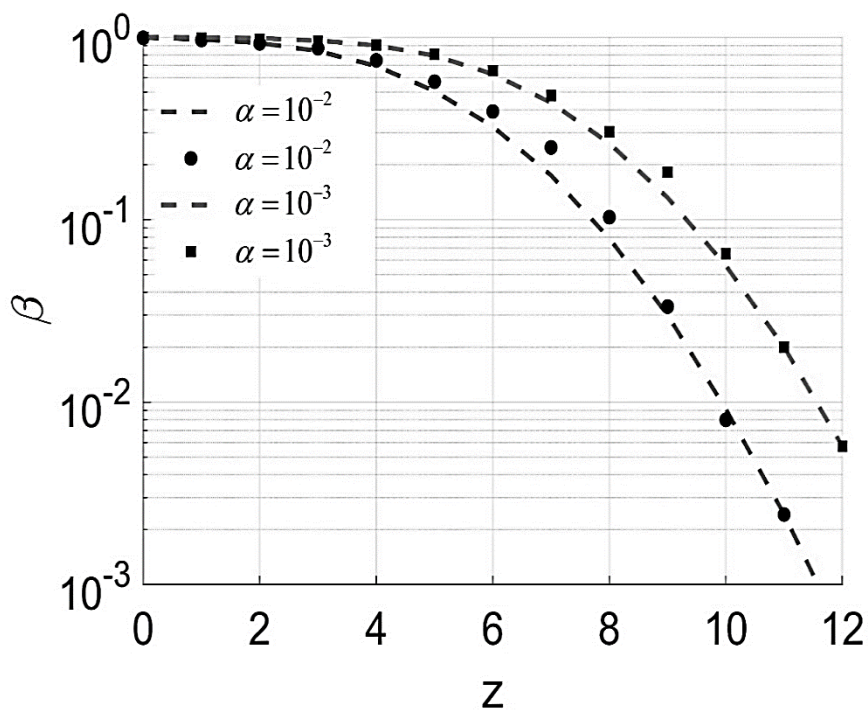


Рисунок 2.1.3.1 Зависимости вероятности пропуска сигнала КП обнаружителем от ОСШ

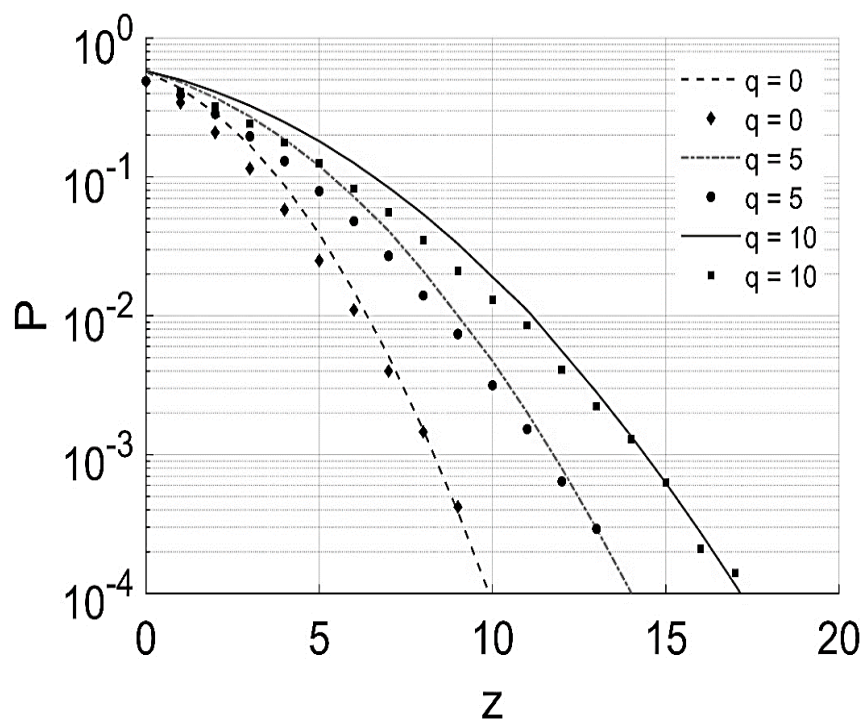


Рисунок 2.1.3.2 Условная средняя вероятность ошибки КП обнаружителем

Видно из рисунков, что экспериментальные зависимости достаточно удовлетворительно описываются асимптотическими выражениями для вероятности ошибки обнаружения сигнала. В случае, когда $q = 0$, вероятности ошибки обнаружения СШПС с неизвестным моментом появления, полученные методом адаптации приемного устройства (2.1.2.3), совпадают с вероятностями ошибки обнаружения таких сигналов, полученные методом статистического моделирования КП, при $z_m > 9$. В случае, когда $q = 5$, это совпадение наблюдается при $z_m > 13$, а при $q = 10 - z_m > 15$.

2.2 Обнаружение одиночного сверхширокополосного сигнала с неизвестными моментами появления и исчезновения

2.2.1 Квазиправдоподобное обнаружение одиночного сверхширокополосного сигнала с неизвестными моментами появления и исчезновения

Используем КП алгоритм обнаружения СШПС (2.1.1.1) при априорной неопределенности относительно формы сигнала и МПИ [39, 42]. В этом случае приемник формирует и сравнивает с порогом СВ

$$L^* = L^*(\theta_1^*, \theta_2^*)_{<_{H_0}}^{>_{H_1}} h, \quad (2.2.1.1)$$

$$L^*(\theta_1, \theta_2) = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} [x(t) - g(t)/2] g(t) dt \quad (2.2.1.2)$$

для некоторых ожидаемых моментов МПИ θ_1^*, θ_2^* из априорной области (2.1.1.2) и формы сигнала $g(t)$.

Блок-схему КП обнаружителя (2.2.1.1) можно представить в виде, показанном на рисунке 2.1.1.1, где КИ работает в интервале времени $[\theta_1^*, \theta_2^*]$.

Для определения характеристик КП обнаружителя исследуем статистические характеристики СВ (2.2.1.1).

В случае отсутствия ГУП запишем математическое ожидание и дисперсию СВ (2.2.1.1) в виде

$$D = \left\langle \left(L^* - s_0 \right)^2 \right\rangle = \left\langle \left(L^* - s_1 \right)^2 \right\rangle = z_g^2, \quad (2.2.1.3)$$

$$s_0 = \left\langle L^* | H_0 \right\rangle = -z_g^2/2, \quad s_1 = \left\langle L^* | H_1 \right\rangle = Z_{fg} - z_g^2/2, \quad (2.2.1.4)$$

где

$$Z_{fg} = \frac{2}{N_0} \int_{\max(\theta_{01}, \theta_1^*)}^{\min(\theta_{02}, \theta_2^*)} g(t) f(t) dt, \quad (2.2.1.5)$$

$$z_g^2 = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1^*}^{\theta_2^*} g^2(t) dt. \quad (2.2.1.6)$$

Из (2.2.1.3), (2.3.1.4) находим ОСШ на выходе приемника при отсутствии ГУП в виде

$$z^2 = \frac{(Z_{fg} - z_g^2/2)^2}{z_g^2}. \quad (2.2.1.7)$$

Аналогичным образом, в случае наличия на входе приемника ГУП запишем

$$s_0 = \left\langle L | H_0 \right\rangle = -z_g^2/2, \quad s_1 = \left\langle L | H_1 \right\rangle = Z_{fg} - z_g^2/2, \quad (2.2.1.8)$$

$$D = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1^*}^{\theta_2^*} g^2(t) dt + \frac{4}{N_0^2} \int_{\theta_1^*}^{\theta_2^*} \int_{\theta_1^*}^{\theta_2^*} [\xi(t_1) \xi(t_2)] [g(t_1) g(t_2)] dt_1 dt_2 = z_g^2 + \sigma_\xi^2, \quad (2.2.1.9)$$

где

$$\sigma_\xi^2 = \frac{4}{N_0^2} \int_{\theta_1^*}^{\theta_2^*} \int_{\theta_1^*}^{\theta_2^*} B_\xi(t_2 - t_1) g(t_1) g(t_2) dt_1 dt_2 \quad (2.2.1.10)$$

– составляющая дисперсия СВ (2.2.1.1).

Из (2.2.1.8), (2.2.1.9) находим ОСШ на выходе приемника при воздействии ГУП

$$z_{\xi}^2 = \frac{(Z_{fg} - z_g^2/2)^2}{z_g^2 + \sigma_{\xi}^2} = \frac{z^2}{\chi_1}.$$

Здесь

$$\chi_1 = \frac{z^2}{z_{\xi}^2} = 1 + \frac{\sigma_{\xi}^2}{z_g^2} \quad (2.2.1.11)$$

– проигрыш в ОСШ вследствие воздействия ГУП.

Подставляя (2.2.1.6), (2.2.1.10) в (2.2.1.12) запишем коэффициент χ_1 (2.2.1.11) в виде

$$\chi_1 = 1 + \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1^*}^{\theta_2^*} \int_{\theta_1^*}^{\theta_2^*} B_{\xi}(t_2 - t_1) g(t_1) g(t_2) dt_1 dt_2 \bigg/ \int_{\theta_1^*}^{\theta_2^*} g^2(t) dt. \quad (2.2.1.12)$$

Полагаем, что спектры СШПС и ГУП перекрываются, используя спектральное представление, представим (2.2.1.12) как

$$\chi_1 = 1 + \frac{\frac{\gamma}{N_0} \int_{\omega_0 - \Omega_{\xi}/2}^{\omega_0 + \Omega_{\xi}/2} |G(j\omega)|^2 d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} |G(j\omega)|^2 d\omega}. \quad (2.2.1.13)$$

Здесь

$$\varepsilon = \frac{\int_{\omega_0 - \Omega_{\xi}/2}^{\omega_0 + \Omega_{\xi}/2} |G(j\omega)|^2 d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} |G(j\omega)|^2 d\omega}, \quad q = \frac{\gamma}{N_0}. \quad (2.2.1.14)$$

Подставляя (2.2.1.14) в (2.1.1.13), находим

$$\chi_1 = 1 + \varepsilon q. \quad (2.2.1.15)$$

Таким образом, можем представить выражения для вероятностей ошибок алгоритма обнаружения (2.2.1.1) как

$$\alpha = P\{L^* > h | H_0\} = 1 - \Phi\left(h/z_g \sqrt{\chi_1} + z_g/2\sqrt{\chi_1}\right), \quad (2.2.1.16)$$

$$\beta(\theta_{01}, \theta_{02}) = P\{L^* < h | H_1\} = \Phi\left[\left(h - Z_{fg} + z_g^2/2\right)/(z_g \sqrt{\chi_1})\right]. \quad (2.2.1.17)$$

Аналогично случаю обнаружения сигнала с неизвестной длительностью запишем выражение для условной средней вероятности ошибки

$$P(\theta_{01}, \theta_{02}) = p_0 \alpha + p_1 \beta(\theta_{01}, \theta_{02}). \quad (2.2.1.18)$$

Полагаем, что опорный сигнал совпадает с принимаемым. В качестве примера исследуем эффективность обнаружения СШПС на примере модели (2.1.1.33).

Подставляя (2.1.1.33) в (2.2.1.5), (2.2.1.6) находим

$$\begin{aligned} z_{g\xi}^2 &= z_m^2 \Delta(\lambda_1^*, \lambda_2^*), \\ Z_{fg} &= z_m^2 \Delta\left[\min(\lambda_{01}, \lambda_1^*), \min(\lambda_{02}, \lambda_2^*)\right], \\ \Delta(x, y) &= \int_{-x}^y \left[\frac{2}{\pi} \frac{\cos(1.5\pi t) + \frac{\sin(0.5\pi t)}{2t}}{1 - (2t)^2} \right]^2 dt. \end{aligned} \quad (2.2.1.19)$$

Здесь использованы следующие обозначения: $z_m^2 = 2A^2/N_0$ – ОСШ, $\lambda_{01} = (\theta - \theta_{01})/T_{\max}$, $\lambda_{02} = (\theta_{02} - \theta)/T_{\max}$ – нормированные положения МПИ принятого сигнала, $\lambda_1^* = (\theta - \theta_1^*)/T_{\max}$, $\lambda_2^* = (\theta_2^* - \theta)/T_{\max}$ – нормированные положения МПИ ожидаемого сигнала.

Исследование характеристик КП обнаружения сигнала при $k = 2.5$ показано на рисунках 2.2.1.1-2.2.1.4. При их построении предполагалось, что нормированные МПИ принятого сигнала равны $\lambda_{01} = \lambda_{02} = 0.313$.

На рисунке 2.2.1.1 представлены зависимости вероятности пропуска сигнала от ОСШ при фиксированных значениях вероятности ложной тревоги при $\varepsilon = 0.2$ и $q = 10$. Положение ожидаемого момента исчезновения всюду считалось одинаковым $\lambda_2^* = 0.5$. На рисунке 2.2.1.2 показаны зависимости условной средней вероятности ошибки КП обнаружения сигнала от ОСШ при $h = 0$ и $p_0 = 0.7$.

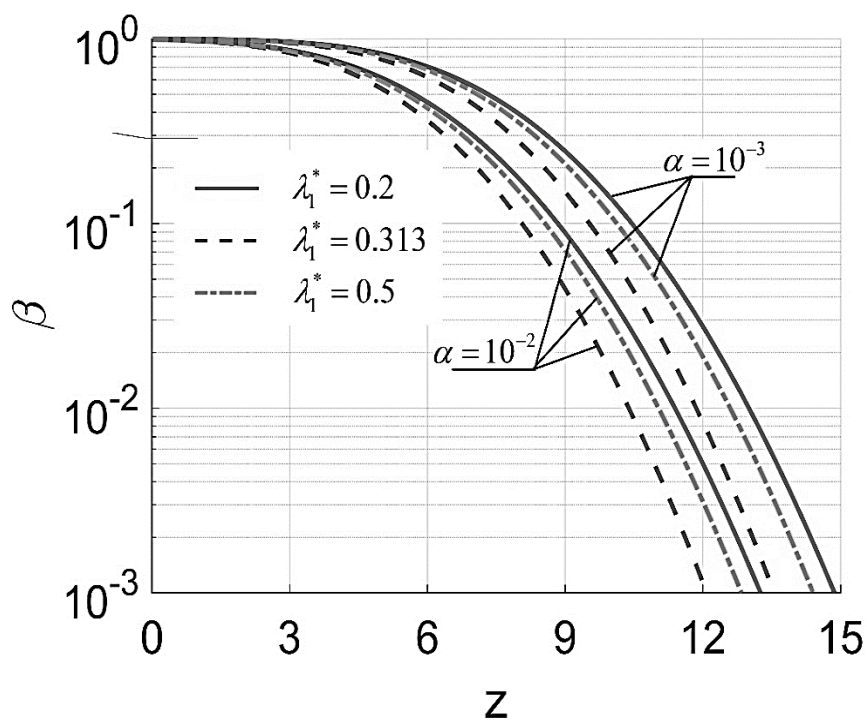


Рисунок 2.2.1.1 Зависимости вероятности пропуска сигнала от ОСШ

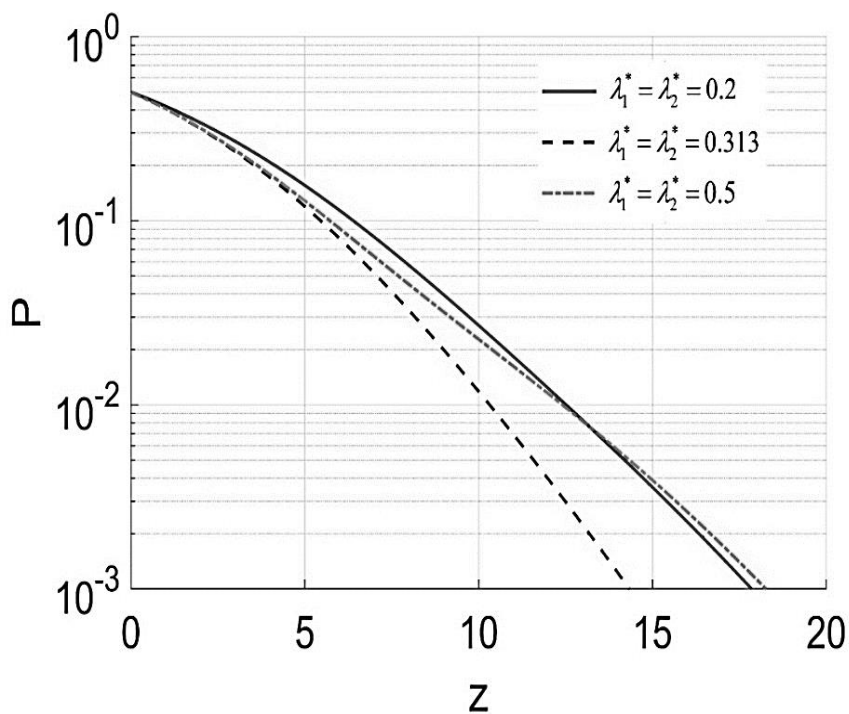


Рисунок 2.2.1.2 Зависимости условной средней вероятности ошибки КП обнаружения сигнала от ОСШ при $\varepsilon = 0.2$ и $q = 10$

Анализируя зависимости, представленные на рисунках 2.2.1.1, 2.2.1.2, видим, что увеличение ОСШ приводит к существенному уменьшению вероятности ошибки КП обнаружения. Вероятности ошибки КП обнаружения минимальны при совпадающих истинных и ожидаемых МПИ. Соответственно, незнание МПИ сигнала приводит к проигрышу КП алгоритма обнаружения (2.2.1.1). При одном и том же значении ОСШ вероятности ошибки КП обнаружения СШПС с неизвестными МПИ (2.2.1.1) превышают вероятности ошибок КП обнаружения СШПС с неизвестным моментом появления (2.1.1.6).

Зависимости условной средней вероятности ошибки КП обнаружения сигнала от ОПШ q при $z_m = 8$ показаны на рисунке 2.2.1.3, а зависимости условной средней вероятности ошибки от относительной доли энергии СШПС в полосе частот, пораженной помехой, на рисунке 2.2.1.4 соответственно.

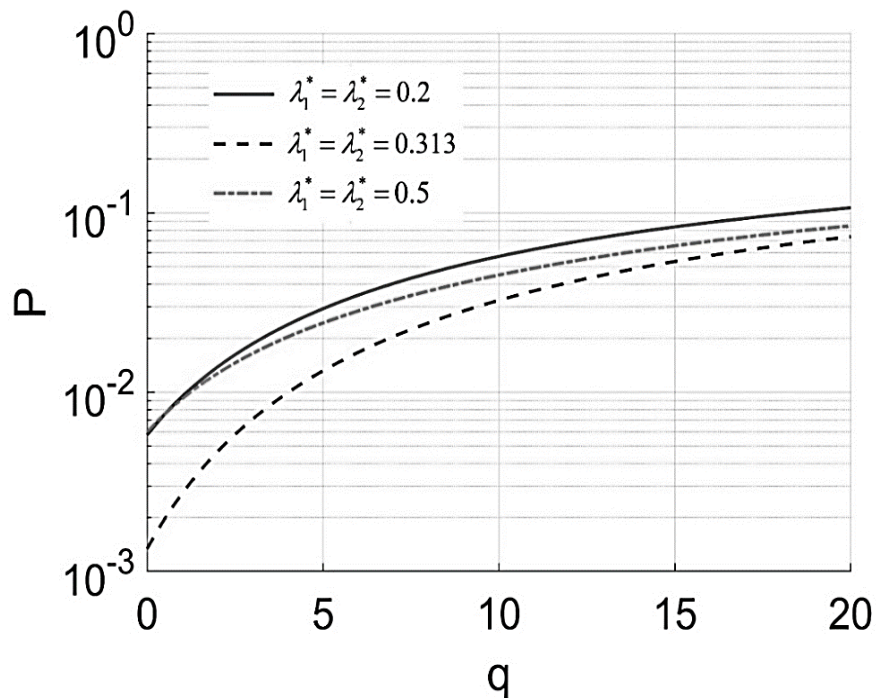


Рисунок 2.2.1.3 Зависимости условной средней вероятности ошибки КП обнаружения сигнала от ОПШ при $\varepsilon = 0.2$

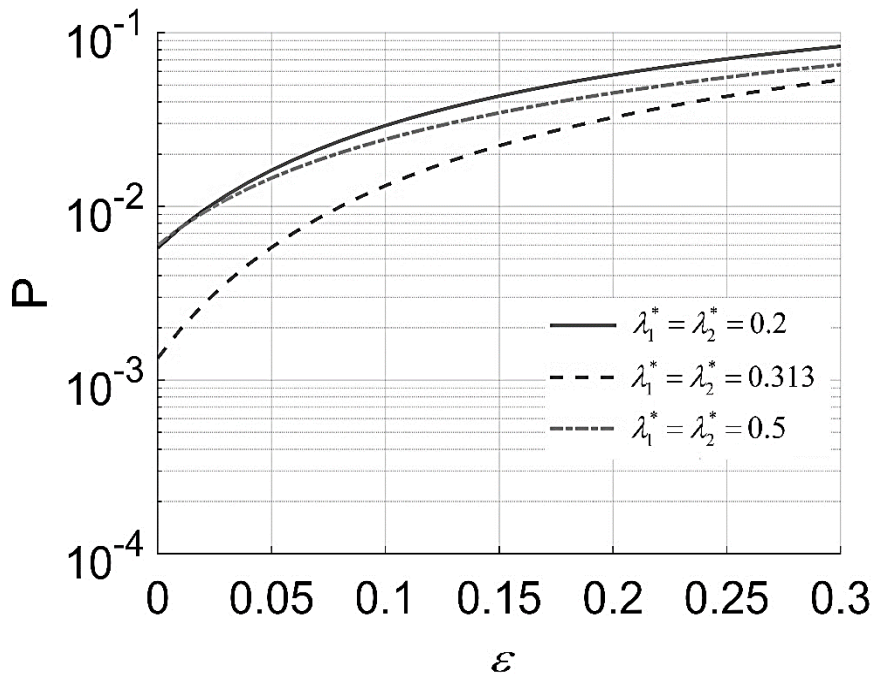


Рисунок 2.2.1.4 Зависимости условной средней вероятности ошибки КП обнаружения сигнала от относительной доли энергии СШПС в полосе частот, пораженной помехой при $q=10$

Из рисунков 2.2.1.3, 2.2.1.4 следует, что увеличение ОПШ и величины относительной доли энергии СШПС в полосе частот, пораженной помехой, приводит к существенному увеличению условной средней вероятности ошибки КП обнаружения сигнала. Например, при $\varepsilon=0.2$ и $q=5$ вероятности ошибки КП обнаружения примерно в 11 раз превышают вероятности ошибки КП обнаружения при отсутствии помех, а при $\varepsilon=0.2$ и $q=10$ – в 13 раз.

2.2.2 Способ адаптации приёмного устройства по неизвестным моментам появления и исчезновения

Используем способ адаптации приёмного устройства по неизвестному МПИ для преодоления априорной неопределенности относительно МПИ сигнала. В этом случае

приемник должен формировать решающую статистику (2.2.1.2) для всех возможных МПИ из области (2.1.1.2). Величину максимума ФОП запишем как

$$L_g = \sup L^*(\theta_1, \theta_2). \quad (2.2.2.1)$$

Решение в пользу одной из гипотез выносится в результате сравнения (2.2.2.1) с порогом

$$L_{g <_{H_0}}^{>_{H_1}} h. \quad (2.2.2.2)$$

Для того, чтобы снизить трудности в технической реализации приемника, представим логарифм ФОП (2.2.1.2) как сумму двух статистически независимых гауссовских СП

$$L_1(\theta_1) = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta} [x(t) - g(t)/2] g(t) dt, \quad (2.2.2.3)$$

$$L_2(\theta_2) = \frac{2}{N_0} \int_{\theta}^{\theta_2} [x(t) - g(t)/2] g(t) dt, \quad (2.2.2.4)$$

где θ – произвольная точка, принадлежащая интервалу $(\theta_{1\max}, \theta_{2\min})$. Тогда (2.2.2.1) представим в виде суммы двух статистически независимых СВ

$$L_g = L_1 + L_2. \quad (2.2.2.5)$$

Здесь $L_1 = \sup L_1(\theta_1)$ и $L_2 = \sup L_2(\theta_2)$.

Полагаем, что опорный и принимаемый сигнал совпадают ($f(t) = g(t)$). Для получения характеристики обнаружителя рассмотрим статистическое описание логарифма ФОП (2.2.2.3), (2.2.2.4).

Находим математические ожидания СВ (2.2.2.5) в виде

$$S_i(\theta_i) = \langle L_i(\theta_i) \rangle = a_i S_i(\theta_{0i}, \theta_i) - S_i(\theta_i, \theta_i)/2 \quad (2.2.2.6)$$

и корреляционные функции

$$B_i(\theta_{1i}, \theta_{2i}) = S_i(\theta_{1i}, \theta_{2i}) + \sigma^2, \quad (2.2.2.7)$$

где σ^2 – дисперсия, определяемая выражением

$$\sigma^2 = \frac{4}{N_0^2} \int_{\theta_{1i}}^{\theta_{2i}} \int_{\theta_{1i}}^{\theta_{2i}} B_{\xi}(t_2 - t_1) f(t_1) f(t_2) dt_1 dt_2. \quad (2.2.2.8)$$

Согласно (2.2.1.11), перепишем (2.2.2.8) как

$$\sigma^2 = \frac{2(\chi_1 - 1)}{N_0} \int_{\theta_{1i}}^{\theta_{2i}} f^2(t) dt = (\chi_1 - 1) S(\theta_{1i}, \theta_{2i}). \quad (2.2.2.9)$$

Далее поставим (2.2.2.9) в (2.2.2.7), перепишем корреляционные функции как

$$B_i(\theta_{1i}, \theta_{2i}) = \chi_1 S_i(\theta_{1i}, \theta_{2i}). \quad (2.2.2.10)$$

Здесь коэффициент χ_1 определен как (2.2.1.15) и использованы обозначения

$$S_1(\theta_{11}, \theta_{21}) = \frac{2}{N_0} \int_{\max(\theta_{11}, \theta_{21})}^{\theta} f^2(t) dt, \quad (2.2.2.11)$$

$$S_2(\theta_{12}, \theta_{22}) = \frac{2}{N_0} \int_{\theta}^{\min(\theta_{12}, \theta_{22})} f^2(t) dt. \quad (2.2.2.12)$$

Для нахождения характеристики алгоритма обнаружения введем в рассмотрение функцию

$$Q(\theta_1, \theta_2) = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} f^2(t) dt. \quad (2.2.2.13)$$

Пусть $f(t)$ может обращаться в ноль только на части интервала $[\theta_1, \theta_2]$, имеющей нулевую меру. Тогда применив (2.2.2.13), перепишем (2.2.2.11) и (2.2.2.12) следующим образом

$$S_1(\theta_{11}, \theta_{21}) = \min[Q(\theta_{11}, \theta), Q(\theta_{21}, \theta)], \quad (2.2.2.14)$$

$$S_2(\theta_{12}, \theta_{22}) = \min[Q(\theta, \theta_{12}), Q(\theta, \theta_{22})]. \quad (2.2.2.15)$$

Перейдем в (2.2.2.3) от θ_1 к новой переменной $\lambda_1 = Q(\theta_1, \theta)$, $\lambda_1 \in [\lambda_{1\min}, \lambda_{1\max}]$, $\lambda_{1\min} = Q(\theta_{1\max}, \theta)$, $\lambda_{1\max} = Q(\theta_{1\min}, \theta)$, а в выражении (2.2.2.4) – от θ_2 к новой переменной $\lambda_2 = Q(\theta_2, \theta)$, $\lambda_2 \in [\lambda_{2\min}, \lambda_{2\max}]$, $\lambda_{2\min} = Q(\theta_{2\min}, \theta)$, $\lambda_{2\max} = Q(\theta_{2\max}, \theta)$. Тогда можем записать (2.2.2.3), (2.2.2.4) как

$$L_i(\lambda_i) = L_i(Q_i(\lambda_i)) = \mu_i(\lambda_i) = a_i \min(\lambda_{0i}, \lambda_i) - \lambda_i/2 + \nu_i(\lambda_i), \quad (2.2.2.16)$$

где $Q_1(\lambda_1)$ – решение уравнения $\lambda_1 = Q(\theta_1, \theta)$ относительно θ_1 , $\lambda_{01} = Q(\theta_{01}, \theta)$, $Q_2(\lambda_2)$ – решение уравнения $\lambda_2 = Q(\theta_2, \theta)$ относительно θ_2 , $\lambda_{02} = Q(\theta_{02}, \theta)$, $\nu_i(\lambda_i)$ – статистически независимые гауссовские СП, для которых

$$\langle \nu_i(\lambda_{1i}) \nu_i(\lambda_{2i}) \rangle = \chi_1 \min(\lambda_{1i}, \lambda_{2i}). \quad (2.2.2.17)$$

Используя представление логарифма ФОП в виде суммы статистически независимых СП (2.2.2.3), (2.2.2.4), получаем

$$P_0(h) = P\{[L_1(\theta_1) + L_2(\theta_2)] < h | H_0\} = \int_{-\infty}^{+\infty} F_{20}(h-x) dF_{10}(x), \quad (2.2.2.18)$$

$$P_1(h) = P\{[L_1(\theta_1) + L_2(\theta_2)] < h | H_1\} = \int_{-\infty}^{+\infty} F_{21}(h-x) dF_{11}(x). \quad (2.2.2.19)$$

Здесь

$$\begin{aligned} F_{ij}(u) &= P\left[\sup L_i(\theta_i) < u, \theta_{i,\min} \leq \theta_i \leq \theta_{i,\max} | H_i\right] = \\ &= P\left[\sup \mu_i(\lambda_i) < u, \lambda_{i,\min} \leq \lambda_i \leq \lambda_{i,\max} | H_i\right] \end{aligned} \quad (2.2.2.20)$$

– функция распределения величин абсолютных максимумов процессов $L_i(\theta_i)$ [39, 41, 42].

Рассмотрим вначале функцию $F_{i0}(u)$ $a_i = 0$, т.е. сигнал отсутствует в принятой реализации, для которой можно записать

$$F_{i0}(u) = \int_{-\infty}^u W_i(y, \lambda_{i,\max}) dy, \quad (2.2.2.21)$$

где $W_i(y, \lambda_i)$ – решение уравнения Фоккера-Планка-Колмогорова (ФПК).

Используя метод отражения с переменной знака [34, 42], находим решение уравнения (2.2.2.21)

$$\begin{aligned}
W_i(y, \lambda_{i,\min}) &= \frac{\exp[y/2\chi_1 - (\lambda_i - \lambda_{i,\min})/8\chi_1]}{\sqrt{2\pi\chi_1(\lambda_i - \lambda_{i,\min})}} \times \int_0^\infty \frac{\exp[-(u - \xi - \lambda_{i,\min}/2)^2/2\chi_1\lambda_{i,\min}]}{\sqrt{2\chi_1\pi\lambda_{i,\min}}} \times \\
&\times \exp(-\xi/2\chi_1) \times \left[\exp\left(-\frac{(y - \xi)^2}{2\chi_1(\lambda_i - \lambda_{i,\min})}\right) - \exp\left(-\frac{(y + \xi)^2}{2\chi_1(\lambda_i - \lambda_{i,\min})}\right) \right] d\xi.
\end{aligned} \tag{2.2.2.22}$$

Подставляя $\lambda_i = \lambda_{i,\max}$ в (2.2.2.22), а затем (2.2.2.22) в выражение (2.2.2.21), получаем

$$\begin{aligned}
F_{i0}(u) &= \frac{1}{\sqrt{2\chi_1\pi\lambda_{i,\min}}} \int_0^\infty \exp[-(u - \xi - \lambda_{i,\min}/2)^2/2\chi_1\lambda_{i,\min}] \times \\
&\times \phi(\chi_1, \lambda_{i,\max} - \lambda_{i,\min}, \xi) d\xi,
\end{aligned} \tag{2.2.2.23}$$

где $\phi(y_1, y_2, y_3)$ определено в (2.1.2.17).

Подставляя (2.2.2.23) в (2.2.2.18), а затем (2.2.2.18) в (2.1.1.8), находим точное выражение для вероятности ложной тревоги

$$\begin{aligned}
\alpha &= 1 - \frac{1}{\chi_1 \sqrt{2\pi} z_{\min}^2} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{(\xi_1 + \xi_2 - h - z_{\min}^2/2)}{\sqrt{\chi_1} z_{\min}} \exp\left[-\frac{(\xi_1 + \xi_2 - h - z_{\min}^2/2)^2}{2\chi_1 z_{\min}^2}\right] \times \\
&\times \phi(\chi_1, \eta_1, \xi_1) \phi(\chi_1, \eta_2, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2
\end{aligned} \tag{2.2.2.24}$$

где $z_{\min}^2 = Q(\theta_{1,\max}, \theta_{2,\min})$, $\eta_i = Q(\theta_{i,\max}, \theta_{i,\min})$.

Найдем аналогичным образом точное выражение для вероятности пропуска

$$\begin{aligned}
\beta &= \frac{1}{2\pi \sqrt{2\pi\mu_1\mu_2} (\chi_1 z_{\min}^2)^{3/2}} \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \exp\left[-\frac{(\xi_1 + \xi_3 - h + z_{\min}^2/2)^2}{2\chi_1 z_{\min}^2}\right] \times \\
&\times \left[\exp\left(-\frac{(\xi_1 - \xi_2)^2}{2\chi_1\mu_1}\right) - \exp\left(-\frac{(\xi_1 + \xi_2)^2}{2\chi_1\mu_1}\right) \right] \phi(\chi_1, m_1, \xi_2) \phi(\chi_1, m_2, \xi_4) \times \\
&\times \left[\exp\left(-\frac{(\xi_3 - \xi_4)^2}{2\chi_1\mu_2}\right) - \exp\left(-\frac{(\xi_3 + \xi_4)^2}{2\chi_1\mu_2}\right) \right] (\xi_1 + \xi_3 - h + z_{\min}^2/2) \times \\
&\times \exp[(\xi_1 - \xi_2 + \xi_3 - \xi_4)/2\chi_1] \exp[-(\mu_1 + \mu_2)/8\chi_1] d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3 d\xi_4,
\end{aligned} \tag{2.2.2.25}$$

где $m_1 = Q(\theta_{1,\min}, \theta_{01})$, $m_2 = Q(\theta_{02}, \theta_{2,\max})$, $\mu_1 = Q(\theta_{01}, \theta_{1,\max})$, $\mu_2 = Q(\theta_{2,\min}, \theta_{02})$,

$z_{\min}^2 = Q(\theta_{1,\max}, \theta_{2,\min})$.

Если известны априорные вероятности гипотез $p_i = P(H_i)$, $i = 0, 1$, то качество обнаружения можно характеризовать условной средней вероятностью ошибки КП алгоритма (2.2.2.2)

$$P_e(\theta_{01}, \theta_{02}) = p_0 \alpha + p_1 \beta(\theta_{01}, \theta_{02}). \quad (2.2.2.26)$$

В качестве примера рассмотрим обнаружение СШПС вида (2.1.1.33). Тогда параметры m_i , μ_i , η_i и $z_{\min}^2$ имеют следующие виды

$$m_i = (k - 2)/2k, \quad \mu_i = 1/2k, \quad \eta_i = (k - 1)/2k,$$

$$z_{\min}^2 = z_m^2 \int_0^{1/k} \left[\frac{2}{\pi} \frac{\cos(1.5\pi t) + \frac{\sin(0.5\pi t)}{2t}}{1 - (2t)^2} \right]^2 dt,$$

где $z_m^2 = 2A^2/N_0$.

На рисунке 2.2.2.1 показана зависимость условной средней вероятности ошибки обнаружения сигнала (2.1.1.33) от ОСШ при $h = 0$ и $p_0 = 0.7$. Выбраны величины $\varepsilon = 0.2$, $q = 10$ и $k = 2.5$.

Анализ зависимости на рисунке 2.2.2.1 показывает, что вероятности ошибки алгоритма обнаружения сигнала (2.2.2.2) меньше по сравнению с КП алгоритмом (2.2.1.1). Следовательно, алгоритм обнаружения (2.2.2.2) более эффективен по сравнению с КП алгоритмом (2.2.1.1) обнаружения сигнала при априорной неопределенности относительно МПИ.

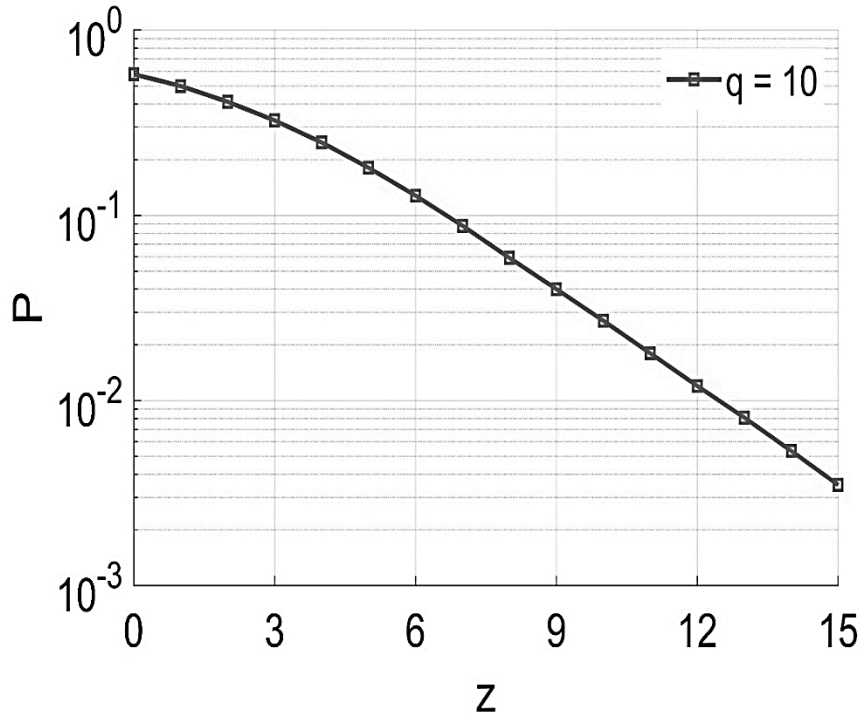


Рисунок 2.2.2.1 Зависимость условной средней вероятности ошибки КП обнаружения сигнала от ОСШ

2.3 Обнаружение последовательности сверхширокополосных сигналов с неизвестными моментами появления и исчезновения

В настоящее время последовательности СШПС широко используются в системах радиолокации и связи, поэтому большое число практических задач, связанных с обработкой СШПС, включая задачи обнаружения СШПС на фоне помех [28, 49-51]. В связи с этим рассмотрим задачу обнаружения последовательности СШПС с неизвестными моментами появления, принимаемых на фоне помех. Последовательность СШПС представим в виде

$$s_N(t, \theta_{01}, \theta_{02}, T_0) = \begin{cases} f_N(t, T_0), & \theta_{01} \leq t \leq \theta_{02}, \\ 0, & t < \theta_{01}, t > \theta_{02}. \end{cases} \quad (2.3.1)$$

Здесь θ_{01} и θ_{02} – соответственно моменты его появления и исчезновения, которые могут принимать значения из априорных интервалов

$$\theta_{01} \in [\theta_{1\min}, \theta_{1\max}], \theta_{02} \in [\theta_{2\min}, \theta_{2\max}], \quad (2.3.2)$$

а форма сигнала $f_N(t)$ определяется выражением

$$f_N(t, T_0) = \sum_{k=0}^{N-1} f[t - kT_0], \quad (2.3.3)$$

где N – количество импульсов в последовательности, T_0 – период повторения и $f(t)$ – форма одиночного СШПС.

Пусть на интервале времени $[0, T]$ в случае наличия сигнала наблюдается реализация

$$x(t) = s_N(t, \theta_{01}, \theta_{02}, T_0) + n(t) + \xi(t), \quad (2.3.4)$$

а в случае отсутствия сигнала

$$x(t) = n(t) + \xi(t). \quad (2.3.5)$$

Здесь $\xi(t)$ – ГУП с нулевым средним, представляет собой сумму процессов

$$\xi(t) = \sum_{i=1}^K \xi_i(t), \quad (2.3.6)$$

имеющих корреляционную функцию

$$B_\xi(t_2 - t_1) = \sum_{i=1}^K B_{i\xi}(t_2 - t_1) \quad (2.3.7)$$

со спектральной плотностью

$$G_\xi(\omega) = \sum_{i=1}^K \frac{\gamma_i}{2} \left[g\left(\frac{\omega_{0i} - \omega}{\Omega_i}\right) + g\left(\frac{\omega_{0i} + \omega}{\Omega_i}\right) \right] = \sum_{i=1}^K G_{i\xi}(\omega). \quad (2.3.8)$$

В частном случае, представляющим практический интерес, когда:

$$g_i(x) = I(x) = \begin{cases} 1, & |x| < 1/2 \\ 0, & |x| > 1/2 \end{cases}, \text{ можно представить (2.3.8) в виде [28, 48, 50]}$$

$$G_{\xi}(\omega) = \sum_{i=1}^K \frac{\gamma_i}{2} \left[I\left(\frac{\omega_{0i} - \omega}{\Omega_i}\right) + I\left(\frac{\omega_{0i} + \omega}{\Omega_i}\right) \right]. \quad (2.3.9)$$

Предположим, что на приёмной стороне неизвестна форма сигнала $f_N(t)$ и момент появления θ_{01} , а момент исчезновения сигнала θ_{02} и период повторения T_0 считаем априори известными.

Используем КП алгоритм обнаружения [39, 42] для преодоления априорной неопределенности относительно формы сигнала и моментов появления (2.3.2), согласно которому приемник формирует и сравнивает с порогом СВ

$$L_{s1} = L_{s1}(\theta_1)_{<_{H_0}}^{>_{H_1}} h, \quad (2.3.10)$$

$$L_{s1}(\theta_1) = \frac{2}{N_0} \sum_{n=0}^{N-1} \int_{\theta_1}^{\theta_{02}} \{x(t) - g[t - nT_0]/2\} g[t - nT_0] dt \quad (2.3.11)$$

для некоторых ожидаемых моментов появления θ_1^* из области (2.3.2) и формы опорного сигнала $g_N(t) = \sum_{n=0}^{N-1} g[t - nT_0]$.

Полагаем, что опорный и принятый сигнал имеют одинаковую форму $f_N(t) = g_N(t)$. Найдем аналогичным образом (П.2.1.2) характеристики КП алгоритма (2.3.10)

$$\alpha = 1 - \int_0^\infty \exp\left[-(h - \xi + z_{\min}^2/2)^2 / 2\chi_2 z_{\min}^2\right] \phi(\rho_{10}/\sqrt{\chi_2}, \eta_1, \xi/\chi_2) d\xi / z_{\min} \sqrt{\chi_2 2\pi}, \quad (2.3.12)$$

$$\begin{aligned} \beta(\theta_{01}) = & \int_0^\infty \int_0^\infty \exp\left[-(\xi - h + z_0^2/2 - \rho_{11}^2 \mu_1/2)^2 / 2\sigma_1^2 \chi_2 + (\xi - \xi_1)/2\chi_2\right] \times \\ & \times \left\{ \exp\left[-(\xi - \xi_1)^2 / 2\chi_2 \rho_{11}^2 \mu_1\right] - \exp\left[-(\xi + \xi_1)^2 / 2\chi_2 \rho_{11}^2 \mu_1\right] \right\} \times \\ & \times \exp\left[-\rho_{11}^2 q_1^2 \mu_1 / 8\chi_2\right] \phi(\rho_{11}/\sqrt{\chi_2}, m_1, \xi_1/\chi_2) d\xi d\xi_1 / 2\pi \chi_2 \sigma_1 \rho_{11} \sqrt{\mu_1}. \end{aligned} \quad (2.3.13)$$

Здесь

$$z_{\min}^2 = \frac{2}{N_0} \sum_{k=0}^{N-1} \int_{\theta_{1\max}}^{\theta_{02}} f^2(t - kT_0) dt,$$

$$z_0^2 = \frac{2}{N_0} \sum_{k=0}^{N-1} \int_{\theta_{01}}^{\theta_{02}} f^2(t - kT_0) dt,$$

$$\rho_{10}^2 = \frac{2T_{\max}}{N_0} \sum_{k=0}^{N-1} f^2(\theta_{1\max} - kT_0), \quad \rho_{11}^2 = \frac{2T_{\max}}{N_0} \sum_{k=0}^{N-1} f^2(\theta_{01} - kT_0),$$

$$\sigma_1^2 = \chi_2(z_0^2 - \rho_{11}^2 \mu_1),$$

$\eta_1, \mu_1, m_1, T_{\max}$ определены как в П. 2.1.2,

$$\chi_2 = 1 + \frac{2}{N_0} \frac{\sum_{i=1}^K \int_{\theta_1^*}^{\theta_{02}} \int_{\theta_1^*}^{\theta_{02}} B_{i\xi}(t_2 - t_1) f_N(t_1) f_N(t_2) dt_1 dt_2}{\int_{\theta_1^*}^{\theta_{02}} f_N^2(t) dt}. \quad (2.3.14)$$

Используя спектральное представление, можно представить (2.3.14) приближенным выражением

$$\chi_2 = 1 + \sum_{i=1}^K \frac{\frac{\gamma_i}{N_0} \int_{\omega_{0i}-\Omega_i/2}^{\omega_{0i}+\Omega_i/2} |S(j\omega)|^2 d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} |S(j\omega)|^2 d\omega} = 1 + \sum_{i=1}^K q_i \varepsilon_i. \quad (2.3.15)$$

Здесь

$$\varepsilon_i = \frac{\int_{\omega_{0i}-\Omega_i/2}^{\omega_{0i}+\Omega_i/2} |S(j\omega)|^2 d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} |S(j\omega)|^2 d\omega} = \frac{\int_{\omega_{0i}-\Omega_i/2}^{\omega_{0i}+\Omega_i/2} \left| S(j\omega) \sum_{k=0}^{N-1} \exp(-jk\omega T_0) \right|^2 d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} \left| S(j\omega) \sum_{k=0}^{N-1} \exp(-jk\omega T_0) \right|^2 d\omega}, \quad (2.3.16)$$

$$q_i = \frac{\gamma_i}{N_0}, \quad (2.3.17)$$

где q_i – ОПШ для i -ой помехи $\xi_i(t)$, а ε_i – относительная доля энергии СШПС в полосе частот, пораженной i -ой помехой и $S(j\omega)$ – спектр одиночного СШПС.

Далее рассмотрим задачу обнаружения последовательности СШПС с неизвестными МПИ (2.3.1). В этом случае приемник должен формировать логарифм ФОП для всех возможных значений МПИ из области (2.3.2)

$$L_{s2}(\theta_1, \theta_2) = L_{s21}(\theta_1) + L_{s22}(\theta_2), \quad (2.3.18)$$

$$L_{s21}(\theta_1) = \frac{2}{N_0} \sum_{k=0}^{N-1} \int_{\theta_1}^{\theta} [x(t) - g(t - kT_0)/2] g(t - kT_0) dt, \quad (2.3.19)$$

$$L_{s22}(\theta_2) = \frac{2}{N_0} \sum_{k=0}^{N-1} \int_{\theta}^{\theta_2} [x(t) - g(t - kT_0)/2] g(t - kT_0) dt. \quad (2.3.20)$$

Решение в пользу одной из гипотез выносится в результате сравнения с порогом величины максимума логарифма ФОП на априорной области (2.3.1)

$$L_{s2} = \sup_{\substack{H_1 \\ > \\ H_0}} L_{s2}(\theta_1, \theta_2) \stackrel{>}{<} h. \quad (2.3.21)$$

Предположим, что опорный и принимаемый сигнал имеют одинаковую форму $f_N(t) = g_N(t)$, тогда для нахождения характеристики обнаружения введем в рассмотрение функцию

$$Q(\theta_1, \theta_2) = \frac{2}{N_0} \sum_{k=0}^{N-1} \int_{\theta_1}^{\theta_2} f^2(t - kT_0) dt. \quad (2.3.22)$$

Найдем аналогичным образом (П.2.2.2) характеристики КП алгоритма (2.2.2.2).

Выражение для вероятности ложной тревоги можно записать в виде

$$\alpha = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi} \chi_3 z_{\min}^2} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{(\xi_1 + \xi_2 - h - z_{\min}^2/2)}{z_{\min} \sqrt{\chi_3}} \exp \left[-\frac{(\xi_1 + \xi_2 - h - z_{\min}^2/2)^2}{2\chi_3 z_{\min}^2} \right] \times \\ \times \phi(\chi_3, \eta_1, \xi_1) \phi(\chi_3, \eta_2, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2 \quad (2.3.23)$$

где $z_{\min}^2 = Q(\theta_{1,\max}, \theta_{2,\min})$, $\eta_i = Q(\theta_{i,\max}, \theta_{i,\min})$ и χ_3 – коэффициент снижения эффективности обнаружения при воздействии ГУП, определяющийся выражением

$$\chi_3 = 1 + \frac{2}{N_0} \frac{\sum_{i=1}^K \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} B_{i\xi}(t_2 - t_1) f(t_1) f(t_2) dt_1 dt_2}{\int_{\theta_1}^{\theta_2} f^2(t) dt}. \quad (2.3.24)$$

Для упрощения вычисления значений (2.3.24) воспользуемся спектральными представлениями.

Находим выражение для вероятности пропуска сигнала в виде

$$\begin{aligned} \beta = & \frac{1}{2\pi\chi_3 z_{\min}^3 \sqrt{2\pi\chi_3 \mu_1 \mu_2}} \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \exp \left[-\frac{(\xi_1 + \xi_3 - h + z_{\min}^2/2)^2}{2\chi_3 z_{\min}^2} \right] \times \\ & \times \left[\exp \left(-\frac{(\xi_1 - \xi_2)^2}{2\chi_3 \mu_1} \right) - \left(-\frac{(\xi_1 + \xi_2)^2}{2\chi_3 \mu_1} \right) \right] \phi(\chi_3, m_1, \xi_2) \phi(\chi_3, m_2, \xi_4) \times \\ & \times \left[\exp \left(-\frac{(\xi_3 - \xi_4)^2}{2\chi_3 \mu_2} \right) - \left(-\frac{(\xi_3 + \xi_4)^2}{2\chi_3 \mu_2} \right) \right] (\xi_1 + \xi_3 - h + z_{\min}^2/2) \times \\ & \times \exp[(\xi_1 - \xi_2 + \xi_3 - \xi_4)/2\chi_3] \exp[-(\mu_1 + \mu_2)/8\chi_3] d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3 d\xi_4. \end{aligned} \quad (2.3.25)$$

где $m_1 = Q(\theta_{1\min}, \theta_{01})$, $m_2 = Q(\theta_{02}, \theta_{2\max})$, $\mu_1 = Q(\theta_{01}, \theta_{1\max})$, $\mu_2 = Q(\theta_{2\min}, \theta_{02})$, $z_{\min}^2 = Q(\theta_{1,\max}, \theta_{2,\min})$.

Таким образом, полученные выражения для вероятностей ошибки обнаружения последовательности СШПС с неизвестными МПИ аналогичны выражениям для одиночного СШПС с той разницей, что вероятности ошибки обнаружения последовательности СШПС с неизвестными МПИ уменьшаются при увеличении количества импульсов в последовательности СШПС.

Выводы к главе 2

1. Синтезированы алгоритмы обнаружения одиночного СШПС с неизвестным моментом появления, принимаемого на фоне ГУП и ГБШ. Найдены выражения для характеристик обнаружения одиночного СШПС с неизвестными моментами появления. Исследовано влияние помех на эффективность обнаружения. Показано, что незнание моментов появления сигнала, а также увеличение интенсивности помех и величины относительной доли энергии СШПС в полосе частот, пораженной помехой, приводят к увеличению вероятности ошибки обнаружения. Вероятность ошибки обнаружения СШПС с неизвестными моментами появления минимальна при совпадении истинного и ожидаемого момента появления.

2. Синтезированы алгоритмы обнаружения одиночного СШПС с неизвестными МПИ, принимаемого на фоне ГУП и ГБШ, найдены выражения для характеристик обнаружения. Показано, что вероятность ошибки обнаружения СШПС с неизвестными МПИ зависит от их интенсивности и величины относительной доли энергии СШПС в полосе частот, пораженной помехой, а также вероятность ошибки обнаружения СШПС с неизвестным моментом появления меньше, чем вероятность ошибки обнаружением СШПС с неизвестными МПИ.

3. Найдены выражения для характеристики обнаружения СШПС с неизвестными МПИ способом адаптации КП приёмника по неизвестным МПИ. С использованием данного способа возможно снижение вероятности ошибок обнаружения.

4. Проведен синтез алгоритмов обнаружения последовательности СШПС с неизвестными МПИ, принимаемых на фоне ГУП и ГБШ. Показано, что эффективность обнаружения увеличивается с увеличением количеств импульсов в последовательности СШПС.

ГЛАВА 3 ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ ПОМЕХ И ГАУССОВСКОГО БЕЛОГО ШУМА

3.1 Оценка момента появления сверхширокополосного сигнала

Рассмотрим задачу оценки момента появления СШПС на фоне ГУП и ГБШ.

Пусть на интервале времени $[0, T]$ наблюдается реализация $x(t)$ смеси сигнала (2.1.1.1), ГБШ $n(t)$ и ГУП $\xi(t)$

$$x(t) = s(t, \theta_1, \theta_2) + n(t) + \xi(t).$$

Как известно [39, 40, 43-46], для оценки момента появления СШПС можно использовать КП алгоритм. Приёмник должен формировать СП $L^*(\theta_1) = L^*(\theta_1, \theta_2^*)$ перебирая по очереди все возможные значения момента появления из области (2.1.1.2), где

$$L^*(\theta_1, \theta_2) = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} [x(t) - g(t)/2] g(t) dt, \quad (3.1.1)$$

$g(t)$ и θ_2^* – форма и момент исчезновения ожидаемого сигнала. В качестве КП оценки момента появления выбирается значение θ_1 , которое обеспечивает максимум решающей статистики $L^*(\theta_1)$

$$\tilde{\theta}_1 = \arg \sup L^*(\theta_1). \quad (3.1.2)$$

На рисунке 3.1.1 представлена блок-схема КП измерителя момента появления. Здесь КИ работает в интервалах времени $[\theta_{1\min}, \theta_2^*]$, Э – экстрематор, определяющий положение максимума выходного сигнала интегратора на отрезке времени $t \in [\theta_{1\min}, \theta_{1\max}]$.

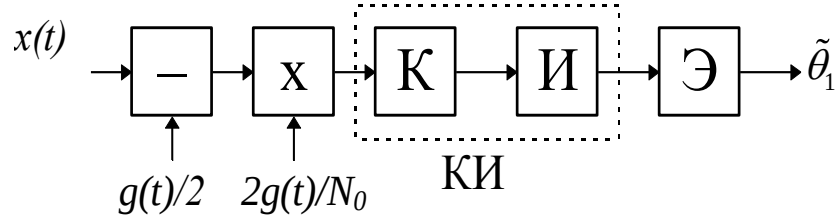


Рисунок 3.1.1

Для исследования статистических характеристик СП $L^*(\theta_2)$ запишем сигнальную функцию

$$S^*(\theta_1) = \frac{2}{N_0} \int_{\max(\theta_1, \theta_{01})}^{\min(\theta_2^*, \theta_{02})} f(t) g(t) dt - \frac{1}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2^*} g^2(t) dt, \quad (3.1.3)$$

и корреляционную функцию

$$B^*(\theta_{11}, \theta_{21}) = \frac{2}{N_0} \int_{\max(\theta_{11}, \theta_{21})}^{\theta_2^*} g^2(t) dt + \frac{4}{N_0} \int_{\max(\theta_{11}, \theta_{21})}^{\theta_2^*} \int_{\max(\theta_{11}, \theta_{21})}^{\theta_2^*} B_{\xi}(t_2 - t_1) g(t_1) g(t_2) dt_1 dt_2. \quad (3.1.4)$$

Далее перепишем (3.1.4) в виде

$$B^*(\theta_{11}, \theta_{21}) = \frac{2\chi}{N_0} \int_{\max(\theta_{11}, \theta_{21})}^{\theta_2^*} g^2(t) dt.$$

Здесь

$$\chi = 1 + \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2^*} \int_{\theta_1}^{\theta_2^*} B_{\xi}(t_2 - t_1) g(t_1) g(t_2) dt_1 dt_2 \bigg/ \int_{\theta_1}^{\theta_2^*} g^2(t) dt \quad (3.1.5)$$

— коэффициент снижения точности КП оценки момента появления СШПС вследствие воздействия ГУП.

Согласно П.2.1, находим (3.1.5) в виде

$$\chi = 1 + \varepsilon q. \quad (3.1.6)$$

Будем полагать, что ОСШ на выходе приемника

$$z^2 = S^{*2}(\theta_{1m}) / B^*(\theta_{1m}, \theta_{1m}) \gg 1$$

достаточно велико. Здесь

$$\theta_{1m} = \arg \sup S^*(\theta_1) \quad (3.1.7)$$

— положение абсолютного максимума сигнальной функции (3.1.3).

Используя метод локально-марковской аппроксимации [18, 20, 35, 72], найдем асимптотическое выражение для плотности вероятности КП оценки момента появления СШПС

$$W(\theta_1) = \begin{cases} d_1^2 \Psi[d_1^2(\theta_{1m} - \theta_1), z_1^2, z_2^2, 1/q_1], & \theta_1 \leq \theta_{1m}, \\ d_2^2 \Psi[d_2^2(\theta_{1m} - \theta_1), z_1^2, z_2^2, q_1], & \theta_1 > \theta_{1m}. \end{cases} \quad (3.1.8)$$

Здесь функция $\Psi(y, y_1, y_2, y_3)$ определяется как

$$\begin{aligned} \Psi(y, y_1, y_2, y_3) = & \frac{1}{2\sqrt{\pi}y^{3/2}} \left\{ \frac{\exp[-(y_1 - y)/4]}{\sqrt{\pi[y_1 - y]}} + \Phi\left(\sqrt{\frac{y_1 - y}{2}}\right) \right\} \times \\ & \times \int_0^\infty x \exp\left[-\frac{(x + y)^2}{4y}\right] \left[\Phi\left(\frac{y_2 + y_3 x}{\sqrt{2y_2}}\right) - \exp(-y_3 x) \Phi\left(\frac{y_2 - y_3 x}{\sqrt{2y_2}}\right) \right] dx. \end{aligned}$$

Далее введены следующие обозначения

$$z_1^2 = d_1^2 T_{\max} \min(\mu_1, z_0^2 / \rho_{11}^2), \quad z_2^2 = d_1^2 T_{\max} m_1,$$

$$d_1^2 = \rho_{11}^2 q_1^2 / 2T_{\max}, \quad d_2^2 = \rho_{11}^2 \chi / 2T_{\max},$$

$$\rho_{11}^2 = 2g^2(\theta_{1m})T_{\max} / N_0,$$

$$q_1 = 2f(\theta_{1m}) / g(\theta_{1m}) - 1,$$

$$z_0^2 = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_{1m}}^{\theta_2^*} g^2(t) dt,$$

$$\mu_1 = (\theta_{1\max} - \theta_{1m}) / T_{\max}, \quad m_1 = (\theta_{1m} - \theta_{1\min}) / T_{\max}$$

— нормированные положения момента появления,

$$T_{\max} = \theta_{2\max} - \theta_{1\min}$$

— максимальная длительность.

С помощью (3.1.8) находим асимптотические выражения для смещения и рассеяния КП оценки (3.1.2)

$$b(\tilde{\theta}_1|\theta_{01}) = \Delta_1 + 2\chi T_{\max} F_b(z_2^2, z_1^2, q_1)/\rho_{11}^2 - 2\chi T_{\max} F_b(z_1^2, z_2^2, 1/q_1)/\rho_{11}^2 q_1^2, \quad (3.1.9)$$

$$V(\tilde{\theta}_1|\theta_{01}) = 4\chi^2 T_{\max}^2 F_V(z_2^2, z_1^2, q_1)/\rho_{11}^4 + 4\chi^2 T_{\max}^2 F_V(z_1^2, z_2^2, 1/q_1)/\rho_{11}^4 q_1^4 + \\ + 2b\Delta_1 b(\tilde{\theta}_1|\theta_{01}) - \Delta_1^2 \quad (3.1.10)$$

Здесь

$$\Delta_1 = \theta_{1m} - \theta_{01}$$

$$F_b(y_1, y_2, y_3) = \int_0^{y_1} \frac{1}{2\sqrt{\pi x}} \left\{ \frac{\exp[-(y_1 - x)/4]}{\sqrt{\pi(y_1 - x)}} + \Phi\left(\sqrt{\frac{y_1 - x}{2}}\right) \right\} \times \\ \times \left\{ \int_0^\infty \xi \exp\left[-\frac{(\xi + x)^2}{4x}\right] \left[\Phi\left(\frac{y_2 + y_3 \xi}{\sqrt{2y_2}}\right) - \exp(-y_3 \xi) \Phi\left(\frac{y_2 - y_3 \xi}{\sqrt{2y_2}}\right) \right] d\xi \right\} dx,$$

$$F_V(y_1, y_2, y_3) = \int_0^{y_1} \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{\pi}} \left\{ \frac{\exp[-(y_1 - x)/4]}{\sqrt{\pi(y_1 - x)}} + \Phi\left(\sqrt{\frac{y_1 - x}{2}}\right) \right\} \times \\ \times \left\{ \int_0^\infty \xi \exp\left[-\frac{(\xi + x)^2}{4x}\right] \left[\Phi\left(\frac{y_2 + y_3 \xi}{\sqrt{2y_2}}\right) - \exp(-y_3 \xi) \Phi\left(\frac{y_2 - y_3 \xi}{\sqrt{2y_2}}\right) \right] d\xi \right\} dx.$$

При дальнейшем увеличении ОСШ $\rho_{11} \rightarrow \infty$ плотность вероятности (2.1.8) приобретает вид

$$W(\mu) = \begin{cases} W_0(|\mu|, 1/q_1), & \mu \leq 0, \\ W_0(|\mu|, q_1), & \mu > 0. \end{cases} \quad (3.1.11)$$

Здесь перешли к новой переменной $\mu = \rho_{11}^2 q_1^2 (\theta_1 - \theta_{1m}) / 2\chi T_{\max}$ при $\theta_1 \leq \theta_{1m}$, $\mu = \rho_{11}^2 (\theta_1 - \theta_{1m}) / 2\chi T_{\max}$ при $\theta_1 > \theta_{1m}$, а функция $W_0(x, y)$ определяется как

$$W_0(x, y) = \Psi(x, \infty, \infty, y) = 1 - \Phi\left\{\sqrt{|x|/2}\right\} + (2y + 1) \exp\{y(y + 1)|x|\} \left[1 - \Phi\left\{(2y + 1)\sqrt{|x|/2}\right\} \right].$$

Найдем асимптотические выражения для условных смещений и рассеяний КП оценки момента появления СШПС с помощью (3.1.11)

$$b(\tilde{\theta}_1|\theta_{01}) = \Delta_1 + 2T_{\max}\chi[q_1^3(q_1+2) - (2q_1+1)] / [\rho_{11}^2 q_1^2 (q_1+1)]^2, \quad (3.1.12)$$

$$V(\tilde{\theta}_1|\theta_{01}) = 8\chi^2 [T_{\max}^2 q_1^5 (2q_1^2 + 6q_1 + 5) + (5q_1^2 + 6q_1 + 2)] / [\rho_{11}^4 q_1^4 (q_1+1)^3] + 2\Delta_1 b(\tilde{\theta}_1|\theta_{01}) - \Delta_1^2. \quad (3.1.13)$$

Если форма принимаемого и опорного сигналов одинаковы, то есть $f(t) = g(t)$, находим условные смещения и рассеяние оценки КП оценки в виде

$$b(\tilde{\theta}_1|\theta_{01}) = 2\chi T_{\max} F_b(z_2^2, z_1^2, 1) / \rho_{11}^2 - 2\chi T_{\max} F_b(z_1^2, z_2^2, 1) / \rho_{11}^2, \quad (3.1.14)$$

$$V(\tilde{\theta}_1|\theta_{01}) = 4\chi^2 T_{\max}^2 F_V(z_2^2, z_1^2, 1) / \rho_{11}^4 + 4\chi^2 T_{\max}^2 F_b(z_1^2, z_2^2, 1) / \rho_{11}^4. \quad (3.1.15)$$

Здесь

$$z_1^2 = \rho_{11}^2 \min(\mu_1, z_0^2 / \rho_{11}^2) / 2\chi, \quad z_2^2 = \rho_{11}^2 m_1 / 2\chi,$$

$$\rho_{11}^2 = 2f^2(\theta_{01})T_{\max} / N_0, \quad z_0^2 = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_{01}}^{\theta_{02}} f^2(t)dt.$$

$$m_1 = (\theta_{01} - \theta_{1\min}) / T_{\max}, \quad \mu_1 = (\theta_{1\max} - \theta_{01}) / T_{\max}.$$

Проведем исследование точности КП оценки момента появления. Для этого, используя выражения (3.1.14) находим асимптотические выражения для условных смещений как

$$b(\tilde{\theta}_1|\theta_{01}) = 0. \quad (3.1.16)$$

Нормированное условное рассеяние (УР) оценки момента появления представим в виде

$$V_{0m} = V(\tilde{\theta}_1|\theta_{01}) / T_{\max}^2 \quad (3.1.17)$$

характеризует относительную погрешность оценки.

3.2 Статистическое моделирование алгоритма оценки моментов появления сверхширокополосных сигналов

Проведено экспериментальное исследование синтезированных алгоритмов оценки момента появления СШПС методом статистического моделирования на ЭВМ.

Поскольку невозможно сформировать логарифм ФОП (3.1.1) для бесконечного количества всех возможных значений момента появления сигнала из (2.1.1.2), выполним формирование дискретных отсчётов логарифма ФОП. В качестве оценки момента появления будем выбирать номер максимального отсчёта $\hat{n} = \arg \max L_1(i)$ и находить нормированную оценку как

$$\hat{\lambda}_1 = (\hat{\theta}_1 - \theta) / T_{\max} = \delta \hat{n}. \quad (3.2.1)$$

Рассмотрим статистическое моделирование КП алгоритма оценивания моментов появления СШПС (2.1.1.33). Вначале предполагалось, что момент исчезновения сигнала априори известен и равен $\theta_{02} = \theta_{2\max}$. Для моделирования КП оценки многократно формировались СВ (2.1.3.18) при $j=1$ и находилась максимальная из них. Выбрана величина $\nu=0.05$ и нормированный интервал дискретизации δ нетрудно найти, используя выражение (2.1.3.10).

На рисунке 3.2.1 показаны зависимости нормированных УР оценок моментов появления СШПС от ОСШ при $k=2.5$ и $\varepsilon=0.2$. Величина λ_{01} в каждом испытании выбиралась либо фиксированной и равной $\lambda_{01}=0.313$. Сплошной и штриховой линиями на рисунке показаны рассеяния КП оценки, рассчитанные по формуле (3.1.15). Квадратиками и кружками на этом рисунке изображены экспериментальные значения нормированных рассеяний КП оценки.

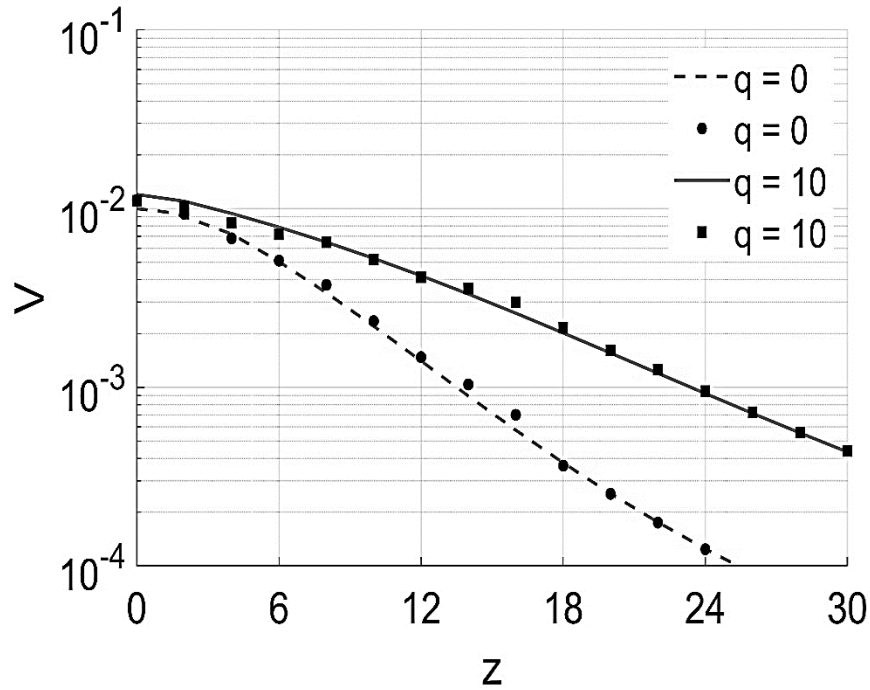


Рисунок 3.2.1 Зависимости нормированных УР оценок момента появления от ОСШ

Анализ зависимостей, представленных на рисунке 3.2.1 показывает, что УР оценки момента появления уменьшается при уменьшении ОПШ и увеличении ОСШ. В случае, когда ОСШ $z=6$ и ОПШ $q=10$, УР оценки в 2.5 раз больше по сравнению с УР оценки при отсутствии помех, а при $z=18$ и $q=10$ – в 7 раз выше. То есть, точность оценки момента появления сигнала снижается с увеличением интенсивности ГУП.

Также видно, что экспериментальные зависимости удовлетворительно описываются асимптотическими выражениями для рассеяний оценок. В случае, когда $q=0$, экспериментальные значения рассеяний совпадают с рассеяниями, рассчитанными с использованием выражения (3.1.15) при $z_m > 18$, а в случае, когда $q=10$, это совпадения наблюдаются при $z_m > 25$.

3.3 Квазиправдоподобная оценка моментов появления и исчезновения сверхширокополосных сигналов

Используем КП алгоритм [40, 42, 43, 46] для оценивания МПИ, согласно которому, приемник должен формировать решающую статистику (3.1.1) для всех возможных значений МПИ (2.1.1.2) и формы сигнала $g(t)$. КП алгоритм оценки МПИ запишем как

$$(\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2) = \arg \sup L^*(\theta_1, \theta_2). \quad (3.3.1)$$

Согласно [39, 42] представим случайное поле (3.1.1) в виде суммы двух статистически независимых гауссовских СП

$$L^*(\theta_1, \theta_2) = L_1(\theta_1) + L_2(\theta_2).$$

Здесь

$$L_1(\theta_1) = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta} g(t)x(t)dt - \frac{1}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta} g^2(t)dt, \quad (3.3.2)$$

$$L_2(\theta_2) = \frac{2}{N_0} \int_{\theta}^{\theta_2} g(t)x(t)dt - \frac{1}{N_0} \int_{\theta}^{\theta_2} g^2(t)dt, \quad (3.3.3)$$

где θ – произвольная точка, принадлежащая интервалу $(\theta_{1\max}, \theta_{2\min})$. Тогда КП оценки (3.3.1) можно найти как

$$\tilde{\theta}_i = \arg \sup L_i(\theta_i), \quad i=1,2. \quad (3.3.4)$$

Очевидно, что КП оценки (3.3.4) также статистически независимы.

На рисунке 3.3.1 изображена блок-схема КП измерителя МПИ, где КИ1 и КИ2 работают в интервалах времени $[\theta_{1\min}, \theta]$, $[\theta, \theta_{2\max}]$ соответственно, ЛЗ – линия задержки, которая осуществляет задержку сигнала на время $t = \theta - \theta_{1\min}$, Э1 и Э2 –

экстрематоры, определяющие положение максимума на интервалах времени $[\theta, \theta + \theta_{1\max} - \theta_{1\min}]$, $[\theta_{2\min}, \theta_{2\max}]$.

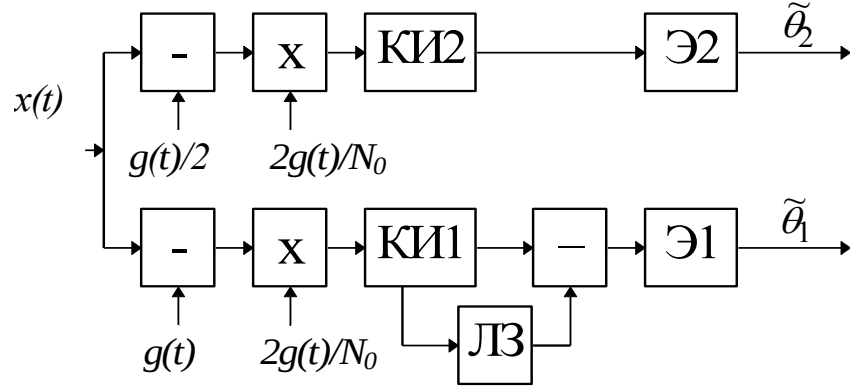


Рисунок 3.3.1

Найдем асимптотические выражения для условных смещений и рассеяний КП оценки МПИ аналогично П.3.1

$$b(\tilde{\theta}_i | \theta_{0i}) = \Delta_i + 2\chi_1 T_{\max} F_b(z_{2i}^2, z_{1i}^2, q_i) / \rho_{1i}^2 - 2\chi_1 T_{\max} F_b(z_{1i}^2, z_{2i}^2, 1/q_i) / \rho_{1i}^2 q_i^2, \quad (3.3.5)$$

$$V(\tilde{\theta}_i | \theta_{0i}) = 4\chi_1^2 T_{\max}^2 F_V(z_{2i}^2, z_{1i}^2, q_i) / \rho_{1i}^4 + 4\chi_1^2 T_{\max}^2 F_V(z_{1i}^2, z_{2i}^2, 1/q_i) / \rho_{1i}^4 q_i^4 + 2b\Delta_i b(\tilde{\theta}_i | \theta_{0i}) - \Delta_i^2. \quad (3.3.6)$$

Здесь введены следующие обозначения

$$\Delta_i = \theta_{im} - \theta_{0i}, \quad \rho_{1i}^2 = 2g^2(\theta_{im})T_{\max}/N_0, \quad q_i = 2f(\theta_{im})/g(\theta_{im}) - 1,$$

$$z_{1i}^2 = \rho_{1i}^2 \min(\mu_i, z_0^2 / \rho_{1i}^2) / 2\chi_1, \quad z_{2i}^2 = \rho_{2i}^2 m_i / 2\chi_1,$$

$$\rho_{1i}^2 = 2g^2(\theta_{mi})T_{\max}/N_0, \quad z_0^2 = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_{1m}}^{\theta_{2m}} f^2(t) dt.$$

$$\mu_1 = (\theta_{1\max} - \theta_{1m}) / T_{\max}, \quad m_1 = (\theta_{1m} - \theta_{1\min}) / T_{\max},$$

$$\mu_2 = (\theta_{2m} - \theta_{2\min}) / T_{\max}, \quad m_2 = (\theta_{2\max} - \theta_{2m}) / T_{\max},$$

$$\chi_1 = 1 + \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} B_{\xi}(t_2 - t_1) g(t_1) g(t_2) dt_1 dt_2 \bigg/ \int_{\theta_1}^{\theta_2} g^2(t) dt. \quad (3.3.7)$$

Согласно П.2.2, находим (3.3.7) как

$$\chi_1 = 1 + \varepsilon q. \quad (3.3.8)$$

Если форма принимаемого и опорного сигналов одинаковы ($f(t) = g(t)$), то можем найти выражения для условных смещений и рассеяний КП оценки МПИ

$$b(\tilde{\theta}_i | \theta_{0i}) = \int_{\theta_{i \min}}^{\theta_{i \max}} (\theta_i - \theta_{0i}) W(\theta_i | \theta_{0i}) d\theta_i, \quad (3.3.9)$$

$$V(\tilde{\theta}_i | \theta_{0i}) = \int_{\theta_{i \min}}^{\theta_{i \max}} (\theta_i - \theta_{0i})^2 W(\theta_i | \theta_{0i}) d\theta_i. \quad (3.3.10)$$

Здесь

$$W(\theta_i | \theta_{0i}) = \frac{2 f^2(\theta_i)}{N_0} \times \begin{cases} \psi_1[-Q(\theta_{0i}, \theta_i), Q(\theta_{0i}, \theta_{i \min}), Q(\theta_{0i}, \theta_{i \max})], & \theta_{i \min} \leq \theta_i \leq \theta_{0i}, \\ \psi_1[Q(\theta_{0i}, \theta_i), Q(\theta_{0i}, \theta_{i \max}), Q(\theta_{0i}, \theta_{i \min})], & \theta_{0i} \leq \theta_i \leq \theta_{i \max}. \end{cases} \quad (3.3.11)$$

$$Q(\theta_1, \theta_2) = \frac{2}{\chi_1 N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} f^2(t) dt,$$

$$\begin{aligned} \psi_1(y, y_1, y_2) = & \frac{1}{\sqrt{2\pi} |y|^{3/2}} \left\{ \frac{\exp[-(y_1 - y)/8]}{\sqrt{\pi [y_1 - y]/2}} + \Phi\left(\sqrt{\frac{y_1 - y}{4}}\right) \right\} \times \\ & \times \int_0^\infty x \exp\left[-\frac{(x + y/2)^2}{2y}\right] \left[\Phi\left(\frac{y_2/2 + x}{\sqrt{y_2}}\right) - \exp(-x) \Phi\left(\frac{y_2/2 - x}{\sqrt{y_2}}\right) \right] dx. \end{aligned}$$

Далее проведем исследование точности КП оценок МПИ. Для этого, используя выражения (3.3.5), (3.3.6), (3.3.9) и (3.3.10), находим асимптотические выражения для условных смещений и рассеяний оценок

$$b(\tilde{\theta}_i | \theta_{0i}) = 0, \quad (3.3.12)$$

$$V(\tilde{\theta}_i | \theta_{0i}) = 26\chi_1^2 T_{\max}^2 / \rho_{i1}^4. \quad (3.3.13)$$

Здесь $\rho_{i1}^2 = 2f^2(\theta_{0i})T_{\max}/N_0$.

Введем нормированное УР оценки МПИ

$$V_{\theta_{0i}} = V(\tilde{\theta}_i | \theta_{0i}) / T_{\max}^2. \quad (3.3.14)$$

Данная величина характеризует относительную погрешность оценки.

Для исследования точности оценок МПИ СШПС рассмотрим влияние ГУП (2.1.1.3) на точность оценок. В качестве примера СШПС рассмотрим сигнал вида (2.1.1.33). Нормированные длины априорных интервалов равны $\eta_i = (\theta_{i\max} - \theta_{i\min}) / T_{\max} = (k-1)/2k$, $i=1,2$.

Кроме того, полагаем, что МПИ принятого сигнала располагаются на отрезках $[\theta_{1\min}, \theta]$, $[\theta, \theta_{2\max}]$ соответственно, положим $\mu_i = 9/32k$, $k = 2.5$.

На рисунке 3.2.2 показаны зависимости нормированных УР оценок МПИ СШПС от ОСШ для некоторых случаев ОПШ при $\varepsilon = 0.2$.

На рисунке 3.2.3 показаны зависимости нормированных УР оценок МПИ СШПС от величин относительной доли энергии СШПС в полосе частот, пораженной помехой при $z = 8$.

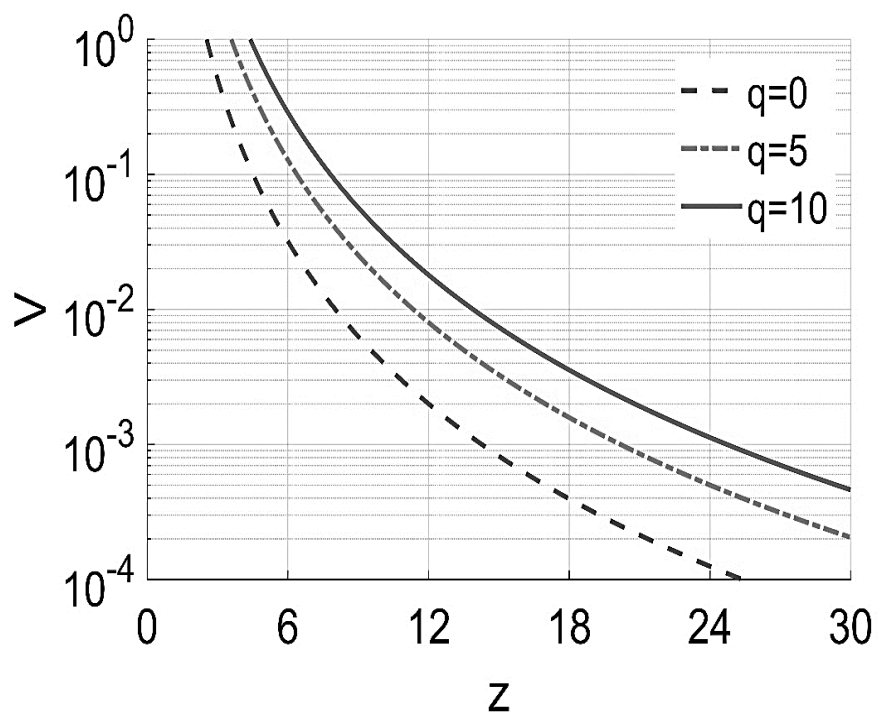


Рисунок 3.3.2 Зависимости нормированных УР оценок МПИ сигнала от ОСШ

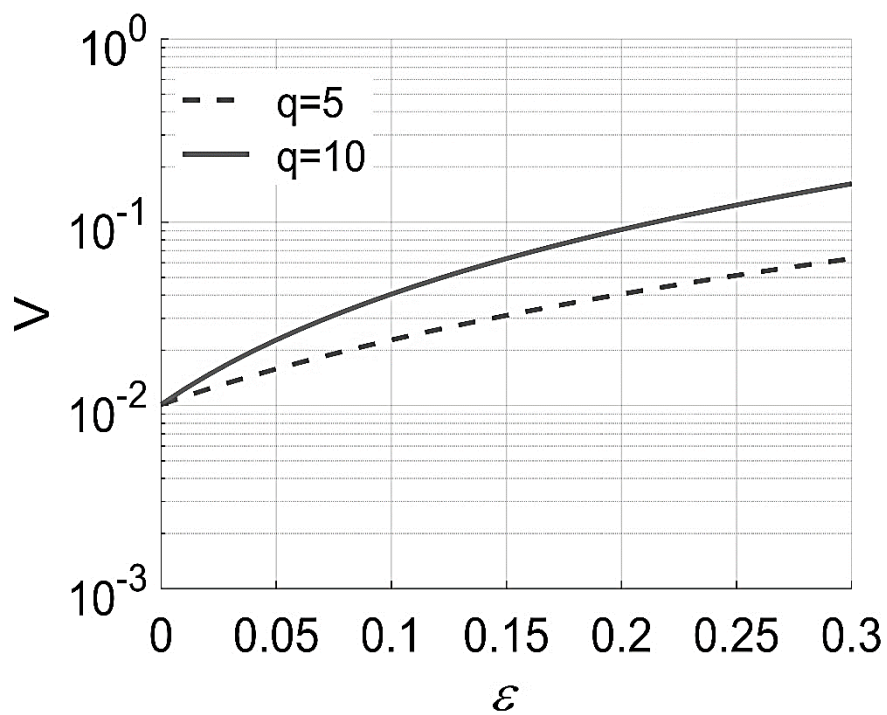


Рисунок 3.3.3 Зависимости нормированных УР оценок МПИ сигнала от относительной доли энергии СШПС в полосе частот, пораженной помехой

Анализ зависимостей, представленных на рисунках 3.3.2, 3.3.3, показывает, что УР оценок увеличивается с увеличением ОПШ и величины относительной доли энергии СШПС в полосе частот, пораженной помехой. Таким образом, точность оценок МПИ зависит от величин скачков сигналов в моменты их появления и исчезновения, причем точность этих оценок снижается с увеличением интенсивности и полосы частот ГУП.

3.4 Оценка ширины спектра сверхширокополосных сигналов при неизвестных моментах появления и исчезновения

Рассмотрим задачу оценки ширины спектра СШПС при неизвестных МПИ, принимаемых на фоне ГУП и ГБШ.

Если МПИ могут принимать значения из априорных интервалов (2.1.1.2), пусть на интервале времени $[\theta_{1\min}, \theta_{2\max}]$ наблюдается СШПС, который описывается функцией

$$s(t) = af(t/\tau). \quad (3.4.1)$$

Здесь

$$\tau = \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t)dt / \max_t s^2(t)$$

– эквивалентная длительность, а $f(x)$ – описывает форму СШПС и нормирована так, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} f^2(x)dx = 1.$$

Спектр сигнала запишем следующем образом

$$S(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)\exp(-j\omega t)dt.$$

Ширину спектра СШПС будем характеризовать эквивалентной полосой частот (ЭПЧ)

$$\Omega = \int_{-\infty}^{\infty} |S(j\omega)|^2 d\omega / \max |S(j\omega)|^2. \quad (3.4.2)$$

Представим спектр наблюдаемых СШПС как

$$S(j\omega) = qh(\omega/\Omega), \quad (3.4.3)$$

где $h(x) = S(jx\Omega)/q$, $q = \max |S(j\omega)|$.

Из (3.4.3) получаем выражение для СШПС

$$s(t) \equiv s(t, \Omega) = \frac{q}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} h\left(\frac{\omega}{\Omega}\right) \exp(j\omega t) d\omega. \quad (3.4.4)$$

Считаем, что в течение интервала времени $[0, T]$ наблюдается реализация при наличии сигнала вида

$$x(t) = S(t, \theta_{01}, \theta_{02}, \Omega_0) + n(t) + \xi(t). \quad (3.4.5)$$

Здесь

$$S(t, \theta_{01}, \theta_{02}, \Omega_0) = \begin{cases} s(t, \Omega_0), & \theta_{01} \leq t \leq \theta_{02}, \\ 0, & t < \theta_{01}, t > \theta_{02}, \end{cases} \quad (3.4.6)$$

а МПИ θ_{01} и θ_{02} принимают значения из априорных интервалов (2.1.1.2), Ω_0 – истинное значение ширины полосы частот.

Для оценки ЭПЧ Ω_0 сигнала (3.4.4) можно использовать КП алгоритм оценки [28, 45-47], согласно которому приёмник должен формировать логарифм ФОП для ожидаемых МПИ θ_1^* и θ_2^* из априорной области (2.1.1.2)

$$L(\Omega) = L(\theta_1, \theta_2, \Omega), \quad (3.4.7)$$

$$L(\theta_1, \theta_2, \Omega) = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} [x(t) - s(t, \Omega)/2] s(t, \Omega) dt. \quad (3.4.8)$$

В качестве КП оценки параметров сигналов используем положения максимума случайного поля (3.4.7)

$$\hat{\Omega} = \arg \sup L(\Omega). \quad (3.4.9)$$

Для определения характеристик КП оценки (3.4.9) представим (3.4.7) в виде

$$L(\Omega) = S(\Omega) + N(\Omega) + N_{\xi}(\Omega). \quad (3.4.10)$$

Здесь

$$S(\Omega) = \frac{2}{N_0} \int_{\max(\theta_{01}, \theta_1^*)}^{\min(\theta_{02}, \theta_2^*)} s(t, \Omega) s(t, \Omega_0) dt - \frac{1}{N_0} \int_{\theta_1^*}^{\theta_2^*} s^2(t, \Omega) dt = S(\Omega, \Omega_0) - \frac{S(\Omega, \Omega)}{2} \quad (3.4.11)$$

– сигнальная составляющая,

$$S(\Omega_1, \Omega_2) = \frac{2}{N_0} \int_{\max(\theta_{01}, \theta_1^*)}^{\min(\theta_{02}, \theta_2^*)} s(t, \Omega_1) s(t, \Omega_2) dt \quad (3.4.12)$$

– сигнальная функция,

$$N(\Omega) = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1^*}^{\theta_2^*} n(t) s(t, \Omega) dt, \quad (3.4.13)$$

$$N_{\xi}(\Omega) = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1^*}^{\theta_2^*} \xi(t) s(t, \Omega) dt \quad (3.4.14)$$

– шумовые функции, обусловленные действием ГБШ и ГУП.

Согласно [53] КП оценка $\hat{\Omega}$ ЭПЧ СШПС Ω_0 может быть найдена из решения уравнения

$$\left[\frac{dL(\Omega)}{d(\Omega)} \right]_{\hat{\Omega}} = 0. \quad (3.4.15)$$

Решая (3.4.15) методом малого параметра [24] и ограничиваясь первым приближением, находим ошибки измерения ЭПЧ

$$\Delta\Omega = \hat{\Omega} - \Omega_0 = \left[\frac{dN(\Omega)}{d(\Omega)} + \frac{dN_{\xi}(\Omega)}{d(\Omega)} \right]_{\Omega_0} \sigma_{\Omega}^2. \quad (3.4.16)$$

Здесь

$$\sigma_{\Omega}^2 = \left[\frac{\partial^2 S(\Omega_1, \Omega_2)}{\partial \Omega_1 \partial \Omega_2} \right]_{\Omega_0}^{-1} \quad (3.4.17)$$

– дисперсия оценки ЭПЧ при отсутствии воздействия ГУП. Запишем функцию $S(\Omega_1, \Omega_2)$ в спектральном представлении

$$s(\Omega_1, \Omega_2) = \frac{q^2}{\pi N_0} \int_{\max(\theta_{01}, \theta_1^*)}^{\min(\theta_{02}, \theta_2^*)} h\left(\frac{\omega}{\Omega_0}\right) h^*\left(\frac{\omega}{\Omega_0}\right) d\omega. \quad (3.4.18)$$

Согласно [24], можно выразить эквивалентную длительность СШПС через ЭПЧ в виде

$$\tau = \frac{2\pi}{\Omega g^2}, \quad (3.4.19)$$

где

$$g = \max_y \left| \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp(-jyx) dx \right|. \quad (3.4.20)$$

Из выражения (3.4.1), (3.4.19) получим

$$s(t) \equiv s(t, \Omega) = af\left(\frac{t\Omega g^2}{2\pi}\right). \quad (3.4.21)$$

Подставляя (3.4.21) в (3.4.18) и заменяя пределы интегрирования, можем записать сигнальную функцию в виде

$$s(\Omega_1, \Omega_2) = \frac{2a^2}{N_0} \int_{\max(\theta_{01}, \theta_1^*)}^{\min(\theta_{02}, \theta_2^*)} f\left(\frac{t\Omega_1 g^2}{2\pi}\right) f\left(\frac{t\Omega_2 g^2}{2\pi}\right) dt. \quad (3.4.22)$$

Затем, подставляя (3.4.22) в (3.4.17) и выполняя дифференцирование, получим дисперсию оценки ЭПЧ СШПС

$$\sigma_{\Omega}^2 = \frac{\Omega_0^2}{z^2 d^2}. \quad (3.4.23)$$

Здесь

$$z^2 = \frac{2}{N_0} \int_{\max(\theta_{01}, \theta_1^*)}^{\min(\theta_{02}, \theta_2^*)} s^2(t) dt \quad (3.4.24)$$

– ОСШ для принятого сигнала, а параметр

$$d^2 = \int_{\max(\theta_{01}, \theta_1^*)}^{\min(\theta_{02}, \theta_2^*)} \left| x \frac{df(x)}{dx} \right|^2 dx \quad (3.4.25)$$

определяет зависимость дисперсии эффективной оценки ЭПЧ от формы СШПС.

Функцию $f(x)$ (3.4.1) подставим в (3.4.22)...(3.4.25). После замены переменной интегрирования имеем

$$\sigma_\Omega^2 = \frac{2\pi^2 N_0 a^2}{g^4 \int_{\max(\theta_{01}, \theta_1^*)}^{\min(\theta_{02}, \theta_2^*)} s^2(t) dt \int_{\max(\theta_{01}, \theta_1^*)}^{\min(\theta_{02}, \theta_2^*)} \left| \frac{ds(t)}{dt} \right|^2 dt} . \quad (3.4.26)$$

Рассмотрим случай, когда присутствует ГУП. Усредняя (3.4.16), находим, что КП оценка несмещенная ($\langle \Delta\Omega \rangle = 0$). Соответственно, найдем дисперсию КП оценки (3.4.9)

$$\begin{aligned} \sigma^2 = \langle \Delta\Omega^2 \rangle = & \left\{ \frac{\partial^2 S(\Omega_1, \Omega_2)}{\partial \Omega_1 \partial \Omega_2} + \right. \\ & \left. + \frac{4}{N_0^2} \int_{\theta_1^*}^{\theta_2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} B_\xi(t_2 - t_1) \frac{ds(t_1, \Omega)}{d\Omega} \frac{ds(t_2, \Omega)}{d\Omega} dt_1 dt_2 \right\} \left[\frac{\partial^2 S(\Omega_1, \Omega_2)}{\partial \Omega_1 \partial \Omega_2} \right]_{\Omega_0}^{-2} . \end{aligned} \quad (3.4.27)$$

Используя (3.3.17), (3.3.23) и (3.3.24), преобразуем (3.3.27)

$$\sigma^2 = \sigma_\Omega^2 \chi_\Omega, \quad (3.4.28)$$

где

$$\chi_\Omega = \frac{\sigma^2}{\sigma_\Omega^2} = 1 + \frac{4\sigma_\Omega^2}{N_0^2} \int_{\theta_1^*}^{\theta_2} \int_{\theta_1^*}^{\theta_2^*} B_\xi(t_2 - t_1) \left[\frac{ds(t_1, \Omega)}{d\Omega} \frac{ds(t_2, \Omega)}{d\Omega} \right]_{\Omega_0} dt_1 dt_2 \quad (3.4.29)$$

характеризует проигрыш в точности КП оценки ЭПЧ при воздействии ГУП. Здесь $B_{\xi}(t_2 - t_1)$ – корреляционная функция ГУП и спектральную плотность помехи можно представить в (2.1.1.3).

Выражения (3.4.26), (3.4.28) и (3.4.29) позволяют исследовать зависимость точности КП оценки от параметров СШПС и влияния помех.

Далее рассмотрим случай, когда МПИ априори неизвестны, но удовлетворяют условию $0 \leq \theta_{1\min} \leq \theta_{2\max} \leq T$.

Предположим, что на фоне ГУП и ГБШ наблюдается СШПС $s(t, \Omega_1, \Omega_2)$, обозначим Ω_1 – минимальная частота спектра СШПС, Ω_2 – максимальная частота спектра СШПС, тогда представим ширину спектра СШПС в виде

$$\Omega = \Omega_2 - \Omega_1. \quad (3.4.30)$$

Модель спектра СШПС $s(t, \Omega_1, \Omega_2)$ представим в виде

$$S(\omega, \Omega_1, \Omega_2) = \begin{cases} g(\omega), \Omega_1 \leq \omega \leq \Omega_2, \\ 0, \omega < \Omega_1; \omega > \Omega_2. \end{cases} \quad (3.4.31)$$

Здесь Ω_1, Ω_2 могут принимать значения из априорных интервалов

$$\Omega_1 \in [\Omega_{1\min}; \Omega_{1\max}], \Omega_2 \in [\Omega_{2\min}; \Omega_{2\max}]. \quad (3.4.32)$$

В (3.4.31) функция $g(\omega)$ описывает форму спектра СШПС в полосе частот $\omega \in [\Omega_1; \Omega_2]$, в соответствии с которой представим СШПС в виде

$$s(t, \Omega_1, \Omega_2) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega_1}^{\Omega_2} g(\omega) \exp(j\omega t) d\omega. \quad (3.4.33)$$

Как известно [24], для оценки частотных параметров СШПС можем использовать КП алгоритм оценки, согласно которому логарифм ФОР записывается в виде

$$L(\Omega_1, \Omega_2) = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} x(t)s(t, \Omega_1, \Omega_2)dt - \frac{1}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} s^2(t, \Omega_1, \Omega_2)dt. \quad (3.4.34)$$

Здесь $x(t) = s(t, \Omega_{01}, \Omega_{02}) + n(t) + \xi(t)$ – реализация наблюдаемых данных на интервале времени $[0, T]$.

Согласно [24] КП оценки $\hat{\Omega}_1$ минимальной и КП оценки $\hat{\Omega}_2$ максимальной частот спектра СШПС (3.4.33) определяются как

$$(\hat{\Omega}_1, \hat{\Omega}_2) = \arg \sup L(\Omega_1, \Omega_2), \quad (3.4.35)$$

где Ω_1, Ω_2 принадлежат интервалам (3.4.32).

Для определения характеристик КП оценки (3.4.35) представим (3.4.34) в виде суммы сигнальной составляющей и шумовых функций [3, 8]

$$\begin{aligned} L(\Omega_1, \Omega_2) &= S(\Omega_1, \Omega_2) + N(\Omega_1, \Omega_2) = \\ &= S(\Omega_1, \Omega_2) + N_n(\Omega_1, \Omega_2) + N_\xi(\Omega_1, \Omega_2). \end{aligned} \quad (3.4.36)$$

Здесь

$$S(\Omega_1, \Omega_2) = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} s(t, \Omega_1, \Omega_2)s(t, \Omega_{01}, \Omega_{02})dt - \frac{1}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} s^2(t, \Omega_1, \Omega_2)dt \quad (3.4.37)$$

– сигнальная составляющая,

$$N_n(\Omega_1, \Omega_2) = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} n(t)s(t, \Omega_1, \Omega_2)dt \quad (3.4.38)$$

– шумовая функция, обусловленная воздействием ГБШ,

$$N_\xi(\Omega_1, \Omega_2) = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \xi(t)s(t, \Omega_1, \Omega_2)dt \quad (3.4.39)$$

– шумовая функция, обусловленная действием ГУП.

Найдем далее выражение для корреляционной функции шумовой функции $N(\Omega_1, \Omega_2)$. Учитывая, что $\langle N(\Omega_1, \Omega_2) \rangle = 0$, можно записать

$$B(\Omega_1, \Omega_2) = \langle N(\Omega_1)N(\Omega_2) \rangle = \langle N_n(\Omega_1)N_n(\Omega_2) \rangle + \langle N_\xi(\Omega_1)N_\xi(\Omega_2) \rangle = B_n(\Omega_1, \Omega_2) + B_\xi(\Omega_1, \Omega_2) . \quad (3.4.40)$$

Здесь

$$B_n(\Omega_1, \Omega_2) = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} s^2(t, \Omega_1, \Omega_2) dt , \quad (3.4.41)$$

$$B_\xi(\Omega_1, \Omega_2) = \frac{4}{N_0^2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} B_\xi(t_2 - t_1) s(t_1, \Omega_1, \Omega_2) s(t_2, \Omega_1, \Omega_2) dt_1 dt_2 . \quad (3.4.42)$$

В свою очередь выразим в корреляционные функции ГУП через спектральные плотности

$$B_\xi(t_2 - t_1) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_\xi(\omega) \exp[j\omega(t_2 - t_1)] d\omega . \quad (3.4.43)$$

Далее можно представить корреляционную функцию (3.4.42) в виде

$$B_\xi(\Omega_1, \Omega_2) = \frac{2q\varepsilon}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} s^2(t, \Omega_1, \Omega_2) dt . \quad (3.4.44)$$

Здесь

$$\varepsilon = \frac{\int_{\omega_0 - \Omega_\xi/2}^{\omega_0 + \Omega_\xi/2} |g(\omega)|^2 d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} |g(\omega)|^2 d\omega} , \quad (3.4.45)$$

$$q = \frac{\gamma}{N_0} , \quad (3.4.46)$$

где q – отношение помеха-шум, а ε – относительная доля энергии СШПС в полосе частот, пораженной помехой.

Поставим (3.4.41), (3.4.44) в (3.4.40) находим выражение для корреляционной функции шумовой функции $N(\Omega_1, \Omega_2)$

$$B(\Omega_1, \Omega_2) = (1 + q\varepsilon) \left[\frac{2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} s^2(t, \Omega_1, \Omega_2) dt \right]. \quad (3.4.47)$$

Далее выразим логарифм ФОП (3.4.34) и корреляционную функцию (3.4.47) через спектр СШПС (3.4.31). Для этого воспользуемся теоремой Парсеваля и представим

$$\int_{\theta_1}^{\theta_2} s^2(t, \Omega_1, \Omega_2) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega_1}^{\Omega_2} |g(\omega)|^2 d\omega. \quad (3.4.48)$$

Подставляя (3.4.33) в первое слагаемое правой части (3.4.34), имеем

$$\int_{\theta_1}^{\theta_2} x(t)s(t, \Omega_1, \Omega_2) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} dt \int_{\Omega_1}^{\Omega_2} g(\omega)x(t)\exp(j\omega t) d\omega. \quad (3.4.49)$$

Обозначая

$$x(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\exp(-j\omega t) dt \quad (3.4.50)$$

– текущий (выборочный) спектр наблюдаемых данных, перепишем (3.4.49) как

$$\int_{\theta_1}^{\theta_2} x(t)s(t, \Omega_1, \Omega_2) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega_1}^{\Omega_2} g(\omega)x^*(\omega) d\omega. \quad (3.4.51)$$

Подставляя (3.4.48), (3.4.51) в (3.4.34), (3.4.47) получаем выражения

$$L(\Omega_1, \Omega_2) = \frac{1}{\pi N_0} \int_{\Omega_1}^{\Omega_2} g(\omega)x^*(\omega) d\omega - \frac{1}{2\pi N_0} \int_{\Omega_1}^{\Omega_2} |g(\omega)|^2 d\omega, \quad (3.4.52)$$

$$B(\Omega_1, \Omega_2) = (1 + q\varepsilon) \left[\frac{1}{\pi N_0} \int_{\Omega_1}^{\Omega_2} |g(\omega)|^2 d\omega \right]. \quad (3.4.53)$$

Для расчета характеристик оценок (3.4.35) представим (3.4.52) в виде суммы

$$L(\Omega_1, \Omega_2) = L_1(\Omega_1) + L_2(\Omega_2). \quad (3.4.54)$$

Здесь

$$L_1(\Omega_1) = \frac{1}{\pi N_0} \int_{\Omega_1}^{\Omega_f} g(\omega) x^*(\omega) d\omega - \frac{1}{2\pi N_0} \int_{\Omega_1}^{\Omega_f} |g(\omega)|^2 d\omega, \quad (3.4.55)$$

$$L_2(\Omega_2) = \frac{1}{\pi N_0} \int_{\Omega_f}^{\Omega_2} g(\omega) x^*(\omega) d\omega - \frac{1}{2\pi N_0} \int_{\Omega_f}^{\Omega_2} |g(\omega)|^2 d\omega, \quad (3.4.56)$$

где Ω_f – произвольное фиксированное значение частоты из интервала $[\Omega_{1\max}; \Omega_{2\min}]$.

В частности, можно выбрать

$$\Omega_f = \frac{\Omega_{1\max} + \Omega_{2\min}}{2}. \quad (3.4.57)$$

Как известно [35], гауссовские спектральные меры на неперекрывающихся частотных интервалах ортогональны. Поэтому СП $L_1(\Omega_1)$ (3.4.55) и $L_2(\Omega_2)$ (3.4.56) будут статистически независимыми. В результате представим $\hat{\Omega}_1, \hat{\Omega}_2$ как

$$\hat{\Omega}_1 = \operatorname{argsup} L_1(\Omega_1), \hat{\Omega}_2 = \operatorname{argsup} L_2(\Omega_2), \quad (3.4.58)$$

где $\Omega_1 \in [\Omega_{1\min}; \Omega_{1\max}]$, $\Omega_2 \in [\Omega_{2\min}; \Omega_{2\max}]$.

Полагаем, что ОСШ достаточно большое, так что КП оценки (3.4.58) обладают высокой апостериорной точностью [24]. Тогда для исследования характеристики оценки $\hat{\Omega}_2$ представим (3.4.56) в виде

$$L_2(\Omega_2) = S_2(\Omega_2, \Omega_{02}) + N_2(\Omega_2) = S_2(\Omega_2, \Omega_{02}) + N_{n2}(\Omega_2) + N_{\xi 2}(\Omega_2). \quad (3.4.59)$$

Подставляя реализацию $x(t)$ в (3.4.59) и выполняя усреднение, находим выражение для сигнальной функции

$$S_2(\Omega_2, \Omega_{02}) = \frac{1}{\pi N_0} \int_{\Omega_f}^{\min(\Omega_2, \Omega_{02})} |g(\omega)|^2 d\omega - \frac{1}{2\pi N_0} \int_{\Omega_f}^{\Omega_2} |g(\omega)|^2 d\omega. \quad (3.4.60)$$

Далее запишем выражение для корреляционной функции шумовой функции $N_2(\Omega_2)$ как

$$B_2(\Omega_{12}, \Omega_{22}) = (1 + q\varepsilon) \left[\frac{1}{\pi N_0} \int_{\Omega_f}^{\min(\Omega_{12}, \Omega_{22})} |g(\omega)|^2 d\omega \right]. \quad (3.4.61)$$

С целью расчета потенциальной точности оценки $\hat{\Omega}_2$ исследуем поведение сигнальной функции (3.4.60) и корреляционной функции (3.4.61) в малой окрестности точки Ω_{02} [24, 29]. Для этого обозначим

$$\Delta = \Omega_2 - \Omega_{02}, \Delta_1 = \Omega_{12} - \Omega_{02}, \Delta_2 = \Omega_{22} - \Omega_{02}. \quad (3.4.62)$$

Используя обозначения (3.4.62), перепишем (3.4.60) и (3.4.61) в виде

$$S_2(\Omega_2, \Omega_0) = \frac{1}{\pi N_0} \int_{\Omega_f}^{\Omega_0 + \min(0, \Delta)} |g(\omega)|^2 d\omega - \frac{1}{2\pi N_0} \int_{\Omega_f}^{\Omega_0 + \Delta} |g(\omega)|^2 d\omega, \quad (3.4.63)$$

$$B_2(\Omega_{12}, \Omega_{22}) = (1 + q\varepsilon) \left[\frac{1}{\pi N_0} \int_{\Omega_f}^{\Omega_0 + \min(0, \Delta)} |g(\omega)|^2 d\omega \right]. \quad (3.4.64)$$

В условиях высокой апостериорной точности оценки выполняются неравенства

$$|\Delta| \ll \Omega_{02}, |\Delta_1| \ll \Omega_{02}, |\Delta_2| \ll \Omega_{02}. \quad (3.4.65)$$

Далее разложим (3.4.63), (3.4.64) в ряд по степеням малых параметров Δ , $\min(0, \Delta)$, $\min(\Delta_1, \Delta_2)$ и ограничимся использованием членов, содержащих лишь первые степени малых параметров. В результате получаем приближенные выражения

$$S_2(\Omega_2, \Omega_{02}) = \frac{1}{\pi N_0} \int_{\Omega_f}^{\Omega_{02}} |g(\omega)|^2 d\omega + \frac{1}{\pi N_0} G_2^2 \left[\min(0, \Omega_2 - \Omega_{02}) - \frac{\Omega_2 - \Omega_{02}}{2} \right], \quad (3.4.66)$$

$$B_2(\Omega_{12}, \Omega_{22}) = (1 + q\varepsilon) \left[\frac{1}{\pi N_0} \int_{\Omega_f}^{\Omega_{02}} |g(\omega)|^2 d\omega + \frac{1}{\pi N_0} G_2^2 \min(\Omega_{12} - \Omega_{02}, \Omega_{22} - \Omega_{02}) \right]. \quad (3.4.67)$$

Здесь $G_2 = |g(\Omega_{02})|$.

Как следует из (3.4.66), (3.4.67) в малой окрестности точки Ω_{02} логарифм ФОП (3.4.59) является гауссовским марковским СП диффузионного типа [24].

Используя (3.4.66) и (3.4.67), аналогично [34] находим коэффициенты сноса и диффузии локально-марковского СП (3.4.59)

$$K_{21} = \frac{1}{2\pi N_0} G_2^2 \begin{cases} 1, \Omega_2 < \Omega_{02}, \\ -1, \Omega_2 > \Omega_{02}, \end{cases}, \quad (3.4.68)$$

$$K_{22} = \frac{(1 + q\varepsilon)}{\pi N_0} G_2^2. \quad (3.4.69)$$

Решая уравнение ФПК с коэффициентами (3.4.68), (3.4.69) при соответствующих начальных и граничных условиях методом локально-марковской аппроксимации, получаем асимптотическое выражение для дисперсии КП оценки $\hat{\Omega}_2$

$$D(\hat{\Omega}_2) = \frac{104\pi^2 N_0^2 (1 + q\varepsilon)^2}{G_2^4}. \quad (3.4.70)$$

Найдем аналогичным образом дисперсию КП оценки $\hat{\Omega}_1$

$$D(\hat{\Omega}_1) = \frac{104\pi^2 N_0^2 (1 + q\varepsilon)^2}{G_1^4}, \quad (3.4.71)$$

где $G_1 = |g(\Omega_{01})|$.

Как известно [29], можем найти оценку $\hat{\Omega}$ ширины спектра СШПС и ее характеристики с использованием КП оценок $\hat{\Omega}_1$ и $\hat{\Omega}_2$. Действительно получаем

$$\hat{\Omega} = \hat{\Omega}_2 - \hat{\Omega}_1. \quad (3.4.72)$$

В силу статистической независимости оценок $\hat{\Omega}_1$ и $\hat{\Omega}_2$, можем записать дисперсию оценки ширины спектра СШПС (3.4.72) как

$$D(\hat{\Omega}) = D(\hat{\Omega}_1) + D(\hat{\Omega}_2) = \frac{104\pi^2 N_0^2 (G_1^4 + G_2^4) (1 + q\varepsilon)^2}{G_1^4 G_2^4}. \quad (3.4.73)$$

В некоторых случаях спектр СШПС принимает вид, представленный на рисунке 3.4.1.

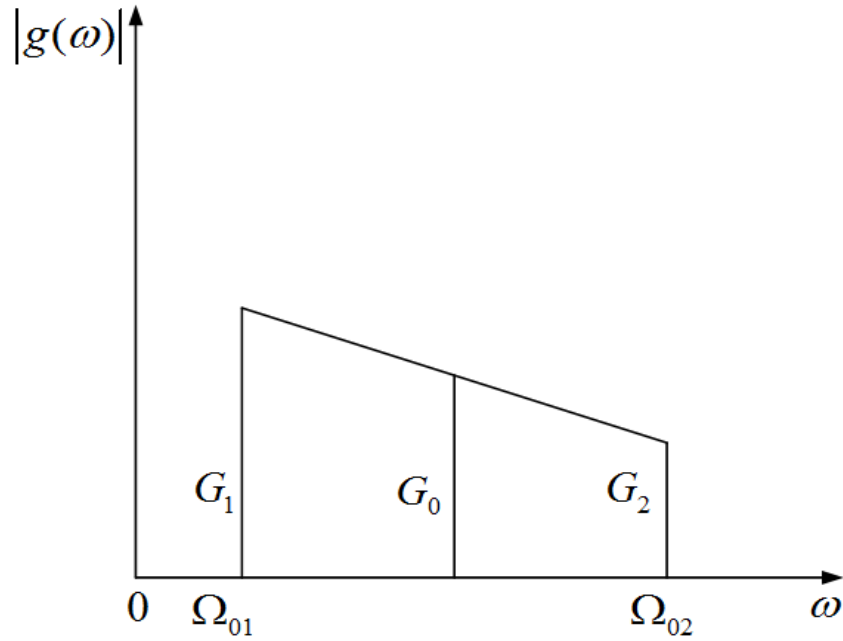


Рисунок 3.4.1 Спектр СШПС

Детализируем характеристики оценок частотных параметров СШПС в случае линейно изменяющегося амплитудно-частотного спектра (АЧС) [53, 55]. В этом случае

$$G_0 = \frac{G_1 + G_2}{2}. \quad (3.4.74)$$

Обозначим

$$k = \frac{G_2}{G_1} \quad (3.4.75)$$

– параметр, характеризующий наклон вершины АЧС. Спектр СШПС изображен на рисунке 3.4.1 при $k < 1$.

Дисперсию оценки ширины спектра СШПС (3.4.73) можно писать в виде

$$D(\hat{\Omega}) = \frac{13\pi^2 N_0^2 (1+k)^4 (1+k^4)(1+q\varepsilon)^2}{2G_0^4 k^4}. \quad (3.4.76)$$

Заметим, что дисперсия (3.4.76) будет минимальной при $k=1$ в случае отсутствия воздействия ГУП ($q=0$) и находим

$$D_m(\hat{\Omega}) = \frac{208\pi^2 N_0^2}{G_0^4}. \quad (3.4.77)$$

Из (3.4.76), (3.4.77) находим проигрыш в оценке ширины спектра СШПС в зависимости от наклона его спектра и ОПШ

$$\chi = \frac{D(\hat{\Omega})}{D_m(\hat{\Omega})} = \frac{(1+k)^4(1+k^4)(1+q\varepsilon)^2}{32k^4}. \quad (3.4.78)$$

На рисунке 3.4.2 представлены зависимости проигрыша в оценке ширины спектра сигнала от наклона его спектра для различных величин ОПШ q при $\varepsilon = 0.2$.

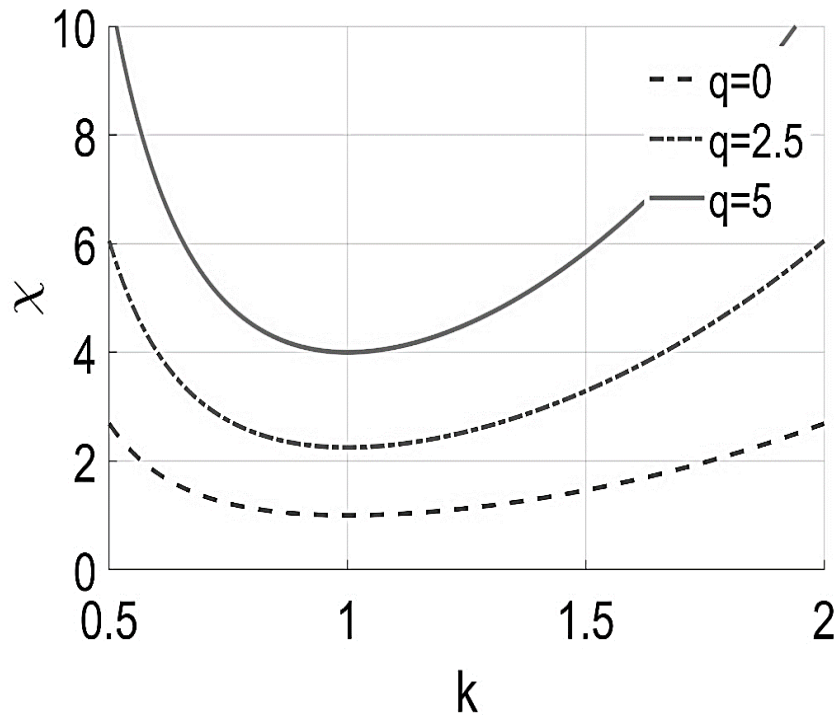


Рисунок 3.4.2 Зависимости проигрыша в оценке ширины спектра СШПС от наклона его спектра и ОПШ

Из рисунки 3.4.2 видно, что проигрыш в оценке ширины спектра сигнала увеличивается с увеличением величины ОПШ q . Кроме этого, это проигрыш также зависит от изменения параметра, характеризующего наклон спектра. При $k=1$

проигрыш в оценке минимален, то есть, когда спектр сигнала имеет прямоугольную форму, проигрыш будет минимальным.

Выводы к главе 3

1. Выполнены синтез и анализ алгоритма оценки моментов появления СШПС, принимаемых на фоне ГУП и ГБШ. Найдены выражения для условных смещений и рассеяний этих оценок. Показано, что точность оценки момента появления зависит от величины скачка сигнала в оцениваемый момент времени, а точность оценок снижается с увеличением интенсивности и полосы частот ГУП.

2. Выполнены синтез и анализ алгоритмов оценок МПИ, принимаемых на фоне ГУП и ГБШ, а также получены выражения для характеристики их оценок. Показано что, точность оценок МПИ зависит от величин скачков сигналов в моменты их появления и исчезновения. Однако, точность этих оценок снижается с увеличением интенсивности и полосы частот ГУП.

3. Выполнены синтез и анализ алгоритма оценки ширины спектра СШПС с неизвестными МПИ, принимаемых на фоне ГУП и ГБШ, можем найти оценку ширины спектра СШПС и ее характеристики с использованием КП оценок минимальной и максимальной частот СШПС, а также с использованием КП оценки эквивалентной полосы частоты.

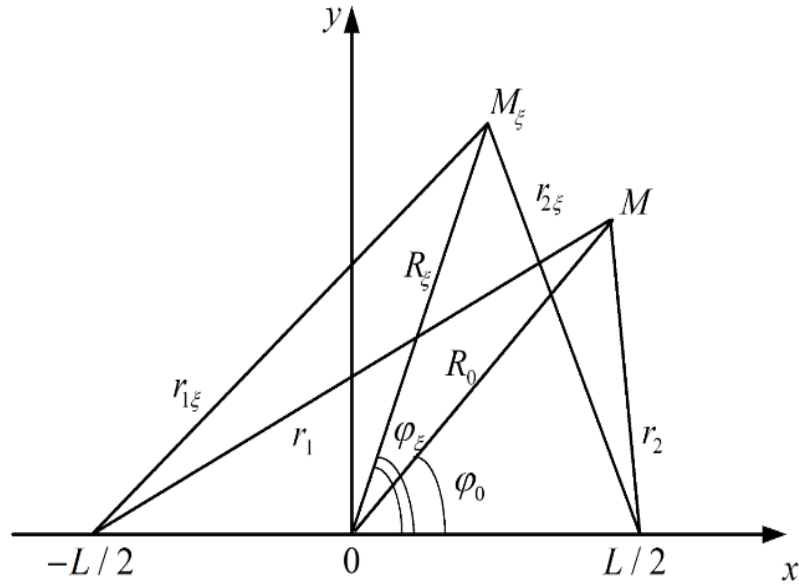
4. Точность оценки ширины спектра СШПС при неизвестных их МПИ асимптотически не зависит от наличия у сигнала неизвестных МПИ, а зависит от интенсивности и полосы частот ГУП.

ГЛАВА 4 МЕСТОПРЕДЕЛЕНИЕ ИСТОЧНИКОВ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ ПОМЕХ

4.1 Определение направления на источник сверхширокополосных сигналов

Рассмотрим оценку точности определения направления на источник СШПС (угла прихода сигнала) с использованием методики измерения времени появления сигнала. Оценка данного параметра позволяет определить угол прихода СШПС с большей точностью по сравнению с методикой использующей оценку времени прихода сигнала, так как современные РЭС позволяют измерять более точно время появления сигнала, чем время прихода [39]. Это обусловлено тем, что измерение времени появления сигнала производится в предположении, что сигнал принят полностью, а время прихода определяется по некоторому уровню переднего фронта импульса, а так как сигнал наносекундной длительности и форма переднего фронта обычно неизвестна (сигнал шумоподобный), обеспечить высокую точность измерения достаточно сложно.

Для определения угла прихода СШПС используем двухпозиционную антенную приемную систему, показанную на рисунке 4.1.1. В точке М с полярными координатами (R_0, φ_0) расположен источник СШПС, а в точках с координатами $(-L/2, 0)$ и $(L/2, 0)$ расположены первый и второй измерители времени появления сигнала.



Рисунке 4.1.1 Двухпозиционная антенная приемная система

При $R_0 \gg L$ разность хода $\Delta r = r_1 - r_2 = c(\theta_{01} - \theta_{01}^*) = L \cos \varphi_0$, где $\theta_{01}, \theta_{01}^*$ – моменты появления СШПС, c – скорость света. Заменяя истинные значения моментов появления $\theta_{01}, \theta_{01}^*$ сигнала на их оценки $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_1^*$, для углового положения источника СШПС получаем

$$\hat{\varphi} = \arccos(\Delta \hat{r} / L), \quad (4.1.1)$$

где $\Delta \hat{r} = c(\hat{\theta}_1 - \hat{\theta}_1^*)$ – оценка разности хода. Обозначим $\sigma_{\Delta r}^2$ – дисперсия оценки разности хода.

Полагая, что оценка разности хода обладает высокой апостериорной точностью, так что $\sigma_{\Delta r} \ll L/2$, аналогично [17] можем записать для дисперсии оценки (4.1.1) угла прихода φ_0 как

$$\sigma_{\varphi}^2 = \frac{\sigma_{\Delta r}^2}{L^2 \sin^2 \varphi_0}. \quad (4.1.2)$$

Пусть на вход приемника СШПС поступает реализация

$$x(t) = s(t, \theta_1, \theta_2) + n(t) + \xi(t), \quad (4.1.3)$$

где

$$s(t, \theta_{01}, \theta_{02}) = \begin{cases} f(t), & \theta_{01} \leq t \leq \theta_{02}, \\ 0, & t < \theta_{01}, t > \theta_{02}. \end{cases} \quad (4.1.4)$$

Здесь $f(t)$ – функция, описывающая форму сигнала, а θ_{01} и θ_{02} – МПИ из области (2.1.1.2).

Предположим, что требуется найти оценку момента появления θ_{01} сигнала, но нет необходимости оценки момента исчезновения сигнала θ_{02} .

Согласно П.3.1, представим асимптотическое выражение для УР КП оценки моментов появления в виде

$$V(\hat{\theta}_1 | \theta_{01}) = 26 \chi^2 T_{\max}^2 / \rho_{11}^4. \quad (4.1.5)$$

Здесь $\rho_{11}^2 = 2 f^2(\theta_{01}) T_{\max} / N_0$, $T_{\max} = \theta_{2\max} - \theta_{1\min}$ и коэффициент

$$\chi = 1 + \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2^*} \int_{\theta_1}^{\theta_2^*} B_{\xi}(t_2 - t_1) f(t_1) f(t_2) dt_1 dt_2 \Big/ \int_{\theta_1}^{\theta_2^*} f^2(t) dt \quad (4.1.6)$$

показывает проигрыш в точности КП оценки момента появления СШПС вследствие воздействия ГУП.

Предположим, что известна априорная плотность распределения вероятностей момента появления сигнала $W_{pr}(\theta_1)$; в этом случае эффективность оценки будем характеризовать безусловным рассеянием [39, 43, 46]

$$V(\hat{\theta}_1) = \int_{\theta_{1\min}}^{\theta_{1\max}} W_{pr}(\theta_1) V(\hat{\theta}_1 | \theta_1) d\theta_1. \quad (4.1.7)$$

Подставляя (4.1.5) в (4.1.7) находим

$$V(\hat{\theta}_1) = 26 \chi^2 T_{\max}^2 \int_{\theta_{1\min}}^{\theta_{1\max}} W_{pr}(\theta_1) / \rho_{11}^4 d\theta_1. \quad (4.1.8)$$

Используя [29], дисперсия оценки разности хода в (4.1.2) представится как

$$\sigma_{\Delta r}^2 = c^2 \sigma_{\Delta \theta_1}^2, \quad (4.1.9)$$

где

$$\sigma_{\Delta \theta_1}^2 = \langle \Delta \theta_1^2 \rangle + \langle (\Delta \theta_1^*)^2 \rangle - 2 \langle \Delta \theta_1 \Delta \theta_1^* \rangle \quad (4.1.10)$$

– дисперсия оценки разности моментов появления СШПС, а ошибку оценки моментов появления СШПС на i -ом измерителе можно представить в виде

$$\Delta \theta_1 = \hat{\theta}_1 - \theta_{01}, \quad (4.1.11)$$

$$\Delta \theta_1^* = \hat{\theta}_1^* - \theta_{01}^*. \quad (4.1.12)$$

Аналогично [35] безусловные рассеяния КП оценки (4.1.8) с учетом пороговых эффектов представим в виде

$$V(\hat{\theta}_1) = \langle (\hat{\theta}_1 - \theta_{01})^2 \rangle, \quad (4.1.13)$$

$$V(\hat{\theta}_1^*) = \langle (\hat{\theta}_1^* - \theta_{01}^*)^2 \rangle. \quad (4.1.14)$$

Не трудно убедиться, что величина $T_{\max}^2 \int_{\theta_{1\min}}^{\theta_{1\max}} W_{pr}(\theta_1) / \rho_{11}^4 d\theta_1$ для i -ого измерителя

момента появления СШПС одинакова, поэтому подставляя (4.1.14), (4.1.13) в (4.1.10) и выполняя усреднение, находим дисперсию КП оценки разности моментов появления СШПС

$$\sigma_{\Delta \theta_{1\xi}}^2 = 2V(\hat{\theta}_1) \{1 + (\chi - 1)[1 - R_\xi(\Delta t)]\}, \quad (4.1.15)$$

где

$$\begin{aligned} R_\xi(\Delta t) = & \int_{\theta_1}^{\theta_2^*} \int_{\theta_1}^{\theta_2^*} B_\xi(t_2 - t_1 + \Delta t) f(t_1) f(t_2) dt_1 dt_2 \times \\ & \times \left[\int_{\theta_1}^{\theta_2^*} \int_{\theta_1}^{\theta_2^*} B_\xi(t_2 - t_1) f(t_1) f(t_2) dt_1 dt_2 \right]^{-1} \end{aligned} \quad (4.1.16)$$

– величина, характеризующая корреляцию оценок моментов появления, вырабатываемых первым и вторым приемником при воздействии ГУП. В (4.1.16) обозначено

$$\Delta t = L(\cos \varphi_0 - \cos \varphi_\xi) / c \quad (4.1.17)$$

– величина, обусловленная различием угловых положений источников СШПС и ГУП.

Используя (4.1.15) и поставляя (4.1.9) в (4.1.2), получаем дисперсию КП оценки угла прихода СШПС при наличии ГУП в виде

$$\sigma_{\varphi_\xi}^2 = \frac{2c^2 V(\hat{\theta}_1) [1 + (\chi - 1) [1 - R_\xi(\Delta t)]]}{L^2 \sin^2 \varphi_0}. \quad (4.1.18)$$

При отсутствии ГУП дисперсия оценки угла прихода СШПС определяется выражением

$$\sigma_\varphi^2 = \frac{2c^2 V(\hat{\theta}_1)}{L^2 \sin^2 \varphi_0}. \quad (4.1.19)$$

Далее, сопоставляя (4.1.19) и (4.1.18), находим проигрыш в точности оценки угла прихода СШПС вследствие воздействия ГУП

$$\chi_\varphi = \sqrt{\sigma_{\varphi_\xi}^2 / \sigma_\varphi^2} = \sqrt{\chi - (\chi - 1) R_\xi(\Delta t)}. \quad (4.1.20)$$

При определении величин χ и $R_\xi(\Delta t)$ в выражении (4.1.20) удастся избежать вычисления двойных интегралов, если перейти из временной в частотную область. Используя выражение

$$S(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \exp(-j\omega t) dt \quad (4.1.21)$$

– спектр СШПС и подставляя (4.1.21) в (4.1.6). В результате получаем приближенное выражение

$$\chi = 1 + \frac{2}{N_0} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} G_{\xi}(\omega) |S(j\omega)|^2 d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} |S(j\omega)|^2 d\omega}. \quad (4.1.22)$$

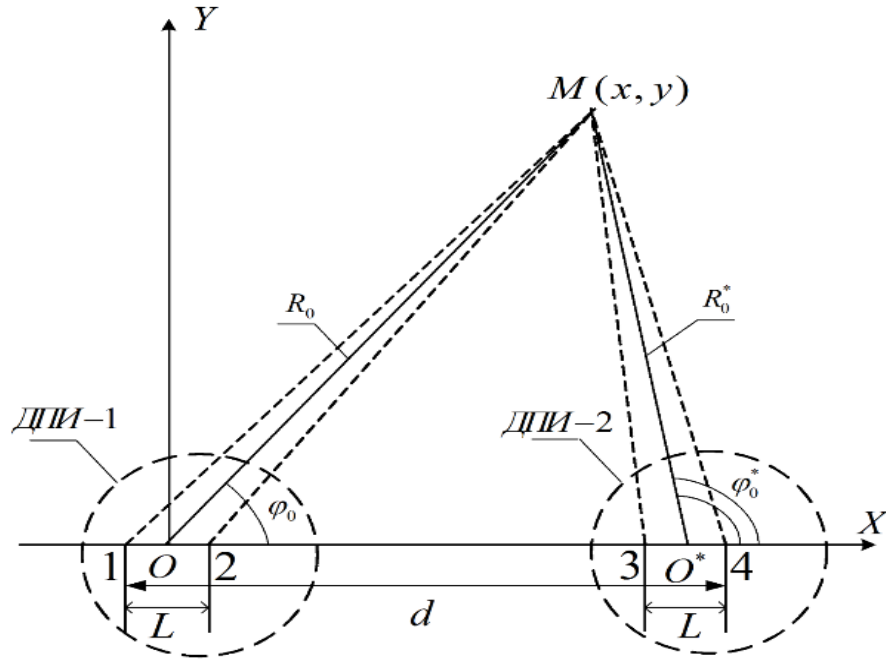
Далее подставим (4.1.21) в (4.1.16), находим

$$R_{\xi}(\Delta t) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} G_{\xi}(\omega) |S(j\omega)|^2 \exp(j\omega \Delta t) d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} G_{\xi}(\omega) |S(j\omega)|^2 d\omega}. \quad (4.1.23)$$

Согласно (4.1.23), значение $R_{\xi}(\Delta t)=1$ достигается при $\Delta t=0$, в частности, можно показать, $\Delta t=0$, если $\varphi_0 = \varphi_{\xi}$. Далее, анализируя формулу (4.1.20) видим, что при $R_{\xi}(\Delta t)=1$ проигрыш в точности оценки угла прихода СШПС вследствие воздействия ГУП отсутствует. Таким образом, если угловые положения источников СШПС и ГУП совпадают, то проигрыш в точности оценки угла прихода отсутствует.

4.2 Измерение координат источников сверхширокополосных сигналов на основе триангуляционного метода

Рассмотренная двухпозиционная система измерения угла прихода СШПС может быть использована в качестве основного функционального узла при построении триангуляционной системы (ТС) (рисунок 4.2.1) с базой d для определения местоположения источника радиоизлучения (ИРИ) [29]. В этом случае в точке М расположен источник СШПС, в точках 1 и 2 расположен первый двухпозиционный измеритель (ДПИ) угла прихода, а в точках 3 и 4 должен располагаться второй ДПИ угла прихода.



Рисунке 4.2.1 Построение ТС местоопределения источника СШПС

Если выполняется условие $d \ll R_0$, то согласно [17] среднеквадратическую ошибку (СКО) местоопределения источника СШПС можно выразить через дисперсию $\sigma_{\varphi_\xi}^2$ оценки угла прихода СШПС

$$\sigma_{Tr\xi} = \frac{\sigma_{\varphi_\xi} R_0^2 \sqrt{2}}{d |\sin \varphi_0|}. \quad (4.2.1)$$

При отсутствии ГУП, СКО местоопределения источника СШПС можно выразить через дисперсию σ_φ^2 оценки угла прихода, то есть

$$\sigma_{Tr} = \frac{\sigma_\varphi R_0^2 \sqrt{2}}{d |\sin \varphi_0|}. \quad (4.2.2)$$

Далее, сопоставляя (4.2.1) и (4.2.2), найдем, во сколько раз увеличится СКО местоположения источника СШПС вследствие воздействия ГУП

$$\chi_\xi = \frac{\sigma_{Tr\xi}}{\sigma_{Tr}} = \sqrt{\chi - (\chi - 1)R_\xi(\Delta t)}. \quad (4.2.3)$$

Анализ формулы (4.2.3) показывает, что увеличение СКО местоопределения СШПС вследствие воздействия ГУП отсутствует при $R_{\xi}(\Delta t) = 1$, а значение $R_{\xi}(\Delta t) = 1$ достигается при совпадении угловых положений источников СШПС и ГУП.

Для рассмотренной ТС местоопределения, при значительных расстояниях до объекта, и относительно больших базах системы, точность измерения времени появления сигнала должна составлять сотни пикосекунд – единицы наносекунд; если расстояние до ИРИ относительно невелико и с ним соизмерима база системы, то требования к точности измерения времени появления уменьшаются и составляют единицы – сотни наносекунд.

4.3 Измерение координат источников сверхширокополосных сигналов на основе разностно-дальномерного метода

Для определения местоположения источника СШПС на основе ТС [29] необходимо использовать четыре измерителя времени появления СШПС. Можно ограничиться тремя измерителями, если использовать разностно-дальномерную систему (РДС). Геометрию такой системы можно представить в виде как на рисунке 4.3.1. Здесь две одинаковые базы d расположены под произвольным углом Γ . Два пункта приема 1 и 2 расположены в точках 1 и 2 с координатами (x_1, y_1) и (x_2, y_2) соответственно. Третий пункт приема расположен в точке O .

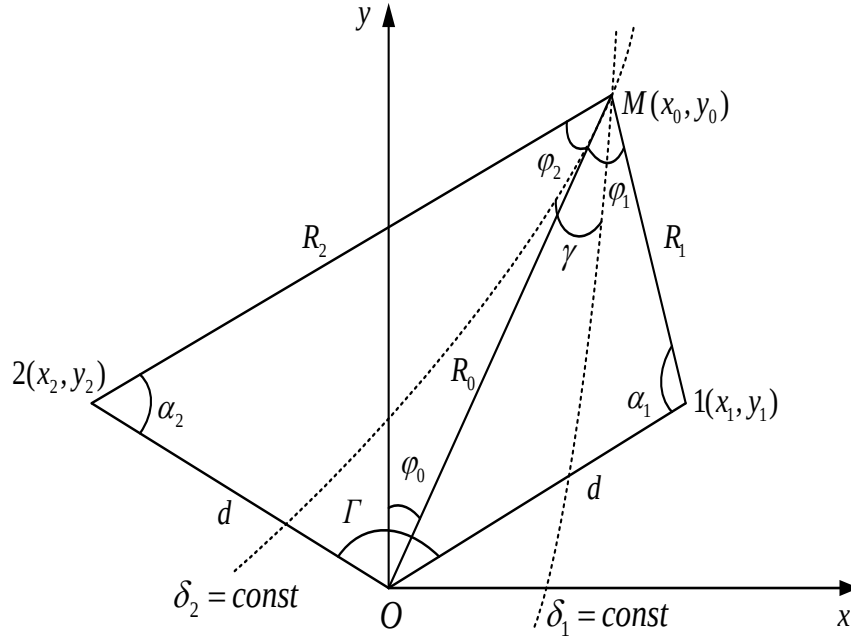


Рисунок 4.3.1 РДС местоопределения ИРИ

Положение источника СШПС, расположенного в точке M , определяется полярными координатами (R_0, φ_0) или их декартовыми аналогами (x_0, y_0) .

Показано, что требования к точности измерения времени появления сигнала при использовании РДС по сравнению с ТС несколько снижаются.

Согласно [17, 81], при наличии ГУП СКО местоположения источника СШПС с использованием РДС можно выразить через дисперсию $\sigma_{\Delta\theta_{1\xi}}^2$ оценки разности моментов появления СШПС

$$\sigma_{Gr1} = \sqrt{\frac{c^2 \sigma_{\Delta\theta_{1\xi}}^2 \sin^2(\gamma)}{4} \left[\sin^{-2}\left(\frac{\varphi_1}{2}\right) + \sin^{-2}\left(\frac{\varphi_2}{2}\right) \right]}, \quad (4.3.1)$$

где $\varphi_1, \varphi_2, \gamma$ – углы, указаны на рисунке 4.3.1.

При отсутствии помех СКО определения местоположения представим в виде

$$\sigma_{Gr} = \sqrt{\frac{c^2 \sigma_{\Delta\theta_1}^2 \sin^2(\gamma)}{4} \left[\sin^{-2}\left(\frac{\varphi_1}{2}\right) + \sin^{-2}\left(\frac{\varphi_2}{2}\right) \right]}. \quad (4.3.2)$$

Здесь $\sigma_{\Delta\theta_1}^2$ – дисперсия оценки разности моментов появления СШПС при отсутствии помех.

Из выражений (4.1.15), (4.3.2), (4.3.1) найдем, во сколько раз увеличится СКО местоположения источника СШПС вследствие воздействия ГУП

$$\chi_{\varphi 1} = \frac{\sigma_{Gr1}}{\sigma_{Gr}} = \sqrt{\chi - R_{\xi}(\Delta t)(\chi - 1)}. \quad (4.3.3)$$

В качестве конкретного примера рассмотрим точность местоопределения СШПС в виде моноцикла второго порядка, спектр которого можно записать в виде

$$S(j\omega) = \frac{\omega^2 \tau^2 \exp(-\omega^2 \tau^2 / 8\pi)}{8\pi}. \quad (4.3.4)$$

Здесь τ – длительность импульса.

Поставляя (2.1.1.3), (4.3.4) в (4.1.22), (4.1.23) и после этого подставим (4.1.22), (4.1.23) в (4.3.3), находим проигрыш в СКО местоположения СШПС вследствие воздействия ГУП

$$\chi_{\varphi 1} = \left\{ 1 + q\varepsilon \left[1 - R_{\xi}(\Delta t) \right] \right\}^{1/2}. \quad (4.3.5)$$

Здесь

$$\varepsilon = \frac{\int_{\omega_0 - \Omega/2}^{\omega_0 + \Omega/2} \left| \omega^2 \exp(-\frac{\omega^2 \tau^2}{8\pi}) \right|^2 d\omega}{\int_0^{\infty} \left| \omega^2 \exp(-\frac{\omega^2 \tau^2}{8\pi}) \right|^2 d\omega} \quad (4.3.6)$$

– относительная доля энергии сигнала в полосе частот, пораженной ГУП,

$$R_{\xi}(\Delta t) = \frac{\int_{\omega_0 - \Omega/2}^{\omega_0 + \Omega/2} \left| \omega^2 \exp(-\frac{\omega^2 \tau^2}{8\pi}) \right|^2 \exp(j\omega \Delta t) d\omega}{\int_{\omega_0 - \Omega/2}^{\omega_0 + \Omega/2} \left| \omega^2 \exp(-\frac{\omega^2 \tau^2}{8\pi}) \right|^2 d\omega}. \quad (4.3.7)$$

Полагаем, что источники СШПС и ГУП разнесены на значительный угол, так что

$$L(\cos \varphi_0 - \cos \varphi_{\xi}) \gg L_{\xi}, \quad (4.3.8)$$

при этом $R_{\xi}(\Delta t)=0$. Здесь $L_{\xi}=2\pi c/\Omega_{\xi}$ – пространственная длина интервала корреляции ГУП. Следовательно, если выполняется (4.3.8), то находим проигрыш в СКО (4.3.5) в виде

$$\chi_{\varphi 1} = \sqrt{1 + q\varepsilon}. \quad (4.3.9)$$

На рисунке 4.3.2 представлены зависимости СКО точности местоопределения источника СШПС от ОПШ вследствие воздействия ГУП.

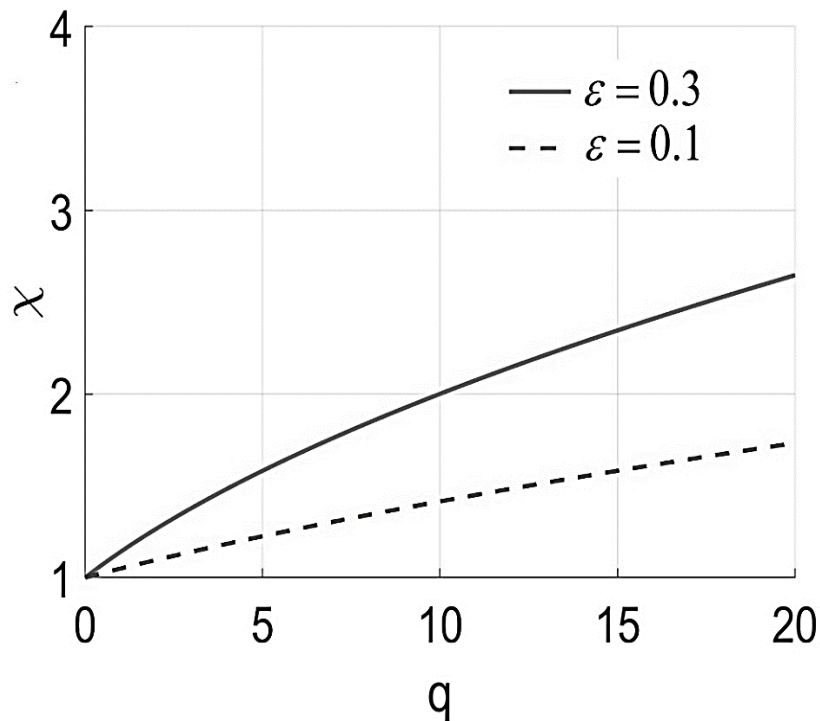


Рисунок 4.3.2 Зависимости СКО точности местоопределения источника СШПС от ОПШ

Анализируя зависимости, представленные на рисунке 4.3.2 можно сделать вывод, что увеличение величины ОПШ и относительной доли энергии сигнала в полосе частот, пораженной помехи, приводит к увеличению СКО местоопределения. Следовательно, точность местоопределения источников СШПС зависит от мощности

и направления на источник помех, а также при увеличении мощности помех проигрыш в точности местоопределения источников СШПС увеличивается.

Выводы к главе 4

1. Предложены методики определения направления на источник СШПС с использованием методики измерения времени появления СШПС, принимаемых на фоне помех. Определено, что если угловые положения источников СШПС и помех совпадают, то проигрыш в точности измерения угла прихода вследствие воздействия помех отсутствует.
2. Для реализации ТС местоопределения источника СШПС необходимо использовать четыре измерителя времени появления, при значительных расстояниях до объекта, и относительно больших базах системы, точность измерения времени появления сигнала должна составлять сотни пикосекунд – единицы наносекунд; если расстояние до ИРИ относительно невелико и с ним соизмерима база системы, то требования к точности измерения времени появления уменьшаются и составляют единицы – сотни наносекунд. И требования к точности измерения времени появления сигнала при использовании РДС по сравнению с ТС несколько снижаются.
3. Проведено исследование влияния ГУП на точность местоопределения источника СШПС. Показано, что точность местоопределения источников СШПС зависит от мощности и направления на источник помех.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертационная работа посвящена анализу влияния ГУП на эффективность функционирования алгоритмов обработки СШПС в условиях априорной параметрической неопределённости. На основе полученных теоретических и экспериментальных результатов, можно сделать следующие заключительные выводы:

1. Наличие ГУП ОСШ по мощности на выходе КП алгоритма обработки СШПС снижается прямо пропорционально интенсивности помехи и относительной доле энергии СШПС в полосе частот, пораженной помехой.

2. Результаты исследования влияния ГУП на эффективность приема СШПС с неизвестными МПИ показывают, что поражение спектра сигнала помехой более, чем на 20%, во многих случаях не приемлемо, т.к. приводит к увеличению вероятности ошибки обнаружения более, чем на порядок. При этом рассеяние оценки МПИ увеличивается примерно на порядок в зависимости от отношения помеха-шум.

3. Результаты исследования влияния ГУП на точность оценки ширины спектра СШПС при неизвестных МПИ показывают, что точность оценки асимптотически стремится к точности оценки ширины спектра в случае известных МПИ и определяется величиной интенсивности и шириной полосы частот помехи.

4. Разработаны алгоритмы, позволяющие определить координат источников СШПС в сложной сигнально-помеховой обстановке на основе трехпозиционной разностно-дальномерной системы при использовании оценок моментов времени появления сигнала, а также на основе двухпозиционной триангуляционной системы, в которой вместо обнаружителя-пеленгатора используется пара синхронизированных измерителей времени появления сигнала.

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

АЧС	амплитудно-частотный спектр
ГБШ	гауссовский белый шум
ГУП	гауссовская узкополосная помеха
ДПИ	двухпозиционный измеритель
ИД	интервал дискретизации
ИРИ	источник радиоизлучения
КИ	коммутируемый интегратор
КП	Квазиправдоподобный
МП	максимальное правдоподобие
МПИ	момент появления и исчезновения
ОСШ	отношение сигнал-шум
РДС	разностно-дальномерная система
РЭС	радиоэлектронное средство
СВ	случайная величина
СКО	среднеквадратическая ошибка
СП	случайный процесс
СШП	Сверхширокополосный
СШПКРС	сверхширокополосный квазирadiосигнал
СШПС	сверхширокополосный сигнал
ТС	триангуляционная система
УР	условное рассеяние
ФОП	функционал отношения правдоподобия
ЭПЧ	эквивалентная полоса частот

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Амиантов, И.Н. Избранные вопросы статистической теории связи / И.Н. Амиантов. – М. : Сов. радио, 1971. – 416 с.
2. Ананенков, А.Е. Обнаружение малоразмерных объектов сверхкороткоимпульсной РЛС / А.Е. Ананенков, В.П. Бакалов, А.В. Коновальцев и др. // Сборник докладов III Всероссийской научной конференции «Сверхширокополосные сигналы в радиолокации, связи и акустике». – Муром: Изд.-полиграфический центр МИ ВлГУ, 2010. – С. 202-207.
3. Андреев, Ю.В. Сверхширокополосные сигналы для беспроводной связи / Ю.В. Андреев, А.С. Дмитриев, Л.В. Кузьмин и др. // Радиотехника. – 2008. – № 8. – С. 83-90.
4. Астанин Л. Ю., Костылев А. А. Основы сверхширокополосных радиолокационных измерений. – М.: Радио и связь, 1989. –192 с.
5. Беличенко, В.П. Сверхширокополосные импульсные радиосистемы / В.П. Беличенко, Ю.И. Буянов, В.И. Кошелев. – Новосибирск: Наука, 2015. – 474 с.
6. Бобрешов, А.М. Моделирование генератора сверхкоротких импульсов совместно с антенной Вивальди / А.М. Бобрешов, И.И. Мещеряков, Г.К. Усков // Вестник ВГУ, Серия: Системный анализ и информационные технологии. – 2014. – № 3. – С. 81-85.
7. Бункин Б. В., Кашин В. А. Особенности, проблемы и перспективы субнаносекундных видеоимпульсных РЛС. // Радиотехника, 1995. – № 4-5. – С. 128-133.
8. Бункин Б. В., Гапонов-Грехов А. В., Месяц Г. А. и др. Радиолокатор на основе СВЧ-генератора с релятивистским пучком. // Письма в ЖТФ, 1992. – Т. 2. – № 9. – С. 61-65.
9. Ван Трис, Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции : в 4 т. : пер. с англ. / Г. Ван Трис. – М. : Сов. радио, 1972. – Т.1. – 744 с. ; 1977. – Т.3. – 664 с.

10. Вентцель, Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель. – М. : Наука, 1998. – 575 с.
11. Вентцель, Е.С. Теория вероятностей и её инженерные приложения / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – М. : Наука, 1988. – 480 с.
12. Вопросы статистической теории радиолокации : в 2 т. / П.А. Бакут [и др.] ; под ред. Г.П. Тартаковского. – М. : Сов радио, 1963. – Т.1. – 426 с., 1964. – Т.2. – 1080 с.
13. Иммореев И.Я. Сверхширокополосная локация: основные особенности и отличия от традиционной радиолокации. // Электромагнитные волны и электронные системы, 1997. – Т.2. – № 1. – С. 81-88.
14. Иммореев И.Я. Сверхширокополосные радары: новые возможности, необычные проблемы, системные особенности. // Вестник МГТУ, 1998. – № 4. – С. 128-133.
15. Иммореев И.Я., Синявин А.Н. Излучение сверхширокополосных сигналов. // Антенны, 2001. – № 1 (47). – С. 40-50.
16. Исследование объектов с помощью пикосекундных импульсов. / Под ред. В. Г. Глебовича. – М.: Радио и связь, 1984. – 256 с.
17. Кондратьев В.С., Котов А.В., Марков Л.Н. Многопозиционные радиотехнические системы. / Под ред. В.В. Цветнова. – М.: Радио и связь, 1986. – 264 с.
18. Корчагин, Ю. Э. Характеристики квазиправдоподобной оценки амплитуды радиосигнала произвольной формы с неизвестной начальной фазой и неизвестными моментами появления и исчезновения / Ю. Э. Корчагин, М. В. Трифионов // Радиолокация, навигация, связь: Сборник трудов XXIX Международной научно-технической конференции, посвященной 70-летию кафедры радиофизики ВГУ. В 5-ти томах, Воронеж, 18–20 апреля 2023 года. Том 1. – Воронеж: Воронежский государственный университет, 2023. – С. 268-275.

19. Корчагин, Ю. Э. Квазиправдоподобный алгоритм оценки частоты сверхширокополосного квазирадисигнала с неизвестной длительностью / Ю. Э. Корчагин, К. Д. Титов, О. Н. Завалишина // Журнал радиоэлектроники. – 2023. – № 8. – DOI 10.30898/1684-1719.2023.8.9.
20. Корчагин, Ю. Э. Оценка начальной фазы прямоугольного радиоимпульса с неизвестными моментами появления и исчезновения / Ю. Э. Корчагин, С. В. Корольков, А. А. Макаров, Ю. Г. Петров // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Физика. Математика. – 2020. – № 4. – С. 29-40.
21. Корчагин, Ю. Э. Нейросетевой обнаружитель сверхширокополосного сигнала с неизвестным временем прихода / Ю. Э. Корчагин, К. Д. Титов, А. В. Лучкова, А. Ю. Вдовенко // Современные проблемы радиоэлектроники и телекоммуникаций. – 2022. – № 5. – С. 59.
22. Крамер, Г. Математические методы статистики / Г. Крамер. – М.: Мир, 1975. – 648 с.
23. Куликов, Е.И. Методы измерения случайных процессов / Е.И. Куликов. – М. : Радио и связь, 1986. – 272 с.
24. Куликов Е.И., Трифонов А.П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. – М.: Сов. радио, 1978. – 296 с.
25. Левин, Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники / Б.Р. Левин. – М. : Сов. Радио, 1975. – Кн. 2. – 1975. – 392 с. ; Кн. 3. 1976. – 286 с.
26. Миддлтон, Д. Введение в статистическую теорию связи в 2-х т.: пер. с англ. / Д. Миддлтон. – М. : Сов. радио, 1962. Т.2. – 832 с.
27. Радзиевский В.Г., Трифонов П.А. Влияние узкополосной помехи на точность оценки угла прихода сверхширокополосного сигнала. // Межвузовский сборник статей «Синтез, передача и прием сигналов управления и связи». – Воронеж. госуд. техн. ун-т, 2002 г. – С. 122-127.

28. Радзиевский В.Г., Трифонов П.А. Модели сверхширокополосных сигналов. // Радиотехника, 2006. – № 6. – С. 3-9.
29. Радзиевский В.Г., Трифонов П.А. Обработка сверхширокополосных сигналов и помех. – М.: Радиотехника, 2009. – 288с.
30. Сосулин, Ю.Г. Теория обнаружения и оценивания стохастических сигналов / Ю.Г. Сосулин. – М. : Сов. радио, 1978. – 320 с.
31. Теория обнаружения сигналов. / Под ред. П. А. Бакута. – М.: Радио и связь, 1984. – 440 с.
32. Тихонов В.И. Оптимальный прием сигналов. – М.: Радио и связь, 1985. – 320 с.
33. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. – М.: Сов. радио, 1966. – 678 с.
34. Тихонов В.И., Миронов М.А. Марковские процессы. – М.: Радио и связь, 1977. – 488 с.
35. Трифонов А.П., Шинаков Ю.С. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. – М.: Радио и связь, 1986. – 246 с.
36. Трифонов П. А. Квазиправдоподобное обнаружение разрывного сигнала с неизвестными амплитудой и моментами появления и исчезновения / А. П. Трифонов, Ю. Э. Корчагин, Е. В. Литвинов, П. А. Кондратович // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Физика. Математика. – 2016. – № 2. – С. 34-45.
37. Трифонов А.П., Нечаев Е.П., Парфенов В.И. Обнаружение стохастических сигналов с неизвестными параметрами. – Воронеж, Воронеж. госуд. ун-т, 1991. – 246 с.
38. Трифонов, П. А. Эффективность обнаружения сверхширокополосного сигнала неизвестной формы с неизвестными моментами появления и исчезновения, принимаемого на фоне узкополосных помех и гауссовского белого шума / П. А.

Трифонов, Н. Н. Ахмад // Радиотехника. – 2022. – Т. 86, № 2. – С. 48-57. – DOI 10.18127/j00338486-202202-06.

39. Трифонов А.П., Корчагин Ю.Э. Приём сигналов с неизвестными моментами появления исчезновения / Радиофизика.– Воронеж, 2017.

40. Трифонов, А. П. Оценка моментов появления и исчезновения радиосигнала с неизвестными амплитудой и начальной фазой / А. П. Трифонов, Ю. Э. Корчагин, С. В. Корольков // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. – 2017. – Т. 60, № 1. – С. 72-88.

41. Трифонов А.П. Обнаружение сигналов с неизвестными параметрами // Теория обнаружения сигналов. М.: Радио и связь, 1984. С. 12-89.

42. Трифонов А.П., Корчагин Ю.Э. Точные формулы для расчета характеристик приема сигнала с неизвестными моментами появления и исчезновения // Проблемы передачи информации. 2009. Т. 45. № 2. С. 91-100.

43. Трифонов, А. П. Квазиправдоподобная оценка моментов появления и исчезновения прямоугольного радиоимпульса с неизвестными амплитудой, частотой и начальной фазой / А. П. Трифонов, Ю. Э. Корчагин, С. В. Корольков // Радиотехника. – 2016. – № 12. – С. 6-13.

44. Трифонов, А.П. Совместная оценка двух параметров разрывного сигнала на фоне белого шума / А.П. Трифонов, В.К. Бутейко // Радиотехника и электроника. – 1989. – Т.34, № 11. – С.2323-2330.

45. Трифонов, А.П. Теоретическое и экспериментальное исследования оценок параметров случайного сигнала с неизвестными моментами появления и исчезновения / А.П. Трифонов, А.В. Захаров // Радиотехника и электроника. – 1996. – Т.41, № 8. – С.972-978.

46. Трифонов А.П., Корчагин Ю.Э. Квазиправдоподобная оценка моментов появления и исчезновения сигнала неизвестной формы// Радиотехника. 2016. № 2. С. 50-55.

47. Трифонов П.А., Захаренко Г.А. Влияние узкополосных помех на эффективность оценки параметров сверхширокополосных сигналов. // Радиотехника, 2000. – № 9. – С. 46-49.
48. Трифонов, П. А. Эффективность обнаружения сверхширокополосных сигналов неизвестной формы / П. А. Трифонов, А. А. Тимошенко // Радиолокация, навигация, связь: Сборник трудов XXIV Международной научно-технической конференции. В 5-и томах, Воронеж, 17–19 апреля 2018 года. Том 3. – Воронеж: Общество с ограниченной ответственностью "Вэлборн", 2018. – С. 404-412.
49. Трифонов П.А. Обнаружение последовательности сверхширокополосных сигналов с неизвестным временем прихода при наличии узкополосных помех. // Физика волновых процессов и радиотехнические системы, 2007. – № 1. – С. 27-32.
50. Трифонов П.А. Влияние узкополосных помех на эффективность обнаружения последовательности сверхширокополосных сигналов с неизвестным периодом повторения. // Изв. вузов. Радиоэлектроника, 2007. – № 3. – С. 30-40.
51. Трифонов П.А. Влияние узкополосных помех на эффективность обнаружения последовательности сверхширокополосных сигналов с неизвестными временем прихода и периодом повторения. // Изв. вузов. Радиоэлектроника, 2007. – № 12. – С. 30-40.
52. Фалькович С.Е., Хомяков Э.Н. Статистическая теория измерительных систем. – М.: Радио и связь, 1981. – 288 с.
53. Федотов Д.В., Судаков А.А. Сигналы, используемые в СШП радиосистемах // Научные технологии, 2005. – № 7. – С. 15-21.
54. Ширман Я.Д. О первых отечественных исследованиях по СШП радиолокации. // Радиотехника и электроника, 1991. – Т. 36. – № 1. – С. 96-100.
55. Юшков Ю.Г., Бадулин Н.Н., Бацула А.П., Мельников А.И., Новиков С.А., Разин С.В., Шошин Е.Л. Наносекундный радиолокатор с временной компрессией СВЧ-импульсов передатчика. // Электромагнитные волны и электронные системы, 1997. – Т. 2. – № 6. – С. 71-76

56. Ярлыков М.С. Применение марковской теории нелинейной фильтрации в радиотехнике. – М.: Радио и связь, 1980. – 360 с.
57. Aiello, R. Ultra Wideband Systems Technology and Applications / R. Aiello, A. Batra. – Elsevier, 2006. – 344 p.
58. Astanin L. Y., Kostylev A. A. Ultrawideband Radar Measurements: Analysis and Processing. – London: The Institute of Electrical Engineers, 1997. – 244 p.
59. Assessment of Compatibility between UltraWideband (UWB) Systems and Global Positioning System (GPS) Receivers. – NTIA Special Publication-01-45, 2001, February.
60. Chong, Chia-Chin. Millimeter-Wave Wireless Communication Systems: Theory and Applications / Chia-Chin Chong, Kiyoshi Hamaguchi, Peter F. M. Smulders, Su-Khiong Yong. – London: Hindawi Publishing Corporation, 2007. – 89 p.
61. Federal Communications (USA), Radio frequency devices. – 47 CFR, Part 15, October 01, 2003.
62. Federal Communications (USA), Revision of Part 15 of the Commissions Rules Regarding Ultra-Wideband Transmission Systems. First Report and Order. – FCC 02-48, April 22, 2002.
63. Fontana, R.J. Recent system applications of short-pulse ultra-wideband technology / Robert J. Fontana // IEEE Transactions on microwave theory and techniques. – 2004. – Vol. 52, no. 9. – P. 2087-2104.
64. Ghvami M., Michael L.B., Koho R. // Hermite function based orthogonal pulses for ultra wideband communication. – WMPC 2001.
65. Ghvami M., Michael L.B., Koho R. Multiple Pulse Generator for Ultra-Wideband Communication using Hermite Polynomial Based Orthogonal Pulses // UWBST 2002.
66. Ghvami M., Michael L. B., Koho R. Ultra Wideband Signals and Systems in Communication Engineering. – Chichester: Wiley, 2004. – 247 p.

67. Harmuth H. Radar equation for nonsinusoidal waves // IEEE Trans. EMC-31, 1989, Vol. 31, № 2, P. 138-147.
68. Kulkarni, R. Ultra-wideband wireless system / Ramesh Kulkarni, Kartik Ramesh Patel // International Journal of Application or Innovation in Engineering & Management. – 2014. – 15 p. 282
69. Kennaugh E. M., Moffatt D. L. Transient and impulse approximation // Proc. IEEE. – 1965. – Vol. 53, No. 8. – P. 893-901.
70. Thomä, Reiner. Ultra-wideband radio technologies for communications, localization and sensor applications / Reiner Thomä, Reinhard H. Knöchel, Jürgen Sachs, Ingolf Willms, Thomas Zwick. – Croatia: InTech. Rijeka, 2013. – 510 p.
71. Yuce, M.R. Ultra-Wideband and 60 GHz Communications for Biomedical Applications / M.R. Yuce. – New York: Springer, 2014. – 261 p.
72. Y. Korchagin, K. Estimation of the initial phase of a radio signal with an arbitrary shape and unknown appearance and disappearance moments / Y. Korchagin, K. Titov, Y. Petrov, O. Zavalishina // Proceedings of the 2022 4th International Youth Conference on Radio Electronics, Electrical and Power Engineering, REEPE 2022 : 4, Moscow, 17–19 марта 2022 года. – Moscow, 2022.
73. Y. E. Korchagin, K. D. Titov and O. N. Zavalishina, "The Detection Characteristics of an Ultra-Wideband Quasi-Radio Signal with an Unknown Arrival Time," 2021 Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines (Dynamics), Omsk, Russian Federation, 2021, pp. 1-5.
74. Korchagin, Y. Distinguishing between Two Ultra-Wideband Quasi-Radio Signals with Unknown Amplitudes and Initial Phases / Y. Korchagin, K. Titov, O. Zavalishina // Proceedings - 2021 Ural Symposium on Biomedical Engineering, Radioelectronics and Information Technology, USBEREIT 2021, Yekaterinburg, 13–14 мая 2021 года. – Yekaterinburg, 2021. – P. 247-250.
75. "IEEE Standard for Low-Rate Wireless Networks," in IEEE Std 802.15.4-2020 (Revision of IEEE Std 802.15.4-2015), vol., no., pp.1-800, 23 July 2020.

76. Трифонов, П. А. Методика оценки степени влияния гауссовских узкополосных помех на эффективность обнаружения сверхширокополосных сигналов с неизвестными моментами появления и исчезновения при наличии гауссовского белого шума / П. А. Трифонов, **Т. Т. Доан** // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Физика. Математика. – 2021. – № 2. – С. 32-41.

77. **Доан, Т. Т.** Перспективы применения радиоэлектронных систем со сверхширокополосными сигналами в настоящее время / Т. Т. Доан // Студенческая наука как ресурс инновационного потенциала развития: Материалы и доклады X Международной студенческой научной конференции, Воронеж, 17 мая 2022 года. – Воронеж: Воронежский государственный университет, 2022. – С. 207-210.

78. Трифонов, П. А. Алгоритмы обнаружения последовательности сверхширокополосных сигналов при наличии сигнально-помеховой априорной неопределённости / П. А. Трифонов, **Т. Т. Доан**, Н. Н. Ахмад // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Физика. Математика. – 2022. – № 2. – С. 25-38.

79. Трифонов, П. А. Оценка степени влияния априорной неопределенности на эффективность обнаружения сверхширокополосных сигналов с неизвестными моментами появления и исчезновения принимаемых на фоне узкополосных помех и гауссовского белого шума / П. А. Трифонов, **Т. Т. Доан** // Радиолокация, навигация, связь: Сборник трудов XXVIII Международной научно-технической конференции, посвященной памяти Б.Я. Осипова. В 6-ти томах, Воронеж, 29 сентября 2022 года. Том 4. – Воронеж: Воронежский государственный университет, 2022. – С. 297-307.

80. Трифонов, П. А. Точные формулы для расчета статистических характеристик обнаружения сверхширокополосного сигнала с неизвестными моментами появления и исчезновения принимаемого на фоне узкополосных помех и гауссовского белого шума / П. А. Трифонов, **Т. Т. Доан**, Н. Н. Ахмад // Вестник

Воронежского государственного университета. Серия: Физика. Математика. – 2022. – № 4. – С. 5-14.

81. Трифонов, П. А. Разработка алгоритмов оценки моментов появления и исчезновения сверхширокополосных сигналов, принимаемых на фоне узкополосных помех и гауссовского белого шума / П. А. Трифонов, **Т. Т. Доан**, Н. Н. Ахмад // Научный альманах. – 2023. – № 1-2(99). – С. 130-138.

82. Трифонов, П. А. Влияние узкополосных помех на точность оценки частотных параметров сверхширокополосных сигналов неизвестной формы / П. А. Трифонов, **Т. Т. Доан** // Охрана, безопасность, связь. – 2023. – № 8-2. – С. 57-65.

83. Трифонов, П. А. Оценка точности местоопределения разностно-дальномерным методом источников сверхширокополосных сигналов при наличии помех / П. А. Трифонов, **Т. Т. Доан**, Н. Н. Ахмад // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Физика. Математика. – 2023. – № 2. – С. 22-26.

84. Трифонов, П. А. Оценка влияния узкополосных помех на точность измерения местоположения источников сверхширокополосных сигналов / П. А. Трифонов, **Т. Т. Доан**, Н. Н. Ахмад // Радиолокация, навигация, связь: Сборник трудов XXIX Международной научно-технической конференции, посвященной 70-летию кафедры радиофизики ВГУ. В 5-ти томах, Воронеж, 18–20 апреля 2023 года. – Воронеж: Воронежский государственный университет, 2023. – С. 363-370.

85. Трифонов, П. А. Оценка точности измерения координат источников сверхширокополосных сигналов при наличии помех / П. А. Трифонов, **Т. Т. Доан** // Известия вузов. Радиофизика. – 2024. – Т. 67, № 3. – С. 269-278.

86. Трифонов, П. А. Влияние гауссовских узкополосных помех на точность оценки средней частоты сверхширокополосных сигналов / П. А. Трифонов, **Т. Т. Доан** // Теория и техника радиосвязи. – 2024. – № 3. – С. 29-34.

87. **Доан, Т. Т.** Алгоритм обнаружения одиночного и последовательности сверхширокополосных сигналов с неизвестными моментами появления и исчезновения при наличии помех / Т. Т. Доан, П. А. Трифонов // Журнал радиоэлектроники. – 2024. – №. 12.

88. **Доан, Т. Т.** Методика оценки частотных параметров сверхширокополосных сигналов с неизвестной формой спектра при наличии помех / Т. Т. Доан, П. А. Трифонов // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. – 2025. – Т. 28, № 1. – С. 7-13.