

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию
Ю.Н. Булатова «В-Эллиптические уравнения
с оператором Лапласа–Бесселя–Киприянова»,
представленной на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 1.1.2. – Дифференциальные
уравнения и математическая физика

В диссертации Ю.Н. Булатова изучается разрешимость, изучаются свойства решений сингулярных дифференциальных уравнений, содержащих оператор Бесселя с отрицательным параметром. Различным аспектам теории сингулярных дифференциальных уравнений с оператором Бесселя посвящены многочисленные работы С.А. Терсенова, Т.И. Зеленька, И.А. Киприянова, Л.А. Иванова, В.В. Катрахова, Л.Н. Ляхова, Ф.Г. Мухлисова, С.М. Ситника и многих других; в целом можно сказать, что интерес к подобным уравнениям в настоящее время не ослабевает. Помимо теоретического значения, можно сказать и о прикладном значении исследований, связанных с дифференциальными уравнениями с оператором Бесселя, поскольку такие уравнения возникают при математическом моделировании некоторых процессов, протекающих в осесимметричных областях, в задачах томографии, в задачах теории вероятностей.

Все сказанное выше означает, безусловно, что тема диссертации Ю.Н. Булатова актуальна.

Диссертация Ю.Н. Булатова изложена на 118 страницах текста, которые содержат Введение, пять глав и список литературы из 84 наименований.

Во Введении, как в большинстве других диссертаций, обосновывается актуальность темы работы, определяются цели и задачи исследований автора, приводятся основные научные результаты.

В целом диссертация Ю.Н. Булатова посвящена различным аспектам теории сингулярных дифференциальных уравнений, связанных с оператором Бесселя с дробным отрицательным порядком (из интервала $(-1,0)$).

В первой главе диссертации Ю.Н. Булатова вводятся основные обозначения и определения, описываются линейно-независимые решения (т.е. решения, образующие фундаментальную систему) сингулярного оператора Бесселя с отрицательным параметром. Для построенной системы определяются соответствующие билинейные формы и соответствующие весовые пространства, получен аналог равенства Ганкеля.

Во второй главе диссертации исследуются свойства новых интегральных операторов – именно операторов Т-псевдосдвига, обобщенного Т-сдвига и Т-псевдосдвига. Для этих операторов приводится теорема сложения, изучаются свойства Т-псевдосдвига, получена формула Пуассона, дающая решение задачи Коши для некоторого специального класса сингулярных дифференциальных уравнений.

В главе 3 изучается задача построения фундаментальных решений оператора Бесселя с параметром из интервала $(-1,0)$, а также В-эллиптических операторов с оператором Бесселя с параметром из интервала $(-1,0)$. С помощью этих фундаментальных решений исследуется единственность внутренней и внешней задач Дирихле с В-эллиптическим оператором.

В четвертой главе диссертации Ю.Н. Булатова определяются новые классы весовых функциональных пространств типа пространств Соболева, изучаются их свойства.

Исследования, выполненные в главе 4, фактически продолжаются в главе 5. В ней определяется весовое преобразование Фурье, изучаются новые классы псевдодифференциальных операторов.

Следует отметить, что при выполнении вышеуказанных исследований Булатову Ю.Н. пришлось преодолеть существенные трудности и применять методы современной математики (композиционный метод, интерполяционные методы и др.). Также были использованы фундаментальные методы теории функций, функционального анализа, интегральных и дифференциальных уравнений. Изложение материала в целом приведено ясно, последовательно и полно.

Отметим основные результаты диссертации Ю.Н. Булатова:

- Введены необходимые понятия весового гармонического анализа для работы с оператором Бесселя с отрицательным параметром.
- Найдено фундаментальное решение оператора Бесселя с отрицательным параметром с особенностью в произвольной точке полуоси. Используя найденное фундаментальное решение и оператор сдвига, найдено фундаментальное решение для оператора Киприянова с особенностью в произвольной точке из евклидова n -мерного полупространства.
- Приведены формулы Пуассона решения радиальной задачи Коши для сингулярного V -ультрагиперболического уравнения. Используя введенные операторы псевдосдвига и сдвига, построены решения задачи Коши для уравнения Эйлера—Пуассона—Дарбу с операторами Бесселя отрицательного параметра.
- Исследованы сингулярные псевдодифференциальные операторы, определенные на базе нового интегрального аналога преобразования Бесселя. Данные операторы включают линейные сингулярные обыкновенные дифференциальные операторы, состоящие из неотрицательных степеней оператора Бесселя с отрицательным параметром.

Основные результаты диссертационной работы опубликованы в 15 научных статьях, 11 из которых из Перечня ВАК Минобрнауки РФ. Кроме того, результаты Ю.Н. Булатова докладывались и обсуждались на международных научных конференциях, а также поддерживались Российским научным фондом.

По тексту диссертации имеются следующие замечания:

1. На стр. 28 перед теоремой 1.3.1 введено уравнение $B_{\pm\gamma}u(\lambda x) + \lambda^2u(\lambda x) = 0$. Необходимо было бы добавить ссылку, что для $\gamma > 0$ доказательство данного факта есть в работе Б.М. Левитана, а для $\gamma < 0$ доказывается аналогично.
2. На стр. 99 строка 8 снизу. Надо было определить понятие «сингулярное дифференциальное уравнение главного типа».
3. На стр. 108 формулы на строках 1,6,7 снизу: левые части неравенств должны браться по модулю, поскольку являются, вообще говоря, комплекснозначными функциями.
4. К сожалению, в работе ничего не говорится об известных приложениях теории сингулярных псевдодифференциальных операторов типа операторов Киприянова–Катрахова.
5. В работе имеется некоторое число опечаток и неточностей (например, во Введении сказано, что задача Коши для сингулярного дифференциального уравнения изучается в §2.6, а на самом деле – в §2.7, и т.д.), которые не влияют существенно на изложение результатов диссертации.

Приведенные замечания носят технический и редакционный характер и не оказывают существенного влияния на положительные результаты диссертации.

В целом результаты диссертационного исследования являются новыми. Достоверность теоретических выводов вытекает из строгих, логических и математически обоснованных доказательств. Тема диссертации актуальна и соответствует специальности 1.1.2. – Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Автореферат диссертации Ю.Н. Булатова правильно и полно отражает содержание диссертации.

Заключение. Диссертация Ю.Н. Булатова «В-Эллиптические уравнения с оператором Лапласа–Бесселя–Киприянова» является законченным научно-исследовательским трудом, выполненным автором самостоятельно на высоком научном уровне. Полученные автором основные результаты достоверны, выводы и заключения обоснованы. Диссертационная работа отвечает критериям, предъявленным к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (п. 9-14 Положения ВАК).

На основании вышеизложенного считаю, что Булатов Юрий Николаевич заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2 – Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Официальный оппонент: главный научный сотрудник лаборатории дифференциальных и разностных уравнений Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт математики им. С.Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук, доктор физико-математических наук (специальность 01.01.02 – дифференциальные уравнения), профессор Кожанов Александр Иванович.

Адрес: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук, 630090, г. Новосибирск, проспект академика Коптюга, 4.
тел. +7(383)363-46-60 e-mail: kozhanov@math.nsc.ru

Согласен на включение моих персональных данных в документы, связанные с работой диссертационного совета, и их дальнейшую обработку.

«25 августа 2025 г.



А.И. Кожанов

Подпись А.И. Кожанова заверяю

Учёный секретарь / Подпись ВА
25.08.2025

