

## ОТЗЫВ

на автореферат диссертации Барабаш Ольги Павловны  
«Модифицированная дискретизация и программная реализация для нелинейных непрерывных математических моделей роста и распространения»,  
представленной на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук по научной специальности  
1.2.2. «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

### **Актуальность темы диссертации**

Диссертация посвящена разработке и анализу семейства дискретных моделей процессов роста и распространения. Актуальность работы определяется ее теоретической значимостью и широкими практическими приложениями. В основу исследования положены классические непрерывные модели, опирающиеся на законы сохранения в дифференциальной форме. Центральное внимание уделено методам дискретизации, зарекомендовавшим себя как инструмент компьютерного моделирования при наличии непрерывной модели — конечно-разностным и проекционно-сеточным подходам. Исходным объектом изучения выступает квазилинейное уравнение из класса уравнений реакции-диффузии (диффузионно-логистических уравнений, уравнений роста-распространения) со степенной нелинейностью. Интерес к этому типу уравнений, возникший в начале прошлого века, до настоящего времени не угасает. Уравнение широко применяется в популяционной динамике, при исследовании химических реакций, в теории горения, с недавних пор — в онкологии, например, при исследовании роста и распространения глиомы. В последние годы обнаружилась еще одна сфера приложения уравнения роста и распространения — возможность описания динамики инноваций. Наряду с изучением качественных свойств решений начально-краевых задач для этих уравнений, крайне важной является проблема их практического построения. Представления решений в явном виде известны лишь для узкого класса отдельных сочетаний граничных и начальных условий, что создает потребность в разработке дискретных моделей, позволяющих получать приближенные решения. При этом многие вопросы, связанные с дискретизацией нелинейных моделей, остаются открытыми. Отдельного внимания заслуживают проблемы дискретизации моделей с особенностями, порожденными оператором Бесселя. Многие проблемы качественной теории таких уравнений и задач для них активно исследовались во второй половине прошлого века. Вопросы эффективных методов дискретизации таких сингулярных задач и их численной реализации исследованы недостаточно. Таким образом, сочетание потребностей теории, связанных с построением и исследованием решений, и практических потребностей в эффективных алгоритмах для нелинейных и сингулярных задач подтверждает безусловную актуальность настоящего диссертационного исследования.

### **Основные результаты и положения, выносимые на защиту**

Полученные в диссертации результаты являются новыми и состоят в следующем.

Во второй главе построена обладающая линейной структурой разностная схема для регулярной нелинейной модели роста-распространения. Это позволяет проводить численные эксперименты с линейной алгоритмической сложностью. Для построенной схемы получена оценка порядка аппроксимации  $O(h^2 + \tau)$ , установлены достаточные условия устойчивости, чем обоснована ее сходимость.

В третьей главе построен и обоснован эффективный численный проекционно-сеточный метод дискретизации сингулярной линейной непрерывной модели распространения с использованием финитных сплайнов специального вида. Доказана оценка погрешности в весовом функциональном пространстве. На этой основе проведена дискретизация нелинейной сингулярной модели роста-распространения. Построена дискретизация плоской стационарной

сингулярной модели распределения субстанции. Последняя позволяет учитывать ослабленные требования к гладкости решения и получить априорную оценку.

В четвертой главе разработаны алгоритмы и создан комплекс программ для ЭВМ, реализующие построенные линейные разностные схемы для регулярной и сингулярной нелинейных моделей роста-распространения. Созданный в диссертации инструментарий позволяет проводить вычислительные эксперименты для исследования указанных процессов.

Тем не менее по работе имеется замечание. Так, от разностных схем для стационарной двумерной сингулярной модели распределения субстанции следовало бы перейти к построению разностных схем для нестационарной двумерной сингулярной модели роста-распространения, как это сделано для одномерного случая. Однако данное замечание не снижает общую оценку выполненного научного исследования.

Анализ автореферата позволяет сделать вывод о том, что диссертация Барабаш Ольги Павловны «Модифицированная дискретизация и программная реализация для нелинейных непрерывных математических моделей роста и распространения» представляет собой самостоятельное, обоснованное и завершённое научное исследование в области физико-математических наук. Работа отличается научной новизной и вносит существенный вклад в теорию и практику разработки, исследования и реализации методов дискретизации непрерывных моделей. Автореферат отвечает требованиям п. 9 Положения о присуждении ученых степеней. Автор диссертации – Барабаш Ольга Павловна - заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2. «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Вишняков Юрий Муссович

Профессор кафедры вычислительных технологий  
факультета компьютерных технологий и прикладной  
математики ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет»,  
доктор технических наук, профессор.

Почетный работник ВПО РФ.

Специальность 05.13.12 «Системы автоматизации проектирования», 05.13.14  
Системы обработки информации и управления.

350040, г. Краснодар, ул. Ставропольская, 149

Тел: +7(861)219-95-02; e-mail: jury.vishnyakov@gmail.com

Персональная страница <https://www.kubsu.ru/ru/public-portfolio/23146>

Я, Вишняков Юрий Муссович, даю согласие на включение моих персональных данных в документы, связанные с работой диссертационного совета, и их дальнейшую обработку.

« 02 » 02 2026 г.

Ю. М. Вишняков

