

ПРОТОКОЛ

заседания диссертационного совета 24.2.288.15
№ 3 от 25 февраля 2026 г.

Всего членов диссертационного совета – 13

Присутствовали на заседании: 12 членов диссертационного совета.

Председатель заседания: д. т. н., проф. Астахова Ирина Федоровна

Присутствовали:

1. д. т. н. Астахова Ирина Федоровна, 1.2.2 (технические науки);
2. д. ф.-м. н. Артемов Михаил Анатольевич, 1.2.2 (физико-математические науки);
3. к. ф.-м. н. Барановский Евгений Сергеевич, 1.2.2 (физико-математические науки);
4. д. ф.-м. н. Зубова Светлана Петровна, 1.2.2 (технические науки);
5. д. ф.-м. н. Каменский Михаил Игоревич, 1.2.2 (физико-математические науки);
6. д. ф.-м. н. Костин Владимир Алексеевич, 1.2.2 (технические науки);
7. д. ф.-м. н. Курина Галина Алексеевна, 1.2.2 (физико-математические науки);
8. д. ф.-м. н. Минаева Надежда Витальевна, 1.2.2 (технические науки);
9. д. т. н. Пеньков Никита Алексеевич, 1.2.2 (технические науки);
10. д. ф.-м. н. Половинкин Игорь Петрович, 1.2.2 (физико-математические науки);
11. д. т. н. Ряжских Виктор Иванович, 1.2.2 (физико-математические науки);
12. д. т. н. Хвостов Анатолий Анатольевич, 1.2.2 (технические науки).

Повестка дня:

Защита кандидатской диссертации Барабаш Ольги Павловны «Модифицированная дискретизация и программная реализация для нелинейных непрерывных математических моделей роста и распространения» по специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ, физико-математические науки.

Слушали:

защиту диссертации Барабаш Ольги Павловны «Модифицированная дискретизация и программная реализация для нелинейных непрерывных математических моделей роста и распространения» по специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ,

представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук.

Официальные оппоненты по диссертации:

Меньших Валерий Владимирович, доктор физико-математических наук, профессор, Федеральное государственное казенное образовательное учреждение высшего образования «Воронежский институт Министерства внутренних дел Российской Федерации», кафедры математики и моделирования систем, профессор – присутствует;

Рошупкин Сергей Александрович, кандидат физико-математических наук, доцент, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Елецкий государственный университет имени И.А. Бунина», Института цифровых технологий и математики, директор, кафедра математического моделирования, компьютерных технологий и информационной безопасности, заведующий кафедрой – присутствует.

Ведущая организация:

Государственное казенное научное учреждение «Академия наук Чеченской Республики», г. Грозный.

Вопросы задали: д.ф.-м.н. Каменский М.И., д.ф.-м.н. Костин В.А., д.ф.-м.н. Артемов М.А., д.т.н. Ряжских В.И., д.т.н. Пеньков Н.А., д.т.н. Хвостов А.А., д.ф.-м.н. Ляхов Л.Н., д.ф.-м.н. Зубова С.П..

В дискуссии приняли участие: д.ф.-м.н. Артемов М.А., д.т.н. Ряжских В.И., д.ф.-м.н. Каменский М.И..

Постановили:

1. На основании результатов тайного голосования присудить Барабаш Ольги Павловны ученую степень кандидата физико-математических наук.

Результаты тайного голосования:

"За" – 12 чел.

"Против" – нет.

Недействительных бюллетеней – нет.

Протокол счетной комиссии прилагается.

2. Принять заключение диссертационного совета по кандидатской диссертации Барабаш Ольги Павловны. Стенограмма и заключение диссертационного совета прилагаются.

Председатель диссертационного
совета 24.2.288.15

Ученый секретарь диссертационного
совета 24.2.288.15



Астахова И. Ф.

Астахова И. Ф.

Барановский Е. С.

Барановский Е. С.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО СОВЕТА 24.2.288.15,
СОЗДАННОГО НА БАЗЕ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО
БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ «ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ»,
МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ, ПО ДИССЕРТАЦИИ НА СОИСКАНИЕ
УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ КАНДИДАТА НАУК
аттестационное дело № _____
решение диссертационного совета от 25.02.2026 г., протокол № 3

О присуждении Барабаш Ольге Павловне, гражданке Российской Федерации, ученой степени кандидата физико-математических наук.

Диссертация «Модифицированная дискретизация и программная реализация для нелинейных непрерывных математических моделей роста и распространения» по специальности 1.2.2. «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» (физико-математические науки) принята к защите 15.12.2025 г. (протокол заседания № 2) диссертационным советом 24.2.288.15, созданным на базе федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Воронежский государственный университет», Министерство науки и высшего образования Российской Федерации, 394018, г. Воронеж, Университетская площадь, 1, приказ Минобрнауки России № 225/нк от 19.03.2025 г.

Соискатель Барабаш Ольга Павловна, 25 июля 1993 года рождения, работает в федеральном государственном казённом военном образовательном учреждении высшего образования «Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж) на 206 кафедре математики преподавателем, Министерство обороны Российской Федерации.

В 2017 году окончила магистратуру федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Воронежский государственный университет» по направлению 01.04.02 «Прикладная математика и информатика».

В 2023 году окончила очную аспирантуру федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Воронежский государственный университет» по направлению подготовки 01.06.01 «Математика и механика».

В 2025 году прикреплена для подготовки диссертации на соискание ученой степени кандидата наук без освоения программ подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре по научной специальности 1.2.2. «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» (физико-математические науки) в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Воронежский государственный университет».

Диссертация выполнена на кафедре математического и прикладного анализа факультета прикладной математики, информатики и механики федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Воронежский государственный университет», Министерство науки и высшего образования Российской Федерации.

Научный руководитель – доктор физико-математических наук, доцент, Половинкин Игорь Петрович, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Воронежский государственный университет», факультет прикладной математики, информатики и механики, кафедра математического и прикладного анализа, профессор.

Официальные оппоненты:

Меньших Валерий Владимирович, доктор физико-математических наук, профессор, ФГКОУ ВО «Воронежский институт Министерства внутренних дел Российской Федерации», кафедра математики и моделирования систем, профессор;

Рощупкин Сергей Александрович, кандидат физико-математических наук, доцент, ФГБОУ ВО «Елецкий государственный университет имени И.А. Бунина», Институт цифровых технологий и математики, директор; дали положительные отзывы на диссертацию.

Ведущая организация, Государственное казенное научное учреждение «Академия наук Чеченской Республики» (г. Грозный), в своем положительном отзыве, подписанном Умаровым Хасаном Галсановичем, доктором физико-математических наук, доцентом (Центр проблем материаловедения, отдел физико-математических и технических наук, сектор физико-математических наук, заведующий), указала, что диссертационная работа Барабаш О.П. имеет как теоретические результаты в области численных методов, так и практически ориентированные результаты в области построения дискретных моделей нелинейных процессов. Теоретические результаты обладают значимостью для пополнения арсенала инструментов исследования численных методов и могут быть использованы в дальнейшем при анализе сходимости приближенных решений к точным. Практически ориентированные результаты обладают значимостью для исследования процессов роста–распространения и могут быть использованы в различных предметных областях: в медицине, эпидемиологии, популяционной динамике, теории горения. Особая практическая значимость диссертации заключается в том, что разработанные в ней методы линейной дискретизации нелинейных моделей роста и распространения приводят к вычислительным алгоритмам, имеющим линейную сложность, что упрощает их использование при исследовании моделируемых процессов. В этом состоит преимущество разработанных в диссертации разностных методов по сравнению с известными нелинейными методами. Результаты диссертации могут найти применение в исследованиях процессов роста–распространения, а также в исследованиях численных методов, ведущихся в Московском

государственном университете имени М.В. Ломоносова, Российском университете дружбы народов имени Патриса Лумумбы, Воронежском государственном университете, Институте прикладной математики имени М.В. Келдыша, Московском физико-техническом институте, а также при чтении специальных курсов студентам математических и естественно-научных направлений. Диссертация представляет собой законченное научное исследование, выполненное на актуальную тему, в котором получены новые теоретические и практически ориентированные результаты. Диссертационная работа О.П. Барабаш «Модифицированная дискретизация и программная реализация для нелинейных непрерывных математических моделей роста и распространения» соответствует требованиям пунктов 9-14 Положения о присуждении ученых степеней, утвержденного Постановлением Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 года № 842 (в ред. Постановлений Правительства РФ от 21.04.2016 № 335, от 02.08.2016 № 748, от 29.05.2017 № 650, от 28.08.2017 № 1024, от 01.10.2018 № 1168, от 20.03.2021 № 426, от 11.09.2021 № 1539, с изменениями, внесенными Постановлением Правительства РФ от 26.05.2020 № 751), а ее автор – Барабаш Ольга Павловна – заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2. «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Соискатель имеет 12 опубликованных научных работ, в том числе по теме диссертации опубликовано 12 работ, из них в рецензируемых научных изданиях опубликовано – 3 работы; в издании, индексируемом в международной базе GeoRef – 2 работы, получено 2 свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ. Опубликованные работы посвящены построению, исследованию сходимости и алгоритмам численной реализации методов модифицированной дискретизации для нелинейных математических моделей роста-распространения. Комплекс программ реализует разработанные методы.

В диссертации О.П. Барабаш отсутствуют недостоверные сведения об опубликованных соискателем работах, в которых изложены основные научные результаты диссертации.

Вклад автора – 91%, общий объем – 5.063 п.л. Основные результаты и положения, выносимые на защиту, получены лично автором.

Наиболее значительные работы:

1. Барабаш, О.П. Численный метод решения уравнения "реакция-диффузия" / О.П. Барабаш // Прикладная математика & Физика. – 2025. – Т.57, №1. – С. 52-58.

2. Barabash, O.P. On a difference scheme for the Growth-Propagation Equation / O.P. Barabash, M.V. Polovinkina, I.P. Polovinkin, M.L. Zhadanova // Lobachevskii journal of mathematics. – 2023. – Vol. 44 № 3. – P. 989-992.

3. Barabash, O.P. A discrete model of glioma growth and spread / O.P. Barabash, I.P. Polovinkin // Computational Mathematics Modeling. – 2025. <https://doi.org/10.1007/s10598-025-09643-x>

4. Барабаш, О.П. Применение проекционно-сеточного метода для решения нестационарной задачи / О.П. Барабаш // Международный научно-исследовательский журнал. – 2023. – № 11(137).

5. Барабаш, О.П. Об одном способе дискретизации задачи Фишера-Колмогорова-Петровского-Пискунова / О.П. Барабаш // Международный научно-исследовательский журнал. – 2025. – № 5(155).

Свидетельства о регистрации программных продуктов

1. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ 2024663009 Российская Федерация. Численное решение начально-краевой задачи для одномерного квазилинейного уравнения реакции-диффузии / О.П. Барабаш; заявитель и правообладатель Барабаш О.П. – № 2024661715/69; заявление 21.05.2024; опубл. 03.06.2024.

2. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ 2024689152 Российская Федерация. Программа численного расчета для сингулярного нелинейного уравнения реакции-диффузии / О.П. Барабаш; заявитель и правообладатель Барабаш О.П. – № 2024687972/69; заявление 21.11.2024; опубл. 04.12.2024.

На диссертацию и автореферат поступили отзывы:

1. Шитикова Марина Вячеславовна, доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой высшей математики Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет».

Замечания.

1.1. Недостаточно четко разграничены элементы научной новизны и результаты, представляющие собой развитие и адаптацию известных методов дискретизации.

1.2. В автореферате ограниченно представлен сравнительный анализ предложенных алгоритмов с существующими численными методами, что затрудняет оценку их преимуществ с точки зрения вычислительной эффективности и устойчивости.

1.3. В списке публикаций автора №№ 3–5 приведены не полностью все библиографические данные, что не позволяет оценить объем опубликованного материала – отмеченные недостатки носят уточняющий характер и не умаляют общей научной ценности работы.

2. Солдатов Александр Павлович, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры высшей математики Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский университет «МЭИ».

Замечания.

2.1. Построенная во второй главе разностная схема может оказаться явной при определенном наборе коэффициентов. Этот факт следовало бы выделить особо.

3. Муравник Андрей Борисович, доктор физико-математических наук, директор Математического института им. С.М. Никольского Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы».
Замечаний нет.
4. Вишняков Юрий Муссович, доктор технических наук, профессор, Почётный работник высшего профессионального образования РФ, профессор кафедры вычислительных технологий Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Кубанский государственный университет».
Замечания.
 - 4.1. От разностных схем для стационарной двумерной сингулярной модели распределения субстанции следовало бы перейти к построению разностных схем для нестационарной двумерной сингулярной модели роста-распространения, как это сделано для одномерного случая.
5. Корнев Сергей Викторович, доктор физико-математических, наук; доцент; заведующий кафедрой высшей математики физико-математического факультета; Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Воронежский государственный педагогический университет».
Замечания.
 - 5.1. Автором не указано, что при определенном наборе коэффициентов в конечно разностной схеме, построенной во второй главе, схема становится явной, следовательно, не отражено влияние этого факта на порядок аппроксимации и устойчивость указанной разностной схемы.
6. Москалев Павел Валентинович, доктор физико-математических, наук; доцент; профессор кафедры прикладной математики Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный технологический университет «СТАНКИН».
Замечания.
 - 6.1. При описании нелинейной модели роста-распространения (глава 2) не указано ограничение для концентрации вида $0 \leq u(x,t) \leq 1$, обычно используемое для сохранения физического смысла решения.
 - 6.2. В автореферате не приведены данные о вычислительной эффективности разработанного автором комплекса программ.
 - 6.3. Разработанный автором программный комплекс реализован для одномерных и двумерных задач, но автором не приведены данные о возможности его валидации по трехмерным клиническим данным (например, по данным МРТ или КТ), что затрудняет оценку его практической применимости в медицине).

Все отзывы положительные, содержат рекомендации по присуждению О.П. Барабаш ученой степени кандидата физико-математических наук.

Выбор официальных оппонентов и ведущей организации обосновывается:

- выбор официальных оппонентов обосновывается их компетентностью в соответствующей отрасли науки (физико-математические науки), наличием у них публикаций в соответствующей сфере исследования, а также их согласием выступить в качестве оппонентов;

- выбор ведущей организации обосновывается ее достижениями в соответствующей отрасли науки и возможностью квалифицированно определить научную и практическую ценность диссертации, что также подтверждается публикационной активностью организации в соответствующей отрасли науки.

Диссертационный совет отмечает, что на основании выполненных соискателем исследований

разработана новая научная идея исследования и дискретизации математических моделей роста-распространения, позволившая построить семейство численных методов для решения задач роста-распространения, заключающаяся в разнесении сомножителей, образующих квадратичную нелинейность, с неопределенными коэффициентами по слоям с последующим нахождением значений этих коэффициентов, обеспечивающих наибольший из возможных порядок аппроксимации;

предложены новые нетрадиционные подходы к использованию качественных свойств решений начально-краевых и краевых задач в построении и исследовании численных методов для уравнений математических моделей физики, химии, биологии, медицины;

доказана перспективность и эффективность использования предложенных подходов в создании алгоритмов линеаризующей дискретизации и их реализации в виде комплексов прикладных программ для проведения компьютерного моделирования диффузионно-реакционных биологических, химических и физических процессов;

введены новые семейства дискретных математических моделей диффузионно-реакционных процессов.

Теоретическая значимость исследования обоснована тем, что:

доказаны оценка порядка аппроксимации разностных схем построенного семейства, теорема о достаточных условиях устойчивости разностных схем построенного семейства, оценка в весовом функциональном пространстве скорости сходимости конечно-элементных приближений решения сингулярной задачи диффузии, однозначная разрешимость плоской сингулярной задачи распределения субстанции, оценки порядка аппроксимации разностных схем этой задачи для слабого и сильного решений;

применительно к проблематике диссертации результативно (с получением обладающих новизной результатов) использован комплекс существующих базовых методов исследования математических моделей,

численных методов, алгоритмов прикладных программ, включающий методы создания и исследования математических моделей, математического анализа, теории дифференциальных уравнений, функционального анализа, вычислительной математики, сложности алгоритмов, экспериментальных методик;

изложены идеи, приводящие к созданию моделей диффузионно-логистических процессов, как известных непрерывных (законы сохранения), так и построенных в диссертации дискретных (принцип суперпозиции), доказательства основных результатов и положений;

раскрыты существенные проявления влияния гладкости обобщенного решения плоской сингулярной стационарной задачи распределения на точность аппроксимации;

изучены возможности приложения построенных дискретных моделей к исследованию процесса роста и распространения глиомы;

проведена модернизация существующих математических моделей роста-распространения с учетом симметрий и особенностей в характеристиках сред, алгоритмов дискретизации нелинейных и сингулярных моделей роста-распространения, включая способы построения численных методов;

Значение полученных соискателем результатов исследования для практики подтверждается тем, что:

разработаны алгоритмы и комплекс прикладных программ, предназначенных для использования в исследованиях, связанных с изучением процессов роста-распространения в химии, физике, биологии, медицине;

определены пределы и перспективы практического использования модифицированных моделей и разработанного комплекса программ на основе стратегической редукции к снижению размерности;

создана концепция линеаризующей дискретизации, получения семейства численных методов и алгоритмизации их программной реализации для моделей роста-распространения со степенной нелинейностью;

представлены результаты численной реализации алгоритмов решения редуцированных задач для моделей роста-распространения в регулярном и сингулярном случаях и их анализ.

Оценка достоверности результатов исследования выявила:

для экспериментальных работ полученные автором результаты, сопоставленные с данными современной научной литературы, демонстрирующие согласование с известными закономерностями, позволили подтвердить воспроизводимость результатов исследования в различных условиях и преимущество предложенных подходов перед известными;

теория построена на известных, проверяемых данных, фактах и положениях из области математического моделирования, численных методов, фундаментальной математики, фундаментальной информатики и согласуется с опубликованными натурными данными по теме диссертации;

идея базируется на применении стратегической редукции многомерных объектов к пространственно-одномерным моделям, разнесении сомножителей, обуславливающих квадратичную нелинейность по временным слоям, принципе суперпозиции при моделировании и применении сплайнов специального вида для моделей с сингулярностью, применении метода неопределенных коэффициентов;

использованы открытые натурные данные, характеризующие рост и распространение глиомы, для сравнения с авторскими данными, полученными при численном эксперименте;

установлено качественное и количественное совпадение авторских результатов, полученных при проведении численного эксперимента при входных данных, определяющих характеристики среды, допускающей рост и распространение глиомы, с результатами, представленными в независимых источниках в рассматриваемой предметной области;

использованы традиционные способы сравнения результатов численных экспериментов с натурными данными и с точным решением (в случаях, когда точное решение может быть найдено) с применением равномерных конечных норм.

Личный вклад соискателя состоит в: единоличном самостоятельном проведении основных исследований, в получении исходных данных из открытых источников, в апробации результатов исследования, в интерпретации результатов численных экспериментов, в подготовке основных публикаций по выполненной работе и получении всех основных результатов диссертации, в том числе вошедших в публикации, выполненные в соавторстве, из которых в диссертацию вошли только принадлежащие соискателю, причем во всех случаях, когда в исследовании для получения новых результатов используются результаты других авторов, это специально оговаривается с корректным приведением необходимых ссылок, что нашло отражение в отзыве оппонента, доктора физико-математических наук, профессора, Заслуженного деятеля науки Российской Федерации, В.В. Меньших, указавшего, что из 14 (включая два государственных свидетельства о регистрации программ для ЭВМ) опубликованных автором работ по теме диссертации 11 работ выполнено без соавторов (включая два государственных свидетельства о регистрации программ для ЭВМ).

Научный вклад диссертационной работы выражается в следующих аспектах:

построено двухпараметрическое семейство разностных схем для регулярной нелинейной модели роста-распространения, отличающееся линейной структурой, позволяющее осуществлять численный эксперимент в условиях пониженной алгоритмической сложности;

получена оценка порядка аппроксимации построенных разностных схем для регулярной нелинейной модели роста-распространения (второй порядок по шагу изменения пространственной переменной, первый порядок по шагу изменения временной переменной);

найжены достаточные условия устойчивости построенных разностных схем для регулярной нелинейной модели роста-распространения, позволяющие сделать вывод о ее сходимости;

разработан и обоснован эффективный численный метод дискретизации сингулярной непрерывной модели распространения с использованием проекционно-сеточного метода Бубнова-Галеркина с финитными сплайнами специального вида, позволяющий доказать оценку погрешности в весовом функциональном пространстве;

проведена и протестирована дискретизация нелинейной сингулярной модели роста-распространения на основе разработанного метода дискретизации;

доказаны факты существования и единственности сильного решения сингулярной плоской краевой задачи, моделирующей стационарное распределение субстанции, отражающие существенные аспекты корректности математической модели;

построена дискретизация плоской непрерывной сингулярной стационарной модели распределения субстанции, позволяющая учесть ослабленные требования к гладкости решения и получить априорную оценку;

разработан алгоритм реализации линейной разностной схемы для регулярной нелинейной модели роста-распространения и реализующая его программа для ЭВМ «Численное решение начально-краевой задачи для одномерного квазилинейного уравнения реакции-диффузии», позволяющая осуществлять вычислительные эксперименты в рамках исследования процессов роста-распространения;

разработан алгоритм реализации линейной разностной схемы для сингулярной нелинейной модели роста-распространения и реализующая его программа для ЭВМ «Программа численного расчета для сингулярного нелинейного уравнения реакции-диффузии».

В ходе защиты диссертации критических замечаний высказано не было. Были заданы вопросы:

1. Скажите, чем обусловлено использование весовых пространств? У вас же априорные оценки получаются в невесовых пространствах?
2. Какую роль играет принцип максимума при доказательстве устойчивости?
3. Вы рассматриваете нелинейное дифференциальное уравнение и строите разностные схемы. В общем-то, в чем особенность ваших разностных схем? Чем они отличаются от других схем, которые используются для дискретизации этого нелинейного дифференциального уравнения?
4. Скажите, почему же всё-таки выбран метод конечных разностей? В чём его преимущество перед методом конечных элементов, методом конечных объёмов, прочими методами?
5. Вы понимаете, если применяется метод конечных разностей, то при очень сложных границах рассматриваемой области возникнет проблема аппроксимации самих границ. А здесь вы этого не рассматриваете.

Вы рассматриваете одномерную или двумерную задачу на стандартных каких-то вещах, да?

6. Вы в своих расчётах, касаясь глиомы, выбираете вот такие параметры, как, допустим, коэффициент диффузии? Скажите, пожалуйста, а чувствительность к вашим расчётам значений коэффициентов и параметров модели какова? Допустим, вы там взяли коэффициент диффузии $1,8 \text{ мм}^2/\text{неделю}$ - это $3 \times 10^{-12} \text{ м}^2/\text{с}$. Если на порядок увеличить или уменьшить, какова ошибка-то будет? Ведь эти же данные экспериментальные, я так понимаю?
7. А какова же чувствительность такого подхода будет у вашей модели? Мы же можем ошибиться на очень много или на очень мало? Вот здесь вопрос возникает. Как вы считаете?
8. А то, что вы рассматриваете ваше сравнение с какими-то теоретическими расчётами, методами, да, это не вполне убедительно. Ведь математическая модель имеет право на существование, если она корректна и адекватна. Процесс или процедура адекватности математической модели вы проверяли?
9. Где это (сравнение точного и численного решения)? Покажите на графике.
10. У вас здесь представлены результаты вашего моделирования и экспериментальные результаты, да? Вы говорите, что хорошая сходимость. Это качественные показатели. А количественные показатели по какому признаку, по какому критерию сравнивали? И каково было значение этого процесса сравнения?
11. Получается, результаты, полученные аналитической моделью, и результаты эксперимента у вас согласуются на 100%?
12. Как вы трёхмерную задачу к одномерной свели - исходя из каких предположений?
13. То есть какой-то критический путь, по которому в одном направлении в основном распространяется?
14. Медицинский смысл какой-нибудь есть у функции $p(x)$, которая там у вас в сингулярном уравнении? Физический смысл как бы всем известен, а медицинский?
15. Почему вы взяли сразу за метод Бубнова-Галеркина, пропустив метод Рунге?
16. Сингулярная модель распространения субстанции и сам разработанный вами метод, почему нуждается именно в сингулярной модели?
17. Линейность алгоритма прогонки связана ли она с линейностью системы уравнений, которые получаются при вашем методе дискретизации?

Соискатель Барабаш О.П. согласилась с замечаниями, ответила на задаваемые ей в ходе заседания вопросы и привела собственную аргументацию:

1. Весовые пространства естественным образом возникают там, где есть неравномерное распределение характеристик сред или где имеются особые точки. Цель веса как раз-таки в том, чтобы умножением веса

и подынтегральной функции, сделать интегрируемой эту особенность или вовсе её устранить. В частности, в пространствах Киприянова веса подбираются таким образом, чтобы энергетическое скалярное произведение, порождённое задачей, было коэрцитивным, или иначе говоря, Н-эллиптическим или положительным.

2. С помощью принципа максимума удалось получить априорную оценку разностного решения, доказать однозначную разрешимость и получить условие устойчивости. В сравнении с другими методами, которые могли быть применены, допустим, энергетическим методом, когда требуется строить функционал энергии, зависящий от искомого решения, или методом неподвижных точек, принцип максимума является наиболее простым и очевидным инструментом. Этим и обусловлен выбор.
3. Существующие разностные схемы приводят к системе нелинейных уравнений. У меня дискретизация получается линейная. Кроме того, существуют разностные схемы, которые приводят к системам типа Кранка-Николсон, но для них открыт вопрос об устойчивости для нелинейного случая. В нашем же случае трехдиагональность полученной системы позволяет использовать метод прогонки, который эффективен и отличается линейностью. Доказана устойчивость.
4. Рассматриваемые мной задачи рассматриваются на регулярных сетках, поэтому естественным образом обосновывается выбор конечно-разностных схем или метода конечных элементов.
5. Все верно.
6. Да, это экспериментальные данные.
7. Естественно, я в рамках проведения вычислительного эксперимента не могла рассмотреть всю генеральную совокупность и использовать все возможные коэффициенты диффузии и пролиферации. Но метод показал свою эффективность и устойчивость на тех параметрах, которые имеют действительно физическое применение.
8. Адекватность рассмотренной математической модели подтверждается двумя факторами. Во-первых, как я сказала, существует явное представление точного решения, для которого и были получены абсолютная оценка ошибки и относительная. То есть численное решение отличается от точного статистической погрешностью. И, во-вторых, результаты численного эксперимента, которые были получены мной, согласуются с данными натурных наблюдений.
9. Здесь представлен результат численного моделирования (демонстрация слайда).
10. Здесь на рисунке представлены графики шести функций, три графика точного решения и три графика численного решения. Отражены три, поскольку графики численного и точного решения наложились друг на друга. Именно поэтому для демонстрации был вынесен был пример регулярной нелинейной модели, поскольку подтвердить адекватность своей модели я могу ещё, используя сравнение с точным решением.

11. Да, со статистической погрешностью. Но там существует уникальная комбинация начальных и краевых условий. Для моделирования роста и распространения глиомы такая комбинация начальных краевых условий, наверное, не представляет интереса. Но в качестве примера, подтверждающего адекватность моей модели, мы решили её продемонстрировать.
12. Вообще, это стратегическая редукция, направленная на то, чтобы сохранить адекватную прогностическую способность нашей модели и в то же время сделать её возможным инструментом в системе принятия врачебных решений. Вообще говоря, распространение глиомы осуществляется внутри черепной коробки вдоль существующих трактов, например, трактов белого вещества. То есть использование одномерной модели имеет под собой физическое обоснование.
13. Да, в одном направлении, в основном распространяется вдоль существующих трактов.
14. Вот это и есть тот коэффициент инвазии, который используется при моделировании. Коэффициент, который в медицинских терминах называется коэффициентом инвазии.
15. Метод Ритца всё-таки был использован в диссертации, но он применялся для построения приближённого решения в стационарном случае. Вообще эти два метода разные по философии построения приближённого решения. Один метод вариационный – это метод Ритца, и основан он на минимизации функционала энергии, а другой метод – проекционный, метод Бубнова-Галёркина, основан на ортогональности невязки базисным функциям. Метод Ритца имеет ограничения в применении. В разделе, где я применяю метод Ритца, я рассматривала билинейную форму и доказывала симметричность и положительную определённую. Для нестационарного случая мной это не было сделано, но вообще говоря, если оператор является для нестационарного случая самосопряжённым, метод Ритца и метод Бубнова-Галёркина приводит к одинаковым результатам.
16. Сингулярность тоже возникает во многих приложениях и, в частности, в медицине, когда поступает какое-то питательное вещество, лекарственный препарат, возникает сингулярность, когда растёт какое-то новообразование, это приводит к сингулярности. Как и во многих других приложениях физики.
17. Вычислительная сложность алгоритма реализации выражается в зависимости времени роста реализации от размерности входных данных. Если размерность входных данных - n , то линейная скорость роста обозначает $O(n)$, то есть выражается в терминах символов Ландау. Линейность же системы уравнений выражается в том, что система линейна относительно искомым значений. То есть, в общем случае, это понятия не эквивалентные. И многие алгоритмы решения систем линейных уравнений не обладают линейной сложностью. Тот же самый метод Гаусса имеет сложность кубическую, то есть $O(n^3)$.

На заседании 25 февраля 2026 года диссертационный совет принял решение: за решение научной задачи модифицированной дискретизации и программной реализации для нелинейных непрерывных математических моделей роста и распространения, имеющей важное значение в области математического моделирования, численных методов и комплексов программ, присудить Барабаш О.П. ученую степень кандидата физико-математических наук.

При проведении тайного голосования диссертационный совет в количестве 12 человек, из них 5 докторов по специальности рассматриваемой диссертации 1.2.2 (физико-математические науки), участвовавших в заседании, из 13 человек, входящих в состав совета, проголосовали: за 12, против – нет, недействительных бюллетеней – нет.

Председатель диссертационного
совета 24.2.288.15

 Астахова Ирина Федоровна

Ученый секретарь диссертационного
совета 24.2.288.15

 Барановский Евгений Сергеевич

25 февраля 2026 г.

