

На правах рукописи



Ноаман Салам Абдулхалек Ноаман

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБРАЗОВ СЛОЖНЫХ
ВРАЩАТЕЛЬНЫХ ТЕЧЕНИЙ МИКРОСТРУКТУРНЫХ
ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ**

05.13.18 математическое моделирование
численные методы и комплексы программ

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук

Воронеж 2015

Работа выполнена в Воронежском государственном университете.

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор
Вервейко Николай Дмитриевич

Официальные оппоненты: Дорняк Ольга Роальдовна,
доктор технических наук, старший
научный сотрудник, ФГБОУ ВПО
«Воронежский государственный
Лесотехнический университет»,
кафедра электротехники теплотехники
и гидравлики, заведующий.

Коробкин Валерий Дмитриевич,
доктор физико-математических наук,
профессор ФГБОУ ВПО «Воронежский
государственный архитектурно-
строительный университет», кафедра
строительной техники и инженерной
механики, профессор.

Ведущая организация: ООО ФПК «Космос-Нефть-Газ»

Защита диссертации состоится « 13 » мая 2015 года в 17⁰⁰ часов на заседании диссертационного совета Д212.038.20 при Воронежском государственном университете по адресу 394006, г. Воронеж, Университетская площадь, 1. ауд. 333.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Воронежского государственного университета и на сайте <http://www.science.vsu.ru> .

Автореферат разослан «___» марта 2015 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета



Шабров Сергей Александрович

Актуальность темы. Проведение инженерных расчетов течения и деформирования новых материалов требует разработки новых математических и компьютерных моделей, развивающих классические подходы, и новых математических методов решения построенных задач, содержащих малые параметры. Современные технологические процессы в машиностроении, строительном деле, биотехнологиях используют не только естественные материалы, но и, в большинстве случаев, искусственные материалы, обладающие заранее заданными свойствами. К таким материалам можно отнести пропант (полимерный материал с включением в него твердых плавающих шариков, которые после гидроразрыва нефте- и газовых пластов создают искусственные фильтры), искусственные смазки с добавлением твердых микрочастиц и ряд других.

Построение новых математических моделей, как правило, связано с развитием классических моделей вязкой жидкости Ньютона, Навье, Стокса путем учета моментных напряжений Эрингеном А. К. , Аэро Э. Л., Булыгиным А. Н., Кувшинским Е. В. и др.

Введение в рассмотрение малых, но не бесконечно малых, представительных объемов Эрингеном, Николаевским В. Н., Вервейко Н. Д. привело к необходимости учета параметров микрообъемов в выражениях для деформаций, скоростей деформаций и в уравнениях баланса количества движения и момента количества движения.

Построение алгоритмов исследования математических моделей, связанных с особенностями решения дифференциальных задач с малым параметром представляют собой достаточно серьезные затруднения и в различных ситуациях они исследованы Ершовым Л. И., Иевлевым Д. Д. Перовым А. И., Задорожным В. Г., Найфе А. Х., Коулом В. Ж. Большой вклад в решение задач с особенностями внесли механики воронежской школы Быковцев А. Г., Спорыхин А. Н., Артёмов М. А., Чернышов А. Д., Вервейко Н. Д., Ковалев А. В., Шашкин А. И и др. Построенные математические модели течения микроструктурных материалов позволили описать такие эффекты течения, как проскальзывание вдоль границы, и учесть образование застойных твердых зон. Диссертация посвящена разработке математической и компьютерной модели течения микроструктурного вязкопластического материала, постановке граничных условий на неподвижных и подвижных границах и границе затвердевания материала, а также построению математического и компьютерного аппарата решения задач вращательного течения микроструктурного вязкопластического материала между двумя почти цилиндрическими поверхностями, которое исследуется методом малого параметра и численным методом.

Цели и задачи исследования. Целью проведенной работы является построение замкнутой математической модели плоского вращательного течения микроструктурного вязкопластического

материала в почти цилиндрическом зазоре и расчет поля скоростей течения аналитическими и численными компьютерными методами. Поставленная цель достигается путем уточнения системы дифференциальных уравнений в частных производных плоского течения микроструктурного вязкопластического материала в полярных координатах и постановки граничных условий с учетом малых параметров микроструктуры и форм границ области течения; построение методом возмущений алгоритма расчёта поля скоростей вращательного течения микроструктурного вязкопластического материала в зазоре с внешней эллиптической границей; построение методом возмущений алгоритма расчёта поля скоростей вращательного течения микроструктурного вязкопластического материала в зазоре с внутренней эксцентрично вращающейся границей; разработка с использованием варианта МКЭ с нелинейными базисными функциями программного комплекса расчета вращательного течения в зазоре между двумя коаксиальными цилиндрами.

Методы исследования. Для решения поставленных задач использованы современные подходы к математическому и компьютерному моделированию сложных явлений, аналитические методы механики сплошных сред, теории возмущений (малого параметра), численные методы конечных элементов (линейной алгебры) и методы программирования на современных языках.

Положения, выносимые на защиту:

1. Постановка математической модели течения микроструктурного вязкопластического материала с произвольной подвижной границей и границей затвердевания материала.
2. Построение методом малого параметра алгоритма расчёта поля скоростей течения микроструктурного вязкопластического материала в зазоре с внешней эллиптической границы.
3. Построение методом малого параметра алгоритма расчёта поля скоростей течения микроструктурного вязкопластического материала в зазоре с эксцентрично вращающимся внутренним цилиндром.
4. Разработка программного комплекса расчета течения микроструктурного вязкопластического материала в зазоре между цилиндрами с использованием варианта МКЭ с нелинейными базисными функциями .

Научная новизна. К новым научным результатам, полученным в диссертации относятся: формулировка математической модели течения микроструктурного вязкопластического материала с подвижной и неподвижной поверхностью и границей отвердевания материала; построение алгоритма расчета поля скоростей течения микроструктурного вязкопластического материала в зазоре с внешней эллиптической границы; построение алгоритма расчета поля скоростей течения микроструктурного вязкопластического материала в зазоре с

эксцентрично вращающимся внутренним цилиндром; построение программного комплекса в среде Delphi с использованием варианта алгоритма МКЭ с нелинейными базисными функциями.

Достоверность. Все научные результаты, представленные в диссертации получены путем правильного применения фундаментальных подходов методов математического и компьютерного моделирования, теории уравнений в частных производных, механики сплошных сред, методов малого параметра решения регулярно и сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений, метода конечных элементов с нелинейными базисными функциями, методов линейной алгебры решения систем линейных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей, методов прогонки, использованием стандартных программ построения пространственных графиков и правилами программирования в среде Delphi.

Практическая значимость исследования. Практическая значимость результатов диссертации определяется областью их применения в ситуациях, когда отсутствуют математические модели и методы расчета течения микроструктурного вязкопластического материала: это течение материалов в химических технологиях, пульпы в горнодобывающей промышленности, сложных растворов в технологиях гидроразрывов пластов и др.

Полученные в диссертации решения задач методом малого параметра и МКЭ могут служить частью общих курсов и спецкурсов для магистров, обучающихся по специальности «математическое моделирование», «механика деформируемого твердого тела» и ряда других.

Апробация работы. Основные положения диссертационной работы докладывались и обсуждались на кафедре теоретической и прикладной механики, на научных сессиях факультета ПММ Воронежского государственного университета и на следующих конференциях:

1. Международная конференция «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики», Россия, г. Воронеж, 12 – 14 декабря 2013 г.

2. VIII Всероссийская конференция по механике деформируемого твердого тела, 16 – 21 июня 2014 г., Чебоксары, Россия.

3. Международная научно-практическая конференция «Актуальные вопросы науки, технологии и производства», Россия, г. Санкт-Петербург, 26-27 сентября 2014 г.

4. IX международная научно-практическая конференция «Инновации в науке: применение и результаты», Россия, г. Новосибирск, 17-18 октября 2014 г.

5. Международный молодежный симпозиум «Современные

проблемы математики. Методы, модели, приложения», Россия, г. Воронеж, 18-19 ноября 2014 г.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 12 научных работ, перечень которых приведен в конце автореферата, в том числе 2 статьи опубликованы в журналах из списка ВАК.

Личное участие соискателя: Работы [9-12] выполнены соискателем самостоятельно. Программный комплекс и всё 3D графическое сопровождение работ проведено соискателем самостоятельно. В работах [1-8] соискатель принимал участие в постановках задач и вычислении первого приближения по малому параметру.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и библиографического списка. Работа содержит 115 страниц машинописного текста, на которых приведены 39 рисунков и листы программы на Delphi.

Тема диссертации соответствует формуле паспорта научной специальности по следующим пунктам области исследования:

п. 2. Развитие качественных и приближенных аналитических методов исследования математических моделей;

п. 3. Разработка, обоснование и тестирование эффективных численных методов с применением современных компьютерных технологий.

Содержание работы

Введение в диссертацию содержит краткий обзор материала по вопросу математического моделирования течения и деформирования реологически сложных материалов, используемых в современных технологических процессах. Особое внимание уделено формулировке математической модели течения материалов с выраженной микроструктурой, которая позволяет выделить влияние представительных конечных объемов ΔV на течение в целом.

Зарубежные и отечественные исследователи внесли неоценимый вклад в развитие теории микроструктурных материалов Сассерат Е., Еринген А. С., Эриксен Ж. Ж. Л., Эйнштейн А., Матсushima Т., Педли Т., Аэро Э. Л., Бульгин А. Н., Кувшинский Е. В., Кондауров В. И., Николаевский В. Н., Регирер С. А., Кунин И. А., Никитин А. В., Черзнышов А. Д., Спорыхин А. Н., Вервейко Н. Д. и др. На основе фундаментальных подходов отечественных и зарубежных учёных сформулированы цели и задачи диссертации.

Первая глава диссертации содержит основополагающие фундаментальные результаты, позволяющие сформулировать математическую модель течения микроструктурного вязкопластического материала, учитывающую характерную безразмерную величину $\delta_0 = h / L$ - отношение характерного размера h микроструктуры к

характерному линейному размеру L самого течения.

В главе 1 для случая вращательного движения микроструктурного вязкопластического материала приведены уравнения движения в скоростях в безразмерной форме

$$v_{,\varphi\varphi} + \xi w_{,\xi\varphi} - w_{,\varphi} + \delta \xi (\Delta \varepsilon_{\xi\varphi}^c)_{,\varphi} = -\xi^2 p_{,\xi} \quad (1)$$

$$v_{,\xi\varphi} + \xi w_{,\xi\xi} + \delta \Delta (\xi \varepsilon_{\xi\varphi}^c)_{,\xi} = -p_{,\varphi}; \quad \varepsilon_{kk} = v_{,\xi} + \delta w (\xi \partial \varphi + v / \xi + \delta \Delta / \varepsilon_{r\varphi}^c) = 0$$

$$\Delta = \partial / \partial \xi^2 + \partial / \partial \xi \partial \xi + \partial^2 / \partial \xi^2 \partial \varphi^2; \quad \varepsilon_{\xi\varphi}^c = (1/2) (\partial v / \partial \xi \partial \varphi + \partial w / \partial \xi - w / \xi)$$

здесь $\delta = h^2 / 6R_0^2$; $\xi = r / R_0$; $p = p / p_{\infty}$; $p_{\infty} = \mu w_0 / R_0$;
 R_0 - характерный радиус границы течения; w_0 - характерная скорость течения;

В качестве граничных условий на границе S области течения приняты два условия: 1) условие прилипания материала течения к границе; 2) условие линейного продолжения касательной к S скорости.

$$\bar{v}|_S = \bar{V} \quad ; \quad \bar{v} \bar{\tau}|_S = \bar{V} \bar{\tau} + \gamma \frac{\partial v_{\tau}}{\partial v} |_S \quad (2)$$

В случае наличия в области течения твёрдого материала, в котором не достигнут предел пластичности, граничным условием будет непрерывность поля скоростей и условие достижения предельного напряжённого состояния на границе области течения

$$\sigma'_{ij} \sigma'_{ij} |_{S^*} = 2k^2 \quad ; \quad \bar{v} |_{S^*} = \bar{V}_{S^*} \quad (3)$$

Во второй главе диссертации изложено построение алгоритма и расчёт поля скоростей течения микроструктурного вязкопластического материала в зазоре между внешней границей в форме окружности и эксцентрично вращающегося внутреннего цилиндра (рис. 1)

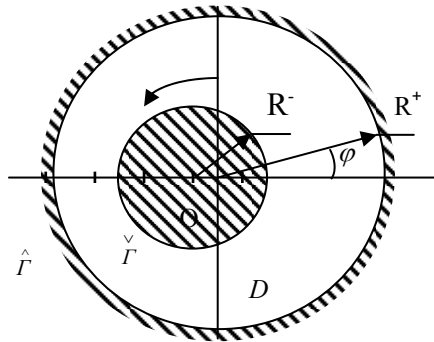


Рис. 1. Схематическое изображения области D течения материала за счёт вращения окружности радиуса R^+ с центром в точке 0

Уравнения движения для скоростей v и w имеют вид (1), а граничные условия конкретизируются для рассматриваемого случая на контурах внешней окружности и внутренней: $r = R^+$; $r^2 = R_0^2 - 2R_0\varepsilon_0 \cos \varphi + \varepsilon_0^2$, где ε_0 расстояние между центрами внешней и внутренней окружностей.

Для случая построения решения задачи течения с точностью до ε_0 уравнение внутреннего контура представим в виде

$$r = R_0 - \varepsilon_0 \cos \varphi + O(\varepsilon_0^2). \quad (4)$$

Внутреннее погранслоное распределение скорости течения

$$\begin{aligned} v^\vee(r, \varphi) &= 0; \\ w^\vee(r, \varphi) &= w_0 + C_0 r, \quad r \in [r_0; r_0 + \Delta r]; \\ w^\vee(r, \varphi) &= -C + r, \quad r \in [R^+ - \Delta r, R^+]. \end{aligned} \quad (5)$$

Решение задачи о поле скоростей течения микроструктурного вязкопластического материала в тонком цилиндрическом зазоре между двумя цилиндрами имеет вид (6), где внутренний цилиндр вращается с постоянной угловой скоростью Ω .

При $\delta \rightarrow 0$ легко строится внешнее разложение для $w(r, \delta)$ в ряд по δ и нулевое приближение для $\hat{w}(r)$ имеет вид

$$\hat{w}^\circ(r) = \left(\frac{R^{*2} R^-}{R^{*2} - R^{-2}} \right) W^- \left(-\frac{r}{R^*} + \frac{R^*}{r} \right); W^- = R^- \Omega \quad (6)$$

Условие предельного напряженного состояния на границе $r = R^*$ застойной зоны

$$\sigma_{r\varphi}(R^*) - k = 2\mu\varepsilon_{r\varphi}(R^*) = 0 \quad (7)$$

для малых δ даёт значение для радиуса R^* застойной зоны

$$R^{*2} \approx R_0^{*2} + 12\delta(W^- R / R_0^* K) \quad (8)$$

Уравнения и граничные условия для первого члена внешнего разложения в ряд по δ для \hat{v}^δ и \hat{w}^δ полностью совпадают с аналогичными для случая течения материала в зазоре с внешней эллиптической границей, так что $\hat{v}^\delta = (\xi, \varphi) = 0$; $\hat{p}^\delta = (\xi, \varphi) = (A/\xi) + B$;

$$\hat{w}^\delta(\xi, \varphi) = w_0 \xi_0 \gamma \frac{1 + \xi_0 - 2\xi}{(1 - \xi_0)(1 - \xi_0 - 2\gamma)}. \quad (9)$$

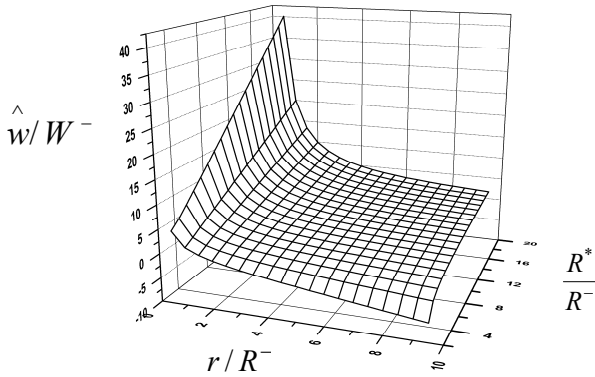


Рис. 2. Пространственный график распределения скорости течения $\hat{w}(r)$ для различных значений R^* застойной зоны

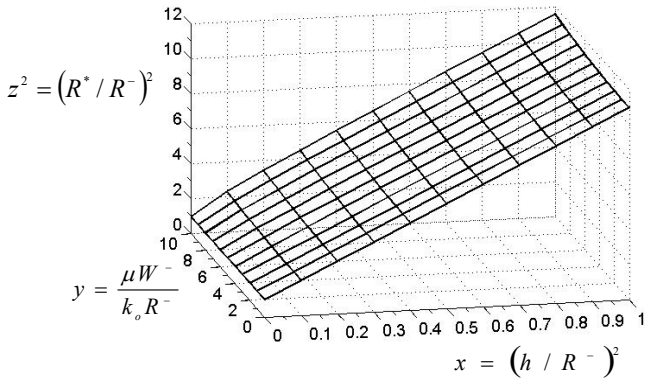


Рис. 3. График изображения поведения квадрата радиуса застойной зоны $(R^*/R^-)^2$ в зависимости от $(h/R^-)^2$ и $(K_0 R^- / \mu W^-)^{-1}$

Уравнения и граничные условия для первого члена возмущения за счёт эксцентриситета ε_0 допускают точное решение для давления p_ε

$$p_\varepsilon = C_1 (1 / \sqrt{\xi}) \sin \left((\sqrt{5} / 2) \ln \xi + C_2 \right) \sin \varphi. \quad (10)$$

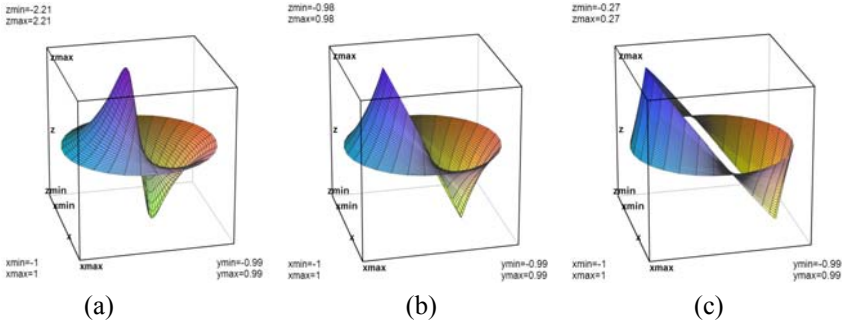


Рис. 4. Распределение возмущения давления $p_\varepsilon(\xi, \varphi)$ в области течения. $\varphi \in [0, 2\pi]$, а) $\xi \in [0.1, 1]$, б) $\xi \in [0.5, 1]$, в) $\xi \in [0.8, 1]$.

Как следует из (10), сдвиг внутреннего вращающегося цилиндра $r = R_0$ на величину ε_0 вызывает ассимметричное по φ возмущение давления.

Третья глава диссертации посвящена построению поля скоростей течения микроструктурного вязкопластического материала в зазорах под действием вращающегося вала $r = R_0$.

В § 1 главы изложено построение поля скоростей течения в зазоре с внешней эллиптической границей (рис. 5)

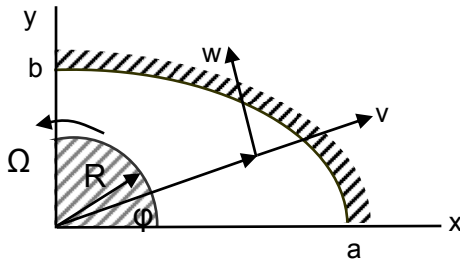


Рис. 5. Изображение канала, образованного внешним неподвижным контуром, в форме эллипса с полуосями a, b и внутренним цилиндром радиуса R_0 , вращающимся с угловой скоростью Ω_0 .

Уравнения движения и неразрывности в скоростях примем в форме (1) Внешняя эллиптическая граница задаётся в виде

$$\phi(\xi, \varphi) = \xi - \rho / \sqrt{1 + \varepsilon \cos 2\varphi} = 0$$

с точностью до ε^1 уравнение границы примет вид

$$\phi(\xi, \varphi) = \xi - \rho(1 - (1/2)\varepsilon \cos 2\varphi) = 0 \quad (11)$$

$\rho = ab\sqrt{2}/\sqrt{a^2 + b^2}$; $\varepsilon = (b^2 - a^2)/(b^2 + a^2)$ - эксцентриситет;
 a, b - полуоси эллипса; R_0 - предельная окружность при $\varepsilon = 0$.

Граничные условия на внутреннем контуре $\xi = \xi_0$ состоят в прилипании материала к цилиндру и в линейном продолжении касательной скорости

$$\begin{aligned} v(\xi_0, \varphi) &= 0 ; w(\xi_0, \varphi) = w_0 \xi_0 ; w_0 = R_0 \Omega_0 / w_0 ; \\ w(\xi_0, \varphi) - w_0 + \gamma w(\xi_0, \varphi)_{,\xi} &= 0 . \end{aligned}$$

Особенностью применения метода малого параметра в данном изложении является не только разложение в ряд по малому ε формы эллиптической границы, которая в нулевом приближении является окружностью радиуса ρ , но и разложение в ряд по ε вблизи окружности $r = \rho = R_0$ самих скоростей (Ивлев Д. Д., Ершов Л. И.).

Выделение пограничного слоя и использование части граничных условий позволяет определить скорости v^\vee и w^\vee в пограничном слое

$$v^\vee(r, \varphi) = 0 ; w^\vee(r, \varphi) = w_0^\vee + \gamma \xi .$$

Внешнее разложение (вне пограничного слоя) нулевого порядка по δ° и ε° удовлетворяет осесимметричным граничным условиям при $r = R_0$ и $r = \rho R_0$ (рис. 6).

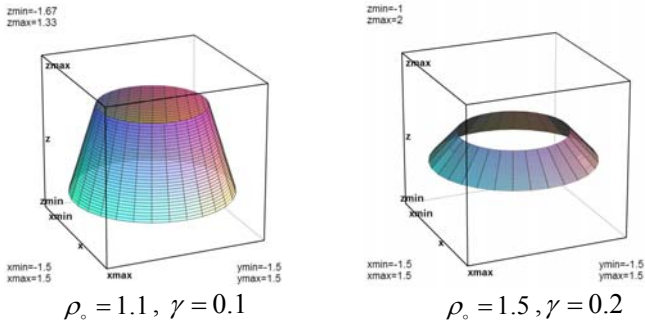


Рис. 6. Результаты численного расчёта окружной скорости w^\vee в цилиндрическом зазоре для различных значений ρ_0 и γ

Из графиков рис. 6, представляющих значение безразмерной окружной скорости как функции радиуса $\xi = r/R_0$ для различных ρ_0 и γ , следует, что увеличение линейного размера микроструктуры γ ведёт к более интенсивному проскальзыванию материала относительно границ

области течения, а увеличение внешнего радиуса ρ_0 ведёт к менее градиентному течению.

Уравнения первого приближения по параметру δ допускают решение

$$\hat{v}^\delta(\xi_0, \varphi) = 0; \hat{w}^\delta(\xi_0, \varphi) = w_0 \xi_0 \gamma \frac{\rho + \xi_0 - 2\xi}{(\rho - \xi_0)(\rho - \xi_0 - 2\gamma)};$$

$$\hat{p}^\delta(\xi, \varphi) = A/\xi + B. \quad (12)$$

Из выражения (12) для скоростей и давления в первом приближении по параметру микроструктуры δ следует, что микроструктура не вызывает радиального движения, касательная компонента \hat{w}^δ скорости убывает по радиусу.

Внешняя эллиптическая граница не осесимметричным образом влияет на поле возмущенных скоростей и не влияет на давление \hat{p}^ε , система уравнений для скоростей \hat{v}^ε и \hat{w}^ε вместе с граничными условиями с учётом нулевого приближения допускает решение в виде разделяющихся переменных в форме

$$\hat{v}^\varepsilon(\xi, \varphi) = V(\xi) \sin 2\varphi; \hat{w}^\varepsilon(\xi, \varphi) = W(\xi) \cos 2\varphi; \quad (13)$$

$$\text{где } V(\xi) = \frac{C_2 \rho (\xi_0 + \gamma)}{4(\rho - \xi_0 - 2\gamma)} = \text{const};$$

$$W(\varepsilon) = \frac{C_2 \rho}{2} \cdot \frac{1}{\rho - \xi_0 - 2\gamma} (\xi_0 + \gamma - \xi).$$

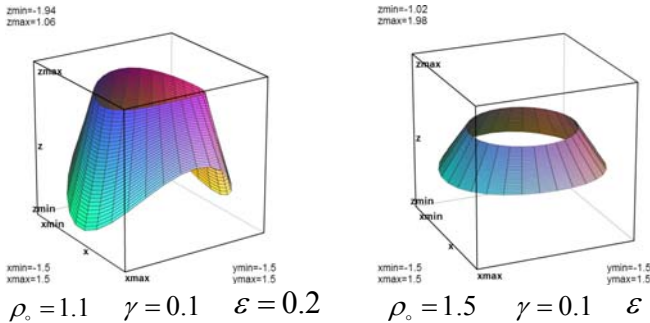


Рис. 7. Графики окружной скорости $\hat{w}^\varepsilon(\xi, \varphi)$ в полярных координатах для различных значений $\rho_0 > 1$ и малых γ

Как следует из рис. 7 увеличение относительного радиуса ξ_0 вращающегося цилиндра ведёт к увеличению возмущения окружной скорости w_ε за счёт эксцентриситет ε , причём это возмущение носит

гармонический характер по углу φ .

В четвёртой главе диссертации приведен программный комплекс расчета поля скорости течения на основе предложенного метода конечных элементов с использованием нелинейных базисных функций расчёта профиля скорости в области течения материала в цилиндрическом зазоре.

Задача компьютерного моделирования сдвигового течения микроструктурного вязкопластического материала в кольцевом зазоре численного построения решения обыкновенного дифференциального уравнения четвёртого порядка с граничными условиями на неизвестной границе $r = R^*$ и на известной границе $r = R^-$.

Возможным вариантом введения базисных функций более высокого порядка является введение нелинейных базисных функций

$$\psi_i(x) = \exp\left(-\left|x - x_i\right|/\sigma\right). \quad (14)$$

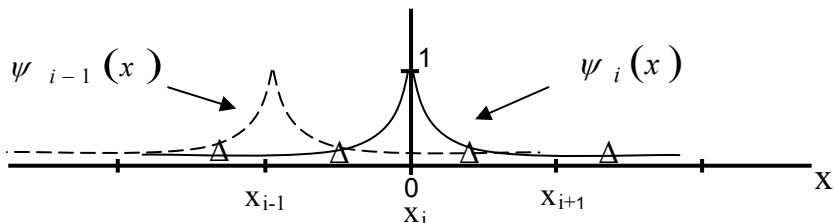


Рис. 8. Схематическое изображение базисной функции $\psi_i(x)$

Производные от базисной функции $\psi_i(x)$ вычисляются рекуррентно

$$\psi_{(x)}^{(k)}(x) = \begin{cases} \frac{(-1)^k}{\sigma^k} \psi_i(x), & \text{при } x > x_i \\ \frac{(-1)^{k+1}}{\sigma^k} \psi_i(x), & \text{при } x < x_i \end{cases} \quad (k = 1, 2, \dots) \quad (15)$$

При этом порядок неортогональности рядом стоящих базисных функций ψ_i и ψ_{i+1} является величиной порядка шага Δ и убывает при уменьшении σ

$$J_{ij} = \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} \psi_i \psi_j dx = e^{-\Delta/\sigma} \Delta + O(\Delta^2).$$

Использование нелинейных базисных функций позволяет построить систему линейных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей для решения обыкновенного дифференциального уравнения 4^{го} порядка. В качестве регулятора обусловленности построенной

матрицы выступают: δ - малый параметр сингулярно возмущенного уравнения, Δ - шаг сетки и параметр $\sigma < \Delta$.

Численные расчёты скорости течения микроструктурного вязкопластического материала в цилиндрическом зазоре, внутренний цилиндр которого вращается, приведены на рис. 9.

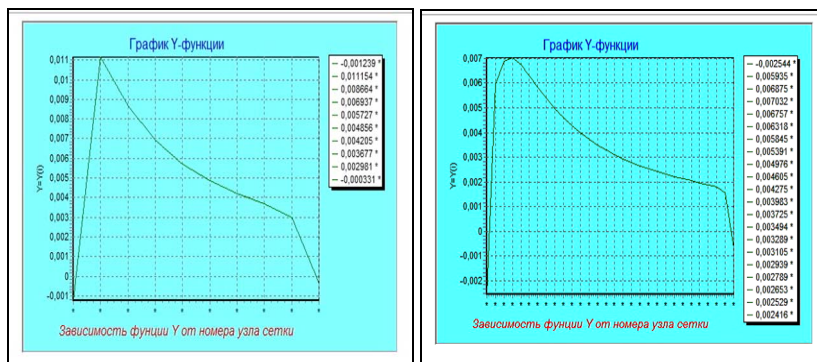


Рис. 9. Примеры расчета скорости течения при различных значениях вводных параметров Δ , σ , δ (вдоль оси координат отложена скорость, значения которой в соответствующей точке представлены в виде таблицы)

Программа реализована в среде Delphi. Блок-схема и полный листинг программы приведены в диссертации, отмечается сходимость алгоритма по шагу разбиения Δ при оценке погрешности $\sim \Delta$. Параметр σ , задающий локализацию базисной функции $\psi(x, \sigma, \Delta)$, существенно влияет на уточнение поведения скорости течения.

ОСНОВНЫЕ НАУЧНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ

1. Формулировка замкнутой математической модели вращательного движения микроструктурного вязкопластического материала с учётом выделения пограничного слоя, граничных условий на заданных внешних границах и условия на границе затвердевания вязкопластического материала, сильные условия продолжения решения, состоящие в линейном продолжении решения за пограничный слой.

2. Создан алгоритм и расчётные формулы математической модели построения поля скоростей вращательного течения микроструктурного вязкопластического материала в зазоре с внешней эллиптической границей и внутренним вращающимся валом. Показано, что малый эксцентриситет внешней границы сохраняет устойчивым характер сдвигового течения и приводит к увеличению необходимого для вращения цилиндра крутящего момента.

3. Выражения для расчёта поля скоростей течения в кольцевом зазоре с эксцентрично вращающимся внутренним валом и графики скоростей течения в зазоре, которые показали сохранение общего характера сдвигового течения при малом эксцентриситете расположения внутреннего вала. Малый эксцентриситет расположения внутреннего вращающегося цилиндра приводит к увеличению прикладываемого крутящего момента.

4. Программный комплекс, реализующий численный алгоритм дискретизации исследуемой сингулярно возмущенной задачи методом конечных элементов (МКЭ) с использованием нелинейных базисных функций. Программа решения полученной системы линейных алгебраических уравнений реализована в среде Delphi. Построенный алгоритм обладает устойчивостью по отношению к малым возмущениям и позволил проводить расчёты поля скорости без выделения пограничного слоя. Погрешность построенного алгоритма есть величина порядка геометрического шага разбиения и зависит также от параметра σ базисных функций.

Публикации автора

Автором опубликовано 12 работ по теме диссертации.

Публикации в изданиях, рекомендованных ВАК РФ

1. Вервейко, Н. Д. Стационарное сдвиговое течение вязкопластического материала с учетом его микроструктуры в плоском зазоре между двумя цилиндрами / Н. Д. Вервейко, С. А. Ноаман // Вестн. ЧГПУ им. И. Я. Яковлева. Сер. Механика предельного состояния. - 2013. - № 1(15). - С. 51 - 55.

2. Вервейко, Н. Д. К устойчивости формы сдвигового течения микроструктурной вязкой жидкости в узких криволинейных каналах / Н. Д. Вервейко, С. А. Ноаман, А. И. Шашкин // Вестн. ВГУ. Сер. Физика, математика. - 2014. - № 1. - С. 56 - 63.

Публикации в других изданиях

3. Аль Имам, А. А. МКЭ с нелинейными базисными функциями расчёта параметров течения микроструктурного вязкопластического материала / А. А. Аль Имам, Н. Д. Вервейко, С. А. Ноаман // VIII Всероссийская конференция по механике деформируемого твердого тела, 16–21 июня 2014 г. - Чебоксары, 2014. - С. 11 - 15.

4. Аль Имам А. А. Течение микроструктурного вязкопластического материала в плоской трубе в условиях прилипания и отсутствия микровращения представительного элемента / А. А. Аль Имам, С. А. Ноаман // Международный независимый институт математики и систем "МиС", IX Международная научно-практическая конференция «Инновации в науке : применение и результаты». - г. Новосибирск, 2014. - № 9. - С. 5 - 7.

5. Аль Имам А. А. МКЭ сквозного решения сингулярных обыкновенных дифференциальных уравнений четвертого порядка без выделения пограничного слоя/ А. А. Аль Имам, Н. Д. Вервейко, С. А. Ноаман // Международный молодежный симпозиум «Современные проблемы математики. Методы, модели, приложения». - 2014. - № 5. Ч. 2. - С. 134-137.

6. Вервейко, Н. Д. Асимптотический анализ сдвигового течения вязкопластической микроструктурной жидкости в кольцевом зазоре / Н. Д. Вервейко, С. А. Ноаман // Современные методы теории краевых задач: материалы Воронежской весенней математической школы «Понтрягинские чтения XXIV». - Воронеж, 2013. - С. 231 - 233.

7. Вервейко, Н. Д. Особенности применения МКЭ для решения сингулярно возмущённых задач / Н. Д. Вервейко, С. А. Ноаман // XXVIII Воронежская весенняя математическая школа «Современные методы теории краевых задач», 3 - 9 мая 2014 г. - Воронеж, 2014. - С. 37 - 38.

8. Вервейко, Н. Д. Стационарное течение микроструктурного вязкопластического материала в цилиндрическом зазоре с эксцентрично вращающимся валом / Н. Д. Вервейко, С. А. Ноаман // VIII Всероссийская конференция по механике деформируемого твердого тела 16 – 21 июня 2014 г. - Чебоксары, 2014. - С. 94 - 97.

9. Ноаман, С. А. Компьютерное моделирование линейной формы пограничного слоя при стационарном течении микроструктурных материалов/ С. А. Ноаман // Международная научно-практическая конференция «Актуальные вопросы науки, технологии и производства». - г. СПб., 2014. - № 1. - С. 55 - 58.

10. Ноаман С. А. Влияние микроструктурных параметров вязкопластической смазки на эффективность подшипника скольжения / С. А. Ноаман // Наука и мир. - 2014. - № 3 (7). - С. 45 - 47.

11. Ноаман, С. А. Сдвиговое течение вязкопластического материала с учетом его микроструктуры в плоском канале / С. А. Ноаман // Вест. факультета ПММ. - 2014. - Вып. 9. - С. 149 - 153.

12. Ноаман, С. А. Метод конечных элементов с нелинейными базисными функциями компьютерного моделирования сингулярных задач течения микроструктурной жидкости / С. А. Ноаман // Междуна. науч.-техн. журнал. Информационные технологии моделирования и управления, Воронеж. гос. техн. ун-т. - 2014. - № 5(89). - С. 50 - 56.