На правах рукописи

Романова Елена Юрьевна

Метод подобных операторов в исследовании оператора Дирака и дифференциального оператора с инволюцией

01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Воронеж – 2015

Работа выполнена в Воронежском государственном университете. Научный руководитель Баскаков Анатолий Григорьевич, доктор физико-математических наук, профессор.

Официальные оппоненты: Седаев Александр Андреевич, доктор физико-математических наук, доцент, Воронежский государственный архитектурно-строительный университет, кафедра высшей математики, профессор,

Бичегкуев Маирбек Сулейманович, доктор физико-математических наук, доцент, Северо-Осетинский государственный университет, кафедра функционального анализа и дифференциальных уравнений, зав. кафедрой.

Ведущая организация: Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А..

Защита состоится 17 ноября 2015 года в 16 часов 30 минут на заседании диссертационного совета Д 212.038.22 при Воронежском государственном университете по адресу: 394006, Воронеж, Университетская пл., 1, ауд. 335. С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Воронежского государственного университета, а также на сайте http://www.science.vsu.ru/disserinfo&cand=2778

Автореферат разослан " " сентября 2015 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Гликлих Юрий Евгеньевич

Общая характеристика работы

Актуальность работы. Диссертация посвящена исследованию спектральных свойств дифференциальных операторов некоторого класса посредством применения метода подобных операторов и дальнейшему развитию метода подобных операторов.

Исследование спектральных свойств различных дифференциальных операторов является одной из важных задач современного математического анализа и математической физики.

В настоящей диссертации исследуются спектральные свойства двух дифференциальных операторов: оператора Дирака, рассматриваемого в лебеговых пространствах и задаваемого на промежутке $[0, 2\pi]$ периодическими, антипериодическими краевыми условиями и краевыми условиями Дирихле, а также дифференциального оператора с инволюцией, рассматриваемого в гильбертовом пространстве $L_2([0, \omega], \mathbb{C}^m)$ и задаваемого на промежутке $[0, \omega]$ периодическими краевыми условиями.

Каждый из таких операторов может быть представлен в виде разности свободного (невозмущенного) оператора и возмущения (оператора умножения на потенциал), что позволяет в дальнейшем при их исследовании использовать метод подобных операторов. Приводимая в диссертации схема применения метода является лишь адаптацией общего метода подобных операторов, который, на самом деле, позволяет не только изучать спектральные свойства рассматриваемых в диссертации дифференциального оператора Дирака и дифференциального оператора с инволюцией, но и открывает возможность его применения для достаточно широкого класса дифференциальных операторов.

Оператор Дирака является одним из важнейших операторов квантовой механики. История исследования оператора Дирака начинается с 1929 го-

да, когда в процессе изучения релятивистской модели эволюции спин-1/2 частицы в электромагнитном поле, П.Дираком был введен в рассмотрение оператор, называемый в дальнейшем оператором Дирака. Одним из актуальных примеров использования данного оператора является его использование при исследовании нелинейного уравнения Шредингера с помощью метода обратной задачи рассеяния. В свою очередь, уравнение Шредингера возникает при рассмотрении различных физических задач,среди которых можно отметить теорию слабо неидеального бозе—газа при $T = 0$ и двумерную самофокусировку интенсивного светового пучка в нелинейной среде и другие эффекты. До недавнего времени оператор Дирака изучался в основном в случае симметрической матрицы Q с непрерывными функциями q_j [1]. Оператору Дирака с периодическими, антипериодическими краевыми условиями, а также кревыми условиями Дирихле посвящена серия статей П. Джакова и Б. Митягина [2], А.Г. Баскакова, А.В. Дербушева и А.О.Щербакова [3], где все рузультаты были получены для оператора Дирака с потенциалом $Q \in L_2$. Для случая $q_j \in L_1[0, \pi], j = 1, 2$, оператор Дирака был изучен в статье С.Альбеверио, Р. О. Гринива, Я. Микитюка [4], где с помощью метода операторов преобразования была изучена обратная задача восстановления вещественнозначной матрицы Q по двум спектрам оператора Дирака с краевыми условиями Дирихле и Дирихле–Неймана. Недавно А.А.Луневым и М.М.Маламудом был анонсирован результат о базисности Рисса системы корневых векторов оператора Ди-

[1] Levitan B. M. Sturm–Liouville and Dirac operators / B. M. Levitan and I. S. Sargsyan. — Nauka, Moscow. — 1988. — 364 p.

[2] Djakov P. Bari–Markus property for Riesz projections of 1D periodic Dirac operators / P. Djakov and B. Mityagin // Mat. Nachr. — 2010. — 283 (3) — pp. 443–462.

[3] Baskakov A. G. The method of similar operators in the spectral analysis of non-self-adjoint Dirac operators with non-smooth potentials / A. G. Baskakov, A. V. Derbushev and A. O. Shcherbakov //Izv. RAN Ser. Mat. 75. — 2011. — №3. — pp. 3-28 [Izv. Math. 75 (3), 445–469 (2011)].

[4] Albeverio S. Inverse spectral problems for Dirac operators with summable potentials / S. Albeverio, R. O. Hryniv, and Ya. Mykytyuk// Russian J. Math. Phys. — 2005. — 12 (4). — pp.406–423.

рака, порожденного сильно регулярными краевыми условиями, с потенциалом $Q \in L_1[0,\pi]$ [5]. И также А.М.Савчук и А.А.Шкаликов опубликовали статью [6] с результатами об асимптотике собственных значений и собственных функций, базисностью Рисса собственных функций регулярного оператора L при $q_j \in L_p[0,\pi], j = 1,2, p \geq 1$.

Интерес к изучению дифференциального оператора с инволюцией, исследуемого также в диссертации,связан с тем, что такие операторы применяются в теории фильтрации. Простейшая инволюция — отражение применяется при обращении времени в классической статистической механике неравновесных процессов. Инволютивное отображение применялось В.А. Плиссом при исследовании субгармонических колебаний, описываемых уравнениями без диссипации. Следует отметить также, что к обыкновенным дифференциальным уравнениям, содержащим простейшую инволюцию, сводятся некоторые геометрические задачи, например, задача Бернулли и Эйлера о взаимных траекториях а также краевые задачи для уравнений в частных производных гиперболического и эллиптического типов, если оператор уравнения допускает факторизацию. Дифференциальному оператору с инволюцией посвящена серия статей А.П.Хромова и М.Ш.Бурлуцкой [7].

Таким образом, тема диссертации является вполне актуальной.

[5] Lunev A. A. On the Riesz Basis Property of the Root Vector System for Dirac-Type 2x2 Systems / A. A. Lunev , M. M. Malamud // Dokl. Akad. Nauk — 2014. — 458 (3), pp. 1 — 6 [Doklady Mathematics 90 (2), 556–562 (2014)].

[6] A. Savchuk, A. Shkalikov The Dirac Operator with Complex-Valued Summable Potential / A. Savchuk, A. Shkalikov // Math. Notes — 2014. — 96 (5), pp. 777–810.

[7] Бурлуцкая М. Ш. Функционально - дифференциальные операторы с инволюцией и операторы Дирака с периодическими краевыми условиями/ М. Ш. Бурлуцкая , А. П. Хромов // Доклады академии наук. – 2014. – Т. 454. – № 1. – с.15-17.

Цель работы.

1. Дальнейшее развитие метода подобных операторов и применение построенной схемы метода для абстрактных операторов, близких к рассматриваемым операторам.

2. Исследование спектральных свойств оператора Дирака, рассматриваемого в лебеговых пространствах и задаваемого на промежутке $[0, 2\pi]$ периодическими, антипериодическими краевыми условиями и также краевыми условиями Дирихле.

3. Исследование спектральных свойств дифференциального оператора с инволюцией, рассматриваемого в гильбертовом пространстве $L_2([0, \omega], \mathbb{C}^m)$ и задаваемого на промежутке $[0, \omega]$ периодическими краевыми условиями.

Методы исследования. Основные результаты диссертации получены с использованием метода подобных операторов, спектральной теории дифференциальных операторов, методов теории полугрупп операторов, дифференциальных уравнений, методов функционального и гармонического анализа.

Научная новизна. Основные результаты диссертационной работы являются новыми. Из них выделим следующие:

1. Построена абстрактная схема применения метода подобных операторов для операторов, близких к изучаемому оператору Дирака и дифференциальному оператору с иволюцией.

2. Получены спектральные свойства оператора Дирака в лебеговых пространствах, рассматриваемого при различных краевых условиях: периодических, антиперодических и условиях Дирихле. В том числе получена асимптотика спектра (оценки собственных значений), а также равносходимость спектральных разложений возмущенного и невозмущенного операторов.

3. Получены спектральные свойства дифференциального оператора с

инволюцией, рассматриваемого в гильбертовых пространствах и задаваемого на определенном промежутке периодическими краевыми условиями. В том числе получена асимптотика спектра (оценки собственных значений), равносходимость спектральных разложений возмущенного и невозмущенного операторов, а также асимптотическое представление группы операторов, генерируемой исследуемым оператором.

Практическая и теоретическая значимость. Работа носит теоретический характер и может быть использована при дальнейшем развитии спектральной теории операторов и метода подобных операторов, а также применении метода подобных операторов в исследовании спектральных свойств различных дифференциальных операторов.

Апробация работы. Результаты диссертации докладывались на Воронежских зимних математических школах С.Г. Крейна 2010, 2011, 2013, 2014, на Крымских осенних математических школах 2009, 2010, 2011, на Крымской международной математической конференции 2013, на конференции, посвященной 100-летию Б.М. Левитана МГУ 2014, на математическом интернет-семинаре ISEM-2011 (Германия, Блаубойрен), на семинарах А.Г. Баскакова, а также на научных сессиях ВГУ.

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в работах [1-14]. Работы [8] - [11] опубликованы в журналах из перечня рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, разделенных на параграфы, и библиографии, включающей 81 наименование. Общий объем диссертации - 107 страниц.

Содержание диссертации

В первой главе приводятся широко используемые в диссертации основные понятия и результаты спектральной теории операторов, теории полугрупп, а также определения и основные теоремы метода подобных операторов.

Вторая глава посвящена дальнейшему развитию метода подобных операторов и его применению к исследованию спектральных свойств оператора Дирака $L_{bc} : D(L_{bc}) \subset \mathcal{F} \to \mathcal{F}$, в лебеговых пространствах, рассматриваемого при различных краевых условиях: периодических, антиперодических и условиях Дирихле, и задаваемого с помощью дифференциального выражения

$$l(y) = i \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \frac{dy}{dt} - vy,\ v(t) = \begin{pmatrix} 0 & P(t) \\ Q(t) & 0 \end{pmatrix}, t \in [0, 2\pi],$$

где $P, Q \in L_\infty([0, 2\pi], \mathbb{C}^1), \mathbb{C}^1 = \mathbb{C}$ - поле комплексных чисел, и $\mathcal{F} = \mathcal{F}([0, 2\pi], \mathbb{C}^2)$ — одно из определенных пространств $L_p = L_p([0, 2\pi], \mathbb{C}^2)$, $L_\infty = L_\infty([0, 2\pi], \mathbb{C}^2)$ или $C_b = C_b([0, 2\pi], \mathbb{C}^2)$. Область определения $D(L_{bc})$ задается с помощью одного из краевых условий : периодические (bc=per: $y(0) = y(2\pi)$); антипериодические (bc=ap: $y(0) = -y(2\pi)$); Дирихле (bc=dir: $y_1(0) = y_2(0), y_1(2\pi) = y_2(2\pi)$). А именно, полагается $D(L_{bc}) = \{y \in \mathcal{F}^1([0, 2\pi], \mathbb{C}^2) : y \in bc\}$, где $\mathcal{F}^1([0, 2\pi], \mathbb{C}^2)$ — одно из пространств $W_p^1([0, 2\pi], \mathbb{C}^2) = \{y \in L_p([0, 2\pi], \mathbb{C}^2), p \geq 1 : y$ абсолютно непрерывна и $\dot{y} \in L_p([0, 2\pi], \mathbb{C}^2)\}$ или $C^1([0, 2\pi], \mathbb{C}^2) = \{y \in C_b([0, 2\pi], \mathbb{C}^2) : \dot{y} \in C_b\}$ в зависимости от выбранного пространства $\mathcal{F}$. Если $v = 0$ (нулевой потенциал), то используется символ L_{bc}^0 для обозначения оператора L_{bc}, который называется свободным оператором Дирака. В таком случае оператор $A = L_{bc}^0$ при изучении оператора L_{bc} играет роль невозмущенного оператора, в то

время, как оператор B умножения на потенциал v играет роль возмущения. Т.е. $L_{bc} = A - B$.

Описывается построение абстрактной схемы применения метода подобных операторов для операторов, близких по своим свойствам к рассматриваемому оператору Дирака и приводится применение данной схемы для исследуемого оператора Дирака в лебеговых пространствах. Одним из основных результатов данной главы является теорема о подобии, где установлено, что каждый рассматриваемый оператор Дирака L_{bc}, $bc \in \{per, ap, dir\}$, подобен оператору, являющемуся прямой суммой операторов с конечным рангом. Такой результат является основой для последующего спектрального анализа изучаемого оператора в лебеговых пространствах.

Теорема 2.4. *Дифференциальный оператор* $L_{bc} : D(L_{bc}) \in \mathcal{F} \to \mathcal{F}$ *является оператором с компактной резольвентой и существует такая нумерация собственных значений,что* $\sigma(L_{bc})$ *представим в виде*

$$\sigma(L_{bc}) = \sigma_{(m)} \bigcup (\bigcup_{|n| \geq m+1} \sigma_n),$$

где $\sigma_{(m)}$ *— конечное множество, а* $\sigma_n, |n| \geq m+1$, *определяются равенствами*

$$\sigma_n = \{n + \beta_n^{\pm}\}, \lim_{n\to\infty} \beta_n^{\pm} = 0, \textit{если } bc = per;$$

$$\sigma_n = \{n + 1/2 + \alpha_n^{\pm}\}, \lim_{n\to\infty} \alpha_n^{\pm} = 0, \textit{если } bc = ap;$$

$$\sigma_n = \{n + \gamma_n\}, \lim_{n\to\infty} \gamma_n = 0, \textit{если } bc = dir.$$

Поскольку P_n — проектор Рисса, построенный по одноточечному множеству $\{\lambda_n\} \subset \sigma(L_{bc}^0)$, $P_{(m)} = \sum_{|n|\leq m} P_n$, то пусть $\widetilde{P}_{(m)}, \widetilde{P}_n, |n| \geq m+1$, — спектральные проекторы Рисса, построенные по оператору L_{bc} и множествам $\sigma_{(m)}, \sigma_n, |n| \geq m+1$, соответственно.

Теорема 2.5. *Имеет место равносходимость спектральных разложе-*

ний операторов L_{bc} и L^0_{bc} :

$$\lim_{n\to\infty} \|\widetilde{P}_n - P_n\| = 0,$$

$$\lim_{n\to\infty} \|\widetilde{P}_{(m)} + \sum_{|k|=m+1}^{n} (1 - \frac{|k|}{n})\widetilde{P}_k - P_{(m)} - \sum_{|k|=m+1}^{n} (1 - \frac{|k|}{n})P_k\| = 0.$$

Третья глава посвящена дальнейшему развитию метода подобных операторов и его применению к исследованию спектральных свойств дифференциального оператора с инволюцией $L : D(L) \subset L_2([0,\omega],\mathbb{C}^m) \to L_2([0,\omega],\mathbb{C}^m)$, рассматриваемого в гильбертовых пространствах и задаваемого на промежутке $[0,\omega]$ периодическими краевыми условиями с помощью дифференциального выражения

$$l(y) = y'(x) - Q(x)y(\omega - x), x \in [0,\omega], Q \in L_2([0,\omega], End\,\mathbb{C}^m).$$

Причем область определения рассматриваемого дифференциального оператора L записывается в виде $y \in D(L) = \{y \in W_2^1([0,\omega],\mathbb{C}^m) : y(0) = y(\omega)\}$. Оператор $(L^0y)(x) = y'(x)$ будем называть свободным оператором, играющим роль невозмущенного оператора, а $(Vy)(x) = Q(x)y(\omega - x), x \in [0,\omega], y \in L_2([0,\omega],\mathbb{C}^m)$ будет играть роль возмущения при исследовании исходного оператора L. Таким образом, изучаемый оператор L представим в виде $L = L^0 - V$.

Описывается абстрактная схема применения метода подобных операторов для операторов, близких к рассматриваемому дифференциальному оператору с инволюцией, и приводится применение данной схемы для исследуемого дифференциального оператора с инволюцией. Одним из сновных результатов здесь является теорема о подобии, где установлено, что каждый рассматриваемый дифференциальный оператор с инволюцией подобен оператору, являющемуся прямой суммой операторов с конечным рангом. Такой результат является основой для последующего спектрального анализа изучаемого оператора.

Для получения дальнейших результатов необходимо ввести в рассмотрение операторы $\Phi_n \in End\,\mathbb{C}^m, n, l \in \mathbb{Z}, |n| \geq l+1$, представимые в виде

$$\Phi_n = Q_{2n} + \frac{\omega}{2\pi i}\sum_{k\neq 0}\frac{1}{k}(Q_{2n+k})^2 + \Lambda_n,$$

где $\sum\limits_{|n|\geq l+1} \| \Lambda_n \|_2 < \infty$.

Причем взвешенное среднее для оператора Φ_n записывается, как

$$\lambda_{\Phi_n} = \frac{tr\,\Phi_n}{m} = \frac{\lambda_n^{(1)} + ... + \lambda_n^{(m)}}{m},$$

где $\sigma(\Phi_n) = \{\lambda_n^{(1)}, ..., \lambda_n^{(m)}\}$, и последовательность $(\lambda_n^{(k)})$ является суммируемой с квадратом, т.е. $\sum\limits_{n\in\mathbb{Z}} | \lambda_n^{(k)} |^2 < \infty$.

Теорема 3.5. *Дифференциальный оператор* $L : D(L) \subset L_2([0,\omega],\mathbb{C}^m) \to L_2([0,\omega],\mathbb{C}^m)$ *является оператором с компактной резольвентой и существует такая нумерация собственных значений, что его спектр* $\sigma(L)$ *представим в виде*

$$\sigma(L) = \sigma_{(l)} \bigcup \left(\bigcup_{|n|\geq l+1} \sigma_n \right),$$

где $\sigma_{(l)}$ *— конечное множество, а* σ_n *определяется равенствами*

$$\sigma_n = \sigma\left(i\frac{2\pi n}{\omega} I_n - \Phi_n \right), |n| \geq l+1.$$

Кроме того для взвешенного среднего верна следующая оценка

$$\left| \lambda_{\Phi_n} - \frac{trQ_{2n} + tr(\frac{\omega}{2\pi i}\sum\limits_{k\neq 0}\frac{1}{k}(Q_{2n+k})^2)}{m} \right| \leq \beta_n, |n| \geq l+1,$$

(β_n) *— суммируемая последовательность, т.е.* $\sum\limits_{n\in\mathbb{Z}} | \beta_n | < \infty$.

Поскольку P_n — проектор Рисса, построенный по одноточечному множеству $\{\lambda_n\} \subset \sigma(L^0)$, $P_{(m)} = \sum\limits_{|n|\leq m} P_n$, то $\widetilde{P}_{(m)}, \widetilde{P}_n, |n| \geq m+1$, — спектральные проекторы Рисса, построенные по оператору L и множествам $\sigma_{(m)}, \sigma_n, |n| \geq m+1$, соответственно.

Далее для любого оператора $0 \neq X \in \mathfrak{S}_2(L_{2,\omega}(\mathbb{R}, \mathbb{C}^m))$ рассматривается двусторонняя последовательность $(\alpha_n(X))$, определяемая в виде

$$\alpha_n(X) = \|X\|_2^{-1} \max\left\{ \left(\sum_{|k|\geq|n|} \|XP_k\|_2^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \left(\sum_{|k|\geq|n|} \|P_kX\|_2^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right\}, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Отметим, что $\alpha_n(X) \to 0$, $n \to \infty$.

Для любого подмножества $\Omega \subset \mathbb{Z} \setminus \sigma_m^0$ (не обязательно конечного) символом $P(\Omega)$ обозначим спектральный проектор $\sum\limits_{k\in\Omega} P_k$, а через $\widetilde{P}(\Omega)$ — спектральный проектор $\sum\limits_{k\in\Omega} \widetilde{P}_k$. Обозначим через $\alpha(\Omega, X) = \max\limits_{n\in\Omega} \alpha_n(X)$ для любого оператора X и любого подмножества $\Omega \subset \mathbb{Z}$.

Следует отметить, что в следующих теоремах операторы $\Gamma V, JV, V\Gamma V \in \mathfrak{S}_2(L_{2,\omega}(\mathbb{R}, \mathbb{C}^m))$ являются операторами, построенными по возмущению V в процессе применения метода подобных операторов.

Теорема 3.6. *Пусть выполнены условия теоремы 3.4. Тогда для любого подмножества $\Omega \subset \mathbb{Z} \setminus \sigma_m^0$ имеют место оценки*

$$\|\widetilde{P}(\Omega) - P(\Omega)\|_2 \leq C_1(\alpha(\Omega, \Gamma V) + \alpha(\Omega, B)) \leq$$
$$\leq C_2(\alpha(\Omega, \Gamma V) + \alpha(\Omega, JV) + \alpha(\Omega, V\Gamma V)),$$

где $C_1, C_2 > 0$ — постоянные, не зависящие от Ω.

Теорема 3.7. *Если выполнены условия теоремы 3.5, то для $n \geq m+1$ имеют место оценки*

$$\|\widetilde{P}_{(m)} + \sum_{|k|=m+1}^{n} \widetilde{P}_k - P_{(m)} - \sum_{|k|=m+1}^{n} P_k\|_2 \leq$$
$$\leq C(\alpha_{n+1}(\Gamma V) + \alpha_{n+1}(JV) + \alpha_{n+1}(V\Gamma V)),$$

где $C > 0$ — постоянная, не зависящая от n.

Приводятся результаты, также связанные с асимптотикой спектра и равносходимостью спектральных разложений для исследуемого дифференци-

ального оператора с инволюцией в случае скалярного потенциала, т.е. в случае $L : D(L) \subset L_2[0,\omega] \to L_2[0,\omega]$.

Теорема 3.8. *Дифференциальный оператор* $L : D(L) \subset L_2[0,\omega] \to L_2[0,\omega]$ *является оператором с компактной резольвентой и существует такая нумерация собственных значений, что* $\sigma(L)$ *представим в виде*

$$\sigma(L) = \sigma_{(m)} \bigcup \Big(\bigcup_{n \geq m+1} \sigma_n \Big),$$

где $\sigma_{(m)}$ *— конечное множество с числом точек меньшим или равным* m, *а* $\sigma_n = \{\widetilde{\lambda_n}\}, n \geq m+1$, *является одноточечным множеством, где*

$$\widetilde{\lambda_n} = i\frac{2\pi n}{\omega} - q_{2n} - \frac{\omega}{2\pi i} \sum_{k \neq 0} \frac{1}{k} (q_{2n+k})^2 + \beta_n,$$

(β_n) *— суммируемая последовательность, т.е.* $\sum\limits_{n \in \mathbb{Z}} \mid \beta_n \mid < \infty$.

Теорема 3.9. *Существует* $m \in \mathbb{Z}_+$ *такое, что*

$$\sum_{|n| \geq m+1} \|\widetilde{P}_n - P_n\|_2^2 < \infty.$$

Имеет место равносходимость спектральных разложений возмущенного и невозмущенного операторов

$$\lim_{n \to \infty} \|\widetilde{P}_{(m)} + \sum_{k=m+1}^{n} \widetilde{P}_k - P_{(m)} - \sum_{k=m+1}^{n} P_k\|_2 = 0.$$

Также получено асимтотическое представление группы, генерируемой исследуемым дифференциальным оператором с инволюцией в случае скалярного потенциала.

Пусть $L_{2,\omega} = L_{2,\omega}[0,\omega]$ — гильбертово пространство определенных на $\mathbb{R}$ комплексных периодических периода ω функций, суммируемых с квадратом модуля на $[0,\omega]$.

Теорема 3.10. *Дифференциальный оператор* $L : D(L) \subset L_2[0,\omega] \to L_2[0,\omega]$ *генерирует группу операторов* $T : \mathbb{R} \to End L_{2,\omega}$, *представимую в виде*

$$T(t) = U_{km} T_m(t) U_{km}^{-1},\ U_{km} = I + V_{km},\ t \in \mathbb{R},$$

V_{km} — операторы Гильберта - Шмидта. Причем группа операторов $T_m : \mathbb{R} \to EndL_{2,\omega}$ на подпространстве $Im(I - P_{(m)})$ определяется равенствами $T_m(t)e_n = e^{i\frac{2\pi(n+\alpha_n)}{\omega}t}e_n, n \geq m+1$, (α_n) — последовательность комплексных чисел из l_2, и конечномерное подпространство $ImP_{(m)}$ является инвариантным для группы T_m.

Список публикаций по теме диссертации

[1] Романова Е. Ю. О преобразованиях подобия оператора Дирака / Е. Ю. Романова // Тезисы докладов. Воронежская зимняя математическая школа С.Г. Крейна 2010. — 2010.

[2] Романова Е. Ю. Метод подобных операторов в спектральном анализе оператора Дирака в лебеговых пространствах / Е. Ю. Романова // Сборник тезисов. Двадцать Первая Крымская Осенняя Математическая Школа-Симпозиум. — 2010.

[3] Романова Е. Ю. О спектральных разложениях оператора Дирака в лебеговых пространствах / Е. Ю. Романова // Тезисы докладов. Воронежская зимняя математическая школа С.Г. Крейна 2011. — 2011.

[4] Романова Е. Ю. Спектральный анализ оператора Дирака в лебеговых пространствах / Е. Ю. Романова // Сборник тезисов. Двадцать Вторая Крымская Осенняя Математическая Школа-Симпозиум. — 2011.

[5] Романова Е. Ю. О спектральных свойствах оператора Дирака в лебеговых пространствах / Е. Ю. Романова // Современные методы теории функций и смежные проблемы. Материалы Воронежской Зимней Математической Школы 2013. — 2013.

[6] Романова Е. Ю. Метод подобных операторов в исследовании дифференциального оператора с инволюцией / Е. Ю. Романова // Сборник тезисов Сборник тезисов Крымской Международной Математической Конференции. — 2013.

[7] Романова Е. Ю. О спектральном анализе дифференциального оператора с инволюцией / Е. Ю. Романова // Современные методы теории функций и смежные проблемы. Материалы Воронежской Зимней Математической Школы 2014. — 2014.

[8] Романова Е. Ю. Метод подобных операторов в спектральном анализе дифференциального оператора с инволюцией/ Е. Ю. Романова // Научные ведомости Белгородского государственного университета. Серия: Физика. Математика. – 2014. – Т. 176. – № 5. – с. 73-78.

[9] Романова Е. Ю. Спектральный анализ оператора Дирака в лебеговых пространствах. Антипериодические краевые условия и краевые условия Дирихле / Е. Ю. Романова // Научные ведомости Белгородского государственного университета. Серия: Физика. Математика. – 2014. – Т. 190. – № 19. – с. 57-63.

[10] Романова Е. Ю. Спектральный анализ дифференциального оператора с инволюцией / Е. Ю. Романова //Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Физика. Математика. – 2014. – № 4. – с. 64-78.

[11] Романова Е. Ю. Спектральный анализ оператора Дирака в лебеговых пространствах / Е. Ю. Романова //Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Физика. Математика. — 2015. – № 2. – с. 142-149.

[12] Romanova E. Yu. Similar operators method in spectral analysis of Dirac's operator in the lebesgue spaces/ E. Yu. Romanova // Spectral and evolution probles.— 2011. – Volume 21 Issue 2. – p.185-186.

[13] Romanova E. Yu. The method of similar operators in spectral analysis of Dirac operators in the Lebesgue spaces / E. Yu. Romanova // Modern problems of mathematics, mechanics and computer science, Voronezh State University, English Chair for Science Departments, Department of Applied Mathematics, Informatics and Mechanics.–2013. — p. 55-60.

[14] Romanova E. Yu. The method of similar operators in spectral analysis of differential operator with involution/ E. Yu. Romanova // Spectral theory and differential Equations. International Conference Dedicated to the Centenary of B.M. Levitan. — 2014. – p. 28-30.

Работы [8] - [11] опубликованы в журналах из перечня рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ.