На правах рукописи

БУНЕЕВ СЕРГЕЙ СЕРГЕЕВИЧ

НЕКОТОРЫЕ КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ В ПОЛОСЕ ДЛЯ ВЫРОЖДАЮЩИХСЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА

01.01.02 — дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное управление

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Воронеж — 2015

Работа выполнена в Елецком государственном университете

им. И.А. Бунина

Научный руководитель:	доктор физико — математических наук, проф. Баев Александр Дмитриевич.
Официальные оппоненты:	Семенов Михаил Евгеньевич, доктор физико — математических наук, профессор Военный учебно — научный центр ВВС «Военно — воздушная академия им. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина, кафедра №11, профессор.
	Бичегкуев Маирбек Сулейманович, доктор физико – математических наук, доцент, Северо - Осетинский государственный университет им. К.Л. Хетагурова, кафедра функционального анализа и дифференциальных уравнений, зав. кафедрой.
Ведущая организация:	Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского

Защита диссертации состоится «1» марта 2016 года в 15 часов 10 минут на заседании диссертационного совета Д 212.038.22 при Воронежском государственном университете по адресу: г. Воронеж, Университетская пл. 1, ауд. 333.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Воронежского государственного университета, а также на сайте http://www.science.vsu.ru/disserinfo&cand=2832

Автореферат разослан «   » декабря 2015 г.

Ученый секретарь диссертационного совета
доктор физико-математических наук,
профессор   Гликлих Ю.Е.

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Одним из важных разделов современной теории дифференциальных уравнений является теория дифференциальных уравнений с существенно переменными коэффициентами. Одним из объектов исследования этой теории являются вырождающиеся уравнения. Теория вырождающихся эллиптических уравнений в настоящее время интенсивно развивается. Краевые задачи для вырождающихся эллиптических уравнений относятся к неклассическим задачам математической физики. Одна из главных трудностей, возникающих в этой теории, связана с влиянием младших членов уравнения на постановку краевых задач и их разрешимость.

Основы этой теории были заложены в фундаментальных работах М.В. Келдыша, Ф. Трикоми и А.В. Бицадзе. Дальнейшее развитие эта теория получила для уравнений второго порядка в работах О.А. Олейник, С.Г. Михлина, М.И. Вишика, Дж. Кона, Л. Ниренберга, В.А, Рукавишникова, А.Г. Ереклинцева, С.Н. Антонцева, С.И. Шмарева. Исследование вырождающихся эллиптических уравнений высокого порядка в случае степенного характера вырождения было начато в работах М.И. Вишика и В.В. Грушина. Затем ряд результатов для некоторых вырождающихся эллиптических уравнений высокого порядка был получен С.З. Левендорским, С.А. Исхоковым.

В работах В.П. Глушко были исследованы краевые задачи в полосе для вырождающихся эллиптических уравнений высокого порядка, содержащих невырожденную производную первого порядка. В работах А.Д. Баева были исследованы вырождающиеся дифференциальные операторы, содержащие невырожденную производную второго порядка. Также в работах А.Д. Баева были введены и исследованы весовые псевдодифференциальные операторы, построенные по специальному интегральному преобразованию F_α, что позволило доказать коэрцитивную разрешимость и установить коэрцитивные априорные оценки решений общих краевых задач для вырождающихся эллиптических уравнений высокого порядка в полупространстве.

Настоящая диссертационная работа посвящена доказательству коэрцитивных априорных оценок и теорем о существовании и единственности решения граничных задач в полосе для вырождающихся уравнений высокого порядка, содержащих невырожденную производную третьего порядка $\frac{\partial^3}{\partial t^3}$. Диссертационная работа представляет собой дальнейшее развитие того направления, которое было начато в работах В.П. Глушко и А.Д. Баева.

Исследование краевых задач для вырождающихся эллиптических уравнений является актуальным не только с теоретической, но и с практической точки зрения, так как такие задачи используются при моделировании многих стационарных процессов с вырождением. При математическом моделировании таких процессов на границе области возможно изменение, как типа уравнения, так и его порядка. Такого типа уравнения используются при исследовании стационарных процессов конвекции-диффузии в неоднородной анизотропной среде, для которой характерным является стремление коэффициента диффузии к нулю при приближении к границе. Подобные уравнениям возникают, в частности, при математическом моделировании процессов фильтраций идеальных баротропных газов в неоднородных анизотропных пористых средах, процесса фильтрации двухфазной жидкости, например, процесса вытеснения нефти водой из пористых сред. Такие уравнения используются при математическом моделировании процессов распространения примесей в жидкокристаллических растворах, находящихся во внешнем электрическом поле, при расчетах линейного стационарного магнитного осесимметричного поля в неоднородной анизотропной среде.

Цель работы.

1. Доказательство априорных оценок решений двух классов краевых задач в полосе для вырождающихся эллиптических уравнений высокого порядка, содержащих невырожденную производную третьего порядка по одной из переменных.

2. Доказательство теорем о существовании и единственности решений для рассмотренных классов краевых задач.

Методы исследования. Результаты, полученные в диссертации основаны на методах теории вырождающихся эллиптических уравнений, теории псевдодифференциальных операторов, теории интегральных уравнений. В диссертационной работе используются метод продолжения по параметру и свойства преобразования Фурье и специального интегрального преобразования F_α.

Научная новизна. Все основные результаты диссертационной работы являются новыми.

1. Исследованы новые классы краевых задач в полосе для вырождающихся эллиптических уравнений высокого порядка.

2. Получены коэрцитивные априорные оценки решений новых классов краевых задач в полосе для вырождающихся эллиптических уравнений высокого порядка, содержащих невырожденную производную третьего порядка по одной из переменных.

3. Доказаны теоремы о существовании и единственности решений новых классов краевых задач в полосе для вырождающихся эллиптических уравнений высокого порядка, содержащих невырожденную производную третьего порядка по одной из переменных.

Теоретическая и практическая значимость. Диссертация носит теоретический характер. Полученные в ней результаты могут быть использованы при развитии теории краевых задач для вырождающихся эллиптических и параболических уравнений, а также при исследовании математических моделей процессов с вырождением.

Апробация работы.

Результаты работы докладывались на международных научных конференциях: «Современные методы теории функций и смежные проблемы» (Воронеж 2013 г., 2015 г.), «Воронежская зимняя математическая школа С.Г. Крейна» (Воронеж 2012 г., 2014 г.); «Современные методы теории краевых задач» (Воронеж, 2012 - 2015 г.); «Современные проблемы прикладной математики, теории управления и математического моделирования»

(Воронеж, 2011 г., 2012 г.); в школе молодых ученых Липецкой области «Школа молодых ученых по проблемам гуманитарных, естественных, технических наук» (г. Елец 2014 г), на научных семинарах ВГУ (рук. проф. А.Д. Баев) а также на научных сессиях Воронежского государственного университета и Елецкого государственного университета.

Публикации по теме диссертации. Основные результаты диссертации опубликованы в работах [1] - [20]. Из совместных публикаций [1], [2], [4], [5] -[7], [10], [12], [13], [20] в диссертацию включены результаты, принадлежащие лично автору. Работы [4], [6], [7], [10], [12] опубликованы в журналах из перечня рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, разделенных на параграфы, и библиографии, содержащей 53 наименования. Общий объем диссертации 149 страниц.

Краткое содержание диссертации

Во введении содержится обзор литературы по теме диссертации, Формулируются постановки задач, а также основные определения и утверждения. В главе 1 устанавливаются коэрцитивные априорные оценки в специальных весовых пространствах типа пространств С.Л. Соболева решений одного класса краевых задач в полосе для вырождающихся эллиптических уравнений высокого порядка, содержащих невырожденную производную третьего порядка. В главе 2 доказывается теорема о существовании и единственности решения для рассмотренной в главе 1 краевой задачи. В третьей главе устанавливаются априорные оценки решений другого класса краевых задач для вырождающихся эллиптических уравнений высокого порядка, содержащих невырожденную производную третьего порядка. В главе 4 доказывается теорема о существовании и единственности решения краевой задачи, рассмотренной в главе 3.

Перейдем к более детальному изложению результатов, полученных в диссертации. В первой главе устанавливаются априорные оценки решений одного класса краевых задач в полосе для вырождающегося эллиптического уравнения высокого порядка, содержащего невырожденную производную третьего порядка по переменной t.

В полосе $R_d^n = \left\{x \in R^{n-1},\ 0 < t < d\right\}$, где $d > 0$ - некоторое число, рассмотрим уравнение

$$A\left(D_x, D_{\alpha,t}, \partial_t\right) v\left(x,t\right) = F\left(x,t\right) \tag{1}$$

где $A\left(D_x, D_{\alpha,t}, \partial_t\right) v = L_{2m}\left(D_x, D_{\alpha,t}\right) v + b\partial_t^3 v$,

$L_{2m}\left(D_x, D_{\alpha,t}\right) = \sum\limits_{|\tau|+j\leq 2m} a_{\tau j} D_x^{\tau} D_{\alpha,t}^{j}$,

$a_{\tau j},\ b$ - комплексные числа, $\mathrm{Im}\bar{b}\, a_{0,2m} = 0$.

Здесь $D_{\alpha,t} = i\sqrt{\alpha\left(t\right)}\partial_t\sqrt{\alpha\left(t\right)},\quad \partial_t = \frac{\partial}{\partial t}$, $D_x^{\tau} = i^{|\tau|}\partial_{x_1}^{\tau_1}\partial_{x_2}^{\tau_2}...\partial_{x_{n-1}}^{\tau_{n-1}}$

На границе $t = 0$ полосы R_d^n задается условие

$$B\left(D_x\right) v|_{t=0} = \sum_{|\tau|\leq m^*} b_{\tau} D_x^{\tau} v|_{t=0} = G\left(x\right) \tag{2}$$

коэффициенты b_{τ} - комплексные.

Условия на границе $t = d$ полосы R_d^n задаются следующим образом

$$v|_{t=d} = \partial_t v|_{t=d} = ... = \partial_t^{m-1} v|_{t=d} = 0 \tag{3}$$

Предполагается выполнение следующих условий.

Условие 1. Для любых $(\xi,\eta) \in R^n$ выполняется неравенство $\mathrm{Re}\bar{b}L_{2m}\left(\xi,\eta\right) \geq c\Big(1 + |\xi|^2 + |\eta|^2\Big)^m$, с константой $c > 0$ не зависящей от (ξ,η).

Условие 2. Для $s \geq 2m + m^*$ функция $\alpha\left(t\right)$ принадлежит $C^{s-1}\left[0,d\right]$, при этом $\alpha\left(0\right) = \alpha'\left(0\right) = 0,\ \ \alpha\left(t\right) > 0$ при $t > 0$.

Условие 3. $B\left(\xi\right) \neq 0$ для любых $\xi \in R^{n-1}$.

Рассмотрим следующее интегральное преобразование

$$F_{\alpha}[u(t)](\eta) = \int\limits_0^{+\infty} u(t)\exp(i\eta\int\limits_t^d \frac{d\rho}{\alpha(\rho)})\frac{dt}{\sqrt{\alpha(t)}},$$

которое определено первоначально на функциях $u(t) \in C_0^\infty(R_+^1)$, где $C_0^\infty(R_+^1)$ - пространство бесконечно дифференцируемых финитных функций, носитель которых принадлежит R_+^1. Это преобразование было введено в работах В.П. Глушко и А.Д. Баева. Преобразование F_α и преобразование Фурье

$$F_{\tau\to\eta}[u] = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} u(\tau)\exp(i\eta\tau)d\tau, \quad \eta \in R^1$$

связаны следующим соотношением $F_\alpha[u(t)](\eta) = F_{\tau\to\eta}[u_\alpha(\tau)]$, где $u_\alpha(\tau) = \sqrt{\alpha(t)}u(t)\Big|_{t=\varphi^{-1}(\tau)}$, $t = \varphi^{-1}(\tau)$ - функция, обратная к функции

$$\tau = \varphi(t) = \int\limits_t^d \frac{d\rho}{\alpha(\rho)}.$$

Для преобразования F_α справедлив аналог равенства Парсеваля

$$\|F_\alpha[u](\eta)\|_{L_2(R^1)} = \sqrt{2\pi}\|u\|_{L_2(R_+^1)},$$

что дает возможность расширить преобразование F_α до непрерывного преобразования, осуществляющего гомеоморфизм пространств $L_2(R^1)$ и $L_2(R_+^1)$, а также определить преобразование F_α на некоторых классах обобщенных функций. Для расширенного таким образом преобразования F_α сохраним старое обозначение. Обозначим через F_α^{-1} обратное к F_α преобразование. Это преобразование можно записать в виде $F_\alpha^{-1}[w(\eta)](t) = \frac{1}{\sqrt{\alpha(t)}} F_{\eta\to\tau}^{-1}[w(\eta)]\Big|_{\tau=\varphi(t)}$, где $F_{\eta\to\tau}^{-1}$ - обратное преобразование Фурье.
Можно показать, что на функциях $u(t) \in C_0^\infty(\bar{R}_+^1)$ справедливы равенства $F_\alpha[D_{\alpha,t}^j u](\eta) = \eta^j F_\alpha[u](\eta)$, $j = 1, 2, ...$, где $D_{\alpha,t} = \frac{1}{i}\sqrt{\alpha(t)}\partial_t\sqrt{\alpha(t)}$, $\partial_t = \frac{\partial}{\partial t}$. Таким образом, преобразование F_α переводит оператор весового дифференцирования $D_{\alpha,t}$ в оператор умножения на двойственную переменную η.

Введем пространства, в которых будут изучаться краевые задачи.

Определение 1. Пространство $H_{s,\alpha,\frac{2m}{3}}(R_d^n)$ ($s \geq 0$ - целое число) состоит из таких функций $v\left(x,t\right)\in L_2\left(R_d^n\right)$, для которых конечна норма

$$\|v\|_{s,\alpha,\frac{2m}{3}}=\left\{\sum_{l=0}^{\left[\frac{3s}{2m}\right]}\left\|F_{\xi\to x}^{-1}F_{\alpha}^{-1}\left[\left(1+\left|\xi\right|^2+\left|\eta\right|^2\right)^{\frac{1}{2}\left(s-\frac{2m}{3}l\right)}F_{\alpha}F_{x\to\xi}\left[\partial_t^l v\left(x,t\right)\right]\right]\right\|_{L_2\left(R_d^n\right)}^2\right\}^{\frac{1}{2}}$$

Здесь через $\left[\frac{3s}{2m}\right]$ обозначена целая часть $\frac{3s}{2m}$.
Если S - натуральное число такое, что число $\frac{3s}{2m}$ является целым числом, то эта норма эквивалентна следующей норме

$$\|v\|_{s,\alpha,\frac{2m}{3}}=\left\{\sum_{|\tau|+j+\frac{2m}{3}l\le s}\left\|D_x^{\tau}D_{\alpha,t}^{j}\partial_t^l v\right\|_{L_2\left(R_d^n\right)}\right\}^{\frac{1}{2}}$$

Определение 2. Пространство $H_s\left(R^{n-1}\right)$ (S -действительное число) состоит из таких функций $u\left(x\right)\in L_2(R^{n-1})$, для которых конечна норма

$$\|u\|_s=\left\|F_{\xi\to x}^{-1}[(1+|\xi|)^s F_{x\to\xi}[u]]\right\|_{L_2(R^{n-1})}$$

Если s - натуральное число, то эта норма эквивалентна следующей норме

$$\|v\|_s=\left\{\sum_{|\tau|\le s}\|D_x^{\tau}u(x)\|_{L_2(R^{n-1})}\right\}^{\frac{1}{2}}.$$

Наряду с пространствами $H_{s,\alpha,\frac{2m}{3}}\left(R_d^n\right)$,$H_s\left(R^{n-1}\right)$ введем пространства $H_{s,\alpha,\frac{2m}{3},k}\left(R_d^n\right)$, $H_{s,k}\left(R^{n-1}\right)$, где $k\ge 0$ - целое число.

Определение 3. Пространство $H_{s,\alpha,\frac{2m}{3},k}\left(R_d^n\right)$ ($s\ge 0$,$k\ge 0$ - целые числа) состоит из таких функций $v\left(x,t\right)\in L_2\left(R_d^n\right)$, для которых конечна норма

$$\|v\|_{s,\alpha,\frac{2m}{3},k}=\left\{\sum_{l=0}^{\left[\frac{3s}{2m}\right]}\left\|(1+|x|)^{k}\cdot\right.\right.$$

$$\left.\left.\cdot F^{-1}_{\xi\to x}F^{-1}_{\alpha}\left[\left(1+|\xi|^2+|\eta|^2\right)^{\frac{1}{2}\left(s-\frac{2m}{3}l\right)}F_{\alpha}F_{x\to\xi}\left[\partial_t^l v\left(x,t\right)\right]\right]\right\|_{L_2(R^n_d)^2}\right\}^{\frac{1}{2}}$$

Определение 4. Пространство $H_{s,k}\left(R^{n-1}\right)$ (s,k -действительные числа) состоит из таких функций $u\left(x\right)\in L_2(R^{n-1})$, для которых конечна норма

$$\|u\|_{s,k}=\left\|(1+|x|)^kF^{-1}_{\xi\to x}[(1+|\xi|)^sF_{x\to\xi}[u]]\right\|_{L_2(R^{n-1})}.$$

В главе 1 доказаны следующие утверждения.

Теорема 1. Пусть $s\geq\max\left\{2m,\ m^*+\frac{m}{3}\right\}$ - целое число, и выполнены условия 1 - 3. Тогда для любого решения $v\left(x,t\right)$ задачи (1) - (3), принадлежащего пространству $H_{s,\alpha,\frac{2m}{3}}\left(R^n_d\right)$ справедлива априорная оценка

$$\|v\|_{s,\alpha,\frac{2m}{3}}\leq c\left(\|Av\|_{s-2m,\alpha,\frac{2m}{3}}+\|Bv|_{t=0}\|_{s-m^*-\frac{m}{3}}\right),$$

где постоянная $c>0$ не зависит от v.

Теорема 2. Пусть $s\geq\max\left\{2m,\ m^*+\frac{m}{3}\right\}$, $m\geq3$, $k\geq0$ - целые числа. Пусть выполнены условия 1 - 3. Тогда для любого решения $v\left(x,t\right)$ задачи (1) - (3), принадлежащего пространству $H_{s,\alpha,\frac{2m}{3},k}\left(R^n_d\right)$ справедлива априорная оценка

$$\|v\|_{s,\alpha,\frac{2m}{3},k}\leq c\left(\|Av\|_{s-2m,\alpha,\frac{2m}{3},k}+\|Bv|_{t=0}\|_{s-m^*-\frac{m}{3},k}\right),$$

где постоянная $c>0$ не зависит от v.

В главе 2 доказываются теоремы о существовании и единственности решения задачи (1) - (3).

Теорема 3. Пусть $s\geq\max\left\{2m,m^*+\frac{m}{3}\right\}$ - целое число, $m\geq3$ и выполнены условия 1 - 3. Пусть $F\left(x,t\right)\in H_{s-2m,\alpha,\frac{2m}{3}}\left(R^n_d\right)$, $G\left(x\right)\in H_{s-m^*-\frac{m}{3}}\left(R^{n-1}\right)$. Тогда существует единственное решение задачи (1) - (3)

принадлежащее пространству $H_{s,\alpha,\frac{2m}{3}}\left(R_d^n\right)$.

Теорема 4. Пусть $s \geq \max\left\{2m,\ m^* + \frac{m}{3}\right\}$, $m \geq 3,\ k \geq 0$ - целые числа, Пусть выполнены условия 1 - 3. Пусть $F(x,t) \in H_{s-2m,\alpha,\frac{2m}{3},k}\left(R_d^n\right)$, $G(x) \in H_{s-m^*-\frac{m}{3},k}\left(R^{n-1}\right)$. Тогда существует единственное решение $v(x,t)$ задачи (1) - (3) принадлежащее пространству $H_{s,\alpha,\frac{2m}{3},k}\left(R_d^n\right)$.

В главе 3 доказываются априорные оценки решений другого класса краевых задач в полосе для вырождающегося эллиптического уравнения высокого порядка, вырождающегося на границе $t = 0$ в уравнение третьего порядка по переменной t. Дифференциальное уравнение отличается от уравнения, рассмотренного в главах 1 – 2 тем, что перед производной $\frac{\partial^3}{\partial t^3}$ изменен знак на противоположный. Это привело к тому, что на границе $t = 0$ потребовалось ставить не одно, а два граничных условия.

В полосе R_d^n рассмотрим уравнение

$$A\left(D_x, D_{\alpha,t}, \partial_t\right) v(x,t) = F(x,t) \tag{4}$$

где $A\left(D_x, D_{\alpha,t}, \partial_t\right) v = L_{2m}\left(D_x, D_{\alpha,t}\right) v - b\partial_t^3 v$,

$L_{2m}\left(D_x, D_{\alpha,t}\right) = \sum\limits_{|\tau|+j\leq 2m} a_{\tau j} D_x^\tau D_{\alpha,t}^j$

$b,\ a_{\tau j}$- комплексные числа, $Im\,\bar{b}a_{02m} = 0$.

На границе $t = 0$ полосы R_d^n задаются условия вида

$$B_j\left(D_x\right) v|_{t=0} = \sum_{|\tau|\leq m_j} b_{\tau j} D_x^\tau \partial_t^{j-1} v|_{t=0} = G_j(x),\ j = 1,2 \tag{5}$$

с комплексными коэффициентами $b_{\tau j}$.

На границе $t = d$ полосы R_d^n задаются условия вида

$$v|_{t=d} = \partial_t v|_{t=d} = \ldots = \partial_t^{m-1} v|_{t=d} = 0 \tag{6}$$

Предполагается выполнение следующих условий.

Условие 4. Для любых $(\xi,\eta) \in R^n$ выполняется неравенство $\mathrm{Re}\bar{b}L_{2m}(\xi,\eta) \geq c\left(1 + |\xi|^2 + |\eta|^2\right)^m$, с постоянной $c > 0$ не зависящей от (ξ,η).

Условие 5. Для некоторого $s \geq 2m + \max(m_1, m_2)$ функция $\alpha(t)$ принадлежит $C^{s-1}[0,d]$, причем $\alpha(0) = \alpha'(0) = 0$, $\alpha(t) > 0$ при $t > 0$.

Условие 6. $B_j(\xi) \neq 0$, $j = 1, 2$ при всех $\xi \in R^{n-1}$.

Доказаны следующие теоремы.

Теорема 5. Пусть $s \geq \max\left\{2m,\ \max\left(m_1, m_2 + \frac{2m}{3}\right) + \frac{m}{3}\right\}$ - целое число, $m \geq 3$ и выполнены условия 4 - 6. Тогда для любого решения $v(x,t)$ задачи (4) - (6), принадлежащего пространству $H_{s,\alpha,\frac{2m}{3}}(R_d^n)$ справедлива априорная оценка

$$\|v\|_{s,\alpha,m} \leq c\left(\|Av\|_{s-2m,\alpha,m} + \sum_{j=1}^{2}\|B_j v|_{t=0}\|_{s-m_j-\frac{2m(j-1)}{3}-\frac{m}{3}}\right),$$

где постоянная $c > 0$ не зависит от v.

Теорема 6. Пусть $s \geq \max\left\{2m,\ m^* + \frac{m}{3}\right\}$, $m \geq 3$, $k \geq 0$ - целые числа. Пусть выполнены условия 4 - 6. Тогда для любого решения $v(x,t)$ задачи (1) - (3), принадлежащего пространству $H_{s,\alpha,\frac{2m}{3},k}(R_d^n)$ справедлива априорная оценка

$$\|v\|_{s,\alpha,\frac{2m}{3},k} \leq c\left(\|Av\|_{s-2m,\alpha,\frac{2m}{3},k} + \sum_{j=1}^{2}\|B_j v|_{t=0}\|_{s-m_j-\frac{2m(j-1)}{3}-\frac{m}{3},k}\right),$$

где постоянная $c > 0$ не зависит от v.

В главе 4 доказывается теорема о существовании и единственности решений краевой задачи (4) - (6). Доказаны следующие теоремы.

Теорема 7. При выполнении условий теоремы 5 для любых $F(x,t) \in H_{s-2m,\alpha,\frac{2m}{3}}(R_d^n)$, $G_j(x) \in H_{s-m_j-\frac{2m(j-1)}{3}-\frac{m}{3}}\left(R^{n-1}\right)$,$(j = 1; 2)$существует единственное решение задачи (4) - (6), принадлежащее пространству $H_{s,\alpha,\frac{2m}{3}}(R_d^n)$.

Теорема 8. При выполнении условий теоремы 6 для любых $F(x,t) \in H_{s-2m,\alpha,\frac{2m}{3},k}(R_d^n)$, $G_j(x) \in H_{s-m_j-\frac{2m(j-1)}{3}-\frac{m}{3},k}\left(R^{n-1}\right)$, $(j = 1; 2)$ существует единственное решение задачи (4) - (6), принадлежащее пространству $H_{s,\alpha,\frac{2m}{3},k}(R_d^n)$.

Публикации по теме диссертации

Статьи в журналах, рекомендованных ВАК:

1. Бунеев С.С. Априорная оценка решений одной краевой задачи в полосе для вырождающегося эллиптического уравнения высокого порядка / А.Д. Баев, С.С. Бунеев // Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики : сб. тр. междунар. конф., Воронеж, 26-28 сент. 2011 г. — Воронеж, 2011 .— С. 54-55.
2. Бунеев С.С. О существовании решений одной краевой задачи в полосе для вырождающегося эллиптического уравнения высокого порядка / А.Д. Баев, С.С. Бунеев // Современные проблемы прикладной математики, теории управления и математического моделирования (ПМТУММ-2011) : материалы IV междунар. науч. конф., Воронеж, 12-17 сент. 2011 г. — Воронеж, 2011 .— С. 16-17.
3. Бунеев С.С. Априорные оценки решений одной краевой задачи в полосе для эллиптического уравнения высокого порядка /С.С. Бунеев // Современные методы теории краевых задач. Материалы международной конференции «Понтрягинские чтения XXIII». Воронеж, 2012 .— С. 4 – 6.
4. Бунеев С.С. Априорные оценки решений краевых задач в полосе для одного класса вырождающихся эллиптических уравнений высокого порядка / А.Д. Баев, С.С. Бунеев // Известия высших учебных заведений. Математика .— Казань, 2012 .— № 7. - С. 50-53 .— ISSN 0021-3446.
5. Бунеев С.С. A Priori Estimates for Solutions of Boundary-Value Problems in a Band for a Class of Higher-Order Degenerate Elliptic Equations / А.Д. Баев, С.С. Бунеев // Russian Mathematics (Izvestiya VUZ. Matematika) .— 2012 .— Vol. 56, N. 7. - P. 44-46 .— ISSN 1066-369X.
6. Бунеев С.С. Анализ корректности одного класса математических моделей вырождающихся процессов / А.Д. Баев, С.С. Бунеев, О.А. Савина, Е.И. Трофимова, В.Е. Щербатых // Вестник Воронежского го-

сударственного университета. Сер. Системный анализ и информационные технологии .— Воронеж, 2012 .— № 2. - С.18-23 .— ISSN 1995-5499 .— ISSN 0234-5439.

7. Бунеев С.С. Теорема о существовании и единственности решения одной краевой задачи в полосе для вырождающегося эллиптического уравнения высокого порядка / А.Д. Баев, С.С. Бунеев // Известия Саратовского государственного университета. Сер. Математика. Механика. Информатика .— Саратов, 2012 .— Т. 12, вып. 3. - С.8-17 .— ISSN 1814-733X .— ISSN. 1816-9791.

8. Бунеев С.С. О корректности одной краевой задачи в полосе для вырождающегося эллиптичнского уравнения высокого порядка / С.С. Бунеев // Современные проблемы прикладной математики, теории управления и математического моделирования. [ПМТУММ-2012] : материалы V Междунар. конф., Воронеж, 11-16 сент.2012 г. — Воронеж, 2012 .— С. 55-57.

9. Бунеев С.С. Оценки решений одной краевой задачи в полосе для вырождающегося эллиптичнского уравнения высокого порядка / С.С. Бунеев // Современные проблемы прикладной математики, теории управления и математического моделирования. [ПМТУММ-2012] : материалы V Междунар. конф., Воронеж, 11-16 сент.2012 г. — Воронеж, 2012 .— С. 58-60.

10. Бунеев С.С. Априорная оценка решений одной краевой задачи в полосе для вырождающегося эллиптического уравнения высокого порядка / А.Д. Баев, С.С. Бунеев // Вестник Воронежского государственного университета. Сер. Физика. Математика .— Воронеж, 2012 .— № 1. - С. 81-92 .— ISSN 0234-5439 .— ISSN 1609-0705.

11. Бунеев С.С. Об одной краевой задаче в полосе для эллиптического уравнения высокого порядка, вырождающегося на границе области в уравнение третьего порядка/ С.С. Бунеев // Воронежская зимняя математическая школа С.Г. Крейна - 2012 : материалы международной конференции .— Воронеж, 2012 .— С. 37-39.

12. Бунеев С.С. Об одном классе краевых задач в полосе для вырождающихся эллиптических уравнений высокого порядка / А.Д. Баев, С.С. Бунеев // Доклады Академии Наук .— Москва, 2013 .— Т. 448, № 1. - С. 7-8 .— ISSN 0869-5652.
13. Бунеев С.С. On a Class of Boundary Value Problems in a Strip for Degenerate Higher-Order Elliptic Equations / А.Д. Баев, С.С. Бунеев // Doklady Mathematics .— Москва, 2013 .— Vol. 87, No. 1. - P. 1-2 .— ISSN 1064-5624.
14. Бунеев С.С. Об оценках решений одного вырождающегося эллиптического уравнения высокого порядка / С.С. Бунеев // Современные методы теории функций и смежные проблемы : материалы Воронежской зимней математической школы .— Воронеж, 2013 .— С. 36-38.
15. Бунеев С.С. существовании решений одной краевой задачи в полосе / С.С. Бунеев // Современные методы теории функций и смежные проблемы : материалы Воронежской зимней математической школы .— Воронеж, 2013 .— С. 33-35.
16. Бунеев С.С. Априорные оценки решений одного вырождающегося уравнения/ С.С. Бунеев // Современные методы теории краевых задач. Материалы международной конференции «Понтрягинские чтения – XXIV». - Воронеж, 2013.— С. 39-42.
17. Бунеев С.С. Существование решения одной краевой задачи в полосе для вырождающегося уравнения/ С.С. Бунеев // Современные методы теории краевых задач. Материалы международной конференции «Понтрягинские чтения – XXIV». - Воронеж, 2013.— С. 42-44.
18. Бунеев С.С. Об одной краевой задачи в полосе для вырождающегося эллиптического уравнения / С.С. Бунеев // Воронежская зимняя математическая школа С.Г. Крейна - 2014 : материалы международной конференции .— Воронеж, 2014 .— С. 71-73.
19. Бунеев С. С. О коэрцитивной разрешимости одной краевой задачи в полосе для вырождающегося эллиптического уравнения / С.С. Бунеев // Современные методы теории краевых задач. Материалы между-

народной конференции «Понтрягинские чтения – XXV». - Воронеж, 2014.— С. 23-25.

20. Бунеев С. С. О краевых задачах в полосе для вырождающихся уравнений/ А.Д. Баев, С.С. Бунеев // Современные методы теории функций и смежные проблемы. Материалы международной конференции «Воронежская зимняя математическая школа».— Воронеж, 2015 .— С. 168-170.

Работы [4], [6], [7], [10], [12] опубликованы в журналах из перечня рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ.