На правах рукописи

ПАРШИН МАКСИМ ИГОРЕВИЧ

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕКОТОРЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДВИЖЕНИЯ ТЕРМОВЯЗКОУПРУГИХ ЖИДКОСТЕЙ

01.01.02 — дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Воронеж – 2016

Работа выполнена в Воронежском государственном университете.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор Орлов Владимир Петрович

Официальные оппоненты: Левенштам Валерий Борисович, доктор физико-математических наук, доцент, Южный федеральный университет, кафедра алгебры и дискретной математики, профессор.

Ситник Сергей Михайлович, кандидат физико–математических наук, Воронежский институт МВД России, кафедра математики и моделирования систем, доцент.

Ведущая организация: Таврическая академия Крымского Федерального Университета имени В.И. Вернадского.

Защита состоится 29 марта 2016 г. в 16 часов 30 минут на заседании диссертационого совета Д 212.038.22 при Воронежском государственном университете по адресу: 394006, г. Воронеж, Университетская пл., 1, ауд. 335.

С диссертацией можно ознакомится в научной библиотеке Воронежского государственного университета, а также на сайте
http://www.science.vsu.ru/disserinfo&cand=2843

Автореферат разослан «   » января 2016г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 212.038.22 Гликлих Ю.Е.

Общая характеристика работы

Актуальность темы.

Изучение движения жидкости является источником большого числа задач в математике. Решение этих задач явилось побудительным мотивом для создания как новых, так и совершенствования классических математических методов.

В течение последних полутора столетий в основном изучались различные начально-краевые и краевые задачи для классических систем уравнений гидродинамики — системы уравнений Эйлера для идеальной жидкости и системы уравнений Навье—Стокса для ньютоновской жидкости. Последние исследовались многими авторами, такими как О.А. Ладыженская, Р. Темам, Ж. Лере, Ж. Л. Лионс и др.

В последние годы было замечено, что многие реальные среды, такие как различные полимерные растворы, суспензии, кровь, битумы, земная кора, бетон и другие по многим признакам близки к жидкостям, однако не описываются моделями ньютоновской гидродинамикой. Такие модели получили название "неньютоновские". Подобные модели были предложены Дж. Максвеллом, Кельвином, Фойгтом, а развиты в значителной степени благодаря работам Дж. Г. Олдройда.

Во многих реальных течениях жидкости необходимо учитывать как механические, так и явления, связанные с процессом теплопередачи. Это, в частности, отражается в зависимости коэффициентов реологического соотношения от температуры. Изменение температуры приводит к необходимости применять термодинамические соображения, например учитывать баланс энергии.

Тема данной диссертации как раз посвящена исследованию сплошных сред, динамика которых зависит от явления теплопередачи. Таким образом главным является вопрос изучения не отдельного уравнения Навье-Стокса, а связанной системы, так называемой термовязкоупругости, где вторым уравнением выступает уравнение следствия баланса энергии. Рассмотрение данной системы с переменными коэффициентами вязкости и теплопроводности соответственно приводят к значительным трудностям. Важным является установление разрешимости данных систем.

Таким образом, тема диссертации является вполне актуальной.

Цель работы.

Исследовать существование в плоском случае решений краевых задач, описывающих движение различных несжимаемых термовязкоупругих сред, близких к жидкостям. 1) Исследовать существования нелокального слабого решения системы термовязкоупругости типа Олдройда. 2) Исследовать существования нелокального слабого решения динамики термовязкоупругой среды с памятью вдоль траекторий движения для регуляризованной модели. 3) Исследовать существования нелокального сильного решения системы термовязкоупругости типа Навье-Стокса-Фурье-Олдройда. 4) Исследовать зависимость гладкости решений от гладкости исходных данных для системы термовязкоупругости типа Навье-Стокса-Фурье-Олдройда.

Методы исследований.

Для исследования поставленных задач и использовались идеи и методы нелинейного анализа и теории дифференциальных уравнений в частных производных, аппроксимационно-топологический метод исследования задач гидродинамики, теория пространств Соболевского типа.

Научная новизна.

Основные результаты диссертации являются новыми. Среди них выделим следующие:

1) Получена нелокальная слабая разрешимость системы термовязкоупругости типа Олдройда. 2) Получена нелокальная слабая разрешимость динамики термовязкоупругой среды с памятью вдоль траекторий движения для регуляризованной модели. 3) Получена нелокальная сильная разрешимость системы термовязкоупругости типа Навье-Стокса-Фурье-Олдройда. 4) Установлена зависимость гладкости решений от гладкости исходных данных для системы типа Навье-Стокса-Фурье-Олдройда.

Теоретическая и практическая значимость.

Работа носит теоретический характер. Полученные результаты могут применяться при исследовании динамики различных упругих сплошных сред.

Апробация работы.

Результаты диссертации докладывались и обсуждались на международных конференциях: «Крымская международная математическая конференция (КММК-2013)» (Судак, Украина 2013), «Международная конференция ВЗМШ С.Г. Крейна 2014» (Воронеж, Россия 2014), «Современные проблемы анализа динамических систем. Приложения в технике и технологиях. » (Воронеж, Россия 2014), «Международная конференция ВВМШ 2015» (Воронеж, Россия 2015), «Молодежный форум: технические и математические науки»(Воронеж, Россия 2015); на международных математических школах-симпозиумах: «Крымская Осенняя Математическая Школа–Симпозиум 2014» (Судак, Россия 2014), «Современные проблемы математики. Методы, модели, приложения»(Воронеж, Россия 2014); на математических школах: «Воронежская зимняя математическая школа «Современные методы теории функций и смежные проблемы» (Воронеж, Россия 2013), «Воронежская весенняя математическая школа «Понтрягинские чтения - XXV» (Воронеж, Россия 2014), «Воронежская зимняя математическая школа «Современные методы теории функций и смежные проблемы» (Воронеж, Россия 2015).

Публикации.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах [1]–[14]. Работы [3]–[7] опубликованы в журналах из перечня рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ. Из совместных работ [3]–[7] в диссертацию вошли только принадлежащие Паршину М.И. результаты.

Структура и объем диссертации.

Диссертация состоит из введения, 4 глав и списка литературы, включающего 70 источников. Общий объем диссертации 103 страницы.

Краткое содержание диссертации

Первая глава носит вспомогательный характер. В ней приводятся необходимые сведения из теории задач гидродинамики, использующиеся в дальнейших наших рассмотрениях.

Во второй главе, состоящей из 5 пунктов, исследуется разрешимость в слабом смысле начально-граничной задачи в модели динамики термовязкоупругой среды типа Олдройда.

В п. 2.1 производится постановка задачи и формулируется основной результат главы.

Пусть $\Omega \subset R^2$ – ограниченная область с границей $\partial\Omega \in C^2$.

В $Q_T = [0,T] \times \Omega$ рассматривается следующая начально-граничная задача

$$\partial v/\partial t + v_i \partial v/\partial x_i - \mathrm{Div}\,[\mu_1(\theta)\mathcal{E}(v)] - \mu_0 \triangle v - \\ -\mu_2 \int_0^t \mathrm{Div}[\mathcal{E}(v)(s,x)]ds + \nabla p = f, \quad \mathrm{div}\, v = 0 \text{ на } Q_T; \tag{1}$$

$$\mathrm{div}\, v = 0 \text{ на } Q_T; \tag{2}$$

$$v|_{t=0} = v^0 \text{ на } \Omega, v|_{\partial\Omega} = 0 \quad \text{на } [0,T]; \tag{3}$$

$$\partial\theta/\partial t + v_i \partial\theta/\partial x_i - \chi \triangle \theta = (\mu_0 + \mu_1(\theta))\mathcal{E}(v) : \mathcal{E}(v) + \\ +\mu_2 \int_0^t \mathrm{Div}[\mathcal{E}(v)(s,x)]ds : \mathcal{E}(v) + g \equiv G_1 + g \text{ на } Q_T; \tag{4}$$

$$\theta|_{t=0} = \theta^0 \text{ на } \Omega; \theta|_{\partial\Omega} = 0 \quad \text{на } [0,T]. \tag{5}$$

Введем следующие функциональные пространства

$$U(0,T) \equiv L_2(0,T;V) \cap W_1^1(0,T;V^{'}) \cap C_w(0,T;H),$$

$$\Upsilon \equiv L_p(0,T; \overset{\circ}{W}{}_p^1(\Omega)) \cap W_1^1(0,T;W_p^{-1}(\Omega)) \cap C_w(0,T;W_p^{1-2/p}(\Omega)),$$

$$1 < p < +\infty.$$

Определение 0.1 *Слабым решением задачи (1)-(5) называется пара (v,θ), где*

$$v \in U(0,T), \tag{6}$$

$$\theta \in \Upsilon, \tag{7}$$

удовлетворяющая соотношениям

$$\frac{d}{dt}(v,\varphi) - (v_i v, \frac{\partial\varphi}{\partial x_i}) + \mu_0(\mathcal{E}(v),\mathcal{E}(\varphi)) + \mu_1(\theta)(\mathcal{E}(v),\mathcal{E}(\varphi)) + \\ +\mu_2(\int_0^t \mathcal{E}(v)(s,x)\,ds, \mathcal{E}(\varphi)) = \langle f,\varphi\rangle \tag{8}$$

при всех $\varphi \in V$ в смысле распределений на [0,T] при п.в. t,

$$\frac{d}{dt}(\theta,\phi) - (v_i\theta, \frac{\partial\phi}{\partial x_i}) + \chi(\frac{\partial\theta}{\partial x_i}, \frac{\partial\phi}{\partial x_i}) =$$
$$\langle g,\phi\rangle + (\tilde{\mu}_1(\theta)\mathcal{E}(v) : \mathcal{E}(v), \phi) + \mu_2(\int_0^t (\mathcal{E}(v)(s,x) : \mathcal{E}(v)(t,x))\, ds, \phi), \tag{9}$$

где $\tilde{\mu}_1(\theta) = \mu_0 + \mu_1(\theta)$, в смысле распределений на $[0,T]$ для любых $\phi \in C_0^\infty(\Omega)$ при п.в. t, и условиям (3) и (5).

Знак $\langle\cdot,\cdot\rangle$ в (8) и (9) означает двойственность между V' и V и между $W_p^{-1}(\Omega)$ и $\overset{\circ}{W}{}_p^1(\Omega)$ соответственно.

Теорема 0.1 *Пусть функция $\mu_1(s) \in C^2(-\infty,+\infty)$, монотонно возрастает и*

$$0 < m_1^* < \mu_1(\theta) < m_1^{**},\ s \in (-\infty,+\infty), \tag{10}$$

$f \in L_2(0,T;V')$, $v^0 \in H$, $g \in L_1(0,T;H_p^{-2(1-1/p)}(\Omega))$, $\theta^0 \in W_p^{1-2/p}(\Omega))$. Тогда при $1 < p < 4/3$ существует по крайней мере одно слабое решение задачи (1)-(5).

В п. 2.2 рассматриваются вспомогательные задачи, доказывается их разрешимость для модели динамики термовязкоупругой среды типа Олдройда. Эти задачи рассматриваются в операторной трактовке. П. 2.3 посвящен построению аппроксимирующих задач для модели динамики термовязкоупругой среды типа Олдройда (1)-(5). Подходящие априорные оценки

$$\|v\|_{U(0,T)} =: \|\partial v/\partial t\|_{L_2(0,T;V'(\Omega))} + \|v\|_{0,1} + \sup_{0\le t\le T} |v(t,x)|_0 \le \tag{11}$$

$$M_1(\|f\|_{L_2(0,T;V')} + |v^0|_0),$$

$$\|\theta\|_\Upsilon =: \|\partial\theta/\partial t\|_{L_1(0,T;W_p^{-1}(\Omega))} + \|\theta\|_{L_p(0,T;W_p^1(\Omega))} +$$

$$+\sup\nolimits_{0\le t\le T} \|\theta(t,x)\|_{W_p^{1-2/p}(\Omega)} \le M_2(\|g\|_{L_1(0,T;H_p^{-2(1-1/p)}(\Omega))} + \tag{12}$$

$$\|\hat{g}\|_{L_1(0,T;L_1(\Omega))} + \|v\|_{0,1}^2 + \|\theta^0\|_{W_p^{1-2/p}(\Omega)})$$

дают сходимость последовательных приближений на достаточно малом временном промежутке в п. 2.4. П. 2.5 завершает доказательство основной теоремы 0.1.

Третья глава посвящена исследованию динамики термовязкоупругой среды с памятью, которая учитывает предыдущее состояние среды, вдоль траектории поля скоростей. В этом смысле мы говорим, что система уравнений термовязкоупругости обладает свойством памяти. Доказывается слабая нелокальная разрешимость. Для этого приходится дополнительно исследовать задачу Коши для системы ОДУ, порожденную полем скоростей v.

В п. 3.1 производится постановка задачи и формулируется основной результат главы 3 в виде теоремы. Получен результат.

Рассмотрим следующую систему уравнений

$$\partial v/\partial t + v_i \partial v/\partial x_i - \mathrm{Div}\,[\mu_1(\theta)\mathcal{E}(v)] - \mu_0 \triangle v - \\ -\mu_2 \textstyle\int_0^t \mathrm{Div}[\mathcal{E}(v)(s, z(s;t,x))]\,ds + \nabla p = f,\ \mathrm{div}\, v = 0 \text{ на } Q_T; \tag{13}$$

$$v|_{t=0} = v^0 \text{ на } \Omega, v|_{\partial\Omega} = 0 \quad \text{на } [0,T]; \tag{14}$$

$$\partial\theta/\partial t + v_i \partial\theta/\partial x_i - \chi \triangle\, \theta = (\mu_0 + \mu_1(\theta))\mathcal{E}(v) : \mathcal{E}(v) + \\ \mu_2 \textstyle\int_0^t \mathrm{Div}[\mathcal{E}(v)(s, z(s;t,x))]\,ds : \mathcal{E}(v) + g \equiv G_1 + g \text{ на } Q_T; \tag{15}$$

$$\theta|_{t=0} = \theta^0 \text{ на } \Omega; \theta|_{\partial\Omega} = 0 \quad \text{на } [0,T]. \tag{16}$$

Траектории движения частиц жидкости x определяются как решение задачи Коши в интегральной форме

$$z(\tau;t,x) = x + \int_t^\tau v(s, z(s;t,x))\,ds, \quad \tau, t \in [0,T], \quad x \in \Omega. \tag{17}$$

Однако, для случая, когда v соответствует слабому решению системы уравнений вязкоупругости, то есть $v \in L_2(0,T;V)$, неясна разрешимость этой задачи.

Поэтому из-за отсутствия достаточной гладкости поле скоростей v необходимо заменить на более гладкое, то есть произвети сглаживание (регуляризацию) поля v с помощью гладкого поля $\hat{v}$.

Для этого необходимо заменить уравнение (17) на регуляризованое уравнение

$$z(\tau;t,x)=x+\int_t^\tau \hat{v}(s,z(s;t,x))\,ds,\quad \tau,t\in[0,T],\quad x\in\Omega, \tag{18}$$

где $\hat{v}$ - некоторая регуляризация поля скоростей v.

При выводе системы (13)-(16), (18) предполагалось, что тензор напряжений среды является линейной комбинацией тензора скоростей деформации и памяти $\mu_2\int_0^t \mathcal{E}(s,z(s;t,x))\,ds$, а внутренння энергия линейно зависит от температуры.

Система (13)-(16), (18) описывает динамику вязкоупругой сплошной среды, которая помнит напряжения вдоль траектории движения частицы среды (функция $z(\tau;t,x)$).

Для этой системы получена слабая разрешимость для нелокального случая.

Введем следующие функциональные пространства

$$U'(0,T)\equiv L_2(0,T;V)\cap W_2^1(0,T;V')\cap C_w(0,T;H),$$

$$\Upsilon'\equiv L_1(0,T;W_p^1(\Omega))\cap W_1^1(0,T;W_p^{-1}(\Omega))\cap C_w(0,T;W_p^{1-2/p}(\Omega)),$$

$$1<p<+\infty.$$

Определение 0.2 *Слабым решением задачи (13)-(16) называется пара* (v,θ), *где*

$$v\in U'(0,T), \tag{19}$$

$$\begin{gathered}\theta\in\Upsilon',\\ 1<p<+\infty,\end{gathered} \tag{20}$$

удовлетворяющая соотношениям

$$\begin{gathered}d(v,\varphi)/dt-(v_iv,\partial\varphi/\partial x_i)+\mu_0(\mathcal{E}(v),\mathcal{E}(\varphi))+(\mu_1(\theta)\mathcal{E}(v),\mathcal{E}(\varphi))+\\ +\mu_2(\int_0^t \mathcal{E}(v)(s,z(s;t,x))\,ds,\mathcal{E}(\varphi))=\langle f,\varphi\rangle\end{gathered} \tag{21}$$

при всех $\varphi \in V$ в смысле распределений на [0,T] при п.в. t,

$$d(\theta,\phi)/dt - (v_i\theta, \partial\phi/\partial x_i) + \chi(\partial\theta/\partial x_i, \partial\phi/\partial x_i) =$$

$$\langle g,\phi\rangle + (\tilde{\mu}_1(\theta)\mathcal{E}(v) : \mathcal{E}(v), \phi) + \tag{22}$$

$$\mu_2(\textstyle\int_0^t (\mathcal{E}(v)(s, z(s;t,x)) : \mathcal{E}(v)(t,x))\, ds, \phi),$$

где $\tilde{\mu}_1(\theta) = \mu_0 + \mu_1(\theta)$, в смысле распределений на $[0,T]$ для любых $\phi \in C_0^\infty(\Omega)$ при п.в. t, и условиям (14) и (16).

Теорема 0.2 *Пусть функция $\mu_1(s) \in C^2(-\infty,+\infty)$, монотонно возрастает и*

$$0 < m_1^* < \mu_1(s) < m_1^{**},\ s \in (-\infty,+\infty), \tag{23}$$

$f \in L_2(0,T;V')$, $v^0 \in H$, $g \in L_1(0,T;H_p^{-2(1-1/p)}(\Omega))$, $\theta^0 \in W_p^{1-2/p}(\Omega))$. Тогда при $1 < p < 4/3$ существует по крайней мере одно решение задачи (13)-(16).

В п. 3.2 рассматриваются вспомогательные задачи, доказывается их разрешимость для модели динамики термовязкоупругой среды с памятью. П. 3.3 посвящен построению аппроксимирующих задач для модели динамики термовязкоупругой среды с памятью. В п. 3.4 с помощью перехода к пределу доказывается сходимость последовательных приближений . П. 3.5 завершает доказательство основной теоремы 0.2.

Четвертая глава посвящена доказательству существования сильных решений начально-граничных задач динамики термовязкоупругой среды типа Навье-Стокса-Фурье-Олдройда.

Четвертая глава включает в себя 6 пунктов. Сначала устанавливается локальная разрешимость.

В п. 4.1 производится постановка задачи и формулируется результат о локальной разрешимости.

Рассмотрим следующую начально-граничную задачу

$$\partial v/\partial t + v_i \partial v/\partial x_i - \mathrm{Div}[\mu(\theta)\mathcal{E}(v)] + \nabla p =$$

$$= f + \mu_0 \mathrm{Div} \int_0^t [\mathcal{E}(v)(s,x)] ds, \mathrm{div}\, v = 0 \text{ на } Q_T = [0,T] \times \Omega; \tag{24}$$

$$\partial\theta/\partial t + v_i\partial\theta/\partial x_i - \mathrm{Div}[k(\theta)\nabla\,\theta] = \mu(\theta)|\mathcal{E}(v)|^2 +$$
$$+\mu_0\mathcal{E}(v) : \int_0^t [\mathcal{E}(v)(s,x)]ds + g \text{ на } Q_T; \tag{25}$$

$$v|_{t=0} = v^0 \text{ на } \Omega, v|_{\partial\Omega} = 0 \quad \text{на } [0,T]; \tag{26}$$

$$\theta|_{t=0} = \theta^0 \text{ на } \Omega; \theta|_{\partial\Omega} = 0 \quad \text{на } [0,T]. \tag{27}$$

В случае, когда $\mu_0 = 0$ эта система называется системой Навье-Стокса-Фурье. При $\mu_0 \neq 0$ эта система является системой Олдройдовского типа.

Введем следующие функциональные пространства

$$W_1 = W_2^1(0,T;H) \cap L_2(0,T;W_{2,0}^2(\Omega)^{(2)} \cap H),$$

$$W_2 = W_2^1(0,T;L_2(\Omega)) \cap L_2(0,T;W_{2,0}^2(\Omega)).$$

Потребуем выполнения следующих условий:

1) $\mu, k \in C(-\infty,\infty)$, причем

$$0 < \mu_0 \leq \mu(s) \leq \mu_1, |\mu^{'}(s)| \leq \mu_2, s \in (-\infty,\infty); \tag{28}$$

$$0 < k_0 \leq k(s) \leq k_1, |k^{'}(s)| \leq k_2, s \in (-\infty,\infty). \tag{29}$$

2) $v^0 \in W_{2,0}^2(\Omega)^{(2)} \cap V$, $\theta^0 \in W_{2,0}^2(\Omega)$,

$$\nabla v^0 \cdot n = 0, \nabla\theta^0 \cdot n = 0 \text{ на } Q_T, \tag{30}$$

где n – внешняя нормаль к $\partial\Omega$.

Определение 0.3 *Сильным решением задачи (24)-(27) называется пара (v,θ), где*

$$v \in W_1; \tag{31}$$

$$\theta \in W_2; \tag{32}$$

такая, что выполняются уравнения

$$\partial v/\partial t + \mathcal{P} v_i \partial v/\partial x_i - \mathcal{P} Div(\mu_0 \mathcal{E}) =$$
$$\mathcal{P} f + \mu_2 \mathcal{P} Div(\int_0^t \mathcal{E}(v)(s,x)\, ds \tag{33}$$

и (25) *при п.в.* t *и условия* (26), (27).

Теорема 0.3 *Пусть функция* $f \in W_2^1(0,T:H)$, $v^0 \in W_{2,0}^2(\Omega)^{(2)} \cap H$, $g \in W_2^1(0,T:L_2(\Omega))$, $\theta^0 \in W_{2,0}^2(\Omega)$. *Пусть выполняются условия* (28)-(30), μ_2 *и* k_2 *из (28) и (29) достаточно малы. Тогда задача (24) - (27) имеет единственное решение при достаточно малом* $T > 0$.

В п. 4.2 рассматриваются вспомогательные задачи, аппроксимирующие задачу (24) - (27), доказывается их разрешимость. Эти задачи рассматриваются в операторной трактовке. П. 4.3 посвящен последовательному решению вспомогательных задач. Ключевым моментом доказательства является наличие априорных оценок (34) - (37), которые дают сходимость последовательных приближений на достаточно малом временном промежутке:

$$\|v\|_{2,0} + \sup_{0\le t\le T} |v(t,x)|_1 \le M_1(\|w\|_0 + |v^0|_1), \tag{34}$$

$$\|v_x\|_{L_4(Q_T)} \le M_2(\|w\|_0 + |v^0|_1), \tag{35}$$

$$\|v^{'}\|_{L_4(Q_T)} \le M_3(\|w\|_{1,0} + |v^0|_2), \tag{36}$$

$$\|\theta\|_{2,1} + \|\theta'\|_{L_4(Q_T)} + \|\theta\|_{W_4^{1,1}(Q_T)} \le M_4, \tag{37}$$

где $M_i = \Phi_i(\|\theta\|_{W_4^{1,1}}(Q_T))$, а $\Phi_i(s)$ – некоторые монотонные функции от s, i =1, 2, 3, а $M_4 = \Phi_4(\|f\|_{0,1}, \|g\|_{0,1}, |v^0|_2, |\theta^0|_2, \|\xi\|_{W_4^{1,1}(Q_T)})$, а $\Phi_4(s_1,s_2,s_3,s_4,s_5)$ - монотонная непрерывная функция своих аргументов.

Далее устанавливается нелокальная разрешимость задачи (24) - (27).

В п. 4.4 производится постановка задачи и формулируется основной результат главы.

Рассматривается начально-граничная задача (24)-(27).

Потребуем выполнения условий 1)-2) и следующего условия

a) $f \in W_2^1(0,T:H)$, $g \in W_2^1(0,T:L_2(\Omega))$.

При доказательстве сильной разрешимости мы следуем схеме, разработанной L. Consiglieri, которая основывается на вариационной постановке данной задачи и свойств решения вариационной задачи. Поэтому дадим вариационную формулировку системы (24)-(27)

$$\int_0^T(\partial_t v,\varphi)\,dt + \int_0^T(\mu(\theta)\mathcal{E}(v):\mathcal{E}(v))\,dt + \int_0^T((v\cdot\nabla v)v,\varphi)\,dt =$$

$$\int_0^T(f,v)\,dt + \mu_0\int_0^T(\int_0^t \mathcal{E}(v)\,ds, \mathcal{E}(\varphi))\,dt \tag{38}$$

$$\forall\varphi \in L_2(0,T;V), v|_{t=0} = v^0 \text{ в } \Omega;$$

$$\int_0^T(\partial_t\theta,\psi)\,dt + \int_0^T(k(\theta)\nabla\theta,\nabla\psi)\,dt + \int_0^T(v_i\partial\theta/\partial x_i,\psi)\,dt =$$

$$\int_0^T(\mu(\theta)|\mathcal{E}(v)|^2,\psi)\,dt + \mu_0\int_0^T(\int_0^t \mathcal{E}(v)\,ds : \mathcal{E}(v),\psi)\,dt \tag{39}$$

$$\forall\psi \in L_2(0,T;\overset{\circ}{W}{}_2^1(\Omega)), \theta|_{t=0} = \theta^0 \text{ в } \Omega.$$

Определение 0.4 *Сильным решением задачи* (24)-(27) *называется пара* (v,θ)*, где*

$$v \in W_1; \tag{40}$$

$$\theta \in W_2; \tag{41}$$

такая, что выполняются соотношения (38) и (39).

Теорема 0.4 *Пусть выполнены условия 1) ,2) и* a) *. Пусть μ_2 и k_2 из (28) и (29) достаточно малы. Тогда существует единственное сильное решение задачи* (24)-(27).

В пункте 4.5 рассматривается начально-граничная задача для системы вязкоупругости типа Олдройда с переменной вязкостью и начально-граничной задачи для уравнения сохранения энергии с переменным коэффициентом теплопроводности и интегральной частью. Разрешимость этих задач устанавливается путем сведения к операторным уравнениям, для разрешимости которых применяется принцип сжимающих отображений.

Список публикаций по теме диссертации

[1] Орлов, В.П. Разрешимость одной регуляризованной задачи термовязкоупругости/ В.П. Орлов, М.И. Паршин // КММК-2013, Крым, Судак, пансионат «Звездный» , 22.09.2013-04.10.2013. Сборник тезисов. – 2013.

[2] Орлов, В.П. О сильных решениях одной модели термовязкоупругости / В.П. Орлов, М.И. Паршин // КРОМШ-2014. Судак, Российская Федерация, 21-30 сентября. Сборник тезисов. – 2014. – С. 94.

[3] Орлов, В.П. Об одной задаче динамики термовязкоупругости среды типа Олдройда / В.П. Орлов, М.И. Паршин // Известия ВУЗов. Математика. – 2014. – № 5. –С. 68–74.

[4] Орлов, В.П.Слабая разрешимость одной моделидинамики термовязкоупругой среды / В.П Орлов., М.И. Паршин// Вестник ВГУ. Серия: Физика. Математика. – 2014. – № 3. – С. 136-151.

[5] Орлов, В.П.О сильных решениях одной модели термовязкоупругости типа Олдройда / В.П Орлов., М.И. Паршин// Вестник ЮУрГУ. Серия «Математическое моделирование и программирование. – 2014. – Т. 7, №3. – С. 69-76.

[6] Орлов, В.П.Об одной задаче динамики термовязкоупругой среды с памятью / В.П Орлов., М.И. Паршин// Журнал вычислительной математики и математической физики. - 2015. - Т. 55, №4. - С. 653-668.

[7] Orlov V.P.On strong solutions for a Navier-Stokes-Fourier-Oldroid system / V.P. Orlov, M.I. Parshin, V.G. Zvyagin // Contemporary Analysis and Applied Mathematics. - 2014. - Vol.2, No2. - pp. 277-289.

[8] Паршин М. И. О разрешимости одного операторного уравнения / М. И. Паршин // Актуальные направления научных исследований XXI века:теория и практика. 18-19 ноября 2014 г, Воронеж. Сборник научных трудов - 2014. - №5. - часть 2. - С. 46-49.

[9] Паршин, М.И. Об одной задаче параболического типа / М.И. Паршин // Материалы международной конференции Воронежская зимняя математическая школа, 27 января - 2 февраля 2015 г., Воронеж. – 2015. – С. 95-96.

[10] Паршин, М.И. О сильном решении одной задачи параболического типа /М.И. Паршин// Вестник факультета прикладной математики, информатики и механики. – 2015. – Выпуск. 10. –Часть 1. – С. 193-201.

[11] Паршин, М.И. О слабом решении одной задачи параболического типа /М.И. Паршин// Вестник факультета прикладной математики, информатики и механики. – 2015. – Выпуск. 10. –Часть 1. – С. 201-207.

[12] Паршин, М. И. О существовании слабых решений модели динамики термовязкоупругой среды с памятью / М. И. Паршин // Вестник ЛГПУ.Серия МИФЕ. Липецк ЛГПУ. - 2015. - Вып.1 (16). - С. 30-36.

[13] Паршин, М.И. Об одном операторном уравнении / М.И. Паршин // Современные методы теории краевых задач. Материалы международной конференции Воронежская весенняя математическая школа, 23 мая — 9 мая 2015 г., Воронеж. – 2015. – С. 160-161.

[14] Паршин, М. И. О существовании слабых решений модели динамики термовязкоупругой среды типа Олдройда / М. И. Паршин // Вестник ЛГПУ. Серия МИФЕ. Липецк ЛГПУ. - 2015. - Вып.2 (18). - С. 40-45.

Работы [3]–[7] опубликованы в журналах из перечня рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ.