

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

На правах рукописи



Иванков Александр Юрьевич

**МОДЕЛИ И АЛГОРИТМЫ ОБРАБОТКИ ИЗОБРАЖЕНИЙ ДЛЯ
ПОСТРОЕНИЯ СВЕРХРАЗРЕШЕНИЯ В УСЛОВИЯХ
АПЛИКАТИВНЫХ ПОМЕХ**

Специальность 05.13.01 –
«Системный анализ, управление и обработка информации (радиотехника,
автоматика, связь)»

Диссертация
на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук

Научный руководитель
доктор технических наук
профессор А. А. Сирота

Воронеж – 2016

Содержание

Введение.....	5
1. Анализ известных моделей и методов построения сверхразрешения при обработке изображений	17
1.1. Анализ известных методов и алгоритмов построения сверхразрешения и восстановления изображений	17
1.1.1. Анализ известных методов и алгоритмов построения сверхразрешения	19
1.1.2. Анализ известных методов и алгоритмов восстановления изображений в условиях аппликативных помех	30
1.2. Модели изображений и аппликативных помех как реализаций случайных полей.....	41
1.2.1. Моделирование изображений как реализаций случайных полей.....	41
1.2.2. Моделирование аппликативных помех	44
1.3. Модель построения сверхразрешения на основе алгоритмов калмановской (марковской) фильтрации.....	46
1.3.1. Постановка задачи построения сверхразрешения на основе оптимальной линейной фильтрации.....	46
1.3.2. Общий подход к решению задачи построения сверхразрешения на основе оптимальной линейной фильтрации	50
Выводы по разделу.....	51
2. Модели и алгоритмы фильтрации последовательности изображений для построения сверхразрешения в блочной форме	53
2.1. Постановка задачи фильтрации последовательности изображений в блочной форме.....	54

2.2. Синтез алгоритмов фильтрации последовательности изображений в блочной форме.....	61
2.3. Анализ алгоритмов фильтрации последовательности изображений в блочной форме.....	69
Выводы по разделу.....	78
3. Модели и алгоритмы фильтрации последовательности изображений для построения сверхразрешения в условиях пропусков и ложных наблюдений аппликативного характера.....	81
3.1. Модели и алгоритмы фильтрации последовательности изображений для построения сверхразрешения в условиях пропусков.....	82
3.2. Модели и алгоритмы фильтрации последовательности изображений для построения сверхразрешения в условиях ложных наблюдений.....	100
3.3. Метод включения результатов независимой сегментации в процесс обработки последовательности наблюдений для построения сверхразрешения в условиях пропусков и ложных наблюдений.....	112
3.3.1. Особенности включения в процесс обработки наблюдений результатов пороговой сегментации.....	118
3.3.2. Особенности включения в процесс обработки наблюдений результатов сегментации на основе графовых представлений.....	124
3.3.3. Особенности включения в процесс обработки наблюдений результатов сегментации на основе алгоритма k-средних.....	133
3.4. Экспериментальные исследования алгоритмов построения сверхразрешения при обработке изображений земной поверхности в условиях аппликативных помех.....	142
Выводы по разделу.....	146

4. Синтез и анализ алгоритмов обработки видеопоследовательностей для построения сверхразрешения с включением оценки межкадровых сдвигов	149
4.1. Синтез и анализ алгоритма адаптивной фильтрации на основе метода разделения.....	149
4.2. Экспериментальные исследования алгоритма адаптивной фильтрации..	160
Выводы по разделу.....	168
Заключение	170
Список использованных источников	174

Введение

Актуальность темы работы. В настоящее время широкое распространение различные системы обработки графической информации, представленной в виде цифровых изображений и видеопоследовательностей. К ним относятся системы управления и принятия решений, системы видеонаблюдения, системы технической и медицинской диагностики, средства цифровой фотографии, комплексы дистанционного мониторинга. Эффективность работы многих из них зависит от качества исходных обрабатываемых материалов и предполагает наличие определенной степени детализации снимков и кадров. Очевидно, что при повышении числа элементов (пикселей) растрового изображения, количество информации о наблюдаемом объекте или сцене, которое способно обеспечить данное изображение, увеличивается, при условии, что информацию об объекте (сцене) наблюдения, вносимая новыми пикселями, не представлена в исходных элементах. Показателем плотности пикселей, характеризующим число элементов, приходящихся на единицу площади или длины растрового изображения, является пространственное разрешение. Высокое разрешение является одним из основных требований, предъявляемых к добываемым графическим данным, выполнение которого сопряжено с рядом физических и технических ограничений средств, используемых для получения изображений.

Другое требование связано с необходимостью компенсации помех возникающих при регистрации изображений и их передаче в каналах связи. Влияние помех может носить как аддитивный, так и аппликативный характер. Аппликативные помехи проявляются в возникновении на изображениях импульсного шума, пораженных участков, локальных областей закрытия и, в целом, приводят к получению аномальных наблюдений, что затрудняет последующую обработку изображений.

Для обеспечения эффективного функционирования систем обработки изображений при низком качестве исходных фото - и видеоматериалов,

обусловленных недостаточным разрешением и сложными условиями наблюдения, необходима реализация принципа равнопрочности средств (датчиков) первичных наблюдений и алгоритмов вторичной обработки первичной измерительной информации, позволяющих повысить детализацию графических данных, уменьшить влияние аддитивных шумов и обеспечить компенсацию аппликативных помех. Исследования вопросов обработки изображений (сегментации и фильтрации, обнаружения объектов) в условиях помех, в том числе и аппликативного характера, проводилась в ряде работ отечественных и зарубежных ученых А.П. Трифонова, Р.В. Куцова, А.Л. Приорова, И.В. Апалькова, В.В. Хрящева, А.А. Сироты, П.В. Калинина, М.Н. Лантюхова, В.Г. Попова, W. Pratt, R. Gonzalez, R. Wood, S. Gould, K.M. Singh, T. Chen, K. Arakawa, M. Bertalmio, B.A. Olshausen и др.

Известно, что повышение пространственного разрешения получаемых снимков и кадров возможно за счёт объединения информации из нескольких источников – изображений интересующего объекта или сцены – при условии наличия субпиксельных (не кратных целому пикселю) смещений между изображениями, либо между образами интересующего объекта на изображениях. Алгоритмы, способные создавать изображения большей размерности, и, соответственно, детальности отображения объектов, основанные на использовании информации, получаемой от совокупности исходных изображений меньшей размерности, известны как алгоритмы построения суперразрешения изображений [1-42]. Суперразрешением называется способ использования нескольких изображений одного объекта (сцены) для создания изображения большего разрешения [1].

За последние три десятилетия разработано множество алгоритмов построения суперразрешения: с использованием одного [2-7] или нескольких изображений низкого разрешения [14-42], работающих в частотной [8-12] или пространственной области [13-42]. Исследования по данной проблематике выполнены в работах С.В. Блажевича, Е.С. Кавиевой, Г.И. Василенко, А.М.

Тараторина, М.В. Журавеля, Б.А. Михайлова, А.В. Ращупкина, M. Elad, A. Feuer, R.C. Hardie, M. Irani, S. Peleg, R.L. Lagendijk, J. Biemond, T.S. Huang, N. Nguyen, L.C. Pickup, A.M. Tekalp, A.J. Patti и др. В тоже время, следует отметить, что известные методы построения сверхразрешения обладают общим недостатком – чувствительностью к адекватности используемых моделей системы формирования изображений реальным условиям наблюдения, которые связаны с возникновением аномальных значений интенсивности в элементах обрабатываемых изображений, а также других неопределенностей и возмущений. В частности, недостаточно внимания уделялось задаче совместной с построением сверхразрешения оценки величины субпиксельных сдвигов, а также других неизвестных параметров, сопутствующих наблюдениям.

Известны также методы к устранению на отдельных изображениях пораженных участков и фрагментов с аномальными значениями яркости [43-75]. Здесь применяются самые разные подходы, основанные, прежде всего на применении эвристических алгоритмов улучшения изображения, например, алгоритмов медианной фильтрации и их модификаций [44-51]. Потенциально, наиболее эффективный подход основан на применении методов оптимальной нелинейной фильтрации изображений [52-59], однако реализация подобных алгоритмов является, в общем случае, сложной и, подчас, не решаемой задачей, так как она сопряжена с обработкой огромных объемов данных, особенно в случае анализа изображений. Одним из вариантов снижения вычислительной сложности задачи является использование квазиоптимальных (оптимальных в классе линейных) алгоритмов фильтрации, адаптированных в интересах обработки изображений небольшими фрагментами – блоками [32-42, 60-62]. Подобная декомпозиция процесса фильтрации изображений должна учитывать возникновение возможных искажений яркости на краях блоков изображений, полученных в результате обработки (так называемый краевой эффект [32, 34-40]), и обеспечивать их компенсацию.

Таким образом, можно считать, что весьма важной научной задачей, которую целесообразно решать в интересах повышения качества обработки первичной измерительной информации в рассматриваемых системах, является задача обоснования моделей и алгоритмов построения сверхразрешения изображений, позволяющих учитывать влияние аномальных воздействий и осуществлять компенсацию аппликативных помех на обрабатываемых снимках или кадрах. Представляет также интерес синтез алгоритмов повышения разрешения, позволяющих одновременно проводить точную (субпиксельную) оценку смещений между интересующими объектами или сценой на обрабатываемых изображениях и принимающих на вход только «грубые» (с точностью до целых значений пикселей) оценки межкадровых сдвигов.

Таким образом, тема диссертации, посвященная разработке моделей и алгоритмов фильтрации изображений для построения сверхразрешения в условиях аппликативных помех, является актуальной.

Тема входит в план научно-исследовательских работ ВГУ по кафедре технологий обработки и защиты информации и непосредственно связана с научным направлением Воронежского государственного университета «Математическое моделирование, программное и информационное обеспечение, методы вычислительной и прикладной математики и их применение к фундаментальным и прикладным исследованиям в естественных науках».

Область исследования. Диссертация соответствует специальности 05.13.01 – «Системный анализ, управление и обработка информации» по следующим пунктам паспорта специальности:

- разработка методов и алгоритмов решения задач системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений и обработки информации (п. 4 паспорта специальности 05.13.01);

- визуализация, трансформация и анализ информации на основе компьютерных методов обработки информации (п. 12 паспорта специальности 05.13.01).

Цель и задачи исследования. Целью диссертации является обоснование и исследование моделей и алгоритмов обработки последовательности изображений на основе использования методов оптимальной фильтрации и сегментации в интересах повышения разрешения в условиях аддитивных и аппликативных помех.

Для достижения цели в работе рассматриваются и решаются следующие задачи:

1. Анализ известных методов построения сверхразрешения при обработке последовательностей изображений, а также алгоритмов улучшения качества изображений в условиях импульсных и аппликативных помех.

2. Разработка и исследование моделей и алгоритмов оптимальной линейной фильтрации в интересах построения сверхразрешения на основе блочной обработки последовательности изображений.

3. Разработка и исследование моделей и алгоритмов нелинейной (условно-линейной) фильтрации последовательности изображений для построения сверхразрешения в условиях пропусков и наличия ложных наблюдений аппликативного характера.

4. Синтез и анализ алгоритмов обработки видеопоследовательностей для построения сверхразрешения с оценкой параметров функции рассеяния фотоприемника и субпиксельных сдвигов.

Объектом исследования являются системы обработки информации и реализуемые в них процессы анализа цифровых изображений.

Предметом исследования является модели и алгоритмы обработки цифровых изображений, искаженных аддитивными и аппликативными помехами, используемые в интересах повышения разрешения и улучшения их результирующего качества.

Методы проведения исследования. При решении поставленных в диссертации задач использовались методы математического анализа, теории вероятностей и математической статистики, теории случайных полей, линейной алгебры, теории графов, теории обратных задач, методы оптимизации, методы

оптимальной марковской фильтрации, теории цифровой обработки сигналов и изображений, а также технологии статистического имитационного моделирования.

Основные результаты, выносимые на защиту, и их научная новизна. В работе впервые получены или достаточно подробно развиты следующие результаты.

1. Модели и алгоритмы построения сверхразрешения изображений на основе методов оптимальной линейной фильтрации при обработке последовательности изображений в блочной форме, обеспечивающие сокращение объема вычислений при анализе изображений большого размера.

2. Модели и алгоритмы построения сверхразрешения на основе оптимальной линейной фильтрации, обеспечивающие обработку в условиях пропусков элементов изображений и воздействия аппликативных помех, проявляющихся в виде импульсного шума или локальных областей закрытия.

3. Модели и алгоритмы построения сверхразрешения на основе нелинейной (условно-линейной) фильтрации с использованием предложенного метода включения в процесс обработки последовательности изображений низкого разрешения результатов сегментации, представленных в вероятностной форме с целью индикации областей, подверженных влиянию аппликативных искажений.

4. Адаптивные алгоритмы построения сверхразрешения последовательностей изображений на основе нелинейной фильтрации в соответствии с принципом разделения в условиях неизвестных параметров наблюдения.

Научная новизна полученных результатов определяется следующим.

1. Поставлена и решена задача реализации блочной декомпозиции процесса оптимальной фильтрации для достижения эффекта сверхразрешения на основе обработки последовательности изображений в интересах повышения быстродействия, сокращения размерности при выполнении матричных преобразований данных и обеспечения возможности параллельной обработки.

Доказано утверждение об оптимальности оценок ненаблюдаемых изображений высокого разрешения при блочной декомпозиции процесса оптимальной фильтрации. Предложены различные варианты компенсации краевых эффектов, проявляющихся на изображениях при реализации блочной обработки.

2. В ходе синтеза и анализа оптимальных в классе линейных и нелинейных (условно-линейных) алгоритмов фильтрации последовательности изображений использована блочная декомпозиция для построения сверхразрешения в условиях пропусков и наличия ложных наблюдений аппликативного характера. Введена модель наблюдений, предполагающая наличие однозначно идентифицированных пропусков информации в элементах наблюдаемых изображений низкого разрешения, а также наличие мешающей (ложной) информации в компонентах вектора наблюдений, задание которой основано на введении априорного вероятностного описания. Предложенные алгоритмы фильтрации исследованы как для моделей, предполагающих некоррелированный характер возникновения пропусков и/или ложных наблюдений в компонентах наблюдений, так и наличие коррелированных по пространству пропусков и/или ложных наблюдений, которые проявляются на наблюдаемых изображениях в форме локальных областей закрытия аппликативного характера.

3. Предложен метод включения результатов сегментации, представленных в вероятностной форме, в процесс обработки последовательности наблюдений для построения сверхразрешения. Метод основан на формировании дополнительной информативной составляющей относительно областей локализации участков полезного изображения и областей, искаженных помехой, что позволяет получить апостериорные вероятностные описания появления ложных наблюдений аппликативной характера на каждом изображении. Рассмотрено три варианта построения условно-линейного фильтра с включением различных типов алгоритмов сегментации: алгоритмов пороговой сегментации, алгоритмов с определением минимального разреза графа, строящегося на основе значений элементов обрабатываемого изображения, а также алгоритмов классификации по

методу k -средних. Для условно-линейного фильтра на основе сегментации с включением алгоритма k -средних получены оценки верхней границы качества классификации.

4. Поставлена и решена задача синтеза адаптивного нелинейного алгоритма фильтрации, включающего в общий процесс обработки оценку неизвестных параметров наблюдаемой последовательности изображений (субпиксельных смещений и функции рассеяния фотоприемника). Выполнено исследование алгоритмов адаптивной фильтрации в блочной форме, в которых процесс адаптации осуществляется на основе теоремы разделения (D. Lainiotis) по отношению к неизвестным значениям дополнительно оцениваемых параметров. Установлено наличие повышения качества оцениваемых изображений высокого разрешения по сравнению с алгоритмами построения суперразрешения, основанными на использовании оценок оптического потока по обрабатываемым изображениям низкого разрешения.

Достоверность результатов работы. Результаты исследований, сформулированные в диссертации, получены на основе корректного использования взаимно дополняющих друг друга теоретических и экспериментальных (имитационное моделирование, обработка реальных изображений) методов исследований. Их достоверность также подтверждается совпадением результатов, полученных различными методами, между собой.

Результаты, полученные на основе математического моделирования и вывода аналитических соотношений, хорошо согласуются с результатами статистического моделирования на ЭВМ.

Корректность разработанных алгоритмов построения суперразрешения и улучшения искаженных изображений подтверждена результатами проведенных экспериментов как для реализаций случайных полей, так и реальных изображений.

В целом полученные в диссертации выводы и рекомендации формулировались на основе всестороннего обсуждения результатов исследований, допускают ясное физическое истолкование, имеют понятную содержательную

трактовку и совпадают в ряде частных случаев с известными результатами, полученными другими авторами.

Таким образом, полученные результаты и выводы, изложенные в диссертации, являются достаточно обоснованными и достоверными.

Значимость для науки и практики. Основные теоретические и экспериментальные результаты диссертации отвечают потребностям важного направления развития систем обработки изображений – получения изображений с более высоким качеством и разрешением в условиях физических и технических ограничений средств наблюдения и наличия аддитивных и аппликативных помех. Полученные аналитические выражения и зависимости для характеристик синтезированных алгоритмов позволяют обоснованно выбрать необходимый алгоритм в соответствии с требованиями, предъявляемыми к показателям качества обработки информации.

Разработанные модели и алгоритмы построения сверхразрешения изображений на основе методов оптимальной фильтрации, адаптированные к блочной обработке, определяют возможность их применения для анализа изображений большой размерности в задачах компьютерного зрения и аэрокосмического мониторинга. Предложенные модели и алгоритмы построения сверхразрешения адаптированы к ситуациям пропусков фрагментов изображений и воздействию аппликативных помех, что делает их применимыми в широком спектре условий функционирования современных управляющих и информационно-измерительных систем.

Результаты диссертационной работы имеют практическое значение для разработки специального математического и программного обеспечения в интересах автоматической обработки изображений в системах технической и медицинской диагностики, пассивной оптической локации, дистанционного аэрокосмического мониторинга и видеонаблюдения.

Реализация результатов работы. Полученные в диссертации результаты в части разработки алгоритмов обработки изображений использованы при

выполнении НИР «Аркан-ВГУ», постановке и выполнении НИР «Туманность-ВГУ», а также в учебном процессе ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет».

Личный вклад автора. Основные результаты по теме диссертации получены лично автором и опубликованы в соавторстве с научным руководителем. В совместных работах с научным руководителем последнему принадлежит постановка задачи и определение направления исследований. Автору принадлежит проведение рассуждений, обоснование используемых математических моделей и вывод аналитических соотношений, необходимых для решения поставленных задач, разработка алгоритмов обработки информации, организация экспериментов для их исследования, анализ и интерпретация полученных результатов, а также разработка программных модулей для средств анализа изображений.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 11 работ [32-42], в том числе 4 статьи в изданиях, рекомендованных ВАК.

Апробация работы. Основные положения диссертационной работы докладывались и обсуждались: на XIV, XV и XVI Международной научно-технической конференции «Кибернетика и высокие технологии XXI века» (г. Воронеж) в 2013, 2014 и 2015 годах; на XIII и XIV Международных конференциях «Информатика: проблемы, методология, технологии» (г. Воронеж) в 2013 и 2014 годах; на V Международной научной конференции «Фундаментальные проблемы системной безопасности и устойчивости» (г. Елец) в 2014 году; на региональной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Инновационные технологии на базе фундаментальных научных разработок» в 2013 году.

Объем и структура диссертационной работы. Диссертация состоит из введения, четырех разделов, заключения и списка литературы из 88 наименований. Объем диссертации составляет 172 страницы текста, включая 36 рисунков, 3 таблицы и 10 страниц списка литературы.

В первом разделе диссертации рассматриваются известные модели и алгоритмы построения сверхразрешения изображений, а также подходы к восстановлению изображений в условиях импульсных и аппликативных помех. Рассматриваются подходы моделирования изображений как реализаций случайных полей, а также алгоритмы моделирования аппликативных помех на изображениях, полученные в ранее выполненных работах.

Во втором разделе рассматривается задача блочной декомпозиции процесса оптимальной фильтрации в интересах построения сверхразрешения по последовательности изображений в интересах повышения быстродействия обработки, сокращения размерности при выполнении матричных преобразований данных и обеспечения возможности параллельной обработки. Рассматривается несколько альтернативных подходов к реализации блочной декомпозиции процесса оптимальной фильтрации.

В третьем разделе диссертации вводятся модель наблюдений, позволяющая проводить синтез алгоритмов фильтрации (оценивания) в блочной форме для построения сверхразрешения изображений, учитывающая возможность пропусков и получения ложных наблюдений в компонентах векторов регистрируемых изображений низкого разрешения. На основе введённой модели синтезируются алгоритмы оценивания, адаптированные к блочной обработке изображений в условиях независимого и некоррелированного характера возникновения пропусков и/или ложных наблюдений, проявляющихся на наблюдаемых изображениях в форме импульсного шума, а также коррелированного по пространству характера появления пропусков и/или ложных наблюдений, которые проявляются на наблюдаемых изображениях в форме локальных областей закрытия аппликативного характера. Предложен и обоснован метод включения результатов независимой сегментации в процесс обработки последовательности наблюдений для построения сверхразрешения в условиях пропусков и ложных наблюдений. Рассмотрено три варианта построения условно-линейного фильтра с включением различных алгоритмов сегментации: на основе пороговой обработки, с

использованием алгоритмов минимального разреза графа, а также с применением алгоритма классификации k-средних.

В четвертом разделе диссертации вводятся модели состояний и наблюдений, учитывающие наличие неизвестных параметров системы формирования изображений (субпиксельных смещений и параметров функции рассеяния фотоприемника). На основе введенных моделей синтезируются алгоритмы оценивания, адаптированные к блочной обработке изображений, включающие в общий процесс обработки оценку неизвестных параметров кадров видеопоследовательности, реализуемые на основе метода разделения Лайниотиса. Исследование указанных алгоритмов проводится с использованием в качестве тестовых материалов реализаций случайных полей и реальных фото- и видеоданных.

Автор выражает глубокую признательность научному руководителю проф. А.А. Сироте за постоянное внимание и руководство, а также коллективам кафедры информационных систем и кафедры технологий обработки и защиты информации ВГУ за оказанную поддержку.

1. Анализ известных моделей и методов построения сверхразрешения при обработке изображений

В данном разделе сформулирована постановка задачи построения сверхразрешения (СР) изображений, рассмотрены известные методы построения СР и основные модели, характеризующие отношения изображений высокого разрешения (ВР) с наблюдаемыми изображениями низкого разрешения (НР). Для удобства записи формул в матрично-векторной форме, изображения рассмотрены как векторы, полученные после развёртки исходных матриц изображений по столбцам.

1.1. Анализ известных методов и алгоритмов построения сверхразрешения и восстановления изображений

Постановка задачи построения сверхразрешения изображений по серии изображений низкого разрешения в известных работах, таких как [1, 8-31], формулируется следующим образом.

Рассмотрим цифровое изображение ВР размера $L_1 \times L_2$, полученное в результате дискретизации с частотой не ниже частоты Найквиста непрерывного сигнала, характеризующего распределение интенсивности яркости светового потока в плоскости датчиков. Пусть данное изображение, соответствующее представлению интересующей сцены (или объекта), не доступно для наблюдения, и характеризуется вектором $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_L)^T$ ($L = L_1 L_2$), оценивание которого реализуется на основе наблюдаемых изображений. Наблюдению доступна последовательность из K изображений НР размера $M_1 \times M_2$, каждый элемент которой характеризуется вектором $\mathbf{y}_k = (y_{1k}, \dots, y_{Mk})^T$ ($M = M_1 M_2 < L$, $k = \overline{1, K}$).

Наблюдаемые изображения являются различными представлениями интересующей сцены, возникающими в результате регистрации непрерывного сигнала с помощью системы формирования. В общем случае предполагается, что

система формирования изображений оказывает такие искажающие воздействия, как [1, 14]: геометрическая деформация, линейное пространственно-зависимое размытие и однородная децимация (прореживание) с коэффициентом, который может быть рациональным числом. Кроме того, предполагается, что наблюдаемые изображения подвержены воздействию неоднородного аддитивного гауссовского шума, некоррелированного между различными наблюдениями. При этом оцениваемое изображение ВР считается идеальным в том смысле, что оно получено с помощью такой системы формирования изображений, которая не применяет к выходному образу никаких искажающих воздействий [44]. Математическая модель, соответствующая описанным преобразованиям, имеет следующий вид [1, 14]:

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{D}_k \mathbf{B}_k \mathbf{M}_k \mathbf{x} + \mathbf{v}_k, \quad (1.1)$$

где \mathbf{D}_k – матрица размера $M \times L$, характеризующая влияние процесса децимации; \mathbf{B}_k – матрица размера $L \times L$, характеризующая воздействие линейного пространственно-зависимого размытия; \mathbf{M}_k – матрица сдвига размера $L \times L$, определяющая геометрические деформации, применяемые к изображению ВР; \mathbf{v}_k – вектор аддитивного гауссовского шума размерности M , для которого $M[\mathbf{v}_k] = 0$, $M[\mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^T] = \mathbf{R}_k$.

Матрица сдвига \mathbf{M}_k определяется величиной оптического потока между непрореженной и незашумлённой версией \mathbf{y}_k и идеальным изображением \mathbf{x} . Величина оптического потока задается на основе известных параметров оптической системы и траектории движения (как в случае перемещения камеры относительно сцены) или вычисляется в процессе получения наблюдений.

Информация о параметрах размытия, определяющая матрицу \mathbf{B}_k , предполагается известной или измеримой и позволяет учесть в модели (1.1) информацию о функции рассеяния фотоприемника и/или других воздействиях оптической системы. В работе [16] предложен итеративный алгоритм восстановления единственного искаженного изображения, в котором процесс

оценивания элементов матрицы \mathbf{B}_k осуществляется параллельно с оцениванием неискаженного изображения.

Матрица \mathbf{D}_k задается на основе коэффициента децимации, который определяется отношением чисел элементов L и M оцениваемого изображения ВР и наблюдаемого изображения НР, соответственно. Величина L , в общем случае, определяется произвольно. Выбор слишком больших значений L ведёт к плохой обусловленности задачи восстановления, для решения которой потребуется использование регуляризации [14, 15]. Малые значения L могут привести к избыточности данных в задаче восстановления, но позволят улучшить шумоподавление. В работе [14] автор рекомендует выбирать величину L исходя из условия $L < KM$, чтобы количество измеряемых данных было больше количества информации, необходимой для восстановления изображения ВР.

Ковариационная матрица шума \mathbf{R}_k определяется в соответствии с известными данными о шумах, присутствующих в каналах передачи информационной системы. Если априорных данных о шуме нет в наличии, то \mathbf{R}_k имеет вид диагональной матрицы, и шум считается белым, что характерно для многих задач восстановления. Предполагается, что параметры цветного шума могут быть определены в процессе обработки [14, 16].

Уравнение (1.1) можно представить в объединённой форме

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_1 \mathbf{B}_1 \mathbf{M}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{D}_K \mathbf{B}_K \mathbf{M}_K \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{v}_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{H}_K \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{v}_K \end{bmatrix} \Leftrightarrow \mathbf{Y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{V}, \quad (1.2)$$

что соответствует классической модели наблюдений, используемой в задачах восстановления [14, 16, 43-45].

1.1.1. Анализ известных методов и алгоритмов построения сверхразрешения

Обработка в частотной области. Первый метод построения сверхразрешения по серии изображений НР был описан в работе [8]. В его основу

легла идея о возможности восстановления частотного спектра ненаблюдаемого изображения ВР на основе объединения спектров наблюдаемых изображений НР, используя эффект наложения частот, так же известный как алиасинг. Рассмотрим непрерывный сигнал $f(t)$, спектр которого соответствует образу Фурье

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \exp(-2\pi i \omega t) dt, \quad (1.3)$$

где $F(\omega) = 0$, при $|\omega| \geq \omega_0$.

Дискретное представление данного сигнала $f_n(t)$ и его Фурье-образ $F_n(\omega)$, в соответствии с теоремой Котельникова [43], определяются известными соотношениями:

$$\begin{aligned} f_n(t) &= f(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT), & F_n(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} f_n(t) \exp(-2\pi i \omega t) dt = \\ &= F(\omega) \otimes \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(\omega - \frac{n}{T}\right) &= 2\omega_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(\omega - 2\omega_0 n), \end{aligned} \quad (1.4)$$

где $T = 1/(2\omega_0)$, а символ \otimes обозначает операцию свертки.

Из формулы (1.4) следует, что образ Фурье дискретного сигнала соответствует свертке Фурье-образа непрерывного сигнала $F(\omega)$ с Фурье-образом гребенки Дирака, то есть спектр дискретного сигнала представляет собой повторение с периодом $2\omega_0$ спектра непрерывного сигнала.

Предполагается, что эффект наложения частот всегда присутствует в изображениях НР, так как в процессе съёмки значения пикселей определяются в результате интегрирования по площади сенсора, в противоположность идеальному импульсному сэмплированию. В процессе дискретизации с периодом $T' > 1/(2\omega_0)$, высокочастотные составляющие спектра непрерывного сигнала, находящиеся за пределами интервала $(-\omega', \omega')$, где $\omega' = 1/(2T') < \omega_0$, попадают в область более низких частот в спектре дискретного сигнала. Данная ситуация отражена на рисунке 1.1.

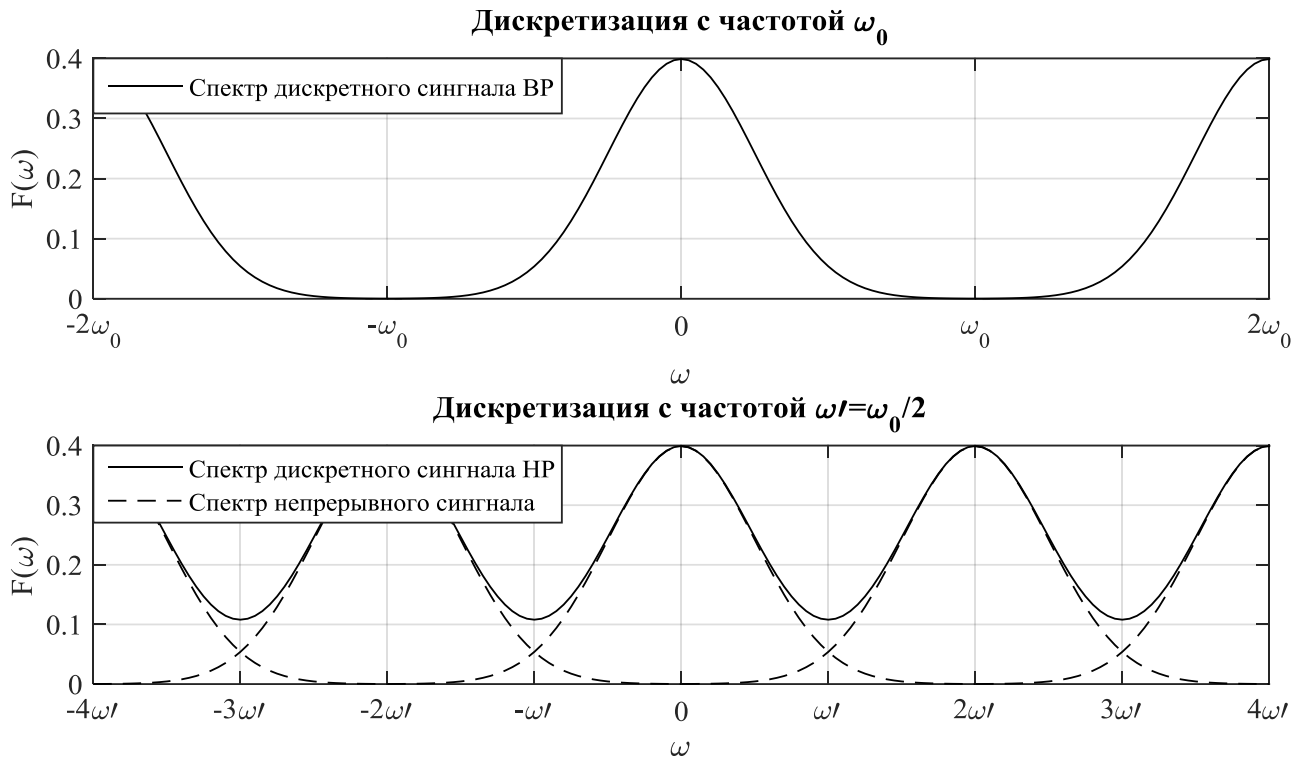


Рисунок 1.1 – Иллюстрация эффекта наложения спектров

Если спектр исходного сигнала можно считать конечным, то, в отсутствие шумов, эффект наложения частот обеспечивает возможность связать коэффициенты дискретных спектров наблюдаемых изображений и оцениваемого изображения ВР.

В данном методе оцениваемое изображение ВР размера $L_1 \times L_2$ рассматривается как непрерывная сцена $x(t_1, t_2)$, а соответствующее ему преобразование Фурье, коэффициенты которого требуется определить, обозначается как $X(\omega_1, \omega_2)$. Наблюдаемые цифровые изображения НР $y_k[n_1, n_2]$ размером $M_1 \times M_2$ являются результатом дискретизации смещённых отображений исходной сцены с периодами $T_1 = L_1 / M_1$ и $T_2 = L_2 / M_2$. Модель движения между изображения НР ограничена глобальными поступательными сдвигами. В силу свойства пространственной инвариантности преобразования Фурье, для смещённого непрерывного изображения $x_k(t_1, t_2)$ и его Фурье образа $X_k(\omega_1, \omega_2)$ справедливо:

$$\begin{aligned}
x_k(t_1, t_2) &= x(t_1 + \Delta_{1k}, t_2 + \Delta_{2k}), \\
y_k[n_1, n_2] &= x_k(n_1 T_1, n_2 T_2) = x(n_1 T_1 + \Delta_{1k}, n_2 T_2 + \Delta_{2k}), \\
X_k(\omega_1, \omega_2) &= \exp(2\pi i(\Delta_{1k} \omega_1 + \Delta_{2k} \omega_2)) X(\omega_1, \omega_2),
\end{aligned} \tag{1.5}$$

где $k = \overline{1, K}$; Δ_{1k}, Δ_{2k} – произвольные известные величины сдвига.

Переход к ДПФ осуществляется на основе перехода от угловых частот ω_1, ω_2 к частотам, измеряемых в Гц: $\Omega_1 = \omega_1 T_1 M_1 / (2\pi)$ и $\Omega_2 = \omega_2 T_2 M_2 / (2\pi)$. Частотный спектр оцениваемого изображения предполагается ограниченным ($|X(\omega_1, \omega_2)| = 0, |\omega_1| \geq \pi L_1 / T_1, |\omega_2| \geq \pi L_2 / T_2$). Тогда, с учётом эффекта наложения частот в изображениях НР, ДПФ $Y_k(\Omega_1, \Omega_2)$ связано с НПФ смещённого изображения $X_k(\omega_1, \omega_2)$ и, соответственно, с $X(\omega_1, \omega_2)$, следующим образом:

$$Y_k(\Omega_1, \Omega_2) = \frac{1}{T_1 T_2} \sum_{n_1=0}^{L_1-1} \sum_{n_2=0}^{L_2-1} X_k\left(\frac{2\pi}{T_1}\left(\frac{\Omega_1}{M_1} + n_1\right), \frac{2\pi}{T_2}\left(\frac{\Omega_2}{M_2} + n_2\right)\right). \tag{1.6}$$

Выражение (1.6) можно записать в матрично-векторной форме:

$$\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{\Phi} \hat{\mathbf{X}}, \tag{1.7}$$

где $\hat{\mathbf{Y}}$ – вектор размерности K , элементами которого являются коэффициенты ДПФ $y_k[n_1, n_2]$ наблюдаемых изображений НР; $\hat{\mathbf{X}}$ – вектор размерности $L_1 L_2$, содержащий коэффициенты неизвестного НПФ изображения ВР $x(t_1, t_2)$; $\mathbf{\Phi}$ – матрица размера $K \times L$, связывающая ДПФ наблюдаемого изображения НР с неизвестными коэффициентами НПФ $X(\omega_1, \omega_2)$. Определение значений вектора $\hat{\mathbf{X}}$ в результате решения системы уравнений (1.7) обеспечивает возможность перехода к восстановленному изображению за счёт применения обратного ДПФ.

Применение данного метода на практике сильно ограничено предположениями о модели глобальных поступательных смещений и отсутствии шума. Однако в [9] данный подход распространён на случай шума и учитывает размытие датчика камеры, в [10] происходит дальнейшее совершенствование алгоритма за счёт применения регуляризации А. Н. Тихонова. В [11] предложена

локальная модель смещений, заключающаяся в разбиении изображений на перекрывающиеся блоки и оценке смещений индивидуально для каждого блока.

Преимущества частотного подхода – относительная простота и возможность параллельной реализации процесса вычислений. Недостатки: модель наблюдения ограничена, а отсутствие корреляции данных в частотной области затрудняет включение априорной информации о пространственных взаимосвязях элементов изображений для регуляризации решения.

В качестве альтернативы подходу, основанному на обработке в частотной области, было разработано множество методов построения СР в пространственной области.

Обработка в пространственной области. Обработка изображений в пространственной области осуществляется за счёт применения данных о статистических характеристиках изображений. При наличии статистических данных о виде изображения ВР \mathbf{x} , задаваемых на основе распределения $P(\mathbf{x})$, а также известной информации о смещениях и функции размытия, процесс оценивания изображения ВР для модели наблюдений (1.2) осуществляется в соответствии с формулой Байеса [1, 14]:

$$\mathbf{x} = \underset{\mathbf{x}}{\operatorname{argmax}} \{P(\mathbf{x} | \mathbf{Y})\} = \underset{\mathbf{x}}{\operatorname{argmax}} \{P(\mathbf{Y} | \mathbf{x}, \mathbf{H})P(\mathbf{x})P(\mathbf{H})\}, \quad (1.8)$$

где $P(\mathbf{Y} | \mathbf{x}, \mathbf{H})$ – функция правдоподобия изображений НР; $P(\mathbf{x})$ – распределение изображения ВР; $P(\mathbf{H})$ – распределение вероятности параметров искажений.

Определённую сложность при расчётах в соответствии с формулой Байеса создаёт присутствие члена $P(\mathbf{H})$ в выражении (1.8), что требует включения оценки параметров сдвига в процесс восстановления. Если же известен явный вид \mathbf{H} , то выражение (1.8) упрощается и принимает вид [1]

$$\tilde{\mathbf{x}}_{MAP} = \underset{\mathbf{x}}{\operatorname{argmin}} \left\{ \|\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2 + \lambda A(\mathbf{x}) \right\}, \quad (1.9)$$

где λ – параметр регуляризации; $A(\mathbf{x})$ – неотрицательная потенциальная функция (в [14] используются значения лапласиана оцениваемого изображения ВР) для

регуляризации решения, обеспечивающая включение в процесс оценивания априорных данных о характеристиках (таких как резкость или гладкость) изображения ВР.

Выражение (1.9) является распространённой формулировкой оценки максимума апостериорной вероятности (МАВ) применительно к построению сверхразрешения при известном виде матрицы искажений \mathbf{H} .

Основные распределения $P(\mathbf{x})$ для естественных изображений будут рассмотрены в подразделе 1.2.1. текущего раздела. Если $P(\mathbf{x})$ имеет вид равномерного распределения, то выражение (1.9) преобразуется в соответствии с оценкой максимального правдоподобия (МП), определяемой только на основе изображений НР [1]:

$$\tilde{\mathbf{x}}_{ML} = \underset{\mathbf{x}}{\operatorname{argmin}} \left\{ \|\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2 \right\} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{Y}. \quad (1.10)$$

Задачу реконструкции СР по серии кадров можно разделить на две подзадачи: оценку смещений между изображениями НР, то есть регистрацию, и оценку изображения ВР. В рассмотренных ранее подходах процессы регистрации и оценки изображения ВР проводились независимо, вследствие чего полученная оценка являлась субоптимальной, так как регистрация и оценивание являются взаимозависимыми процессами. Процессы оценивания сдвигов между изображениями НР и изображения ВР могут дополнить друг друга. В реконструкции совместного МАВ уравнение (1.9) расширено и включает оценки движения и функции рассеяния точки (ФРТ) датчика камеры [17-20]:

$$\begin{aligned} \{\mathbf{x}, \mathbf{H}\} &= \underset{\mathbf{x}, \mathbf{H}}{\operatorname{argmax}} \left\{ P(\mathbf{Y} | \mathbf{x}, \mathbf{H}) P(\mathbf{x}) P(\mathbf{H}) \right\} = \\ &= \underset{\mathbf{x}, \mathbf{H}}{\operatorname{argmin}} \left\{ -\log [P(\mathbf{Y} | \mathbf{x}, \mathbf{H})] - \log [P(\mathbf{x})] - \log [P(\mathbf{H})] \right\}. \end{aligned} \quad (1.11)$$

В [17] автор разделил задачу восстановления СР на три подзадачи: регистрацию, восстановление и интерполяцию. Вместо того чтобы решать их независимо, проводится одновременная оценка параметров регистрации и восстановление методом МП на основе EM-алгоритма (Expectation-maximization).

Позже, в [18], авторы интегрировали в этот подход и интерполяцию, оценивая все неизвестные параметры с помощью EM-алгоритма. В [19] метод МАВ применяется для одновременной оценки изображения ВР и параметров смещения (подразумевается поступательное движение камеры/объекта интереса), в то время как ФРТ считается априорно известной. Изображение ВР и параметры смещения оцениваются методом покоординатного спуска. Полученный алгоритм сходится медленно, но значительно улучшает качество восстановления. В [20] решается задача реконструкции СР для случая нескольких движущихся объектов на изображениях. Авторы решают данную задачу при помощи оценки МАВ, включающей оценивание параметров движения, сегментацию и восстановление СР.

Методы на основе итеративной обработки. Оценивание изображения ВР методом максимального правдоподобия предполагает обращение матрицы $\mathbf{H}^T \mathbf{H}$, большой размер которой, в процессе обработки крупных изображений, будет приводить к потере вычислительной эффективности алгоритмов восстановления. Поэтому, для практической реализации алгоритмов решения (1.10) разработано множество различных итеративных методов. Широко распространенным методом является предложенный в [21] метод итеративных обратных проекций (ИОП), в котором используется техника обратного проецирования ошибки, применяемая в компьютерной томографии. Процесс оценивания реализуется итеративно, и оценка изображения ВР с каждой итерацией уточняется следующим образом:

$$\tilde{\mathbf{x}}^{(i+1)} = \tilde{\mathbf{x}}^{(i)} + c \sum_{k=1}^K \mathbf{F}_k^{-1} \left[h_{bpf} \otimes \mathbf{D}^{-1} (\tilde{\mathbf{Y}}_k - \mathbf{Y}_k) \right], \quad (1.12)$$

где c – постоянная величина; h_{bpf} – ядро обратного проецирования; \mathbf{F}_k^{-1} – оператор обратного сдвига; \mathbf{D}^{-1} – оператор увеличения частоты дискретизации; $\tilde{\mathbf{Y}}_k$ – оценка серии изображений НР, полученная на основе приближения $\tilde{\mathbf{x}}^{(i)}$.

Как показано в [14, 22], метод ИОП является методом оценки МП. Если в процессе восстановления получение точных (субпиксельных) оценок межкадровых сдвигов и ФРТ сенсора представляет сложности по причине воздействия на

изображения НР аддитивного шума, то применяется ограничение пространства возможных решений за счёт регуляризации [22].

К итеративным методам можно отнести и те, в основе которых лежит использование проекций на выпуклые множества (ПНВМ). Использование ПНВМ является альтернативным подходом к включению в процесс восстановления априорной информации о решении. В этих методах определяются выпуклые множества, которые характеризуют жесткие ограничения для требуемого изображения ВР. При этом изображение ВР является элементом заданных множеств. Определение выпуклых множеств может включать различные типы ограничений (на амплитуду и резкость перепадов яркости), в том числе нелинейные и непараметрические ограничения. Примером ограничений на восстановление для модели (1.2) является выпуклое множество следующего вида [14]:

$$C_k = \left\{ \mathbf{x} \mid \|\mathbf{H}_k \mathbf{x} - \mathbf{y}_k\|^2 \leq \sigma^2, k = \overline{1, K} \right\}. \quad (1.13)$$

На основе заданной группы из \mathcal{Y} выпуклых множеств, каждое из которых содержит в себе искомое решение, определяется изображение ВР, которое соответствует точке пересечения данных множеств: $\mathbf{x} \in C_s = \bigcap_{i=1}^{\mathcal{Y}} C_i$. Для нахождения \mathbf{x} служит следующий рекурсивный алгоритм:

$$\mathbf{x}^{(t+1)} = P_{\mathcal{Y}} P_{\mathcal{Y}-1} \dots P_2 P_1 \mathbf{x}^{(t)}, \quad (1.14)$$

где $\mathbf{x}^{(0)}$ – начальное приближение; P_i – оператор проекции на выпуклое замкнутое множество C_i .

Формулировка построения СР методом ПНВМ была впервые предложена Старком [23]. Их метод был расширен Текалпом до включения шума [24]. В работе [25] предложена техника построения СР на основе ПНВМ с учетом изменяющегося в пространстве размытия, ненулевого времени апертуры, ненулевого физического измерения каждого отдельного элемента датчика, датчика шума и произвольных решеток выборки. Затем Текалп и др. расширили эту технику до случая множества движущихся объектов в сцене, за счет ввода понятий карты контроля и / или карты сегментации [26]. Карта контроля позволяет проводить надежное восстановление

при наличии ошибок регистрации, а карта сегментации позволяет проводить объектно-ориентированную реконструкцию СР.

В работе [27], авторами предложен метод построения СР, основанный на ПНВМ, в котором модель непрерывного формирования изображений расширена до возможности применения более эффективных методов интерполяции. В этой работе они полагают, что непрерывная сцена в области сенсора ВР не является постоянной. Они также модифицировали множество ограничений, чтобы уменьшить артефакты в непосредственной близости от края.

Преимущество подхода ПНВМ в том, что он прост и использует мощные пространственные модели наблюдения. Он также позволяет удобно включать априорную информацию [1, 14]. Однако алгоритмы, реализующие данный подход, обладают такими недостатками как неоднозначность решения, медленная сходимость и высокие вычислительные затраты.

Методы на основе оптимальной фильтрации. Использование методов оптимальной фильтрации для решения задачи построения сверхразрешения изображений рассматривается в работах [15, 28, 29, 32-42]. В основе методов восстановления, предложенных в указанных работах, лежит фильтр Калмана. Преимуществами алгоритмов оптимальной фильтрации является возможность предварительного вычисления матриц весовых коэффициентов, а также возможность обработки изображений НР по мере поступления. Основной проблемой реализации алгоритмов оптимальной фильтрации в задачах восстановления изображений является очень большая размерность системных матриц, которые требуется постоянно пересчитывать и обращать.

В [15] представлены аппроксимации алгоритма калмановской фильтрации на основе метода сопряжённых градиентов (R-SD) и наименьших средних квадратов (R-LMS). Работы [28, 29] описывают аппроксимации фильтра Калмана: для случая стационарности и временной инвариантности матрицы ковариаций ошибки оценивания [28], и, в дальнейшем, с применением аппроксимации ковариационной матрицы с помощью экспериментально определённых шаблонов [29]. В [30]

предложен фильтр Калмана с сокращенным обновлением (reduced update Kalman filter), аппроксимирующий пространство состояний в малом регионе, чтобы минимизировать вычисления, связанные с обновлением матрицы ковариаций. В [33-37] исследованы различные подходы к построению СР на основе фильтра Калмана, позволяющие распараллелить процесс вычислений за счёт обработки изображений блоками небольшого размера.

Методы с применением базы образцов. В последнее время популярность приобретают методы построения сверхразрешения наблюдаемых изображений, в основе которых лежит использование базы образов локальных областей изображения – так называемых «заплаток» (патчей) [4, 5]. Процесс построения СР изображения предполагает слияние информации из нескольких источников. Обычно этими источниками являются несколько наблюдаемых изображений НР, имеющих взаимные смещения на доли пикселя. Однако если в наличии имеется единственное изображение НР, то в качестве источника дополнительной информации может применяться база образов, в качестве которой используется база данных, содержащая пары образов с высоким и низким разрешением. Данный метод особенно эффективен, когда множество возможных гипотез о ненаблюдаемом изображении ВР ограничено гипотезами о виде конкретного образа известного объекта, что характерно для случаев фотографий текста, графиков и лиц.

В [6] предложен метод, предполагающий непосредственное использование образов из базы данных. База формируется на основе множества учебных примеров с высоким разрешением, из которых производится множество заплаток ВР $\{\mathbf{x}_i\}$, $i = \overline{1, n}$, и набор соответствующих примеров в низком разрешении, из которых производится множество заплаток НР $\{\mathbf{y}_i\}$. Каждая i -тая пара заплаток связана соотношением [6]:

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{D}\mathbf{B}\mathbf{x}_i + \mathbf{v}, \quad (1.15)$$

где \mathbf{D} – оператор децимации; \mathbf{B} – оператор размытия; \mathbf{v} – шум.

Модель (1.15) применяется к обрабатываемому изображению НР с целью предсказания изображения ВР на основе множества заплаток. Изображения моделируются как реализации Марковского случайного поля. Параметры модели (1.15) полагаются априорно известными. Самым простым способом построения СР на основе набора пар заплаток является нахождение для каждого фрагмента обрабатываемого изображения НР наиболее похожей заплатки $\tilde{\mathbf{y}}$ из множества $\{\mathbf{y}_i\}$ с последующей подстановкой соответствующей ей пары ВР $\tilde{\mathbf{x}}$ из множества $\{\mathbf{x}_i\}$ на сетку изображения ВР. Однако, вследствие плохой обусловленности задачи построения СР и наличию шума на наблюдаемых изображениях НР, такой подход ведёт к появлению артефактов на восстановленном изображении ВР. Естественным требованием к базе образцов является содержание всех возможных образов, которые могут встретиться в процессе работе алгоритма восстановления.

Альтернативой данному подходу служит метод, предложенный в [7], в основе которого лежит совмещение близких по образу заплаток и предположение о соответствии между двумя множествами заплаток низкого и высокого разрешения. Для каждого фрагмента $\hat{\mathbf{y}}_k$ обрабатываемого изображения НР ($\hat{\mathbf{y}}_k \notin \{\mathbf{y}_i\}$) формируется множество $\mathcal{Y} \subset \{\mathbf{y}_i\}$ наиболее похожих заплаток. Для каждой заплатки $\mathbf{y}_s \in \mathcal{Y}$ вычисляются веса [7]:

$$\hat{w}_s = \arg \min_{w_s} \left\{ \left\| \hat{\mathbf{y}}_k - \sum_{\mathbf{y}_s \in \mathcal{Y}} w_s \mathbf{y}_s \right\|^2 \right\}, \quad \sum_{\mathbf{y}_s \in \mathcal{Y}} w_s = 1. \quad (1.16)$$

На основе (1.16) формируется множество $S = \{\hat{w}_s \mid \mathbf{y}_s \in \mathcal{Y}\}$, элементами которого являются веса \hat{w}_s , соответствующие $\mathbf{y}_s \in \mathcal{Y}$, на основе которых формируются заплатки ВР [7]:

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \sum_{\hat{w}_s \in S} \hat{w}_s \mathbf{x}_s. \quad (1.17)$$

Для решения проблемы совместимости смежных заплаток использовано простое усреднение значений пикселей на перекрывающихся участках. Данный алгоритм хорошо работает даже при относительно небольшом объёме базы образцов.

1.1.2. Анализ известных методов и алгоритмов восстановления изображений в условиях аппликативных помех

Апликативные помехи (АП) проявляются в возникновении на изображениях импульсного шума, пораженных участков, локальных областей закрытия (ЛОЗ), в результате чего отдельные участки полезного изображения замещаются ложными наблюдениями – фрагментами со случайной формой, текстурой, яркостью, причём сам факт подобного замещения может быть зафиксирован наблюдателем лишь с некоторой вероятностью [39-42, 52]. При этом отсутствует возможность однозначно определить, является ли фрагмент изображения посторонним или нет. АП характерны для аналоговых и цифровых систем, а их возникновение связано с обстоятельствами самого разнообразного характера.

Задача восстановления сводится к поиску процедуры обработки наблюдаемых изображений, позволяющей достичь наилучших по заданному критерию результатов. Полезное изображение и помеха обычно рассматриваются как реализации случайных полей [53-58], поэтому решение этой задачи основано на применении вероятностных моделей помехи и полезного изображения с использованием статистических критериев оптимальности [63]. Эффективным данный подход является при условии адекватности используемых моделей полезного сигнала и АП решаемой задаче, а также при наличии априорных сведений об их статистических характеристиках. Эвристических алгоритмы не имеют подобных ограничений, однако решение, полученное в результате их использования может не быть оптимальным. К классу эвристических относится алгоритм медианной фильтрации [43-45], который, наряду со своими модификациями, обычно применяются для борьбы с импульсными помехами, которые являются частным случаем АП [52].

Медианный фильтр. В случае импульсного шума медианный фильтр приводит к меньшему размыванию изображения по сравнению с линейными сглаживающими фильтрами, при идентичном размере окна, так как позволяет

сохранить резкие перепады яркости на контурах и границах областей изображения. Поэтому, изображения, обработанные медианным фильтром, при одинаковой среднеквадратичной ошибке восстановления, визуально обладают более высоким качеством по сравнению с результатами обработки линейных фильтров [45].

Алгоритм медианной фильтрации был разработан Тьюки, который применил его к сглаживанию статистических данных, а затем Пратт использовал медианные фильтры в обработке изображений [44]. Фильтрация изображения производится при помощи скользящего окна $W = \{ (s,t) \mid -h \leq s \leq h, -h \leq t \leq h \}$, содержащего нечетное количество пикселей $N = 2L + 1$, где $L = 2h(h + 1)$. В процессе фильтрации окно W центрируется на обрабатываемом пикселе $x_{i,j}$, $i = \overline{1, M_1}$, $j = \overline{1, M_2}$. Значения пикселей, попавших в окно, сортируются в одномерном массиве $\mathbf{r}^{(i,j)} = [r_1^{(i,j)}, \dots, r_N^{(i,j)}]$, $r_l^{(i,j)} \leq r_{l+1}^{(i,j)}$, $l = \overline{1, N-1}$. Центральный элемент упорядоченного массива $r_n^{(i,j)}$, $n = L + 1$, является медианой, и его значение присваивается пикселю $y_{i,j}$ на выходном изображении, соответствующему $x_{i,j}$, что обозначается как

$$y_{i,j} = r_n^{(i,j)}, \quad r_n^{(i,j)} = \text{median} \{ x_{i-s, j-t} \mid (s,t) \in W \}. \quad (1.18)$$

Особенная привлекательность данного метода заключается в его простоте реализации и скорости работы. В данном случае не требуется этап предварительного обучения, то есть настройка параметров модели, следовательно, описанный метод является непараметрическим, что обуславливает его широкую применимость.

Так как медианные фильтры часто заменяют пиксели, не тронутые шумом, то они вызывают артефакты, такие как рябь и дрожание резкости [46]. С целью устранения этих недостатков были разработаны различные модификации фильтров, использующих ранговую статистику. Одной из первых подобных модификаций медианного фильтра является взвешенный фильтр (ВФ) [47, 48], который присваивает больший вес некоторым пикселям в окне в сравнении с другими. Особый случай ВФ – центрально-взвешенный фильтр (ЦВФ) [48], показывающий хорошие результаты при невысоких уровнях зашумленности

изображения. Данный тип фильтра отличается от стандартного тем, что центральному элементу окна ставится в соответствие некоторый вес w (неотрицательное целое число), то есть при расчёте медианы в массиве $\mathbf{r}^{(i,j)}$ элемент $x_{i,j}$ повторяется w раз:

$$y_{i,j} = \text{median} \left\{ x_{i-s,j-t}, w \diamond x_{i,j} \mid (s,t) \in W, (s,t) \neq (0,0) \right\}, \quad (1.19)$$

где w – вес центрального элемента $x_{i,j}$ (остальные элементы внутри окна имеют вес равный 1); оператор \diamond представляет операцию повторения.

Медианный фильтр и его модификации, как правило, применяются для всех пикселей изображения. Они нацелены на изменение пикселей, затронутых шумом. В результате платой за их эффективность в шумоподавлении часто является размытие и искажение деталей изображения. Лучшим способом преодоления этого недостатка является интегрирование некоторого процесса принятия решений в процедуру фильтрации. Простейшая схема обнаружения [45] основана на принципе обнаружения выбросов в статистических данных. При этом абсолютное значение отклонения центрального пикселя от медианы пикселей окна ограничивается порогом. Простой, но эффективный фильтр, основанный на обнаружении импульсов является ранжирующий фильтр [49]. В данном алгоритме значение медианы $r_n^{(i,j)}$ упорядоченного массива $\mathbf{r}^{(i,j)}$ не учитывается в процессе вычислений. Вместо этого используется ранжированное среднее $m^{(i,j)}$ – полусумма соседних с медианой элементов упорядоченного массива:

$$m^{(i,j)} = \frac{r_{n+1}^{(i,j)} + r_{n-1}^{(i,j)}}{2}. \quad (1.20)$$

В процессе фильтрации наличие искажения в обрабатываемом элементе определяется на основе четырех вычисляемых ранжирующих разностей [49]:

$$d_k^{(i,j)} = \begin{cases} r_k^{(i,j)} - x_{i,j}, & x_{i,j} \leq m^{(i,j)}, \\ x_{i,j} - r_{N+1-k}^{(i,j)}, & x_{i,j} > m^{(i,j)}, \end{cases} \quad (1.21)$$

где $k = \overline{1,4}$.

Для принятия решения задаются пороговые значения $T_1 < T_2 < T_3 < T_4$. Если хотя бы одно из неравенств $d_k^{(i,j)} > T_k$, выполняется, то элемент $x_{i,j}$ считается искаженным шумом и ему присваивается ранжированное среднее значение $m^{(i,j)}$. В противном случае $d_k^{(i,j)} \leq T_k$, $k = \overline{1,4}$, значение элемента не изменяется.

Данный фильтр обеспечивает лучшее восстановление, чем обычный медианный фильтр, особенно на изображениях сильно поврежденных импульсным шумом.

Подход, сочетающий в себе некоторые элементы подходов упомянутых выше, является адаптивный центрально-взвешенный фильтр (АЦВФ) [50]. Этот подход включает этап предварительного определения наличия искажения элемента $x_{i,j}$. С помощью ЦВФ, для каждого $x_{i,j}$ определяются величины $y_{i,j}^{2k+1}$ следующим образом:

$$y_{i,j}^{2k+1} = \text{median} \{ x_{i-s,j-t}, (2k+1) \diamond x_{i,j} \mid (s,t) \in W, (s,t) \neq (0,0) \}. \quad (1.22)$$

При $k=0$ результат $y_{i,j}^1$ соответствует стандартному медианному фильтру, а при $k \geq L$ на выходе фильтра имеется $y_{i,j}^{2k+1} = x_{i,j}$.

Затем вычисляются разности

$$d_k = |y_{i,j}^{2k+1} - x_{i,j}|, \quad k = \overline{0, L-1}, \quad (1.23)$$

сравниваемые затем с каскадом порогов T_k ($T_{k-1} > T_k$, для $k = \overline{1, L-1}$). Если хоть одно из неравенств $d_k > T_k$, $k = \overline{0, L-1}$, выполняется, то элемент $x_{i,j}$ классифицируется как импульс шума и заменяется медианой $y_{i,j}^1$. В противном случае элемент $x_{i,j}$ считается неискаженным и остается без изменений.

Интересным подходом, заслуживающим внимания, является удаление импульсного шума на основе нечеткой логики. В 1996 году Аракава предложил нечеткий медианный фильтр в попытке применить правила нечеткой логики к задаче восстановления изображений [51]. Нечеткий медианный фильтр Аракавы выражается в виде взвешенной суммы входного сигнала и выходного сигнала

медианного фильтра, где весовые коэффициенты, характеризующие состояние последовательности входного сигнала, задаются при помощи нечётких правил. Оптимальные величины весовых коэффициентов подбираются в процессе обучения – испытаний относительно опорного изображения.

Медианный фильтр на основе нечётких правил можно выразить следующим образом:

$$y_{i,j} = r_n^{(i,j)} + \mu_w^{(i,j)} (x_{i,j} - r_n^{(i,j)}), \quad (1.24)$$

где $\mu_w^{(i,j)}$ обозначает степень принадлежности обрабатываемого пикселя к полезному изображению, другими словами, вероятность отсутствия импульсного шума в точке $x_{i,j}$, вокруг которой центрируется скользящее окно.

В случае если $\mu_w^{(i,j)} = 0$, точка $x_{i,j}$ считается искажённой импульсным шумом, и её значение на выходном изображении заменяется медианой $r_n^{(i,j)}$. Напротив, при $\mu_w^{(i,j)} = 1$ предполагается, что $x_{i,j}$ не подвержен влиянию шума, и значение $y_{i,j}$ будет равняться исходному значению входного отсчёта $x_{i,j}$. В том случае, если не удастся точно определить наличие или отсутствие импульсного шума в обрабатываемом пикселе, для величины $\mu_w^{(i,j)}$ справедливо условие $0 < \mu_w^{(i,j)} < 1$.

Так как значение $\mu_w^{(i,j)}$ может быть присвоено исходя из локальных характеристик входного сигнала, для определения степени $\mu_w^{(i,j)}$, в большинстве случаев, используется величина амплитуды шума. Для задания правил определения принадлежности вводятся величины $u^{(i,j)}$ и $v^{(i,j)}$. При этом $u^{(i,j)}$ обозначает абсолютное значение разницы между входом $x_{i,j}$ и медианой $r_n^{(i,j)}$:

$$u^{(i,j)} = |x_{i,j} - r_n^{(i,j)}|. \quad (1.25)$$

Значение $v^{(i,j)}$ является средним арифметическим двух величин:

$$v^{(i,j)} = (a^{(i,j)} + b^{(i,j)}) / 2, \quad a^{(i,j)} = |s_1^{(i,j)} - x_{i,j}|, \quad b^{(i,j)} = |s_2^{(i,j)} - x_{i,j}|, \quad (1.26)$$

где $s_1^{(i,j)}$ и $s_2^{(i,j)}$ – два ближайших к $x_{i,j}$ пикселя.

Для определения величины $\mu_w^{(i,j)}$ в [51] сформулированы следующие правила:

1. если $u^{(i,j)}$ и $v^{(i,j)}$ являются малыми величинами, то значение $\mu_w^{(i,j)}$ велико;
2. если $u^{(i,j)}$ мало, а $v^{(i,j)}$ велико, то значение $\mu_w^{(i,j)}$ мало;
3. если $u^{(i,j)}$ велико, а $v^{(i,j)}$ мало, то значение $\mu_w^{(i,j)}$ мало;
4. если $u^{(i,j)}$ и $v^{(i,j)}$ велики, то значение $\mu_w^{(i,j)}$ очень мало.

Величина $u^{(i,j)}$ позволяет идентифицировать явно искаженные пиксели, а $v^{(i,j)}$ снижает вероятность ошибочного решения в случае, если величина $u^{(i,j)}$ не позволяет выделить импульсный шум.

В работе [46] автор предлагает схему, соединяющую в себе принципы ранжирующей фильтрации и нечёткой логики. Данную схему можно выразить следующим образом:

$$y_{i,j} = \begin{cases} x_{i,j}, & p \leq \text{rank}\{x_{i,j}\} \leq N + 1 - p, \\ r_n^{(i,j)} + \mu_w^{(i,j)}(x_{i,j} - r_n^{(i,j)}), & \text{иначе,} \end{cases} \quad (1.27)$$

где p – наименьший индекс неискажённого пикселя в упорядоченном массиве $\mathbf{r}^{(i,j)}$; $\text{rank}\{x_{i,j}\}$ – индекс обрабатываемого пикселя в массиве $\mathbf{r}^{(i,j)}$.

Выбор значения p определяет размер ограничивающего множества $T = \{r_l^{(i,j)} \mid p \leq l \leq N + 1 - p\}$, при попадании в которое, значение пикселя $x_{i,j}$ остаётся неизменным, в противном случае заменяется выходом нечёткого медианного фильтра Аракавы.

Фильтрация аппликативных помех. Описанные выше медианные фильтры применяются для борьбы с помехами небольшой площади. Но при возрастании площади АП эти фильтры не обеспечивают приемлемого результата восстановления. Для борьбы с такими помехами были предложены алгоритмы оптимальной фильтрации.

При синтезе алгоритмов фильтрации изображений, оптимизирующих среднеквадратичную ошибку оценивания, применяются модели, известные в

литературе как модели с ε -загрязнением [58], в которых расположение элементов, подверженных влиянию АП, задается на основе реализации бинарного случайного поля (есть помеха – нет помехи), а для задания их значения используется реализация другого случайного поля. Аддитивный шум действует на элементы, не подверженные воздействию АП. В процессе обработки требуется осуществить перебор большого числа гипотез о положении и форме ЛОЗ фрагментов изображения. Качественное упрощение данной задачи достигается за счёт введения ограничений на характер функций, среди которых осуществляется поиск оптимальной оценки полезного изображения. Например, поиск оптимальной оценки осуществляется в классе линейных функций, хотя точность оптимального линейного оценивания полезного изображения может уступать другим способам оценивания [64].

Решение задачи оптимального линейного оценивания изображений в условиях помех аддитивного и аппликативного характера предполагает наличие априорных сведений о виде и численных характеристиках корреляционных функций используемых моделей случайных полей. В случае отсутствия этих данных, требуется обеспечить возможность получения их адекватных оценок. Алгоритмы оценивания на основе методов марковской теории оптимальной фильтрации, адаптированные к наблюдению в условиях аддитивных и аппликативных помех, были развиты и рассмотрены в работах [53-56]. Следует отметить, что марковские модели случайных полей, применяемые в указанных методах при описании изображений, не всегда соответствуют практическим условиям. Более общий алгоритм оценивания изображений в условиях АП на основе оптимального линейного фильтра был разработан и описан в работе [59].

Обнаружение аппликативных помех. Еще один подход к устранению АП на изображениях является применение двухэтапных алгоритмов, включающих этап обнаружения АП и последующую закраску искаженных фрагментов изображения [65-76].

Для обнаружения границ АП используются дифференциальные методы с использованием операторов Собеля, Лапласа и Превитт [65], алгоритмы, использующие модель перепада, а также методы, в основе которых лежит составление вероятностной графической модели наблюдаемого изображения с последующим выполнением различных форм вероятностного вывода с целью нахождения наиболее вероятного присваивания меток пикселям и сегментам изображений.

Использование дифференциальных методов первого порядка, предполагает вычисление производных для изображения $f(x, y)$ [65]

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y), \quad \frac{\partial f}{\partial y}(x, y). \quad (1.28)$$

Следует отметить, что, с целью уменьшения влияния случайных шумов, для изображения предварительно реализуется свёртка с некоторым сглаживающим оператором $Q(x, y)$:

$$\begin{aligned} g(x, y) &= Q(x, y) \otimes f(x, y), \\ \frac{\partial g}{\partial x}(x, y) &= \frac{\partial Q}{\partial x}(x, y) \otimes f(x, y) = G_x(x, y) \otimes f(x, y), \\ \frac{\partial g}{\partial y}(x, y) &= \frac{\partial Q}{\partial y}(x, y) \otimes f(x, y) = G_y(x, y) \otimes f(x, y). \end{aligned} \quad (1.29)$$

При использовании оператора Собеля G определяется как [65]

$$G_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad G_y = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1.30)$$

Для обнаружения границы может применяться магнитуда $G = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$, или, например, оператора Лапласа:

$$g(x, y) = G_\Delta(x, y) \otimes f(x, y). \quad (1.31)$$

Оператор $G_\Delta(x, y)$, соответствующий окну 3×3 , обычно задается следующим образом [65]:

$$G_{\Delta} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1.32)$$

Элементы изображения, содержащие перепад яркости, соответствуют точкам, в которых функция $g(x, y)$ (1.31) пересекает нулевое значение. Как следует из приведённых выше примеров, при локализации границ в присутствии шумов уменьшить число обнаруженных ложных перепадов возможно за счет снижения точности обнаружения реальной границы, так как более сглаженное изображение содержит меньше шума, но обеспечивает меньше информации о реальном положении границы.

Применению методов выделения границ на основе дифференциальных операторов сопутствует последующий этап обработки результатов в интересах определения замкнутых контуров, соответствующих АП, и оценивания вероятностных характеристик. При этом, эффективность данных методов снижается при повышении числа различных объектов, содержащихся на изображении.

Подход, содержащий в основе использование вероятностных графических моделей, предполагает описание элементов полезного изображения и АП на основе известных распределений, что позволяет реализовать статистическую обработку данных и определить наиболее правдоподобное расположение меток АП и полезного изображения.

Закраска фрагментов изображений. Базовый подход к задаче закраски отсутствующих частей изображений основан на диффузионных методах [66- 69], в которых процесс диффузии используется для закраски искаженных фрагментов изображения за счет распространения граничной информации внутрь пораженного фрагмента, для реализации которого применяются вариационные методы и решения уравнений в частных производных.

В работе [66] был впервые показан алгоритм закраски удаляемых фрагментов изображения, выделение которых осуществляется пользователем, после чего

алгоритм осуществляет заполнение выделенных фрагментов, используя значения элементов, сосредоточенных в небольшой полосе, окружающей закрашиваемый фрагмент, что эффективно работает в случае небольшой площади выделяемых участков. При этом используются изофоты – кривые равной яркости, для продолжения которых решаются дифференциальные уравнения в частных производных третьего порядка.

Значение элементов изображения вычисляются итеративно следующим образом:

$$I^{n+1}(i, j) = I^n(i, j) + \Delta t \cdot I_t^n(i, j), \quad \forall (i, j) \in \Omega, \quad (1.33)$$

где $I_t^n(i, j)$ значение яркости элемента, полученное за n итераций; Ω – множество индексов закрашиваемого фрагмента; Δt – параметр, регулирующий интенсивность обновления.

$I_t^n(i, j)$ определяется следующим образом:

$$I_t^n(i, j) = \left(\delta \vec{L}^n(i, j) \cdot \frac{\vec{N}(i, j, n)}{|\vec{N}(i, j, n)|} \right) \cdot |\nabla I^n(i, j)|, \quad (1.34)$$

$$\delta \vec{L}^n(i, j) = (L^n(i+1, j) - L^n(i-1, j), L^n(i, j+1) - L^n(i, j-1)),$$

где $L^n(i, j)$ – дискретная версия лапласиана в пикселе с координатами (i, j) .

Член $\frac{\vec{N}(i, j, n)}{|\vec{N}(i, j, n)|}$ в выражении (1.34) направлен перпендикулярно градиенту

(то есть в направлении изофоты) и определяется как

$$\frac{\vec{N}(i, j, n)}{|\vec{N}(i, j, n)|} = \frac{(-I_y^n(i, j), I_x^n(i, j))}{\sqrt{I_y^n(i, j)^2 + I_x^n(i, j)^2}}, \quad (1.35)$$

где $|\nabla I^n(i, j)|$ – значение градиента, ограниченное в интересах обеспечения устойчивости процесса [66].

В результате дальнейшей работы авторы [66] предложили другой метод [67], заимствованный из области гидродинамики. Существо данного метода заключается в интерпретации значений яркости пикселей как потоков жидкости и решении гидродинамические уравнения Навье-Стокса.

Для восстановления изображений с резкими деталями был разработан алгоритм [68], в котором минимизируется функционал полной вариации (total variation), однако при разбиении воздействием АП фрагментов изображения, имеющих выраженную структуру, на несвязные части, данный метод не обеспечивает качественного восстановления. Поэтому в [69] был развит другой метод, основанный на связывании коэффициенты модели диффузии с показателями кривизны изофот. В отличие от [66], в данной работе процесс устранения шума внедрён в сам процесс закраски.

Альтернативой диффузным методам являются методы [70, 71], в которых для закраски недостающих фрагментов используются части самого изображения, за счет чего достигается использование в процессе восстановления глобальной информации об элементах изображения. Текстуры отсутствующих фрагментов генерируются на основе фрагмента неискаженного изображения, который выбирается на основе минимизации заданного критерия (среднеквадратичной ошибки) согласованности с границами отсутствующего участка. В отличие от диффузных методов, данный подход лучше справляется с закраской относительно протяженных фрагментов изображений.

Еще один подход к закраске отсутствующих частей изображений заключается в применении разреженных структур для описания изображения. При этом описание изображения осуществляется на основе минимального количества ненулевых параметров, а также словаря, содержащего ограниченное число независимых параметров [72-75]. В подобных методах получение информации о структуре фрагментов осуществляется на основе различных вариантов вейвлет-преобразований [76].

В целом, несмотря на то, что область разработки алгоритмов закраски фрагментов изображений является достаточно молодой (появившейся уже в XXI веке), данное направление активно развивается, о чем свидетельствует большое количество разрабатываемых алгоритмов, обеспечивающих визуально

правдоподобные результаты обработки даже при закраске фрагментов достаточно крупной площади.

1.2. Модели изображений и аппликативных помех как реализаций случайных полей

1.2.1. Моделирование изображений как реализаций случайных полей

При синтезе и анализе алгоритмов обработки информации, получаемой от совокупности распределенных в пространстве датчиков, требуется уделить внимание используемым математическим моделям сигналов и помех. Следует отметить, что применение упрощённых моделей сигналов может привести к потере адекватности всей имитационной модели и к неправильным качественным и количественным результатам при проведении экспериментов, направленных на оценку эффективности исследуемой системы [77]. В данном классе задач наблюдаемые сигналы нередко подвержены влиянию технических и физических средств их регистрации. В общем случае это влияние может являться весьма сложным, причём возникающие искажения зачастую носят неаддитивный и недетерминированный характер [77]. Использование случайных процессов и полей при синтезе информационных системах для описания сигналов и помех позволяет приблизить математические модели к реальной помеховой обстановке в самых различных ситуациях [77].

Сигналы могут быть детерминированными, квазидетерминированными и стохастическими. Детерминированным называется сигнал, характеристики которого могут быть определены в любой момент времени с вероятностью равной единице [77]. Квазидетерминированный сигнал сохраняет определенную структуру и имеет случайные параметры на этой структуре. Стохастический сигнал представляется в виде реализаций случайных процессов (случайных функций одной переменной) или случайных полей, заданных на многомерных сетках [77]. Математические и цифровые модели сигналов первых двух типов реализуются достаточно просто на основе их аналитической и алгоритмической записи,

сохраняющей фиксированную структуру во временной и спектральной области, с подстановкой значений случайных параметров, для генерации которых используются заданные законы распределения.

Модели случайных полей применяются при описании свойств рельефа земной поверхности, для моделирования аэрокосмических фотоснимков и полей облачности, телевизионных кадров, радиолокационных изображений и имитации фона в оптико-электронных системах [78]. Все перечисленные области объединяются общей задачей оценивания ненаблюдаемых параметров сигналов и полей на основе наблюдаемых данных. Большинство реальных изображений и полей, анализируемых в задачах такого рода, являются, по сути, локально-однородными. Основой их представления могут быть гауссовские случайные поля (ГСП). Даже случайные поля гидродинамических характеристик турбулентного потока часто оказываются во многих отношениях близкими к гауссовским полям [78].

ГСП, элементам которого соответствует вектор средних значений $\boldsymbol{\mu}_x$ и матрица ковариации $\boldsymbol{\Sigma}_x$ задается следующим распределением [44]:

$$P(\mathbf{x}) \sim (2\pi)^{-\frac{N}{2}} |\boldsymbol{\Sigma}_x|^{-\frac{1}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu}_x)^T \boldsymbol{\Sigma}_x^{-1}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu}_x)\right\}, \quad (1.36)$$

Аналитические свойства ГСП в стохастических подходах к построению СР, позволяют обеспечить устойчивость процесса оценивания параметров модели наблюдения (смещений и ФРТ датчика камеры) при неизвестном изображении ВР. Несмотря на это достоинство, ГСП является чрезмерно гладким, что затрудняет моделирование изображений с резкими перепадами интенсивности.

Случайное поле Хубера характеризуется распределением Гиббса, которое используется для моделирования кусочно-гладких поверхностей, с плотностью вероятностей вида

$$P(\mathbf{x}) = \frac{1}{Z} \exp\left\{-\frac{1}{2\beta} \sum_{c \in C} \rho_\alpha(\mathbf{d}_c \mathbf{x})\right\}, \quad (1.37)$$

где β – параметр распределения; c – локальная группа пикселей, принадлежащая множеству всех пикселей изображения; $\mathbf{d}_c \mathbf{x}$ – характеризует пространственную активность данных, принимающую небольшие значения на гладких регионах изображения, а на границах перепадов интенсивности – большие значения.

В работе [79] используются четыре величины активности, определяемые для каждого пикселя изображения следующими конечными разностями второго порядка, аппроксимирующими производные в точке $x_{i,j}$ в горизонтальном, вертикальном и диагональных направлениях:

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_{i,j,1} \mathbf{x} &= x_{i,j-1} - 2x_{i,j} + x_{i,j+1}, \\ \mathbf{d}_{i,j,2} \mathbf{x} &= 0.5x_{i+1,j-1} - x_{i,j} + 0.5x_{i-1,j+1}, \\ \mathbf{d}_{i,j,3} \mathbf{x} &= x_{i-1,j} - 2x_{i,j} + x_{i+1,j}, \\ \mathbf{d}_{i,j,4} \mathbf{x} &= 0.5x_{i-1,j-1} - x_{i,j} + 0.5x_{i+1,j+1}. \end{aligned} \quad (1.38)$$

При этом резкие перепады интенсивности поля характеризуются функцией потерь Хубера [79]

$$\rho_\alpha(x) = \begin{cases} x^2, & |x| \leq \alpha, \\ 2\alpha|x| - \alpha^2, & |x| > \alpha, \end{cases} \quad (1.39)$$

где α – пороговый параметр, разделяющий квадратичные и линейные регионы.

Использование данной граничной функции потерь характерно для моделирования изображений, на которых присутствуют заметные перепады яркости.

Следует отметить, что квадратичная граничная функция потерь вида

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} \rho_\alpha(x) = x^2, \quad (1.40)$$

характерна для модели ГСП, применяемой для моделирования гладких изображений.

1.2.2. Моделирование аппликативных помех

Представим модель изображения, регистрируемого в условиях АП, как [52-59]

$$f(x, y) = \eta(x, y)[s(x, y) + v(x, y)] + [1 - \eta(x, y)]w(x, y), \quad (1.41)$$

где $x = \overline{1, W}$; $y = \overline{1, H}$.

Для синтеза и анализа построения СР изображений в присутствии аддитивных и аппликативных помех требуется определить модели данных искажений. В качестве аддитивной помехи обычно используется модель белого гауссовского шума $v(x, y)$ с известной дисперсией D_v и математическим ожиданием $M_v = 0$. Используемая модель АП должна удовлетворять заданным параметрам размеров, конфигурации и расположения ЛОЗ фрагментов изображения. Алгоритмы генерации, разработанные в работах [52, 77] удовлетворяют данным требованиям и позволяют генерировать АП в виде потока пятен случайной площади, форма которых определяется заданной топологией элементов.

Реализации АП имеют вид совокупности ЛОЗ фрагментов изображения, возникновение которых приводит к потере полезной информации в элементах закрываемых фрагментов изображения. Для описания процесса возникновения ЛОЗ используется пуассоновский поток порождающих точек, соответствующих центрам ЛОЗ, с заданным значением интенсивности Λ , который обеспечивает формирование в области площадью V число центров N , в соответствии с распределением [77]:

$$P(N) = \frac{(\Lambda V)^N}{N!} e^{-\Lambda V}, \quad V = p \times q, \quad (1.42)$$

где p, q – число отсчетов в горизонтальном и вертикальном направлениях соответственно.

Каждой порождающей точке ставится в соответствие случайное натуральное число n , определяющая площадь области закрытия вокруг данного центра. В работе [77] площадь ЛОЗ так же определяется пуассоновским законом

распределения с заданной интенсивностью λ . Тогда, при наличии порождающей точки:

$$P(n) = \frac{\lambda^{n-1}}{(n-1)!} e^{-\lambda}, \quad n \geq 1,$$

$$M[n] = \sum_{n=1}^{\infty} n \frac{\lambda^{n-1}}{(n-1)!} e^{-\lambda} = \lambda + 1 = \frac{S}{\Delta x \Delta y}, \quad (1.43)$$

где S – средняя площадь ЛОЗ.

Алгоритмы формирования ЛОЗ в работах [52, 77] реализуют последовательное искажение элементов, окружающих порождающую точку. Сначала искажается соседний с порождающей точкой элемент, выбор которого осуществляется на основе заданной конфигурации [77] или распределения [52]. Затем на каждом шаге последовательно искажается один из элементов, равновероятно выбираемый либо из совокупности соседних к ранее искаженному элементу [77], либо из множества примыкающих к сформированной ЛОЗ [52], до тех пор пока площадь области закрытия не достигнет соответствующего значения n . На рисунке 1.2 показаны примеры реализации АП на основе описанного алгоритма.

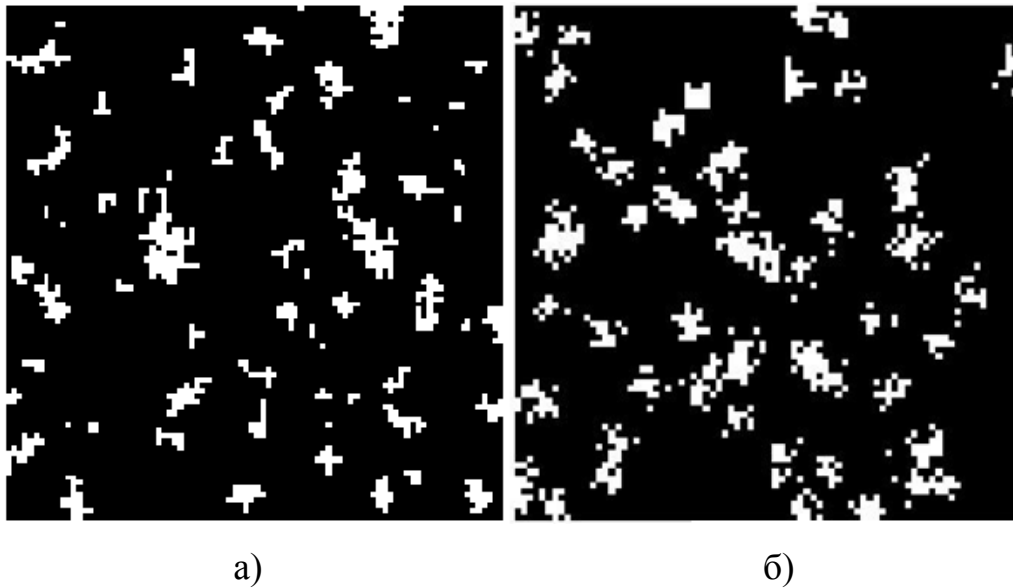


Рисунок 1.2 – Примеры реализации АП на основе алгоритмов генерации:

а) алгоритм [77]; б) алгоритм [52]

1.3. Модель построения сверхразрешения на основе алгоритмов калмановской (марковской) фильтрации

Учитывая потенциальные возможности использования методов марковской рекуррентной фильтрации для построения СР и улучшения качества изображений в условиях АП необходимо несколько по-другому провести формализацию процесса обработки по сравнению с (1.1), адаптировав её к задаче оценивания неизвестных состояний динамической системы.

1.3.1. Постановка задачи построения сверхразрешения на основе оптимальной линейной фильтрации

Ненаблюдаемая последовательность изображений ВР интерпретируется как случайный процесс $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_k\}$ в дискретном времени $k = \overline{1, K}$, рассматриваемый как последовательность случайных векторов \mathbf{x}_k , каждый из которых соответствует изображению ВР размера $L \times L$, развернутому в вектор по столбцам. Модель состояний (МС) системы удовлетворяет следующему уравнению:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{F}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{u}_k, \quad (1.44)$$

где \mathbf{x}_{k+1} – изображение ВР, полученное из предыдущего изображения \mathbf{x}_k за счёт перемещения камеры и/или объекта в процессе получения изображений; \mathbf{F}_k – оператор сдвига размера $L^2 \times L^2$, характеризующая геометрические взаимные деформации (смещения) изображений; \mathbf{u}_k – гауссовский вектор возмущений процесса, для которого $M[\mathbf{u}_k] = 0$, $M[\mathbf{u}_k \mathbf{u}_k^T] = \mathbf{Q}_k = \sigma_Q^2 \mathbf{I}$.

Наблюдению доступен процесс $\mathbf{Y} = \{\mathbf{y}_k\}$, связанный с процессом $\{\mathbf{x}_k\}$ некоторым оператором связи (оператором искажения) \mathbf{H}_k , характеризующим измерительно-регистрирующую систему. Последовательность векторов \mathbf{y}_k характеризует серию изображений НР, имеющих размер $M \times M$ пикселей ($L > M$).

Модель наблюдений (МН) имеет вид

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k, \quad (1.45)$$

где \mathbf{y}_k – изображение НР; \mathbf{x}_k – изображение ВР, которому соответствует \mathbf{y}_k ; \mathbf{H}_k – оператор искажения размера $M_k^2 \times L^2$, с помощью которой моделируются процессы размытия (функция рассеяния фотоприемника) и прореживания; \mathbf{v}_k – вектор аддитивного гауссовского шума, для которого $M[\mathbf{v}_k] = \mathbf{0}$; $M[\mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^T] = \mathbf{R}_k = \sigma_R^2 \mathbf{I}$.

Задача оценивания изображений ВР заключается в определении наиболее близких (в соответствии с критерием среднеквадратичной ошибки) оценок значений ненаблюдаемого процесса $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_k\}$, соответствующих наблюдаемой совокупности векторов $\mathbf{Y} = \{\mathbf{y}_k\}$ при заданной МН.

Рассмотрим пример формирования операторов \mathbf{F}_k и \mathbf{H}_k для случая глобальных поступательных смещений между изображениями, наличие которых вызвано перемещением камеры относительно сцены. Каждое k -е изображение ВР смещено относительно предыдущего $(k-1)$ -го кадра ВР на $\Delta x^{(k)}$ пикселей по оси OX и на $\Delta y^{(k)}$ по оси OY [32].

Матрица сдвига \mathbf{F}_k имеет структуру, обусловленную ядром фильтра для интерполяции изображения $\lambda_k = \|\lambda_{pq}^{(k)}\|$, в результате свертки с которым исходного изображения ВР получается смещённое изображение ВР [32]:

$$\mathbf{F}_k = \|\|f_{rt}^{(k)}\|\|, \quad \lambda_k = \|\|\lambda_{pq}^{(k)}\|\|, \quad f_{rt}^{(k)} = \begin{cases} \lambda_{pq}^{(k)}, \\ r = (j-1)L + i, t = (j+n)L + i + m, \\ 0 < i + m \leq L, 0 < j + n < L; \\ 0, r \neq (j-1)L + i, t \neq (j+n)L + i + m, \\ 0 < i + m \leq L, 0 < j + n < L, \end{cases} \quad (1.46)$$

где $i = \overline{1, L}$; $j = \overline{1, L}$; $p = \overline{1, N_\lambda}$; $q = \overline{1, N_\lambda}$; $m = p - (N_\lambda + 1) / 2$; $n = q - (N_\lambda + 3) / 2$; матрица фильтра λ_k имеет размер $N_\lambda \times N_\lambda$, где N_λ – нечётное число.

Для возможности моделирования дробных смещений при интерполяции изображений может использоваться функция кардинального синуса, так как такой метод позволяет сохранить резкость смещенного изображения. Однако, при

использовании данного метода интерполяции, вследствие ограниченного интервала обработки, возникает эффект Гиббса, выражающийся в осцилляциях яркости на гладких участках смещенного изображения. Для решения данной проблемы предусмотрено применение окна Ланцоша. В этом случае апертура фильтра λ_k имеет вид

$$\lambda_k = \Delta \mathbf{x}_p^{(F)(k)} \Delta \mathbf{y}_q^{(F)(k)T},$$

$$\Delta \mathbf{x}_p^{(F)(k)} = \begin{cases} \text{sinc}((m - \Delta x^{(k)}) / l_{lan}) \text{sinc}(m - \Delta x^{(k)}), & |m - \Delta x^{(k)}| < l_{lan}, \\ 0, & |m - \Delta x^{(k)}| \geq l_{lan}, \end{cases} \quad (1.47)$$

$$\Delta \mathbf{y}_q^{(F)(k)} = \begin{cases} \text{sinc}((n - \Delta y^{(k)}) / l_{lan}) \text{sinc}(n - \Delta y^{(k)}), & |n - \Delta y^{(k)}| < l_{lan}, \\ 0, & |n - \Delta y^{(k)}| \geq l_{lan}, \end{cases}$$

где l_{lan} – половина ширины окна Ланцоша, обычно используется величина $l_{lan} = 2$ или $l_{lan} = 3$.

Возможно использование других способов интерполяции, например бикубической:

$$\Delta \mathbf{x}_p^{(F)(k)} = \begin{cases} 1.5|m - \Delta x^{(k)}|^3 - 2.5|m - \Delta x^{(k)}|^2, & |m - \Delta x^{(k)}| \leq 1, \\ -0.5|m - \Delta x^{(k)}|^3 + 2.5|m - \Delta x^{(k)}|^2 - 4|m - \Delta x^{(k)}| + 2, & 1 < |m - \Delta x^{(k)}| \leq 2, \end{cases} \quad (1.48)$$

$$\Delta \mathbf{y}_q^{(F)(k)} = \begin{cases} 1.5|n - \Delta y^{(k)}|^3 - 2.5|n - \Delta y^{(k)}|^2, & |n - \Delta y^{(k)}| \leq 1, \\ -0.5|n - \Delta y^{(k)}|^3 + 2.5|n - \Delta y^{(k)}|^2 - 4|n - \Delta y^{(k)}| + 2, & 1 < |n - \Delta y^{(k)}| \leq 2. \end{cases}$$

Матрица прореживания \mathbf{H}_k имеет похожую структуру. В случае если коэффициент прореживания $\mu = L / M$ является целым числом, то [32]:

$$\mathbf{H}_k = \|\mathbf{h}_{rt}^{(k)}\|, \quad \boldsymbol{\theta}_k = \|\boldsymbol{\theta}_{pq}^{(k)}\|, \quad h_{rt}^{(k)} = \begin{cases} \theta_{pq}^{(k)}, & r = (j-1)M + i, t = (\bar{j} + n)L + \bar{i} + m, \\ 0 < \bar{i} + m \leq L, 0 < \bar{j} + n < L; \\ 0, & r \neq (j-1)M + i, t \neq (\bar{j} + n)L + \bar{i} + m, \\ 0 < \bar{i} + m \leq L, 0 < \bar{j} + n < L, \end{cases} \quad (1.49)$$

где $i = \overline{1, M}$; $j = \overline{1, M}$; $p = \overline{1, N_\theta}$; $q = \overline{1, N_\theta}$; $m = p - (N_\theta + 1) / 2$; $n = q - (N_\theta + 3) / 2$; $\bar{i} = \lceil (i - 0.5) \cdot \mu \rceil$; $\bar{j} = \lceil (j - 0.5) \cdot \mu \rceil$; оператор $\lceil \cdot \rceil$ обозначает округление до ближайшего целого в большую сторону; ядро фильтра $\boldsymbol{\theta}_k$ размера $N_\theta \times N_\theta$ (N_θ – нечётное число) характеризует функцию рассеяния точки (ФРТ) датчика камеры, а также включает весовые коэффициенты интерполяции соседних пикселей в случае, если μ не является целым.

Следует также рассмотреть еще один вариант организации обработки [32]. Применение алгоритмов калмановского типа позволяет учитывать взаимные смещения изображения непосредственно при задании оператора искажения. В этом случае матрица сдвига считается единичной $\mathbf{F}_k = \mathbf{I}$, $k = \overline{1, K}$. Учёт смещений в матрице \mathbf{H}_k осуществляется следующим образом:

$$\mathbf{H}_k = \|\| h_{r,t}^{(k)} \|\|, \quad \boldsymbol{\gamma}_k = \|\| \boldsymbol{\gamma}_{p,q}^{(k)} \|\|, \quad h_{r,t}^{(k)} = \begin{cases} \boldsymbol{\gamma}_{p,q}^{(k)}, & r = (j-1)M + i, t = (\bar{j} + n)L + \bar{i} + m, \\ 0 < \bar{i} + m \leq L, 0 < \bar{j} + n < L; \\ 0, & r \neq (j-1)M + i, t \neq (\bar{j} + n)L + \bar{i} + m, \\ 0 < \bar{i} + m \leq L, 0 < \bar{j} + n < L, \end{cases} \quad (1.50)$$

$$\boldsymbol{\gamma}_k = \boldsymbol{\lambda}_k \otimes \boldsymbol{\theta}_k.$$

Следует отметить, что в отличие от случая, когда $\mathbf{F}_k \neq \mathbf{I}$, при котором $\Delta x^{(k)}$ и $\Delta y^{(k)}$ являются смещениями между соседними k -м и $(k-1)$ -м изображениями ВР, в данном случае, величины смещений в матрице искажений соответствуют сдвигу обрабатываемого k -го кадра ВР относительно некоторого опорного кадра, который выбирается из числа изображений наблюдаемой последовательности ИР [32].

Если допустить отсутствие возмущений процесса ($\sigma_0^2 = 0$), что соответствует случаю восстановления единственного изображения ВР, полагаемого неизменным в течение всего процесса наблюдения, то модели (1.44), (1.45) эквивалентны (1.1):

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{x}_{k-1} = \mathbf{x}, \quad k = \overline{1, K},$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k = \mathbf{D}_k \mathbf{B}_k \mathbf{M}_k \mathbf{x} + \mathbf{v}_k. \quad (1.51)$$

1.3.2. Общий подход к решению задачи построения свёрхразрешения на основе оптимальной линейной фильтрации

Эффективным подходом получения оптимальной оценки состояния линейной системы является использование алгоритмов калмановского типа [53-59, 80]. Фильтр Калмана обеспечивает оптимальные в среднеквадратичном оценки $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}$, $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}$ вектора \mathbf{x}_k по совокупности наблюдений $\mathbf{y}^k = \{\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_k\}$. Оценка $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}$ – это экстраполяция изображения ВР \mathbf{x}_k , полученная на основе обработки совокупности из $k-1$ наблюдаемых изображений НР \mathbf{y}^{k-1} , $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}$ – оценка, скорректированная в при поступлении \mathbf{y}_k . Переход от экстраполяции $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}$ к уточненной оценке $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}$ осуществляется на основе матрицы ковариаций ошибки оценивания $\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{M}\{(\mathbf{x}_k - \tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1})(\mathbf{x}_k - \tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1})^T\}$ [80].

Уравнения коррекции оценки на основе фильтра Калмана в классической форме имеет следующий вид [80]:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}_{k|k} &= \tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{W}_k (\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}), & \mathbf{P}_{k|k} &= \mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{W}_k \mathbf{V}_k^T, \\ \mathbf{W}_k &= \mathbf{V}_k \mathbf{U}_k^{-1}, & \mathbf{U}_k &= \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k, & \mathbf{V}_k &= \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T. \end{aligned} \quad (1.52)$$

Рекуррентные выражения для экстраполяции оценки $\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k}$ на $k+1$ шаг и соответствующей матрицы ковариаций $\mathbf{P}_{k+1|k}$ имеет вид:

$$\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k} = \mathbf{F}_k \tilde{\mathbf{x}}_{k|k}, \quad \mathbf{P}_{k+1|k} = \mathbf{F}_k \mathbf{P}_{k|k} \mathbf{F}_k^T + \mathbf{G}_k \mathbf{Q}_k \mathbf{G}_k^T. \quad (1.53)$$

Предполагая начальное распределение изображения ВР как $\tilde{\mathbf{x}}_{1|0} = \mathbf{x}_{1|0}$ и начальное значение $\mathbf{P}_{1|0} = \mathbf{P}_0$, за счёт реализации рекуррентной коррекции (1.52) и экстраполяции (1.53) оценки при поступлении очередного наблюдаемого изображения НР, обеспечивается оптимальное линейное оценивание ненаблюдаемого изображения ВР.

Как уже отмечалось, основной проблемой реализации фильтра Калмана в классической форме в задачах построения СР является большая размерность матриц $\mathbf{P}_{k|k}$, $\mathbf{P}_{k|k-1}$, \mathbf{U}_k и т.п. Эффективное применение алгоритмов калмановского

типа могут обеспечить методы распараллеливания входных данных и приёмы, позволяющие избежать обращения матрицы ковариации, рассмотренные в разделе 2 данной диссертации.

Выводы по разделу

1. В настоящее время разработано множество алгоритмов построения сверхразрешения изображений. Известные методы реализуют обработку изображений как в частотной, так и в пространственной области. Методы обработки в частотной области отличает простота реализации, но их применение возможно лишь для ограниченного класса моделей размытия и шума. Методы, работающие в пространственной области, допускают использование более разнообразных моделей изображений и различных подходов для их математического описания. Общий недостаток всех этих методов – чувствительность к возникновению на обрабатываемых кадрах ложных наблюдений, проявляющихся в форме ЛОЗ – фрагментов с аномальными значениями интенсивности, влияние которых носит аппликативный характер.

2. Рассмотрены основные подходы к устранению ложных (аномальных) наблюдений на обрабатываемых изображениях. При небольшой площади локальных областей закрытия обычно применяются алгоритмы медианной фильтрации изображений. Однако при увеличении их площади медианный фильтр не может обеспечить приемлемого качества восстановления. Альтернативой являются алгоритмы, в основе которых лежит использование методов оптимальной фильтрации. Реализация подобных алгоритмов является сложной задачей и для ее упрощения вводятся различные ограничения, например, использование оценок оптимальных только в классе линейных. Еще одним вариантом устранения ЛОЗ является двухэтапная обработка, на первом этапе которой проводится локализация фрагментов АП, а на втором специальная обработка, реализующая их «закраску».

3. Рассмотрены основные модели случайных полей, применяемые для моделирования изображений в различных физических средах, а также методы

моделирования АП на изображениях. Наиболее часто в задачах обработки изображений применяются модели в виде гауссовских случайных полей, хотя их общим недостатком является ограничение на воспроизведение резких перепадов яркости. Случайное поле Хубера в меньшей степени ограничивает возможности воспроизведения перепадов яркости и больше подходит для моделирования изображений, содержащих мелкие детали. Данная модель случайного поля часто используется в задачах восстановления изображений.

Влияние АП на изображениях проявляется в возникновении на них случайно размещенных локальных областей закрытия – фрагментов случайной площади и формы. Процесс появления ЛОЗ в известных работах моделируется как пуассоновский поток порождающих точек – условных центров локальных закрывающих образований с заданной интенсивностью. Моделирование случайных площади и формы ЛОЗ осуществляется с помощью специальных алгоритмов.

4. Сформулирована постановка задачи построения СР, которая заключается в проведении оценивания ненаблюдаемого изображения ВР на основе последовательности наблюдаемых изображений НР, соответствующих различным отображениям оцениваемого изображения ВР. Описан общий подход к решению задачи оценивания изображения ВР, в основе которого лежат алгоритмы фильтрации калмановского типа, позволяющие получить оптимальную в среднеквадратичном оценку состояния системы (изображения ВР) по совокупности наблюдений (изображений НР).

2. Модели и алгоритмы фильтрации последовательности изображений для построения сверхразрешения в блочной форме

Использование алгоритмов калмановского типа [28-30, 32-42, 53-56, 61, 62, 80] является одним из эффективных подходов с точки зрения получения оптимальных (в классе линейных) оценок состояния системы по совокупности наблюдений. Однако общей проблемой при реализации таких алгоритмов в задаче сверхразрешения является то, что при использовании исходного представления изображений обрабатываемой последовательности, размерность векторов состояний и наблюдений имеет порядок $N = 10^4 - 10^6$, при этом размеры вычисляемых и обращаемых матриц достигают значений $N \times N$, что приводит к перерасходу используемых вычислительных ресурсов и возникновению случаев расходимости [32]. Поэтому, для обеспечения сокращения объема вычислений, исключения потери точности при преобразовании матриц большого размера и прочих негативных эффектов, применяются методы распараллеливания входных данных и приёмы, позволяющие избежать обращения матрицы ковариаций ошибок оценивания. К первым относятся матричные алгоритмы, существо которых заключающиеся в формировании блочной матрицы, включающей всю необходимую информацию для реализации данного этапа фильтрации, которая в дальнейшем приводится к треугольному виду [81]. К последним относится техника скаляризации наблюдений [81], сущность которой состоит в покомпонентной обработке вектора наблюдений, позволяющей избежать процедуры обращения, что обеспечивает преимущество в скорости фильтрации лишь в том случае, в котором размерность вектора наблюдений превосходит размерность оцениваемого вектора состояний. Данное условие больше характерно для социально-экономических исследований, в которых осуществляются повторяющиеся опросы населения и каждый отчётный период собирается и обрабатывается одна и та же статистическая информация [81], чем для задач оценивания изображений ВР по совокупности изображений меньшего размера.

В соответствии с [60] обработка изображений при незначительной потере в точности возможна при использовании сеток небольшого размера (блоков). Поэтому, в целях обеспечения сокращения объема вычислений при реализации процесса оценивания изображений ВР, требуется рассмотреть теоретические и практические возможности синтеза алгоритмов построения СР при выполнении блочной обработки.

2.1. Постановка задачи фильтрации последовательности изображений в блочной форме

Пусть на вход фильтра, реализующего оценку ненаблюдаемых изображений, поступает последовательность наблюдаемых изображений, подверженных влиянию гауссовского шума. МС и МН системы, в соответствии с (1.44), (1.45), описываются стандартными уравнениями вида

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{F}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{u}_k, \\ \mathbf{y}_k &= \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k,\end{aligned}\tag{2.1}$$

где векторы из последовательности $\{\mathbf{x}_k\}$ ($k = \overline{1, K}$) характеризуют ненаблюдаемые изображения ВР, каждое из которых связано с предыдущим посредством оператора \mathbf{F}_k ; \mathbf{u}_k – центрированный гауссовский вектор возмущений, характеризующий погрешности МС, с диагональной матрицей ковариаций $M[\mathbf{u}_k \mathbf{u}_k^T] = \mathbf{Q}_k = \sigma_Q^2 \mathbf{I}$ ($\mathbf{G}_k = \mathbf{I}$); \mathbf{y}_k является наблюдаемым отображением \mathbf{x}_k меньшего разрешения, возникающим в результате воздействия на исходное распределение яркости светового потока (в плоскости датчиков) системы формирования изображений, влияние которой характеризуется оператором \mathbf{H}_k , а также аддитивного гауссовского шума, который характеризуется вектором \mathbf{v}_k с параметрами $M[\mathbf{v}_k] = 0$, $M[\mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^T] = \mathbf{R}_k = \sigma_R^2 \mathbf{I}$.

Пусть в начальный момент времени значения элементов оцениваемого изображения подчинены гауссовскому закону распределения $\mathbf{x}_1 \sim N(\mathbf{x}_1, \tilde{\mathbf{x}}_{10}, \mathbf{P}_{10})$,

где $\tilde{\mathbf{x}}_{1|0}$ – начальная оценка \mathbf{x}_1 ; $\mathbf{P}_{1|0}$ – матрица ковариаций \mathbf{x}_1 . При использовании в качестве критерия оптимальности критерий минимума среднеквадратичной ошибки оценивания, оптимальную оценку $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}$ изображения ВР \mathbf{x}_k и её экстраполяцию $\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k}$ на шаг вперед по совокупности наблюдаемых изображений НР $\mathbf{y}^k = \{\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_k\}$ обеспечивает алгоритм фильтрации Калмана (1.52), (1.53), позволяющий получить решение задачи оптимальной линейной фильтрации:

$$\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k} = \mathbf{F}_k \tilde{\mathbf{x}}_{k|k}, \quad \tilde{\mathbf{x}}_{k|k} = \tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{W}_k (\mathbf{y}_k - \tilde{\mathbf{y}}_{k|k-1}), \quad \tilde{\mathbf{y}}_{k|k-1} = \mathbf{H}_k \tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}, \quad \mathbf{W}_k = \mathbf{V}_k \mathbf{U}_k^{-1}, \quad (2.2)$$

$$\mathbf{P}_{k+1|k} = \mathbf{F}_k \mathbf{P}_{k|k} \mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}_k, \quad \mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{W}_k \mathbf{V}_k^T, \quad \mathbf{V}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T, \quad \mathbf{U}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k.$$

Для понижения вычислительной сложности алгоритма фильтрации требуется реализация блочной декомпозиции МС и МН системы (2.1) и, соответственно, рекуррентных выражений (2.2).

Предлагаемая блочная декомпозиция исходной системы предполагает разделение изображений ВР и НР на N_b перекрывающихся блоков по вертикали и по горизонтали. Пусть ненаблюдаемые и наблюдаемые изображения имеют размеры $L \times L$ и $M \times M$ соответственно. Тогда размеры блоков для каждого из этих изображений составляют $s_{he} \times s_{he}$ ($s_{he} = s_h + 2\Delta s_h$, $s_h = L / N_b$) и $s_{le} \times s_{le}$, ($s_{le} = s_l + 2\Delta s_l$, $s_l = M / N_b$) соответственно. Операторы \mathbf{F}_k и \mathbf{H}_k , используемые в (2.1), так же адаптируются к размеру блоков, что подразумевает применение для каждого блока ВР и НР операторов $\mathbf{F}_k^{p,q}$ и $\mathbf{H}_k^{p,q}$ ($p, q = \overline{1, N_b}$), размера $s_{he}^2 \times s_{he}^2$ и $s_{le}^2 \times s_{le}^2$ соответственно. Операторы \mathbf{F}_k и $\mathbf{F}_k^{p,q}$, так же как \mathbf{H}_k и $\mathbf{H}_k^{p,q}$, имеют одинаковую структуру, формируемую в соответствии с (1.46)-(1.50), и различаются только размерами.

С учётом вышеописанных требований модель системы (2.1) в блочной форме примет вид [32, 34]:

$$\mathbf{x}_{k+1}^{p,q} = \mathbf{F}_k^{p,q} \mathbf{x}_k^{p,q} + \mathbf{u}_k^{p,q}, \quad (2.3)$$

$$\mathbf{y}_k^{p,q} = \mathbf{H}_k^{p,q} \mathbf{x}_k^{p,q} + \mathbf{v}_k^{p,q},$$

где $k = \overline{1, K}$; $p, q = \overline{1, N_b}$; $\mathbf{x}_{k+1}^{p,q}$, $\mathbf{x}_k^{p,q}$ – векторы размерности s_{he}^2 , полученные в результате развёртки блоков ненаблюдаемых изображений, соответствующих векторам \mathbf{x}_{k+1} и \mathbf{x}_k ; $\mathbf{y}_k^{p,q}$ – вектор размерности s_{le}^2 , соответствующий блоку k -го изображения ИР; $\mathbf{u}_k^{p,q}$ и $\mathbf{v}_k^{p,q}$ – центрированные гауссовские векторы размерности s_{he}^2 и s_{le}^2 соответственно, с диагональными матрицами ковариаций $\mathbf{M}[\mathbf{u}_k^{p,q} \mathbf{u}_k^{p,q \top}] = \mathbf{Q}_k^{p,q}$ и $\mathbf{M}[\mathbf{v}_k^{p,q} \mathbf{v}_k^{p,q \top}] = \mathbf{R}_k^{p,q}$.

Предполагается, что параметры шумов не зависят от локализации в пространстве, то есть идентичны для всех блоков изображения, в соответствии с чем:

$$\mathbf{Q}_k^{p,q} = \mathbf{Q}_{bk} = \sigma_Q^2 \mathbf{I}, \quad \mathbf{R}_k^{p,q} = \mathbf{R}_{bk} = \sigma_R^2 \mathbf{I}, \quad p, q = \overline{1, N_b}. \quad (2.4)$$

Если модель движения между изображениями ограничена глобальными поступательными сдвигами, идентичными для всех точек k -го изображения, а модели размытия и прореживания носят пространственно-независимый характер, то выполняется

$$\mathbf{F}_k^{p,q} = \mathbf{F}_{bk}, \quad \mathbf{H}_k^{p,q} = \mathbf{H}_{bk}, \quad p, q = \overline{1, N_b}. \quad (2.5)$$

Выражения (2.4) и (2.5) соответствуют ситуации, в которой матрицы блочной модели (2.3) являются идентичными для всех блоков k -го изображения, что позволяет существенно сэкономить объём памяти, необходимый для проведения подобной обработки.

Для подтверждения оптимальности оценки изображений ИР с использованием блочной модели (2.3) воспользуемся теоремой о нормальной корреляции [80] и рассмотрим вытекающие из нее частные случаи.

Теорема. Для гауссовских векторов $\boldsymbol{\theta}$, $\boldsymbol{\zeta}$ оптимальная оценка в виде условного среднего $\mathbf{M}[\boldsymbol{\theta} | \boldsymbol{\zeta}]$ вектора $\boldsymbol{\theta}$ по наблюдению $\boldsymbol{\zeta}$ и её матрица ошибок $\Delta = \mathbf{M}[(\boldsymbol{\theta} - \mathbf{M}[\boldsymbol{\theta} | \boldsymbol{\zeta}])(\boldsymbol{\theta} - \mathbf{M}[\boldsymbol{\theta} | \boldsymbol{\zeta}])^\top]$ задаются соотношениями

$$\mathbf{M}[\boldsymbol{\theta} | \boldsymbol{\zeta}] = \mathbf{M}[\boldsymbol{\theta}] + \mathbf{R}_{\theta\zeta} \mathbf{R}_{\zeta\zeta}^{-1} (\boldsymbol{\zeta} - \mathbf{M}[\boldsymbol{\zeta}]), \quad \Delta = \mathbf{R}_{\theta\theta} - \mathbf{R}_{\theta\zeta} \mathbf{R}_{\zeta\zeta}^{-1} \mathbf{R}_{\zeta\theta}^\top,$$

$$\mathbf{R}_{\theta\theta} = \mathbf{M}\left[(\boldsymbol{\theta} - \mathbf{M}[\boldsymbol{\theta}])(\boldsymbol{\theta} - \mathbf{M}[\boldsymbol{\theta}])^{\mathbf{T}}\right], \quad (2.6)$$

$$\mathbf{R}_{\theta\zeta} = \mathbf{M}\left[(\boldsymbol{\theta} - \mathbf{M}[\boldsymbol{\theta}])(\boldsymbol{\zeta} - \mathbf{M}[\boldsymbol{\zeta}])^{\mathbf{T}}\right],$$

$$\mathbf{R}_{\zeta\zeta} = \mathbf{M}\left[(\boldsymbol{\zeta} - \mathbf{M}[\boldsymbol{\zeta}])(\boldsymbol{\zeta} - \mathbf{M}[\boldsymbol{\zeta}])^{\mathbf{T}}\right].$$

Из общей формулировки теоремы могут быть получены, как частные случаи, следующие следствия.

1. Если величины $\boldsymbol{\theta}$ и $\boldsymbol{\zeta}$ некоррелированы, что подразумевает $\mathbf{R}_{\theta\zeta} = \mathbf{0}$, то

$$\mathbf{M}[\boldsymbol{\theta} | \boldsymbol{\zeta}] = \mathbf{M}[\boldsymbol{\theta}], \quad \Delta = \mathbf{R}_{\theta\theta}. \quad (2.7)$$

Это означает, что наблюдение за $\boldsymbol{\zeta}$ не даёт новой информации относительно $\boldsymbol{\theta}$.

2. Если величины $\boldsymbol{\theta}$ и $\boldsymbol{\zeta}$ полностью коррелированы, то есть $\boldsymbol{\theta} = a\boldsymbol{\zeta} + b$, то

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[\boldsymbol{\theta}] &= a\mathbf{M}[\boldsymbol{\zeta}] + b, \quad \mathbf{R}_{\theta\zeta} = a\mathbf{R}_{\zeta\zeta}, \quad \mathbf{R}_{\theta\theta} = a^2\mathbf{R}_{\zeta\zeta}, \\ \mathbf{M}[\boldsymbol{\theta} | \boldsymbol{\zeta}] &= a\mathbf{M}[\boldsymbol{\zeta}] + b + a(\boldsymbol{\zeta} - \mathbf{M}[\boldsymbol{\zeta}]) = a\boldsymbol{\zeta} + b = \boldsymbol{\theta}, \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$\Delta = a^2\mathbf{R}_{\zeta\zeta} - a\mathbf{R}_{\zeta\zeta}\mathbf{R}_{\zeta\zeta}^{-1}(a\mathbf{R}_{\zeta\zeta})^{\mathbf{T}} = 0.$$

Это означает, что наблюдение за $\boldsymbol{\zeta}$ даёт полную информацию относительно $\boldsymbol{\theta}$.

Рассмотрим пару коррелированных гауссовских векторов $\boldsymbol{\eta}$ и $\boldsymbol{\mathcal{G}}$ размерности N с матрицами ковариации $\mathbf{R}_{\eta\eta}$ и $\mathbf{R}_{\mathcal{G}\mathcal{G}}$. Пусть $\boldsymbol{\eta} = (\boldsymbol{\eta}_1^{\mathbf{T}}, \boldsymbol{\eta}_2^{\mathbf{T}})^{\mathbf{T}}$, где вектор $\boldsymbol{\eta}_2$ размерности $0 < r \leq N$ содержит элементы $\boldsymbol{\eta}$, коррелированные с элементами вектора $\boldsymbol{\mathcal{G}}$, в то время как вектор $\boldsymbol{\eta}_1$ состоит из оставшихся элементов $\boldsymbol{\eta}$. Пусть так же $\boldsymbol{\mathcal{G}} = (\boldsymbol{\mathcal{G}}_1^{\mathbf{T}}, \boldsymbol{\mathcal{G}}_2^{\mathbf{T}})^{\mathbf{T}}$, где вектор $\boldsymbol{\mathcal{G}}_1$ содержит r элементов $\boldsymbol{\mathcal{G}}$, коррелированных с элементами вектора $\boldsymbol{\eta}$, а $\boldsymbol{\mathcal{G}}_2$ – все остальные элементы $\boldsymbol{\mathcal{G}}$. Введём составные векторы $\boldsymbol{\eta}_c = (\boldsymbol{\eta}_1^{\mathbf{T}}, \boldsymbol{\mathcal{G}}_1^{\mathbf{T}})^{\mathbf{T}}$ и $\boldsymbol{\mathcal{G}}_c = (\boldsymbol{\eta}_2^{\mathbf{T}}, \boldsymbol{\mathcal{G}}_2^{\mathbf{T}})^{\mathbf{T}}$ с матрицами ковариации $\mathbf{R}_{\eta_c\eta_c}$ и $\mathbf{R}_{\mathcal{G}_c\mathcal{G}_c}$, соответственно, а так же вектор $\boldsymbol{\lambda} = (\boldsymbol{\eta}^{\mathbf{T}}, \boldsymbol{\mathcal{G}}^{\mathbf{T}})^{\mathbf{T}}$ с матрицей ковариации $\mathbf{R}_{\lambda\lambda}$. Данный случай показан на рисунке 2.1.

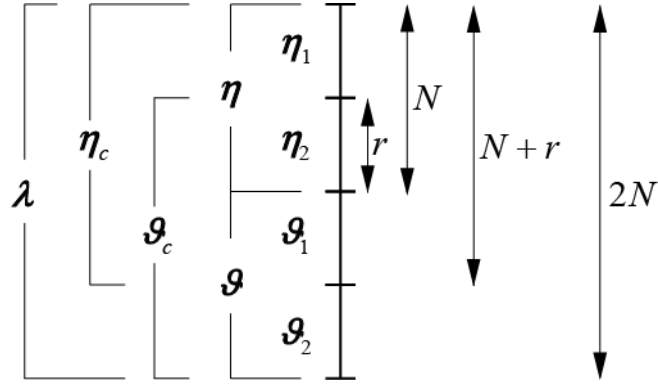


Рисунок 2.1 – Схема векторов η , ζ , λ с указанием их размерностей

Утверждение. Наблюдение за вектором η_c даёт ту же информацию относительно η , что и наблюдению за λ . Аналогично, наблюдение за вектором ζ_c обеспечивает ту же информацию относительно ζ , что и наблюдению за вектором λ .

Для доказательства данного утверждения определим векторы η'_0 , η'_1 , ζ'_1 , ζ'_0 той же размерности, что и $\lambda \in R^{2N}$, содержащие элементы векторов η_0 , η_1 , ζ_1 , ζ_0 , соответственно, в тех же позициях, что и λ , и нули в других позициях:

$$\begin{aligned} \eta'_1 &= (\eta_1^{(1)}, \dots, \eta_{2N}^{(1)}), & \eta_j^{(1)} &= \begin{cases} \eta_j^{(1)}, & j = \overline{1, N-r}, \\ 0, & j = \overline{N-r+1, 2N}, \end{cases} \\ \eta'_2 &= (\eta_1^{(2)}, \dots, \eta_{2N}^{(2)}), & \eta_j^{(2)} &= \begin{cases} \eta_{j+r-N}^{(2)}, & j = \overline{N-r+1, N}, \\ 0, & j = \overline{0, N-r} \text{ и } j = \overline{N+1, 2N}, \end{cases} \\ \zeta'_1 &= (\zeta_1^{(1)}, \dots, \zeta_{2N}^{(1)}), & \zeta_j^{(1)} &= \begin{cases} \zeta_{j-N}^{(1)}, & j = \overline{N+1, N+r}, \\ 0, & j = \overline{0, N} \text{ и } j = \overline{N+r+1, 2N}, \end{cases} \\ \zeta'_2 &= (\zeta_1^{(2)}, \dots, \zeta_{2N}^{(2)}), & \zeta_j^{(2)} &= \begin{cases} \zeta_{j-(N+r)}^{(2)}, & j = \overline{N+r+1, 2N}, \\ 0, & j = \overline{0, N+r}. \end{cases} \end{aligned} \quad (2.9)$$

Аналогично определим векторы $\eta' = \eta'_1 + \eta'_2$ и $\zeta' = \zeta'_1 + \zeta'_2$, а так же $\eta'_c = \eta'_1 + \zeta'_1$ и $\zeta'_c = \eta'_2 + \zeta'_2$. При этом, очевидно, что $\lambda = \eta'_1 + \eta'_2 + \zeta'_1 + \zeta'_2$.

Далее введём диагональные матрицы \mathbf{A}_i , $i = \overline{1, 4}$, размера $2N \times 2N$, такие, что:

$$\boldsymbol{\eta}'_1 = \mathbf{A}_1 \boldsymbol{\lambda}, \quad \boldsymbol{\eta}'_2 = \mathbf{A}_2 \boldsymbol{\lambda}, \quad \boldsymbol{\mathcal{G}}'_1 = \mathbf{A}_3 \boldsymbol{\lambda}, \quad \boldsymbol{\mathcal{G}}'_2 = \mathbf{A}_4 \boldsymbol{\lambda}. \quad (2.10)$$

Диагональные элементы матриц \mathbf{A}_i , $i = \overline{1,4}$, принимают значения 1 в тех позициях, где размещены отличные от 0 элементы векторов $\boldsymbol{\eta}'_0$, $\boldsymbol{\eta}'_1$, $\boldsymbol{\mathcal{G}}'_1$, $\boldsymbol{\mathcal{G}}'_0$, и равны 0 во всех других позициях. Тогда для матриц ковариации векторов можно записать:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{\boldsymbol{\eta}'_k \boldsymbol{\eta}'_l} &= \mathbf{A}_k \mathbf{R}_{\boldsymbol{\lambda} \boldsymbol{\lambda}} \mathbf{A}_l^T, \quad \mathbf{R}_{\boldsymbol{\mathcal{G}}'_k \boldsymbol{\mathcal{G}}'_l} = \mathbf{A}_{k+2} \mathbf{R}_{\boldsymbol{\lambda} \boldsymbol{\lambda}} \mathbf{A}_{l+2}^T, \quad k, l = \overline{1,2}, \\ \mathbf{R}_{\boldsymbol{\eta}'_1 \boldsymbol{\eta}'_2} &= \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 \mathbf{A}_k \mathbf{R}_{\boldsymbol{\lambda} \boldsymbol{\lambda}} \mathbf{A}_l^T, \quad \mathbf{R}_{\boldsymbol{\mathcal{G}}'_1 \boldsymbol{\mathcal{G}}'_2} = \sum_{k=3}^4 \sum_{l=3}^4 \mathbf{A}_k \mathbf{R}_{\boldsymbol{\lambda} \boldsymbol{\lambda}} \mathbf{A}_l^T, \\ \mathbf{R}_{\boldsymbol{\eta}'_1 \boldsymbol{\eta}'_c} &= \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 \mathbf{A}_k \mathbf{R}_{\boldsymbol{\lambda} \boldsymbol{\lambda}} \mathbf{A}_l^T, \quad \mathbf{R}_{\boldsymbol{\mathcal{G}}'_c \boldsymbol{\mathcal{G}}'_c} = \sum_{k=2}^4 \sum_{l=2}^4 \mathbf{A}_k \mathbf{R}_{\boldsymbol{\lambda} \boldsymbol{\lambda}} \mathbf{A}_l^T. \\ \mathbf{R}_{\boldsymbol{\eta}'_1 \boldsymbol{\eta}'_c} &= \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^3 \mathbf{A}_k \mathbf{R}_{\boldsymbol{\lambda} \boldsymbol{\lambda}} \mathbf{A}_l^T, \quad \mathbf{R}_{\boldsymbol{\mathcal{G}}'_c \boldsymbol{\mathcal{G}}'_c} = \sum_{k=3}^4 \sum_{l=2}^4 \mathbf{A}_k \mathbf{R}_{\boldsymbol{\lambda} \boldsymbol{\lambda}} \mathbf{A}_l^T. \\ \mathbf{R}_{\boldsymbol{\eta}'_1 \boldsymbol{\lambda}} &= \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^4 \mathbf{A}_k \mathbf{R}_{\boldsymbol{\lambda} \boldsymbol{\lambda}} \mathbf{A}_l^T, \quad \mathbf{R}_{\boldsymbol{\mathcal{G}}'_1 \boldsymbol{\lambda}} = \sum_{k=3}^4 \sum_{l=1}^4 \mathbf{A}_k \mathbf{R}_{\boldsymbol{\lambda} \boldsymbol{\lambda}} \mathbf{A}_l^T. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Для доказательства приведённого выше утверждения, воспользуемся рассмотренными частными случаями (2.7) (2.8), вытекающими из теоремы о нормальной корреляции.

Так как элементы векторов $\boldsymbol{\eta}'_1$ и $\boldsymbol{\mathcal{G}}'_2$ не коррелированы друг с другом, что справедливо и для $\boldsymbol{\eta}'_1$ и $\boldsymbol{\mathcal{G}}'_1$, что подразумевает $\mathbf{R}_{\boldsymbol{\eta}'_1 \boldsymbol{\mathcal{G}}'_2} = 0$ и $\mathbf{R}_{\boldsymbol{\mathcal{G}}'_2 \boldsymbol{\eta}'_1} = 0$, то:

$$\mathbf{M}[\boldsymbol{\eta}'_1 | \boldsymbol{\mathcal{G}}'_2] = \mathbf{M}[\boldsymbol{\eta}'_1], \quad \Delta = \mathbf{R}_{\boldsymbol{\eta}'_1 \boldsymbol{\eta}'_1}, \quad \mathbf{M}[\boldsymbol{\mathcal{G}}'_1 | \boldsymbol{\eta}'_1] = \mathbf{M}[\boldsymbol{\mathcal{G}}'_1], \quad \Delta = \mathbf{R}_{\boldsymbol{\mathcal{G}}'_1 \boldsymbol{\mathcal{G}}'_1}. \quad (2.12)$$

В силу полной коррелированности r элементов $\boldsymbol{\eta}'_1$ и $\boldsymbol{\eta}'_2$, а так же $\boldsymbol{\mathcal{G}}'_1$ и $\boldsymbol{\mathcal{G}}'_2$:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[\boldsymbol{\eta}'_1 | \boldsymbol{\mathcal{G}}'_1] &= \mathbf{M}[\boldsymbol{\eta}'_1 | \boldsymbol{\mathcal{G}}'_2], \quad \Delta = \mathbf{R}_{\boldsymbol{\eta}'_1 \boldsymbol{\eta}'_1} - \mathbf{R}_{\boldsymbol{\eta}'_1 \boldsymbol{\mathcal{G}}'_1} \mathbf{R}_{\boldsymbol{\mathcal{G}}'_1 \boldsymbol{\mathcal{G}}'_1}^{-1} \mathbf{R}_{\boldsymbol{\mathcal{G}}'_1 \boldsymbol{\eta}'_1}^T, \\ \mathbf{M}[\boldsymbol{\mathcal{G}}'_1 | \boldsymbol{\eta}'_1] &= \mathbf{M}[\boldsymbol{\mathcal{G}}'_1 | \boldsymbol{\eta}'_2], \quad \Delta = \mathbf{R}_{\boldsymbol{\mathcal{G}}'_1 \boldsymbol{\mathcal{G}}'_1} - \mathbf{R}_{\boldsymbol{\mathcal{G}}'_1 \boldsymbol{\eta}'_1} \mathbf{R}_{\boldsymbol{\eta}'_1 \boldsymbol{\eta}'_1}^{-1} \mathbf{R}_{\boldsymbol{\eta}'_1 \boldsymbol{\mathcal{G}}'_1}^T. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Таким образом, для векторов $\boldsymbol{\eta}'_1$ и $\boldsymbol{\lambda}$, так же как и для векторов $\boldsymbol{\mathcal{G}}'_1$ и $\boldsymbol{\lambda}$, выполняется:

$$\mathbf{M}[\boldsymbol{\eta}'_1 | \boldsymbol{\lambda}] = \mathbf{M}[\boldsymbol{\eta}'_1 | \boldsymbol{\eta}'_c], \quad \mathbf{R}_{\boldsymbol{\eta}'_1 \boldsymbol{\lambda}} = \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^4 \mathbf{A}_k \mathbf{R}_{\boldsymbol{\lambda} \boldsymbol{\lambda}} \mathbf{A}_l^T =$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^3 \mathbf{A}_k \mathbf{R}_{\lambda\lambda} \mathbf{A}_l^T + \mathbf{A}_1 \mathbf{R}_{\lambda\lambda} \mathbf{A}_4^T + \mathbf{A}_2 \mathbf{R}_{\lambda\lambda} \mathbf{A}_4^T = \mathbf{R}_{\eta'\eta'_c} + \mathbf{R}_{\eta'\eta'_c} = \mathbf{R}_{\eta'\eta'_c}, \\
\Delta &= \mathbf{R}_{\eta'\eta'} - \mathbf{R}_{\eta'\lambda} \mathbf{R}_{\lambda\lambda}^{-1} \mathbf{R}_{\eta'\lambda}^T = \mathbf{R}_{\eta'\eta'} - \mathbf{R}_{\eta'\eta'_c} \mathbf{R}_{\lambda\lambda}^{-1} \mathbf{R}_{\eta'\eta'_c}^T = \mathbf{R}_{\eta'\eta'} - \mathbf{R}_{\eta'\eta'_c} \mathbf{R}_{\eta'_c\eta'_c}^{-1} \mathbf{R}_{\eta'\eta'_c}^T, \\
\mathbf{M}[\mathcal{G}' | \lambda] &= \mathbf{M}[\mathcal{G}' | \mathcal{G}'_c], \quad \mathbf{R}_{\mathcal{G}'\lambda} = \sum_{k=3}^4 \sum_{l=1}^4 \mathbf{A}_k \mathbf{R}_{\lambda\lambda} \mathbf{A}_l^T = \\
&= \mathbf{A}_3 \mathbf{R}_{\lambda\lambda} \mathbf{A}_1^T + \mathbf{A}_4 \mathbf{R}_{\lambda\lambda} \mathbf{A}_1^T + \sum_{k=3}^4 \sum_{l=2}^4 \mathbf{A}_k \mathbf{R}_{\lambda\lambda} \mathbf{A}_l^T = \mathbf{R}_{\mathcal{G}'\eta'_i} + \mathbf{R}_{\mathcal{G}'\eta'_c} = \mathbf{R}_{\mathcal{G}'\mathcal{G}'_c}, \\
\Delta &= \mathbf{R}_{\mathcal{G}'\mathcal{G}'} - \mathbf{R}_{\mathcal{G}'\lambda} \mathbf{R}_{\lambda\lambda}^{-1} \mathbf{R}_{\mathcal{G}'\lambda}^T = \mathbf{R}_{\mathcal{G}'\mathcal{G}'} - \mathbf{R}_{\mathcal{G}'\eta'_c} \mathbf{R}_{\lambda\lambda}^{-1} \mathbf{R}_{\mathcal{G}'\eta'_c}^T = \mathbf{R}_{\mathcal{G}'\mathcal{G}'} - \mathbf{R}_{\mathcal{G}'\eta'_c} \mathbf{R}_{\eta'_c\eta'_c}^{-1} \mathbf{R}_{\mathcal{G}'\eta'_c}^T.
\end{aligned} \tag{2.14}$$

Поскольку матрицы $\mathbf{R}_{\eta'\eta'}$, $\mathbf{R}_{\eta'_c\eta'_c}$, $\mathbf{R}_{\mathcal{G}'\mathcal{G}'}$, $\mathbf{R}_{\eta'_c\eta'_c}$ являются дополненными нулями версиями матриц $\mathbf{R}_{\eta\eta}$, $\mathbf{R}_{\eta_c\eta_c}$, $\mathbf{R}_{\mathcal{G}\mathcal{G}}$, $\mathbf{R}_{\eta_c\eta_c}$, то (2.14) подтверждает доказательство приведённого выше утверждения.

Таким образом, при выборе подходящих значений параметров перекрытия Δs_h и Δs_l , задача оценивания изображений ВР \mathbf{x}_k по наблюдаемым изображениям НР \mathbf{y}_k сводится к оценке каждого блока $\mathbf{x}_k^{p,q}$ по совокупности соответствующих блоков наблюдаемых изображений $\mathbf{y}^{p,q} = \{\mathbf{y}_1^{p,q}, \dots, \mathbf{y}_k^{p,q}\}$.

При поступлении очередного изображения НР \mathbf{y}_k производится коррекция блоков оценки $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}$:

$$\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q} = \tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{p,q} + \mathbf{W}_k^{p,q} \left(\mathbf{y}_k^{p,q} - \tilde{\mathbf{y}}_{k|k-1}^{p,q} \right), \quad \tilde{\mathbf{y}}_{k|k-1}^{p,q} = \mathbf{H}_k^{p,q} \tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{p,q}, \tag{2.15}$$

и ковариационной матрицы ошибки оценивания с учётом (2.4):

$$\begin{aligned}
\mathbf{P}_{k|k}^{p,q} &= \mathbf{P}_{k|k-1}^{p,q} - \mathbf{W}_k^{p,q} \mathbf{V}_k^{p,q} \mathbf{V}_k^{p,q} \mathbf{W}_k^{p,q} \mathbf{T}, \quad \mathbf{W}_k^{p,q} = \mathbf{V}_k^{p,q} \mathbf{U}_k^{p,q} \mathbf{U}_k^{p,q}^{-1}, \\
\mathbf{U}_k^{p,q} &= \mathbf{H}_k^{p,q} \mathbf{P}_{k|k-1}^{p,q} \mathbf{H}_k^{p,q} \mathbf{T} + \mathbf{R}_{bk}, \quad \mathbf{V}_k^{p,q} = \mathbf{P}_{k|k-1}^{p,q} \mathbf{H}_k^{p,q} \mathbf{T}.
\end{aligned} \tag{2.16}$$

Этап экстраполяции оценки $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q}$ на $k+1$ -й шаг формулируется как

$$\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k}^{p,q} = \mathbf{F}_k^{p,q} \tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q}, \quad \mathbf{P}_{k+1|k}^{p,q} = \mathbf{F}_k^{p,q} \mathbf{P}_{k|k}^{p,q} \mathbf{F}_k^{p,q} \mathbf{T} + \mathbf{Q}_{bk}. \tag{2.17}$$

В том случае, если модель межкадровых сдвигов определяется глобальными поступательными смещениями, что удовлетворяет условиям (2.5), матрица

ковариаций ошибки, вычисленная для одного блока, будет соответствовать всем остальным блокам k -го изображения [32]:

$$\mathbf{P}_{k|k-1}^{p,q} = \mathbf{P}_{k|k-1}, \quad \mathbf{P}_{k|k}^{p,q} = \mathbf{P}_{k|k}, \quad p, q = \overline{1, N_b}. \quad (2.18)$$

Сформулированные МС и МН в блочной форме позволяют потенциально распараллелить процесс вычислений, проводя оценивание на основе последовательностей соответствующих блоков $\mathbf{y}^{p,q^k} = \{\mathbf{y}_1^{p,q}, \dots, \mathbf{y}_k^{p,q}\}$ изображений НР параллельно. Так же, при выполнении условий (2.4), (2.5), появляется возможность однократного проведения экстраполяции и коррекции матрицы ковариаций ошибки оценивания (2.18), с последующим применением её для вычисления весовых коэффициентов всех блоков k -го изображения.

2.2. Синтез алгоритмов фильтрации последовательности изображений в блочной форме

Как было отмечено выше, эквивалентность обработки наблюдаемых изображений целиком и в блочной форме обеспечивается при корректном выборе значений параметров перекрытия Δs_h и Δs_l , которые определяются радиусом локальной окрестности вокруг каждой точки изображения, содержащей коррелированные с ней элементы. Даже если предполагается наличие что соседние элементы оцениваемого изображения ВР слабо коррелированы (матрицы ковариаций в начальный момент времени $\mathbf{P}_{10}^{p,q}$, $p, q = \overline{1, N_b}$, имеют диагональную, либо близкую к диагональной, структуру), то в результате искажений, вносимых системой формирования изображений НР при использовании операторов $\mathbf{F}_k^{p,q}$, $\mathbf{H}_k^{p,q}$, реализующими (нецелый) сдвиг оцениваемого изображения ВР, его размытие и прореживание, между соседними пикселями возникает зависимость. Это приводит к тому, что в процессе обработки область, по которой вычисляются значения граничных точек блока изображения, может выходить за границы самого блока, что, при некорректном задании параметров перекрытия, приводит к

возникновению краевых эффектов – перепадов яркости на краях блоков изображений, и, соответственно, накоплению ошибки в процессе обработки серии изображений НР.

Значения параметров перекрытия задаются исходя из знаний о радиусе функции рассеяния точки и радиусе окрестности, используемой при интерполяции для сдвига изображения

$$\Delta s_h = \frac{N_\lambda + N_\theta}{2} - 1 + \mu \Delta s_l, \quad \Delta s_l = \left[\max_k \{ \Delta x_k, \Delta y_k \} \right], \quad (2.19)$$

где N_λ , N_θ – размеры масок фильтров λ_k и θ_k , определяющих структуры матриц сдвига и децимации в (1.46) и (1.49) соответственно; Δx_k , Δy_k – величины смещений между наблюдениями \mathbf{y}_{k+1} и \mathbf{y}_k по горизонтали и по вертикали; оператор выделения целой части числа обозначен как $[\]$.

Рассмотрим блочную модель обработки на k -том шаге алгоритма фильтрации [32]. Для выделения перекрывающихся блоков требуется расширить матрицу изображения ВР, соответствующую оценке $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}$:

$$\hat{\mathbf{X}}_k = \left\| \hat{\mathbf{x}}_{i,j}^{(k)} \right\|, \quad \hat{\mathbf{x}}_{i,j}^{(k)} = \begin{cases} \tilde{\mathbf{x}}_{(j-\Delta s_h)L+i-\Delta s_h}^{(k|k)}, & i = \Delta s_h + \overline{1, L}, \quad j = \Delta s_h + \overline{1, L}, \\ c, & i = \overline{1, \Delta s_h} \text{ или } i = L + \Delta s_h + \overline{1, \Delta s_h} \text{ и} \\ & j = \overline{1, \Delta s_h} \text{ или } j = L + \Delta s_h + \overline{1, \Delta s_h}, \end{cases} \quad (2.20)$$

где c – некоторая константа, значение которой может определяться как среднее значение элементов оценки в начальный момент времени $c = \mathbf{M}[\tilde{\mathbf{x}}_l^{(1|0)}]$, $l = \overline{1, L^2}$.

Из расширенного изображения-оценки $\hat{\mathbf{X}}_k$ извлекаются блоки $\tilde{\mathbf{X}}_k^{p,q}$ размером $s_{he} \times s_{he}$

$$\tilde{\mathbf{X}}_k^{p,q} = \left\| \tilde{\mathbf{x}}_{i,j}^{(k)p,q} \right\|, \quad \tilde{\mathbf{x}}_{i,j}^{(k)p,q} = \hat{\mathbf{x}}_{(p-1)s_h+i, (q-1)s_h+j}^{(k)}, \quad (2.21)$$

где $i, j = \overline{1, s_{he}}$; $p, q = \overline{1, N_b}$.

Каждый блок $\tilde{\mathbf{X}}_k^{p,q}$ разворачиваются в вектор $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q}$, который является оценкой расширенного блока ВР (p,q) , после чего, на этапе экстраполяции, к нему применяется операция сдвига:

$$\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k}^{p,q} = \mathbf{F}_k^{p,q} \tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q}. \quad (2.22)$$

Для получения матрицы смещенного изображения, каждый вектор $\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k}^{p,q}$ приводится в форму матрицы $\tilde{\mathbf{X}}_{k+1}^{p,q}$, после чего, центральная (не включающая области перекрытий) часть каждого блока $\tilde{\mathbf{X}}_{k+1}^{p,q}$ размещается на сетке результирующего изображения ВР \mathbf{X}_{k+1} :

$$x_{(p-1)s_h+i, (q-1)s_h+j}^{(k+1)} = \tilde{x}_{i+\Delta s_h, j+\Delta s_h}^{(k+1)p,q}, \quad (2.23)$$

где $i, j = \overline{1, s_h}$, $p, q = \overline{1, N_b}$.

Формируется матрица размера $L \times L$ экстраполированной оценки изображения \mathbf{X}_{k+1} , которая, при развертке в вектор по столбцам, соответствует вектору оценки с экстраполяцией полноразмерного изображения ВР $\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k}$.

Весь процесс построения оценки с экстраполяцией в блочной форме (2.20)-(2.23) иллюстрирует рисунок 2.2.

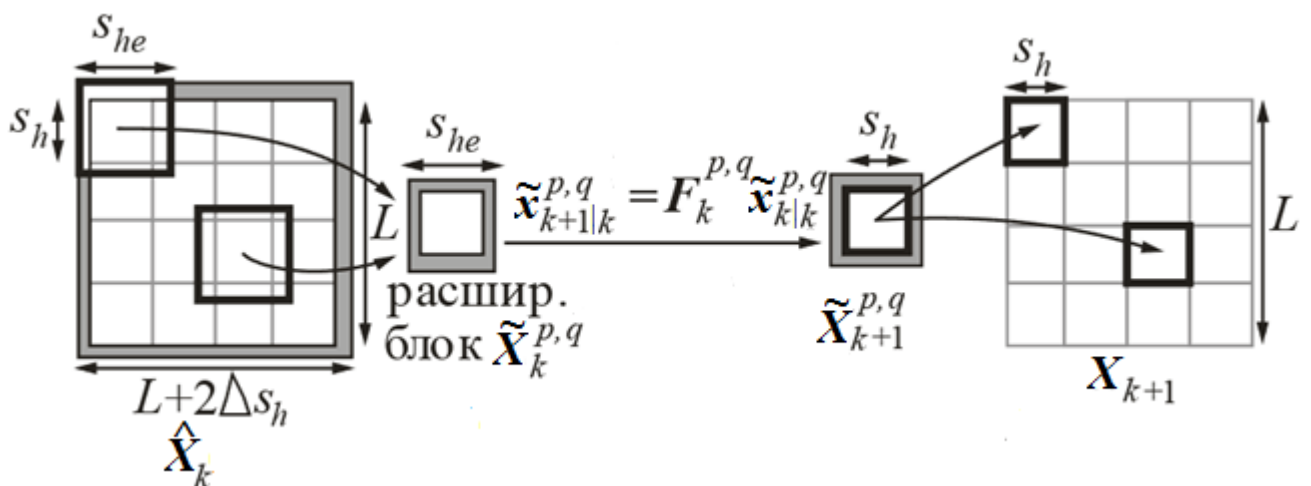


Рисунок 2.2 – Схема блочной реализации этапа экстраполяции оценки изображения ВР

Аналогичным образом осуществляется операция прореживания изображений. При этом, на основе вектора-экстраполяции оценки изображения ВР $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{p,q}$, формируется расширенная матрица изображения $\hat{\mathbf{X}}_k$ по формуле (2.20), которая используется для выделения перекрывающихся блоков $\tilde{\mathbf{X}}_k^{p,q}$ в соответствии с (2.21). После развертки в векторы $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{p,q}$, к блокам применяются операторы искажения:

$$\tilde{\mathbf{y}}_{k|k-1}^{p,q} = \mathbf{H}_k^{p,q} \tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{p,q}. \quad (2.24)$$

Полученный в результате (2.24) вектор расширенного блока оценки изображения НР $\tilde{\mathbf{y}}_{k|k-1}^{p,q}$, приводится в форму матрицы $\tilde{\mathbf{Y}}_k^{p,q}$. Центральная часть этого блока помещается на результирующее изображение-оценку НР $\hat{\mathbf{Y}}_k$:

$$\hat{\mathbf{Y}}_k = \|\hat{\mathbf{y}}_{i,j}^{(k)}\|, \quad \tilde{\mathbf{Y}}_k^{p,q} = \|\tilde{\mathbf{y}}_{i,j}^{(k)p,q}\|, \quad \hat{\mathbf{y}}_{(p-1)s_l+i, (q-1)s_l+j}^{(k)} = \tilde{\mathbf{y}}_{i+\Delta s_l, j+\Delta s_l}^{(k)p,q}, \quad (2.25)$$

где $i = \overline{1, s_l}$; $j = \overline{1, s_l}$; $p = \overline{1, N_b}$; $q = \overline{1, N_b}$.

В (2.25) формируется матрица оценки изображения НР $\hat{\mathbf{Y}}_k$ размера $M \times M$, которая, после развёртки по столбцам, образует вектор $\tilde{\mathbf{y}}_{k|k-1}$ – оценку наблюдаемого изображения НР \mathbf{y}_k по совокупности наблюдений \mathbf{y}^{k-1} .

Шаги (2.20), (2.21), (2.24) и (2.25) иллюстрирует рисунок 2.3.

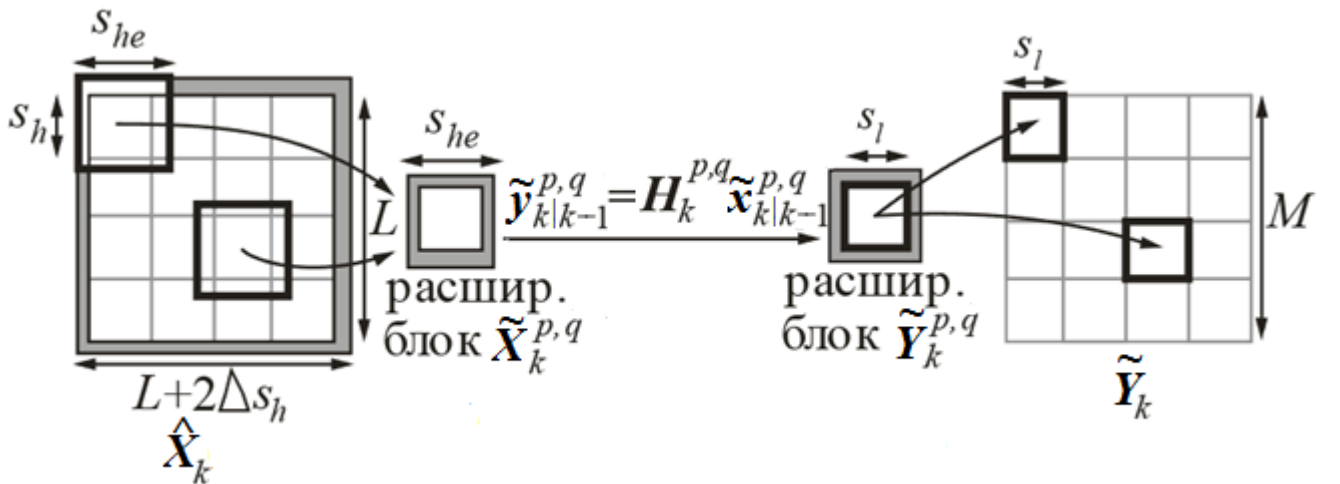


Рисунок 2.3 – Схема блочной реализации формирования оценки изображения НР

В действительности, процессы сдвига и искажения (размытия и прореживания) (2.21)-(2.25) часто могут быть реализованы на основе свертки матриц целых изображений с ядрами λ_k (1.46) и θ_k (1.49), без необходимости разбиения изображений на блоки. Однако данное разбиение необходимо для включения в процесс оценивания матриц весовых коэффициентов фильтра $\mathbf{W}_k^{p,q}$.

Первый вариант реализации алгоритма. При использовании областей перекрытия блоков, размеры которых $(\Delta s_h, \Delta s_l)$ сопоставимы с размерами блоков изображений ВР s_h и НР s_l соответственно, следует рассмотреть вариант обработки, предполагающий отказ от использования областей перекрытий в пользу включения в обработку каждого блока $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{p,q}$ восьми соседних с ним блоков $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{p+r,q+t}$ ($r, t = \overline{-1,1}$) в вертикальном ($r = -1, 1$), горизонтальном ($t = -1, 1$) и диагональных ($r = t$ или $r = -t, r \neq 0, t \neq 0$) направлениях [38, 40], так как вычисление в (2.16) обратной матрицы $\mathbf{U}_k^{p,q^{-1}}$ размера $s_{le} \times s_{le}$ ($s_{le} = s_l + 2\Delta s_l$) будет уступать в скорости вычислению девяти обратных матриц $\mathbf{U}_{k,r,t}^{p,q^{-1}}$ размера $s_l \times s_l$.

В процессе обработки размеры областей перекрытия полагаются равными нулю ($\Delta s_h = \Delta s_l = 0$), однако все блоки, содержащие элементы исходных изображений, должны иметь окружающие блоки со всех сторон. Поэтому требуется обеспечить предшествующее выделению блоков расширение внешних границ каждого обрабатываемого изображения на величину размера блока, чтобы граничные блоки исходных матриц изображений могли иметь соседей с каждой стороны.

Для обработки блоков применяются операторы $\tilde{\mathbf{F}}_{k,r,t}^{p,q}$ и $\tilde{\mathbf{H}}_{k,r,t}^{p,q}$, причём $\tilde{\mathbf{F}}_{k,0,0}^{p,q} = \mathbf{F}_k^{p,q}$, $\tilde{\mathbf{H}}_{k,0,0}^{p,q} = \mathbf{H}_k^{p,q}$, а операторы, для которых $r \neq 0, t \neq 0$, задаются таким образом, чтобы учесть значения элементов соседних блоков $(p+r, q+t)$ при вычислении оценок $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q}$, $\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k}^{p,q}$, $\tilde{\mathbf{y}}_{k|k-1}^{p,q}$. При этом в процессе обработки оценок блока

$\tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{p,q}$ на каждом шаге фильтрации используются значения оценок соседних блоков

$\tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{p+r,q+t}$, которые, в свою очередь, корректируются после обработки блока (p, q) :

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p+r,q+t} &= \tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{p+r,q+t} + \tilde{\mathbf{W}}_{k,r,t}^{p,q} \left(\mathbf{y}_k^{p,q} - \tilde{\mathbf{y}}_{k|k-1}^{p,q} \right), & \tilde{\mathbf{y}}_{k|k-1}^{p,q} &= \sum_{r=-1}^1 \sum_{t=-1}^1 \tilde{\mathbf{H}}_{k,r,t}^{p,q} \tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{p+r,q+t}, \\ \mathbf{P}_{k|k}^{p+r,q+t} &= \mathbf{P}_{k|k-1}^{p+r,q+t} - \tilde{\mathbf{W}}_{k,r,t}^{p,q} \mathbf{U}_k^{p,q} \tilde{\mathbf{W}}_{k,r,t}^{p,q \text{ T}}, & \tilde{\mathbf{W}}_{k,r,t}^{p,q} &= \tilde{\mathbf{V}}_{k,r,t}^{p,q} \mathbf{U}_k^{p,q^{-1}}, \\ \mathbf{V}_{k,r,t}^{p,q} &= \mathbf{P}_{k|k-1}^{p+r,q+t} \tilde{\mathbf{H}}_{k,r,t}^{p,q \text{ T}}, & \mathbf{U}_k^{p,q} &= \sum_{r=-1}^1 \sum_{t=-1}^1 \tilde{\mathbf{H}}_{k,r,t}^{p,q} \mathbf{P}_{k|k-1}^{p+r,q+t} \tilde{\mathbf{H}}_{k,r,t}^{p,q \text{ T}} + \mathbf{R}_{bk}, \\ \tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k}^{p,q} &= \sum_{r=-1}^1 \sum_{t=-1}^1 \tilde{\mathbf{F}}_{k,r,t}^{p,q} \tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p+r,q+t}, & \mathbf{P}_{k+1|k}^{p,q} &= \sum_{r=-1}^1 \sum_{t=-1}^1 \tilde{\mathbf{F}}_{k,r,t}^{p,q} \mathbf{P}_{k|k}^{p+r,q+t} \tilde{\mathbf{F}}_{k,r,t}^{p,q \text{ T}} + \mathbf{Q}_{bk},\end{aligned}\tag{2.26}$$

где, с учетом дополнения исходных матриц изображений граничными блоками, $p, q = \overline{2, N_b + 1}$; $r, t = \overline{-1, 1}$.

Таким образом, в процесс вычислений, проводимый для каждого блока, вовлечены соседние блоки, на оценки которых, в свою очередь, влияют результаты фильтрации обрабатываемого блока. Данное обстоятельство затрудняет параллельную реализацию вычислительных процессов на основе независимой обработки блоков изображений, так как обеспечение обмена информацией между вычислительными процессами потребует значительных временных затрат. Более того, в процессе вычислений требуется обеспечить хранение матриц ковариаций ошибки оценивания всех блоков оцениваемого изображения ВР, что может привести к значительным расходам ресурса памяти вычислительной системы.

Второй вариант реализации алгоритма. Параллельная обработка блоков изображений возможна на основе независимой реализации алгоритма фильтрации для каждого блока (p, q) на основе последовательностей соответствующих блоков всех доступных изображений НР $\mathbf{y}^{p,q,k} = \{\mathbf{y}_1^{p,q}, \dots, \mathbf{y}_k^{p,q}\}$, накопленных в ходе наблюдения, в соответствии со схемой на рисунке 2.4. По завершению обработки, результирующая оценка изображения ВР формируется на основе элементов неперекрывающихся областей блоков. В результате отсутствия коммуникаций между вычислительными процессами, данный вариант реализации параллельной

обработки характеризуется высокой производительностью. Другим преимуществом данного варианта организации параллельной обработки является отсутствие необходимости одновременного содержания в памяти матриц ковариаций ошибки оценивания всех блоков изображения, так как оценка каждого блока определяется независимо от остальных. Таким образом, каждый вычислительный процесс использует матрицу $\mathbf{P}_{k|k}^{p,q}$ (и её экстраполяцию), соответствующую конкретному блоку (p, q) , и хранит только её значение.

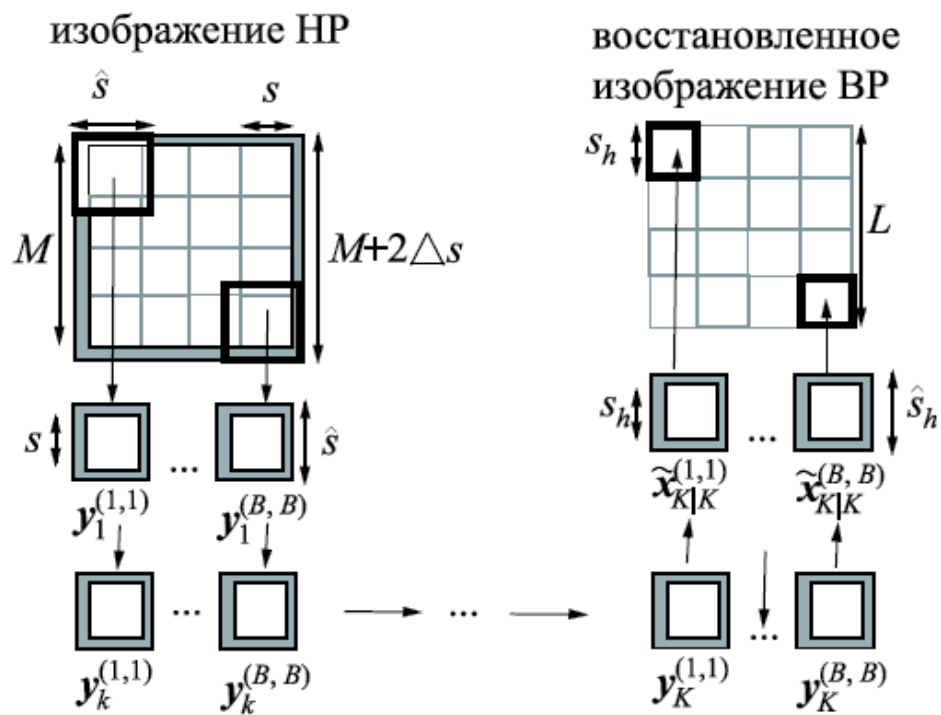


Рисунок 2.4 – Блочная обработка последовательности изображений НР

Для обеспечения независимости вычислений при обработке блоков изображений потребуется использовать области перекрытий в процессе выделения блоков. С другой стороны, если размеры областей перекрытия сопоставимы с размерами блоков, использование матриц ковариаций, размеры которых соответствуют нерасширенным (неперекрывающимся) блокам обеспечит лучшее быстроедействие алгоритма. Вариант, объединяющий данные подходы к выделению блоков, может быть реализован следующим образом: для вычислений с векторами блоков используются операторы $\mathbf{F}_k^{p,q}$ и $\mathbf{H}_k^{p,q}$ соответствующего

размера (с учетом областей перекрытий), в то время как матрица ковариаций элементов неперекрывающейся части блока вычисляется на основе матриц $\tilde{\mathbf{H}}_{k,r,t}^{p,q}$, $\tilde{\mathbf{F}}_{k,r,t}^{p,q}$, по размеру соответствующих блоку без учета области перекрытия, по аналогии с (2.26). При этом, для обеспечения независимости вычислений возможно, если в процессе обработки матрицы ковариаций блока, в качестве значений $\mathbf{P}_{k|k-1}^{p+r,q+t}$ соседних блоков использовать значения самой матрицы $\mathbf{P}_{k|k-1}^{p,q}$, что будет уместно в случае выполнения (2.18), или, при наличии предположений о близости значений ковариаций ошибки оценивания соседних блоков.

Пусть $\omega_{r,t}$ есть множество индексов, определяющих расположение элементов подобласти перекрытия (r,t) , $(r,t = \overline{-1,1})$, перекрывающегося блока НР; $\Omega_{r,t}$ – множество индексов подобласти перекрытий блока ВР. Матрица весовых коэффициентов $\mathbf{W}_k^{p,q}$ для оценки элементов расширенного блока формируется на основе элементов весовых матриц $\tilde{\mathbf{W}}_{k,r,t}^{p,q}$ соответствующих подобластям перекрытий.

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k}^{p,q} &= \mathbf{F}_k^{p,q} \tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q}, \quad \tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q} = \tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{p,q} + \mathbf{W}_k^{p,q} (\mathbf{y}_k^{p,q} - \tilde{\mathbf{y}}_{k|k-1}^{p,q}), \quad \tilde{\mathbf{y}}_{k|k-1}^{p,q} = \mathbf{H}_k^{p,q} \tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{p,q}, \\ \mathbf{P}_{k|k}^{p,q} &= \mathbf{P}_{k|k-1}^{p,q} - \tilde{\mathbf{W}}_{k,0,0}^{p,q} \tilde{\mathbf{U}}_{k,0,0}^{p,q} \tilde{\mathbf{W}}_{k,0,0}^{p,q \text{ T}}, \quad \tilde{\mathbf{W}}_{k,r,t}^{p,q} = \tilde{\mathbf{V}}_{k,r,t}^{p,q} \tilde{\mathbf{U}}_{k,r,t}^{p,q \text{ }^{-1}}, \\ \mathbf{W}_k^{p,q} &= \left\| \mathbf{w}_{i,j}^{(k,p,q)} \right\|, \quad \tilde{\mathbf{W}}_{k,r,t}^{p,q} = \left\| \tilde{\mathbf{w}}_{i,j}^{(k,p,q,r,t)} \right\|, \quad \mathbf{w}_{\Omega_{rt}, \omega_{rt}}^{(k,p,q)} = \tilde{\mathbf{w}}_{i,j}^{(k,p,q,r,t)}, \\ \mathbf{V}_{k,r,t}^{p,q} &= \mathbf{P}_{k|k-1}^{p,q} \tilde{\mathbf{H}}_{k,r,t}^{p,q \text{ T}}, \quad \tilde{\mathbf{U}}_{k,r,t}^{p,q} = \tilde{\mathbf{H}}_{k,r,t}^{p,q} \mathbf{P}_{k|k-1}^{p,q} \tilde{\mathbf{H}}_{k,r,t}^{p,q \text{ T}} + \mathbf{R}_{bk}, \\ \mathbf{P}_{k+1|k}^{p,q} &= \sum_{r=-1}^1 \sum_{t=-1}^1 \tilde{\mathbf{F}}_{k,r,t}^{p,q} \mathbf{P}_{k|k}^{p,q} \tilde{\mathbf{F}}_{k,r,t}^{p,q \text{ T}} + \mathbf{Q}_{bk}, \end{aligned} \quad (2.27)$$

где $p, q = \overline{1, N_b}$; $i = \overline{1, s_h^2}$; $j = \overline{1, s_l^2}$; $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q}$ – вектор, размерности s_{he}^2 ; $\mathbf{y}_k^{p,q}$ – вектор, размерности s_{le}^2 ; $\mathbf{P}_{k|k}^{p,q}$ – матрица, размера $s_h^2 \times s_h^2$.

Третий вариант реализации алгоритма. Альтернативой первым двум и наиболее универсальным вариантом блочной обработки является обработка оценок блоков и матриц ковариаций, соответствующих перекрывающимся блокам на

основе (2.15)-(2.17). Пусть r_{cx} – средний радиус локальной окрестности коррелированных элементов вокруг каждой точки изображения ВР. Если значение r_{cx} известно, то его требуется учесть при задании параметров расширения для ВР:

$$\Delta s_h = r_{cx} + \frac{N_\lambda + N_\theta}{2} - 1 + \mu \Delta s_l, \quad (2.28)$$

Вырезание центральной части каждого блока и формирование результирующего изображения ВР осуществляется после обработки всех наблюдений и соответствует иллюстрации на рисунке 2.4.

Возможность работать с N_b^2 цепочками блоков, как с отдельными изображениями, позволяет распараллелить процесс обработки, проводя вычисления для каждой цепочки блоков параллельно, что компенсирует затраты вычислительных ресурсов на расширение оцениваемых векторов и ковариационных матриц.

2.3. Анализ алгоритмов фильтрации последовательности изображений в блочной форме

Адекватность моделей и алгоритмов фильтрации на основе предложенных вариантов блочной декомпозиции устанавливалась путем проверки соответствия теоретической матрицы ковариаций ошибки оценивания центрального фрагмента изображения (обрабатываемого без разделения на блоки) с экспериментально полученными матрицами ошибок в ходе компьютерного эксперимента с использованием реализаций случайных полей.

В ходе испытаний проводилось $T = 3000$ реализаций эксперимента, в ходе каждой из которых генерировалась реализация гауссовского случайного поля – исходного изображения ВР $\mathbf{x}^{(t)}$ ($t = \overline{1, T}$) размера $L \times L$ ($L = 48$, $N_b = 4$), с нулевым средним значением, единичной дисперсией и корреляционной функцией вида

$$R(x_0, y_0, x, y) = \exp\left\{-\alpha \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}\right\}, \quad (2.29)$$

где $\alpha = 0.3$.

Из исходного изображения производилось $K = 16$ $M \times M$ изображений с разрешением, пониженным в 4 раза ($M = 12$). Во всех реализациях эксперимента изображения НР смещались по идентичному закону. По завершении вычислительного эксперимента определялись матрицы ковариации ошибки восстановления для центральной части изображений, размером $[11 \times 11]$. Теоретическая оценка ковариационной матрицы ошибки восстановления $\mathbf{P}_{K|K}$ определялась по формулам (2.2) без использования блочной обработки. Теоретическая матрица $\mathbf{P}_{K|K}$ сравнивалась с ковариационными матрицами ошибки восстановления $\mathbf{P}_l^{(T)}$ ($l = 1; 2; 3$ – номер варианта реализации алгоритма восстановления), вычисляемой для центральной части изображений ВР как

$$\mathbf{P}_l^{(T)} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left[(\mathbf{x}_c^{(t)} - \tilde{\mathbf{x}}_c^{(l,t)}) (\mathbf{x}_c^{(t)} - \tilde{\mathbf{x}}_c^{(l,t)})^T \right], \quad (2.30)$$

где $\mathbf{x}_c^{(t)}$, $\tilde{\mathbf{x}}_c^{(l,t)}$ – развёрнутые в векторы центральные фрагменты исходного изображения ВР $\mathbf{x}^{(t)}$ и его оценки $\tilde{\mathbf{x}}_{K|K}^{(l,t)}$ по K изображениям НР, полученные в ходе t -той реализации эксперимента в l -том варианте алгоритма.

На рисунке 2.5 показана средняя строка матрицы ковариаций ошибки восстановления $\mathbf{P}_{K|K}$ (сплошная линия), из которой исключены элементы, не соответствующие центральному фрагменту изображений $\mathbf{x}_c^{(t)}$. Для сравнения представлены ковариационные матрицы $\mathbf{P}_l^{(T)}$: результат первого варианта реализации алгоритма ($l = 1$) на рисунке 2.5 отмечен квадратными метками, второму варианту ($l = 2$) соответствуют метки вида «+», а третий вариант ($l = 3$) характеризуется метками вида «×». Для данного примера априорная дисперсия случайного поля задавалась равной $\sigma_x^2 = 1$ и использовались следующие значения дисперсии шума наблюдения и возмущения процесса: $\sigma_R^2 = 1$, $\sigma_Q^2 = 0$. Значения элементов изображения приводились к диапазону $[-3\sigma_x, 3\sigma_x]$, а область оценивания приходилась на границу раздела блоков.

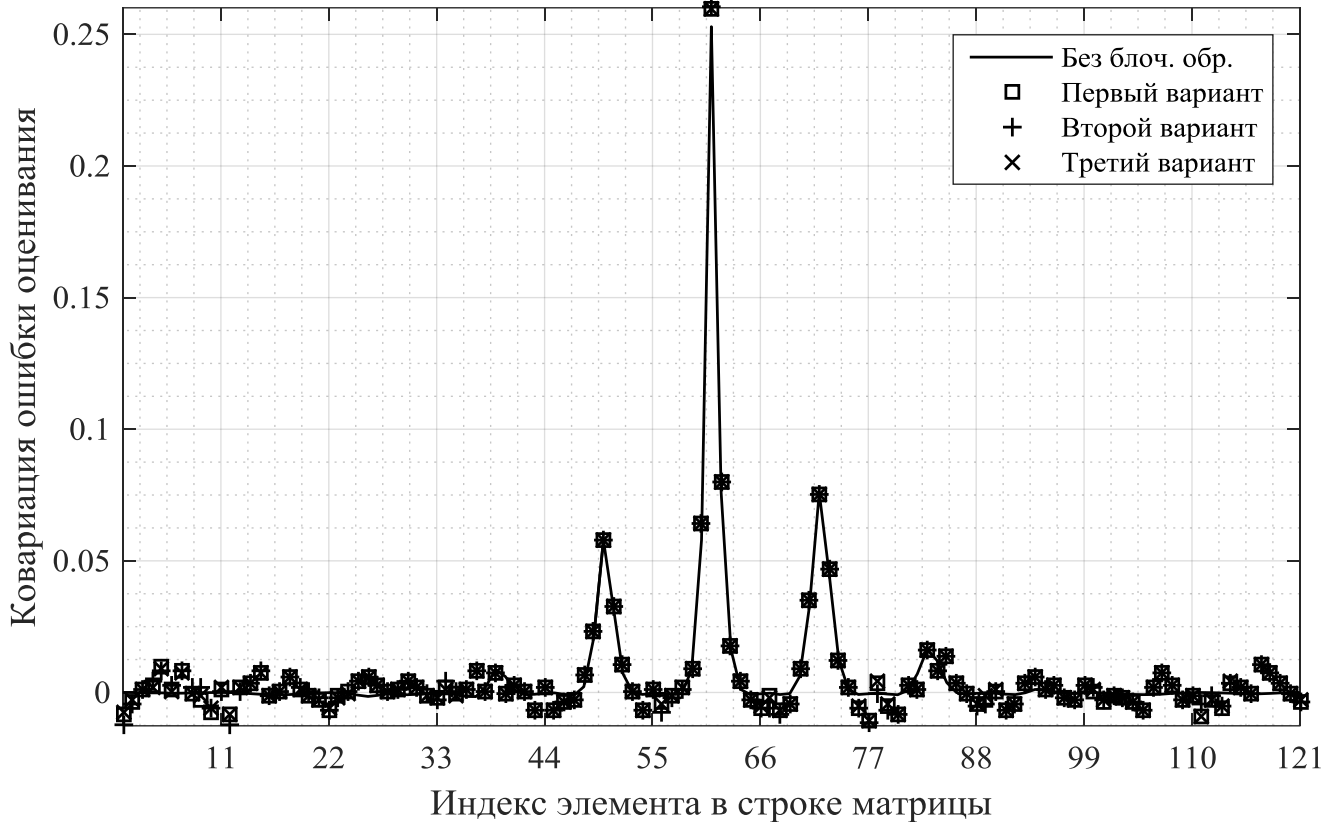


Рисунок 2.5 – Экспериментальные оценки строк матриц ковариаций ошибки восстановления фрагмента изображения в сравнении с их теоретической оценкой

Как видно на рисунке 2.5, алгоритмы оптимальной фильтрации в классической и блочной (на основе трех предложенных вариантов) форме показывают полное соответствие оценок ковариаций ошибки оценивания, что говорит об адекватности сформулированных моделей в блочной форме. Так же на рисунке 2.5 заметно снижение уровня дисперсии (пиковое значение ковариации ошибки) в сравнении с исходным (априорным) единичным значением дисперсии ошибки оценивания $\sigma_x^2 = 1$.

На рисунке 2.6 представлены результаты, иллюстрирующие повышение разрешения в 4 раза с помощью трех описанных подходов и варианта с единичной матрицей сдвига. Для повышения разрешения используются 25 изображений.

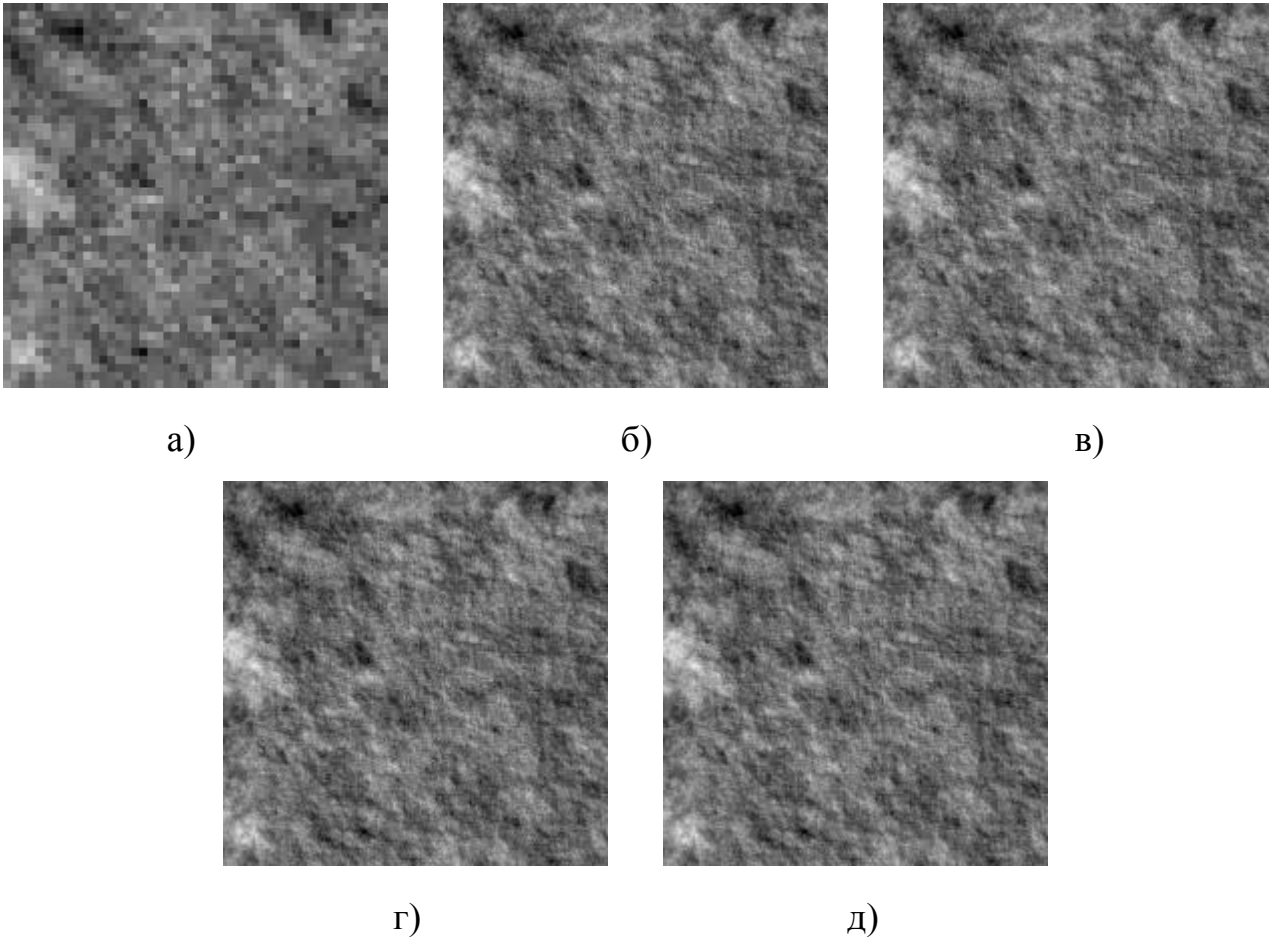


Рисунок 2.6 – Повышение разрешения в 4 раза:

- (а) пример изображения НР;
- (б) результат применения первого варианта алгоритма;
- (в) результат применения второго варианта алгоритма;
- (г) результат применения третьего варианта алгоритма;
- д) оригинальное изображение ВР

На рисунке 2.7 показаны результаты работы алгоритмов, применяемых по отношению к реальному изображению, наблюдаемому в условиях аддитивного шума. Для повышения разрешения используются 25 изображений с наложением гауссовского шума ($\sigma_x^2 = 0.083$, $\sigma_R^2 = 0.0025$, яркость элементов изображений ограничена интервалом $[0,1]$).

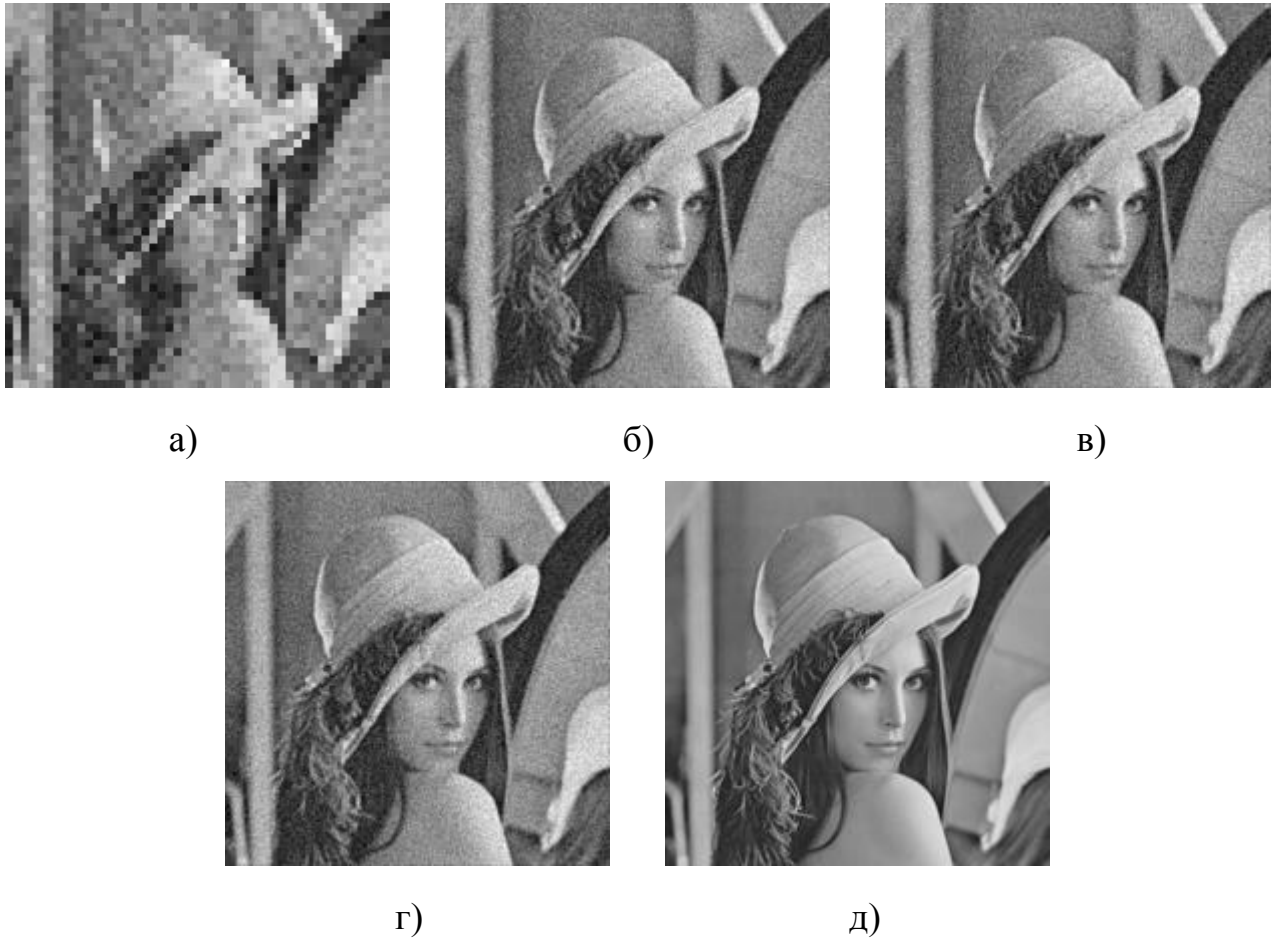


Рисунок 2.7 – Повышение разрешения в 4 раза в условиях шума:

- (а) пример изображения НР;
- (б) результат применения первого варианта алгоритма;
- (в) результат применения второго варианта алгоритма;
- (г) результат применения третьего варианта алгоритма;
- д) оригинальное изображение ВР

Анализ вычислительной эффективности. Для первых двух вариантов предложенной блочной обработки справедливы следующие показатели. Если матрицы ковариации блоков различаются, то порядок вычислений в процессе фильтрации изображений составляет $O(9Ks_h^6N_b^2)$, в противном случае (2.18), потребуется однократная обработка ковариационной матрицы блока при поступлении очередного изображения НР, что потребует порядка $O(9Ks_h^6)$ операций. В третьем варианте в процессе обработки $\mathbf{P}_{k|k}^{p,q}$ используются

расширенные матрицы, следовательно, потребуется порядка $O(9Ks_{he}^6N_b^2)$. На показатели сложности алгоритмов в большей степени влияют величины ширины ядра размытия ФРТ датчика и смещений между изображениями, чем количество блоков, так как первые определяют величины расширения Δs_l и Δs_h для блоков НР и ВР соответственно.

В таблице 2.1 показано время в секундах, потребовавшееся на обработку 16 изображений НР размера 120×120 пикселей ($\Delta s_l = 1$), для повышения разрешения в 4 раза (размер изображений ВР – 480×480 , $\Delta s_h = 7$). Оценки проводились при использовании ПК с процессором Intel Core i5-2500 (3,3 ГГц), 16 ГБ ОЗУ в среде Matlab R2015b (64 бит).

Таблица 2.1. Оценки времени (в секундах) работы различных вариантов блочной реализации алгоритма

Размер блоков ВР ($s_h \times s_h$)	Размер блоков НР ($s_l \times s_l$)	Первый вар. алг.	Второй вар. алг.	Третий вар. алг.
8×8	2×2	38.5	66.4	94.9
12×12	3×3	56.5	115.6	114.6
16×16	4×4	86.3	171.8	115.5

В таблице 2.2 показано время в секундах, потребовавшееся на обработку таких же 16 изображений НР, при параллельной второго и третьего вариантов реализации алгоритма оптимальной фильтрации в блочной форме на основе четырех вычислительных процессов.

Таблица 2.2. Оценки времени (в секундах) работы различных вариантов алгоритма при параллельной обработке (4 процесса)

Размер блоков ВР ($s_h \times s_h$)	Размер блоков НР ($s_l \times s_l$)	Второй вар. алг.	Третий вар. алг.
8×8	2×2	25.9	76.13
12×12	3×3	45.7	70.7
16×16	4×4	75.7	71.7

По результатам испытаний видно, что наилучшее быстродействие демонстрирует первый вариант, второй вариант работает медленнее, так как требует дополнительных операций при формировании весовых матриц для оценок блоков, однако при параллельной реализации показывает увеличение производительности более чем в 2 раза. Третий вариант, как и предполагалось, имеет самое низкое быстродействие за счёт операций с матрицами большего размера, хотя время работы при параллельной реализации блочной обработки сокращается. Время работы алгоритмов фильтрации снижается при уменьшении размеров обрабатываемых блоков.

Сравнение алгоритма калмановской фильтрации с другими алгоритмами построения сверхразрешения. На рисунке 2.8 представлены результаты сравнения одного из предложенных вариантов (вариант 3) реализации оптимальной линейной фильтрации в блочной форме (ОЛФБ) с известными алгоритмами сверхразрешения. Для сравнительного анализа были выбраны метод на основе проекций на выпуклые множества (ПНВМ) (М. Elad [14]) и алгоритм максимального правдоподобия (МП) (R.L. Lagendijk, J. Viemond [16]). Первый из них основан на применении обратных проекций. Второй алгоритм основан на методе максимального правдоподобия, который является широко распространенным способом оценки параметров статистической модели.

В ходе испытаний происходит повышение разрешения в 4 раза из 16 изображений НР, и вычисляется средняя квадратичная ошибка $e^{(T)}$ между элементами исходной реализации случайного поля с априорной дисперсией оцениваемого случайного поля $\sigma_x^2 = 1$, и её оценкой по изображениям НР, усредненная по $T = 10$ реализациям эксперимента для различных значений дисперсии шума σ_R^2 ($\sigma_Q^2 = 0.01$):

$$e^{(T)} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \sqrt{\frac{1}{L^2} \sum_{i=1}^{L^2} (x_{Ki}^{(t)} - \tilde{x}_{K|Ki}^{(t)})^2}, \quad (2.31)$$

где $\mathbf{x}_K^{(t)}$ – изображение ВР реализации случайного поля, генерируемой в ходе t -той реализации вычислительного эксперимента; $\tilde{\mathbf{x}}_{K|K}^{(t)}$ – оценка изображения ВР по последовательности синтезированных на его основе изображений НР, полученная с помощью одного из рассматриваемых алгоритмов.

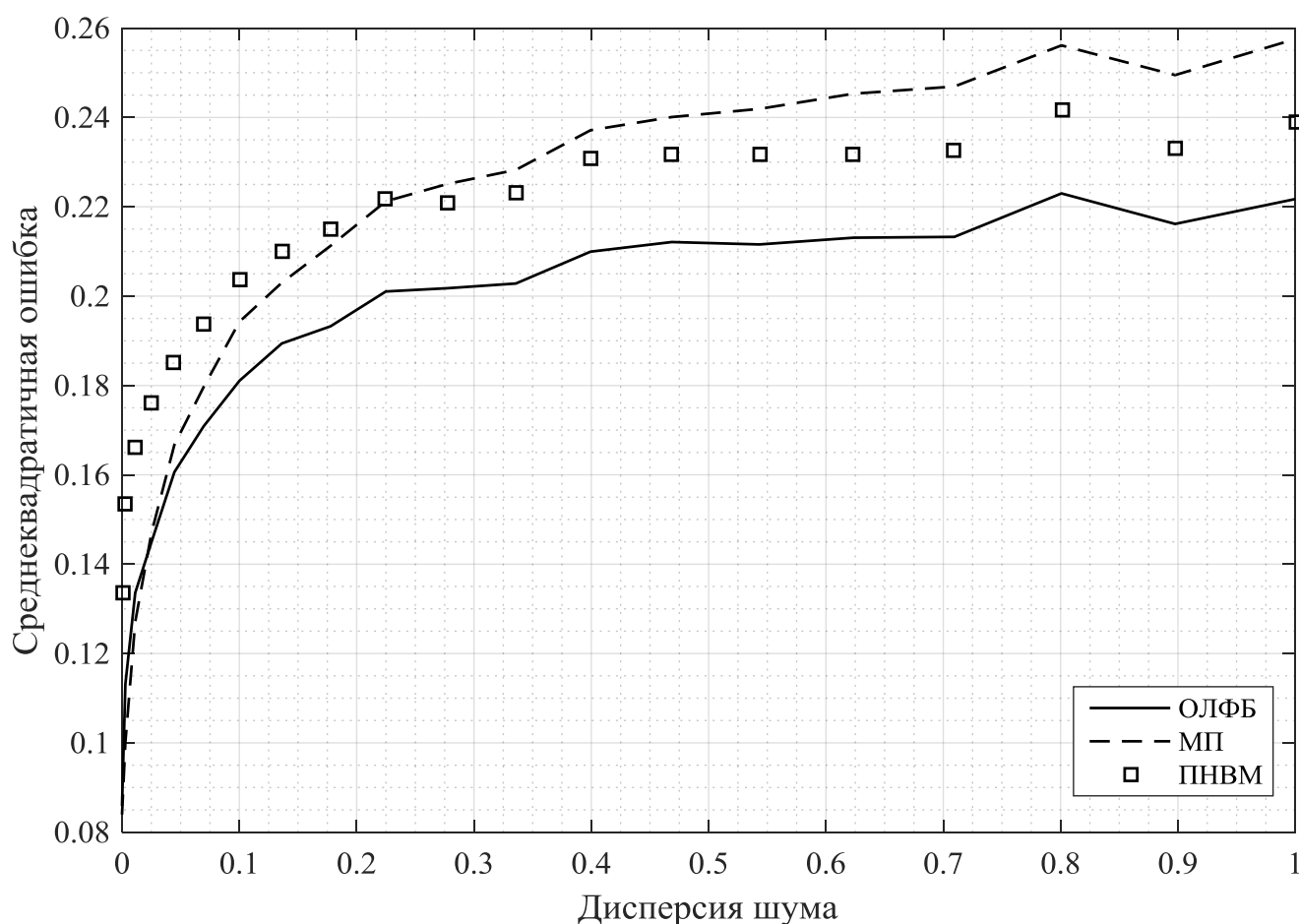


Рисунок 2.8 – График зависимости ошибки восстановления алгоритмов от дисперсии шума наблюдений

На рисунке 2.8 видно, что оптимальный фильтр (в блочной форме) демонстрирует наилучшее качество оценивания среди рассмотренных алгоритмов.

На рисунке 2.9 представлены результаты работы алгоритмов ПНВМ и МП. Для сравнения показан результат работы третьего варианта блочной линейной фильтрации.



Рисунок 2.9 – Повышение разрешения в 4 раза: а) результат реализации ОЛФБ; б) результат применения метода ПНВМ; в) результат применения метода МП; г) оригинальное изображение ВР

На основании рисунка 2.9 можно заключить, что в отсутствие шумов алгоритмы восстановления демонстрируют визуально неразличимые результаты.

В таблице 2.3 показано время в секундах, потребовавшееся на обработку 16 изображений, размером от 8×8 до 32×32 пикселей для повышения разрешения в 4 раза для разных методов построения сверхразрешения.

Самым быстрым оказался алгоритм оптимальной линейной фильтрации в блочной форме. Методы МП и ПНВМ требуют наибольшего времени вычисления из-за обработки больших прореженных матриц и решения системы уравнений методом сопряженных градиентов.

Таблица 2.3. Быстродействие (в секундах) различных алгоритмов

Размер изображения НР	Третий вариант алгоритма	ПНВМ	МП
8×8	0.5	8.5	8.6
16×16	1.6	12.4	10.9
32×32	6.3	66.2	58.1

Выводы по разделу

1. Использование алгоритмов калмановского типа является одним из эффективных подходов с точки зрения получения оптимальных (в классе линейных) оценок состояния системы по совокупности наблюдений. При этом общей проблемой при реализации таких алгоритмов в задаче сверхразрешения является большая размерность обрабатываемых матриц и векторов данных. Одним из способов сокращения объёма вычислений является предложенная блочная обработка изображений в процессе фильтрации. Доказано утверждение об оптимальности оценки ненаблюдаемых изображений ВР при блочной декомпозиции процесса оптимальной фильтрации.

2. Сформулированы модели состояний и наблюдений динамической системы, позволяющие применять алгоритмы оптимальной фильтрации в блочной форме для построения сверхразрешения изображений. Синтезирован алгоритм оптимальной фильтрации в блочной форме, предполагающий реализацию различных вариантов включения в процессе обработки областей перекрытия блоков, что необходимо для устранения краевого эффекта – колебаний яркости на краях блоков.

Рассмотрено три альтернативных варианта реализации блочной декомпозиции процесса оптимальной фильтрации.

Первый вариант декомпозиции предполагает отказ от использования неперекрывающихся блоков в пользу включения в обработку каждого блока

восьми соседних (в вертикальном, горизонтальном и диагональных направлениях) с ним блоков. При этом в процессе обработки каждого блока на каждом шаге фильтрации используются значения соседних блоков, которые, в свою очередь, корректируются после обработки центрального блока.

Во втором варианте реализации предлагаемой блочной обработки вычисления блоков оценок производятся на основе перекрывающихся блоков с использованием операторов соответствующего размера. При вычислении весовых матриц фильтра используются матрицы ковариаций ошибки, соответствующие векторам элементов неперекрывающихся фрагментов блоков, в процессе обработки которых участвуют нерасширенные версии ковариационных матриц шумов и искажений, задаваемые по аналогии с первым вариантом обработки, на основе которых вычисляются матрицы весовые матрицы для каждой подобласти перекрытия, из элементов которых формируется матрица усиления для всего перекрывающегося блока. При этом предполагается, что матрица ковариации ошибки оценивания соседних блоков такая же, как у обрабатываемого блока и учет влияния элементов соседних блоков осуществляется на основе её элементов, размещенных в соответствующих позициях (то есть на внутренних границах нерасширенных блоков).

Третий вариант обработки использует расширенные матрицы ковариации, соответствующие по размеру расширенным блокам, не требует дополнительных операций (поскольку и так является самым ресурсоемким) и предполагает параллельное вычисление оценки ВР для каждого блока изображения ВР по серии соответствующих блоков НР наблюдаемой последовательности изображений.

3. Проведён анализ предложенных вариантов алгоритма. Блочная модель обработки даёт такие же результаты, как и обработка изображения целиком. Различные варианты блочной обработки показывают визуально неразличимые результаты и обеспечивают примерно одинаковое качество восстановления, что проверялось в ходе компьютерного эксперимента при обработке реализаций случайных полей и реальных изображений. При этом предложенные варианты

блочной обработки различаются быстродействием. Наилучшие результаты показали первый и второй варианты блочной реализации. Основные преимущества третьего варианта – простота реализации и возможность распараллеливания вычислительного процесса, вследствие чего именно данный вариант послужит основой для применения в дальнейшем более сложных алгоритмов фильтрации. Как показали экспериментальные исследования, синтезированные алгоритмы на основе калмановской фильтрации демонстрируют лучшую устойчивость к шумам по сравнению с другими известными алгоритмами построения сверхразрешения и, за счет реализации в блочной форме, требуют меньшего времени на обработку изображений.

3. Модели и алгоритмы фильтрации последовательности изображений для построения сверхразрешения в условиях пропусков и ложных наблюдений аппликативного характера

Одним из условий, определяющих качество изображений, полученных в результате работы алгоритмов построения СР на основе оптимальной (в среднеквадратичном) линейной фильтрации, является соответствие используемых моделей наблюдений и состояний объекта (изображения ВР) реальным условиям наблюдения. Известно, что эффективность процедуры оптимальной фильтрации резко снижается по отношению к ожидаемой в случае неадекватности используемых МС объекта или МН реальным ситуациям [53-56, 59], что связано с причинами самого разнообразного характера, от неточностей в оценках межкадровых сдвигов (данная ситуация рассмотрена в разделе 4 данной диссертации) до возникновения аномальных значений элементов изображений, получаемых в процессе наблюдений, чему уделено внимание в данном разделе.

В ситуации возникновения аномальных значений элементов наблюдаемых изображений НР из последовательности $\{y_k\}$, часть компонентов y_k не участвует в процедуре оценивания, при этом аномальные эффекты, возникающие в процессе получения наблюдений, не обязательно могут регистрироваться приемной аппаратурой. Информация о наблюдаемой сцене (объекте), которая содержалась в компонентах векторов наблюдений, в результате воздействия аномальных эффектов может замещаться посторонней информацией, не относящейся к объекту наблюдения, что соответствует ситуации возникновения в компонентах векторов y_k ложных наблюдений [52-56, 59]).

Авторами работ [52-56, 59] выделены следующие причины возникновения подобных ситуаций:

- потери при обнаружении сигналов, по которым производятся измерения наблюдаемых параметров, при низких отношениях сигнал-шум;

- возникновение аномальных измерений при низких и умеренных отношениях сигнал-шум на входе приемно-анализирующей аппаратуры;
- воздействие сигналов посторонних источников, приводящее к появлению ложных или мешающих наблюдений, ошибочно принимаемых за полезные;
- наличие областей закрытия или аппликативных помех при наблюдении изображений пространственно-распределенных объектов.

Для обеспечения устойчивости и достижения потенциальной эффективности процедуры линейной фильтрации необходимо включить информацию об аномальных воздействиях в процесс синтеза алгоритма построения СР.

3.1. Модели и алгоритмы фильтрации последовательности изображений для построения сверхразрешения в условиях пропусков

Пусть на вход фильтра, реализующего оценку изображений ВР, поступает последовательность изображений НР, в которой возможны пропуски информации в некоторых элементах. Такая ситуация может возникнуть, например, в системах сопровождения объектов (tracking), где в целях сокращения объёма вычислений, обрабатываются только фрагменты изображений, содержащие интересующий объект. В подобных системах, при обработке последовательности кадров движущегося объекта, для выделения фрагментов изображения, содержащих объект, используются алгоритмы вычитания фона. В результате, значения элементов изображения, отнесённых к фону, приравниваются к нулю или другому заранее фиксированному значению, и эти элементы могут быть однозначно локализованы. В зависимости от траектории движения объекта относительно камеры, размеры и форма фрагмента изображения, содержащего интересующий объект, могут меняться по заранее неизвестному закону. По этой причине структура операторов в МС и МН, связывающих значения наблюдаемых и ненаблюдаемых параметров системы между собой (операторы прореживания), либо с их предшествующими значениями (операторы сдвига), изменяется от

изображения к изображению, и, при использовании блочной декомпозиции, от блока к блоку. В связи с указанным обстоятельством, данные операторы могут быть заданы лишь при получении конкретной реализации наблюдаемых параметров системы (изображения НР), что значительно усложняет обработку и не позволяет реализовать главное преимущество линейного фильтра – предварительный расчёт матрицы весовых коэффициентов фильтра. Синтезированные далее фильтры позволяют реализовать оценивание изображений ВР на основе заранее заданных операторов в МС и МН, не требуя их преобразований при получении очередного изображения НР, что позволяет существенно упростить обработку.

Рассмотрим синтез алгоритмов оценивания ненаблюдаемых изображений ВР на основе соответствующих им изображений НР, наблюдаемых в моменты времени t_k ($k = \overline{1, K}$) в стандартной форме, а затем перейдём к их формулированию для модели блочной обработки изображений (2.15)-(2.17).

Пусть последовательность ненаблюдаемых изображений ВР описывается стандартным уравнением вида

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{F}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{u}_k, \quad \mathbf{x}_1 \sim N(\mathbf{x}_1, \tilde{\mathbf{x}}_{1|0}, \mathbf{P}_{1|0}), \quad k = \overline{1, K}, \quad (3.1)$$

где \mathbf{x}_k – вектор размерности L^2 , соответствующий изображению ВР размера $L \times L$ в момент времени t_k ; \mathbf{F}_k – оператор геометрических деформаций размера $L^2 \times L^2$; \mathbf{u}_k – L^2 -мерный вектор возмущений, для которого $M[\mathbf{u}_k] = 0$, $M[\mathbf{u}_k \mathbf{u}_k^T] = \mathbf{Q}_k = \sigma_Q^2 \mathbf{I}$.

Поступающая на вход фильтра последовательность наблюдаемых изображений НР описывается уравнением [53, 54]

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{A}_k (\mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k) + \mathbf{C}_k \tilde{\boldsymbol{\varphi}}_k, \quad \mathbf{A}_k + \mathbf{C}_k = \mathbf{I},$$

$$\mathbf{A}_k = \begin{pmatrix} a_{k1} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & a_{kM^2} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C}_k = \begin{pmatrix} c_{k1} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & c_{kM^2} \end{pmatrix}, \quad (3.2)$$

где \mathbf{y}_k – вектор размерности M^2 , соответствующий наблюдаемому в момент времени t_k изображению НР; \mathbf{v}_k – вектор аддитивного шума, для которого $M[\mathbf{v}_k] = 0$, $M[\mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^T] = \mathbf{R}_k = \sigma_R^2 \mathbf{I}$; \mathbf{H}_k – оператор, характеризующий воздействие на изображение ВР системы формирования изображений, проявляющееся в качестве размытия и прореживания; \mathbf{A}_k , \mathbf{C}_k – диагональные матрицы со случайными элементами, принимающими значение ноль или единица в случае наличия ($a_{kl} = 1$, $c_{kl} = 0$, $l = \overline{1, M^2}$) или пропуска ($a_{kl} = 0$, $c_{kl} = 1$) информации в компоненте вектора \mathbf{y}_k ; $\tilde{\mathbf{\Phi}}_k$ – вектор, полученный на основе функции предшествующих наблюдений \mathbf{y}^{k-1} , компоненты которой служат для доопределения элементов вектора \mathbf{y}_k в ситуации возникновения пропуска.

Шумы \mathbf{v}_i , и \mathbf{u}_j предполагаются некоррелированными между собой, а также с элементами \mathbf{A}_k , \mathbf{C}_k и \mathbf{x}_1 при любых k , i и j [53, 54]. Дальнейший синтез фильтра требует задание матриц математического ожидания $\mathbf{P}_{Ak} = M[\mathbf{A}_k]$, $\mathbf{P}_{Ck} = M[\mathbf{C}_k]$ ($\mathbf{P}_{Ak} + \mathbf{P}_{Ck} = \mathbf{I}$), диагональные элементы которых содержат вероятности единичных значений $p_{akl} = M[a_{kl}]$, $p_{ckl} = M[c_{kl}]$ соответственно. Таким образом, в соответствии с моделью (3.2) предполагается, что в моменты времени t_k с вероятностью $P(a_{kl})$ производятся измерения l -той компоненты вектора наблюдений \mathbf{y}_k , искаженные аддитивным шумом \mathbf{v}_k , и, с вероятностью $P(c_{kl}) = 1 - P(a_{kl})$, отсутствие информации в элементе \mathbf{y}_k [53, 54].

Известно, что синтез алгоритмов фильтрации, соответствующих модели (3.2) может осуществляться на основе теоремы о нормальной корреляции и леммы, позволяющей распространить результаты данной теоремы на случай негауссовского характера распределений случайных векторов в моделях состояний и наблюдений [59]. При этом полученная оценка изображения ВР $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}$ не является строго оптимальной и часто называется условным математическим ожиданием в

широком смысле и обозначается $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k} = \tilde{\mathbf{M}}[\mathbf{x}_k | \mathbf{y}^k]$, что подразумевает её отличие от (в полном смысле) условного среднего $\tilde{\mathbf{M}}[\mathbf{x}_k | \mathbf{y}^k] \neq \mathbf{M}[\mathbf{x}_k | \mathbf{y}^k]$.

Синтез алгоритмов оценивания для модели наблюдений (3.2) осуществляется в двух вариантах в соответствии с методикой [53, 54, 59]. Первый вариант предусматривает реализацию оптимального линейного фильтра, синтезируемого на основе заданных вероятностных характеристик пропусков информации в элементах наблюдаемых изображений НР. Пропущенные компоненты вектора \mathbf{y}_k доопределяются элементами вектора $\tilde{\boldsymbol{\phi}}_k = \mathbf{H}_k \tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}$, что позволяет обеспечить независимость процедуры фильтрации по отношению к различным конфигурациям пропусков элементов изображений НР и реализовать априорный расчет матриц усиления $\tilde{\mathbf{W}}_k$. Такой фильтр описывается следующими уравнениями [53, 54]:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k} &= \tilde{\mathbf{M}}[\mathbf{x}_{k+1} | \mathbf{y}^k] = \mathbf{F}_k [\tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \tilde{\mathbf{W}}_k (\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1})], & \tilde{\mathbf{W}}_k &= \tilde{\mathbf{V}}_k \tilde{\mathbf{U}}_k^{-1}, \\ \tilde{\mathbf{V}}_k &= \tilde{\mathbf{P}}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T \mathbf{P}_{Ak}^T, & \tilde{\mathbf{U}}_k &= \mathbf{M}[\mathbf{A}_k (\mathbf{H}_k \tilde{\mathbf{P}}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k) \mathbf{A}_k^T] = \|\mathbf{u}_{klm}\|, \\ \mathbf{u}_{klm} &= p_{aklm} r_{klm}, & p_{aklm} &= \mathbf{P}(a_{kl} = 1, a_{km} = 1) & \|\mathbf{r}_{klm}\| &= \mathbf{H}_k \tilde{\mathbf{P}}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k, \\ \tilde{\mathbf{P}}_{k+1|k} &= \mathbf{F}_k [\tilde{\mathbf{P}}_{k|k-1} - \tilde{\mathbf{V}}_k \tilde{\mathbf{U}}_k^{-1} \tilde{\mathbf{V}}_k^T] \mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}_k. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Матрица усиления фильтра (3.3) зависит от вероятностных характеристик получения полезной информации в элементах наблюдаемого изображения, определяемых совместными вероятностями p_{aklm} получения полезных наблюдений в двух компонентах изображения НР одновременно.

Другим вариантом реализации алгоритма фильтрации является условно-линейный фильтр, использующий дополнительную информацию, получаемую в процессе наблюдения изображений НР. Пусть каждому вектору \mathbf{y}_k ($k = \overline{1, K}$) соответствует вектор $\boldsymbol{\theta}_k = (\boldsymbol{\eta}_k^T, \boldsymbol{\lambda}_k^T)^T$, который включает данные о наличии пропусков информации в элементах изображения НР $\boldsymbol{\eta}_k = (1 - c_{k1}, \dots, 1 - c_{kM^2})^T$, а так же другие данные $\boldsymbol{\lambda}_k$, характеризующие условия получения наблюдений. Считается, что данная информация в большинстве случаев не влияет на исходные

предположения относительно статистических характеристик ненаблюдаемых изображений и действующих шумов, а лишь – на предположения о полезности компонент вектора наблюдений [59]. На основе данных о пропусках определяются условные матрицы математического ожидания $\mathbf{P}_{C_k}(\boldsymbol{\theta}_k) = \mathbf{C}_k$ и $\mathbf{P}_{A_k}(\boldsymbol{\theta}_k) = \mathbf{I} - \mathbf{C}_k$. При этом для модели (3.2) реализуются оценки $\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} = \tilde{\mathbf{M}}[\mathbf{x}_{k+1} | \mathbf{y}^k, \boldsymbol{\theta}^k]$ и $\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \tilde{\mathbf{M}}[\mathbf{x}_k | \mathbf{y}^k, \boldsymbol{\theta}^k]$ нелинейные относительно последовательности дополнительной информационной составляющей $\boldsymbol{\theta}_k$ и условно-линейные при фиксированной реализации $\boldsymbol{\theta}^k = \{\boldsymbol{\theta}_1, \dots, \boldsymbol{\theta}_k\}$ относительно последовательности наблюдений \mathbf{y}_k .

Уравнения для данного типа алгоритмов фильтрации записываются в следующем виде:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} &= \mathbf{F}_k \left[\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \hat{\mathbf{W}}_k(\boldsymbol{\theta}^k)(\mathbf{y}_k - \mathbf{P}_{A_k}(\boldsymbol{\theta}_k)\mathbf{H}_k\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}) \right], \quad \hat{\mathbf{W}}_k(\boldsymbol{\theta}^k) = \hat{\mathbf{V}}_{k\theta} \hat{\mathbf{U}}_{k\theta}^\dagger, \\ \hat{\mathbf{V}}_{k\theta} &= \hat{\mathbf{P}}_{k|k-1}(\boldsymbol{\theta}^{k-1})\mathbf{H}_k^\top \mathbf{P}_{A_k}^\top(\boldsymbol{\theta}_k), \quad \hat{\mathbf{U}}_{k\theta} = \mathbf{P}_{A_k}(\boldsymbol{\theta}_k) \left(\mathbf{H}_k \hat{\mathbf{P}}_{k|k-1}(\boldsymbol{\theta}^{k-1})\mathbf{H}_k^\top + \mathbf{R}_k \right) \mathbf{P}_{A_k}^\top(\boldsymbol{\theta}_k), \quad (3.4) \\ \hat{\mathbf{U}}_{k\theta} \hat{\mathbf{U}}_{k\theta}^\dagger \hat{\mathbf{U}}_{k\theta} &= \hat{\mathbf{U}}_{k\theta}, \quad \hat{\mathbf{P}}_{k+1|k}(\boldsymbol{\theta}^k) = \mathbf{F}_k \left[\hat{\mathbf{P}}_{k|k-1}(\boldsymbol{\theta}^{k-1}) - \hat{\mathbf{W}}_k(\boldsymbol{\theta}^k) \hat{\mathbf{U}}_{k\theta} \hat{\mathbf{W}}_k^\top(\boldsymbol{\theta}^k) \right] \mathbf{F}_k^\top + \mathbf{Q}_k, \end{aligned}$$

где $\tilde{\mathbf{U}}_{k\theta}^\dagger$ - псевдообратная матрица, ненулевые элементы которой являются элементами матрицы, обратной по отношению к матрице ковариации ненулевых компонент вектора обновления, то есть тех, где отсутствуют пропуски [59].

Преимуществом данного класса фильтров является оценка, уточняемая на основе конкретных для каждого наблюдаемого изображения ИР данных о пропусках, вместо используемых в оптимальном линейном фильтре усреднённых вероятностных характеристик. Недостаток – отсутствие возможности предварительного вычисления весовых матриц фильтров.

Для моделей (3.1), (3.2) и синтезированных для них алгоритмов фильтрации (3.3) и (3.4) следует осуществить переход к блочной декомпозиции, в основу которой мы положим третий вариант блочной реализации алгоритма фильтрации, описанный в разделе 2, так как он наиболее удобен с точки зрения организации параллельных вычислений. Предполагается, что изображение делится на N_b перекрывающихся блоков по вертикали и по горизонтали. Блоки изображений ВР

и НР имеет размер $s_{he} \times s_{he}$ ($s_{he} = s_h + 2\Delta s_h$, $s_h = L / N_b$) и $s_{le} \times s_{le}$, ($s_{le} = s_l + 2\Delta s_l$, $s_l = M / N_b$) соответственно, где определение параметров расширения блоков НР Δs_l и ВР Δs_h осуществляется на основе (2.19) и (2.28) соответственно.

Цепочки блоков обрабатываются параллельно, а по завершению обработки всех наблюдаемых изображений НР формируется изображение ВР на основе центральных фрагментов блоков ВР.

Модели состояний и наблюдений для обработки блоков изображения имеют следующий вид:

$$\mathbf{x}_{k+1}^{p,q} = \mathbf{F}_k^{p,q} \mathbf{x}_k^{p,q} + \mathbf{u}_k^{p,q}, \quad \mathbf{y}_k^{p,q} = \mathbf{A}_k^{p,q} (\mathbf{H}_k^{p,q} \mathbf{x}_k^{p,q} + \mathbf{v}_k^{p,q}) + \mathbf{C}_k^{p,q} \mathbf{H}_k^{p,q} \tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{p,q}, \quad (3.5)$$

$$\mathbf{A}_k^{p,q} = \begin{pmatrix} a_{k1}^{p,q} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & a_{ks_{le}^2}^{p,q} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C}_k^{p,q} = \begin{pmatrix} c_{k1}^{p,q} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & c_{ks_{le}^2}^{p,q} \end{pmatrix}, \quad p, q = \overline{1, N_b}, \quad k = \overline{1, K},$$

где $\mathbf{x}_k^{p,q}$ и $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{p,q}$ – векторы размерности s_{he}^2 , характеризующие блоки изображений ВР \mathbf{x}_k и $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}$ соответственно; $\mathbf{y}_k^{p,q}$ – вектор размерности s_{le}^2 , соответствующий блоку наблюдаемого изображения НР \mathbf{y}_k ; $\mathbf{F}_k^{p,q}$, $\mathbf{H}_k^{p,q}$ – матрицы деформации размера $s_{he}^2 \times s_{he}^2$ и искажения размера $s_{le}^2 \times s_{he}^2$, соответственно, применяемые к блоку $p, q = \overline{1, N_b}$; диагональные элементы матриц $\mathbf{A}_k^{p,q}$, $\mathbf{C}_k^{p,q}$, $\mathbf{P}_{Ak}^{p,q}$, и $\mathbf{P}_{Ck}^{p,q}$ (размера $s_{le}^2 \times s_{le}^2$) соответствуют элементам вектора $\mathbf{y}_k^{p,q}$; $\mathbf{u}_k^{p,q}$ и $\mathbf{v}_k^{p,q}$ – векторы возмущений размерности s_{he}^2 и s_{le}^2 соответственно, для которых $\mathbf{M}[\mathbf{u}_k^{p,q}] = 0$, $\mathbf{M}[\mathbf{u}_k^{p,q} \mathbf{u}_k^{p,q \top}] = \mathbf{Q}_k^{p,q} = \sigma_Q^2 \mathbf{I}$ и $\mathbf{M}[\mathbf{v}_k^{p,q}] = 0$, $\mathbf{M}[\mathbf{v}_k^{p,q} \mathbf{v}_k^{p,q \top}] = \mathbf{R}_k^{p,q} = \sigma_R^2 \mathbf{I}$, соответственно.

Уравнения оптимального линейного фильтра для оценки изображения ВР в условиях пропусков в блочной форме имеют вид

$$\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k}^{p,q} = \mathbf{F}_k^{p,q} \tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q}, \quad \tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q} = \tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{p,q} + \tilde{\mathbf{W}}_k^{p,q} (\mathbf{y}_k^{p,q} - \mathbf{H}_k^{p,q} \tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{p,q}), \quad \tilde{\mathbf{W}}_k^{p,q} = \tilde{\mathbf{V}}_k^{p,q} \tilde{\mathbf{U}}_k^{p,q-1},$$

$$\tilde{\mathbf{V}}_k^{p,q} = \tilde{\mathbf{P}}_{k|k-1}^{p,q} \mathbf{H}_k^{p,q \top} \mathbf{P}_{Ak}^{p,q \top}, \quad \tilde{\mathbf{U}}_k^{p,q} = \left\| P_{aklm}^{p,q} r_{klm}^{p,q} \right\|, \quad l, m = \overline{1, s_{le}^2},$$

$$P_{aklm}^{p,q} = \mathbf{P}(a_{kl}^{p,q} = 1, a_{km}^{p,q} = 1), \quad \left\| r_{klm}^{p,q} \right\| = \mathbf{H}_k^{p,q} \tilde{\mathbf{P}}_{k|k-1}^{p,q} \mathbf{H}_k^{p,q \top} + \mathbf{R}_k^{p,q}, \quad (3.6)$$

$$\tilde{\mathbf{P}}_{k+1|k}^{p,q} = \mathbf{F}_k^{p,q} \tilde{\mathbf{P}}_{k|k}^{p,q} \mathbf{F}_k^{p,q\top} + \mathbf{Q}_k^{p,q}, \quad \tilde{\mathbf{P}}_{k|k}^{p,q} = \tilde{\mathbf{P}}_{k|k-1}^{p,q} - \tilde{\mathbf{V}}_k^{p,q} \tilde{\mathbf{U}}_k^{p,q-1} \tilde{\mathbf{V}}_k^{p,q\top}.$$

Уравнения условно-линейного фильтра, синтезированного для обработки блоков изображений в условиях пропусков компонент наблюдения, имеют вид

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}^{p,q} &= \mathbf{F}_k^{p,q} \hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q}, \quad \hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{p,q} + \hat{\mathbf{W}}_k^{p,q}(\boldsymbol{\theta}^{p,qk}) (\mathbf{y}_k^{p,q} - \mathbf{P}_{Ak}^{p,q}(\boldsymbol{\theta}_k^{p,q}) \mathbf{H}_k^{p,q} \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{p,q}), \\ \mathbf{P}_{Ak}^{p,q}(\boldsymbol{\theta}_k^{p,q}) &= \mathbf{I} - \mathbf{C}_k^{p,q}(\boldsymbol{\theta}_k^{p,q}), \quad \hat{\mathbf{W}}_k^{p,q}(\boldsymbol{\theta}^{p,qk}) = \hat{\mathbf{V}}_{k\theta}^{p,q} \hat{\mathbf{U}}_{k\theta}^{p,q\top}, \\ \hat{\mathbf{V}}_{k\theta}^{p,q} &= \hat{\mathbf{P}}_{k|k-1}^{p,q}(\boldsymbol{\theta}^{p,qk-1}) \mathbf{H}_k^{p,q\top} \mathbf{P}_{Ak}^{p,q\top}(\boldsymbol{\theta}_k^{p,q}), \\ \hat{\mathbf{U}}_{k\theta}^{p,q} &= \mathbf{P}_{Ak}^{p,q}(\boldsymbol{\theta}_k^{p,q}) (\mathbf{H}_k^{p,q} \hat{\mathbf{P}}_{k|k-1}^{p,q}(\boldsymbol{\theta}^{p,qk-1}) \mathbf{H}_k^{p,q\top} + \mathbf{R}_k^{p,q}) \mathbf{P}_{Ak}^{p,q\top}(\boldsymbol{\theta}_k^{p,q}), \\ \hat{\mathbf{P}}_{k+1|k}^{p,q}(\boldsymbol{\theta}^{p,qk}) &= \mathbf{F}_k^{p,q} \hat{\mathbf{P}}_{k|k}^{p,q}(\boldsymbol{\theta}^{p,qk}) \mathbf{F}_k^{p,q\top} + \mathbf{Q}_k^{p,q}, \\ \hat{\mathbf{P}}_{k|k}^{p,q}(\boldsymbol{\theta}^{p,qk}) &= \hat{\mathbf{P}}_{k|k-1}^{p,q}(\boldsymbol{\theta}^{p,qk-1}) - \hat{\mathbf{W}}_k^{p,q}(\boldsymbol{\theta}^{p,qk}) \hat{\mathbf{U}}_{k\theta}^{p,q} \hat{\mathbf{W}}_k^{p,q\top}(\boldsymbol{\theta}^{p,qk}), \end{aligned} \quad (3.7)$$

где $\boldsymbol{\theta}^{p,qk} = \{\boldsymbol{\theta}_1^{p,q}, \dots, \boldsymbol{\theta}_k^{p,q}\}$ – совокупность векторов дополнительной информации, элементы которых соответствующих компонентам векторов блока (p, q) совокупности наблюдаемых изображений $\mathbf{y}^{p,qk} = \{\mathbf{y}_1^{p,q}, \dots, \mathbf{y}_k^{p,q}\}$.

Для анализа синтезированных фильтров далее рассмотрены два случая.

1. Пропуски элементов изображений НР возникают случайно и некоррелировано, проявляясь в форме импульсного шума ($\mathbf{P}_{ck}^{p,q} = p_{ck} \mathbf{I}$);
2. Пропуски проявляются случайно в форме «пятен» - локальных областей закрытия, образующихся вокруг порождающих точек, которыми, с некоторой вероятностью, может являться любой пиксель изображения НР.

Выражения для матриц $\tilde{\mathbf{V}}_k^{p,q}$ и $\tilde{\mathbf{U}}_k^{p,q}$ оптимального линейного фильтра в первом случае можно упростить с учётом равновероятного пропуска информации в любом элементе \mathbf{y}_k :

$$\tilde{\mathbf{V}}_k^{p,q} = p_{ak} \tilde{\mathbf{P}}_{k|k-1}^{p,q} \mathbf{H}_k^{p,q\top}, \quad \tilde{\mathbf{U}}_k^{p,q} = p_{ak} (\mathbf{H}_k^{p,q} \tilde{\mathbf{P}}_{k|k-1}^{p,q} \mathbf{H}_k^{p,q\top} + \mathbf{R}_k^{p,q}), \quad (3.8)$$

где p_{ck} – вероятность пропуска информации в каждом элементе наблюдаемого изображения НР; $p_{ak} = 1 - p_{ck}$ – вероятность наличия полезной информации в компоненте \mathbf{y}_k^{pq} .

На рисунке 3.1 показан результат восстановления изображения ВР по 16 наблюдениям НР в условиях пропусков, проявляющихся в форме импульсного шума.

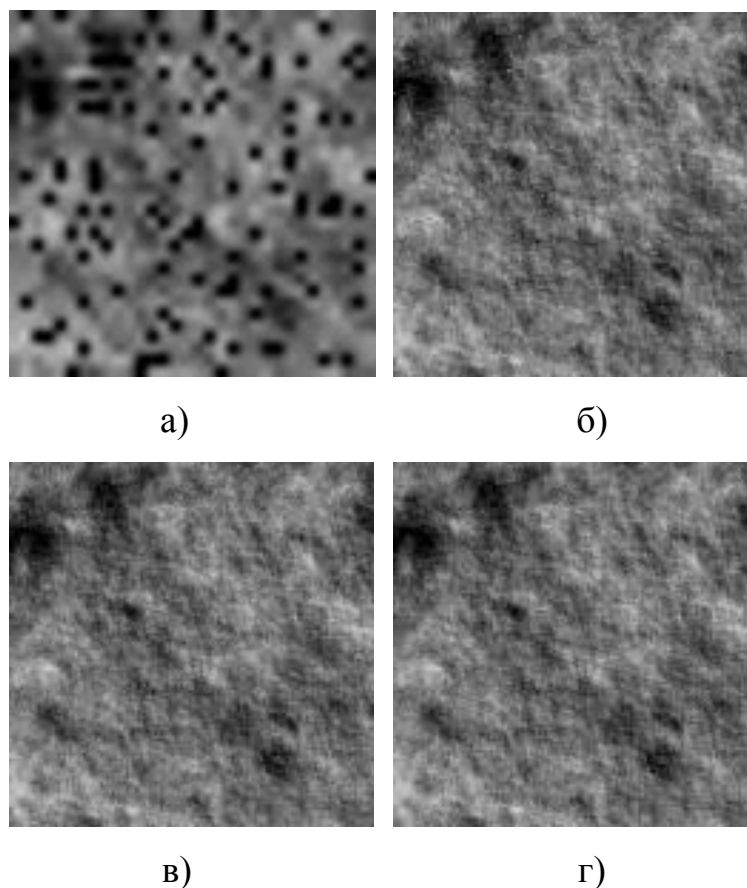


Рисунок 3.1 – Повышение разрешения в 4 раза в условиях пропусков:

- а) пример изображения НР;
- б) результат обработки оптимальным линейным фильтром;
- в) результат обработки условно-линейным фильтром;
- г) оригинальное изображение ВР

В ходе эксперимента область значения элемента изображения составляет $[0, 1]$. В качестве изображения ВР использована реализация случайного поля со средним значением $m_x = 0.5$, дисперсией $\sigma_x^2 = 0.02$, и корреляционной функцией вида (2.29) с параметром $\alpha = 0.1$. Все элементы вектора $\tilde{\mathbf{x}}_{10}^{p,q}$ равны m . Вероятность пропуска для каждого пикселя изображения НР составляет $p_{ck} = 0.1$, $k = \overline{1, K}$.

Размер изображений НР составляет 32×32 пикселя, размер изображения ВР – 128×128 , значения дисперсий шумов следующие: $\sigma_Q^2 = 0$; $\sigma_R^2 = 10^{-4}$.

Рисунок 3.1 показывает, что в условиях некоррелированного импульсного шума оба фильтра обеспечивают визуально почти не различимый результат восстановления.

На рисунке 3.2 показан результат восстановления изображения ВР по 16 наблюдениям НР в условиях пропусков, проявляющихся в форме импульсного шума с более высокой вероятностью $p_{ck} = 0.2$, $\sigma_R^2 = 0.01$, $k = \overline{1, K}$.

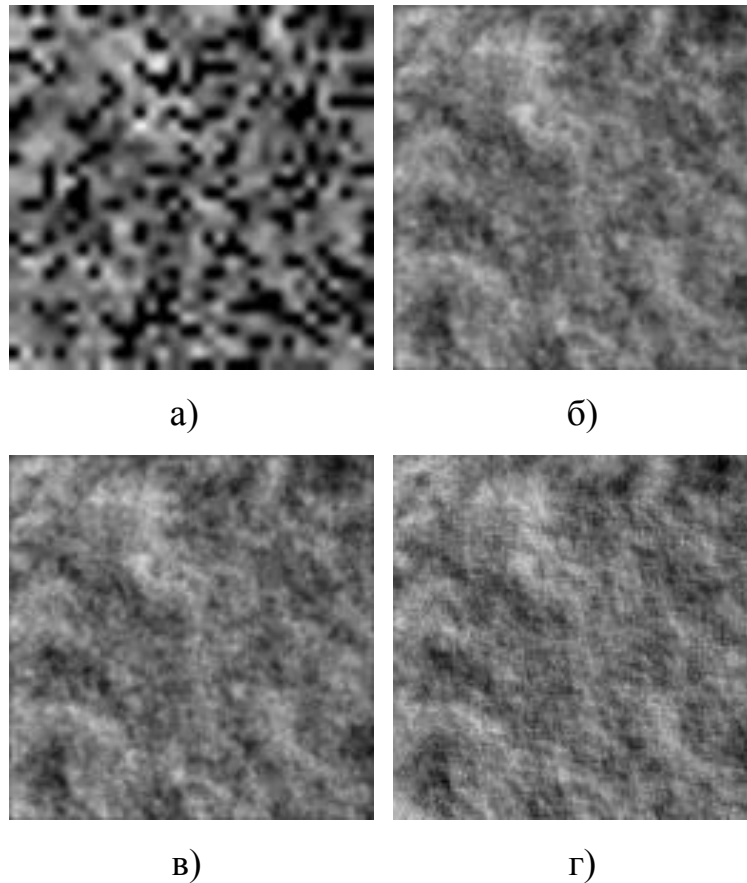


Рисунок 3.2 – Повышение разрешения в 4 раза в условиях пропусков:

- а) пример изображения НР;
- б) результат обработки оптимальным линейным фильтром;
- в) результат обработки условно-линейным фильтром;
- г) оригинальное изображение ВР

На рисунке 3.2, как и на рисунке 3.1, видно, что оба фильтра в условиях некоррелированного импульсного шума показывают примерно одинаковое качество оценивания.

На рисунке 3.3 показан график зависимости среднеквадратичной ошибки восстановления, усреднённой по $T = 10$ реализациям, от вероятности появления пропуска p_{ck} в элементе k -го изображения НР для оптимального линейного ($\tilde{e}^{(T)}$) и условно-линейного ($\hat{e}^{(T)}$) фильтров.

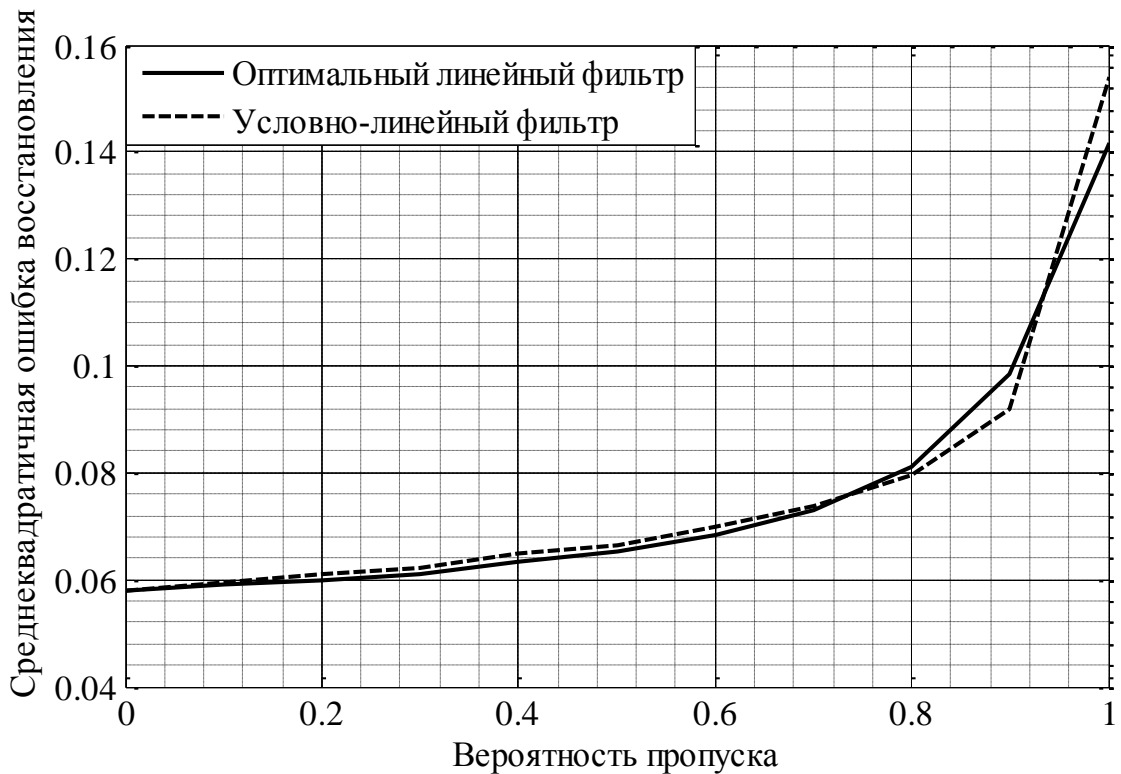


Рисунок 3.3 – График зависимости среднеквадратичной ошибки восстановления оптимального линейного и условно-линейного фильтра от вероятности пропуска информации в элементе вектора наблюдения

Для каждого значения p_{ck} в диапазоне $[0, 1]$ с шагом 0.1, проводились T реализаций вычислительного эксперимента, в ходе которых генерировалась реализация случайного поля (параметры поля соответствуют реализации,

представленной на рисунке 3.2), из которой производилась последовательность из $K = 16$ изображений ВР $\{\mathbf{x}_k^{(t)}\}$, $t = 1, T$, с последующим понижением разрешения каждого из них в 4 раза. По K изображениям НР осуществлялось оценивание $\mathbf{x}_k^{(t)}$ с помощью оптимального линейного и условно-линейного фильтров, на основе оценок $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{(t)}$ и $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{(t)}$ соответственно. После получения оценок $\tilde{\mathbf{x}}_{K|K}^{(t)}$ и $\hat{\mathbf{x}}_{K|K}^{(t)}$ вычислялись ошибки восстановления $\tilde{e}^{(T)}$ и $\hat{e}^{(T)}$ в соответствии со следующими выражениями:

$$\tilde{e}^{(T)} = \frac{1}{TL} \sum_{t=1}^T \sqrt{(\mathbf{x}_{K|K}^{(t)} - \tilde{\mathbf{x}}_{K|K}^{(t)})^T (\mathbf{x}_{K|K}^{(t)} - \tilde{\mathbf{x}}_{K|K}^{(t)})}, \quad (3.9)$$

$$\hat{e}^{(T)} = \frac{1}{TL} \sum_{t=1}^T \sqrt{(\mathbf{x}_{K|K}^{(t)} - \hat{\mathbf{x}}_{K|K}^{(t)})^T (\mathbf{x}_{K|K}^{(t)} - \hat{\mathbf{x}}_{K|K}^{(t)})}.$$

Рисунок 3.3 подтверждает тот факт, что в условиях некоррелированного импульсного шума оба фильтра показывают примерно одинаковое качество восстановления.

Далее рассмотрим второй случай – случайное возникновение пропусков в форме ЛОЗ, образующихся вокруг порождающих точек. На рисунке 3.4 показан результат восстановления изображения ВР по 16 наблюдениям НР.

Для формирования ЛОЗ использована модель [52]. Вероятность возникновения порождающей точки области закрытия для всех элементов изображения НР составляла $p_{ck}^{(0)} = 3/M^2$, $k = \overline{1, K}$, средняя площадь ЛОЗ – $s_{ck} = M^2/4$, $k = \overline{1, K}$. Размер изображений НР равен 32×32 пикселя, размер изображений ВР – 128×128 . Используются следующие параметры шумов: $\sigma_Q^2 = 0$; $\sigma_R^2 = 0.01$, $k = \overline{1, K}$.

На рисунке 3.4 заметно, что в условиях пропусков, проявляющихся в форме ЛОЗ, условно-линейный фильтр показывает заметно лучшее качество восстановления. Изображение на рисунке 3.4,в, соответствующее оценке на основе условно-линейного фильтра, более детализировано по сравнению с изображением на рисунке 3.4,б, которое получено в результате работы оптимального линейного фильтра.

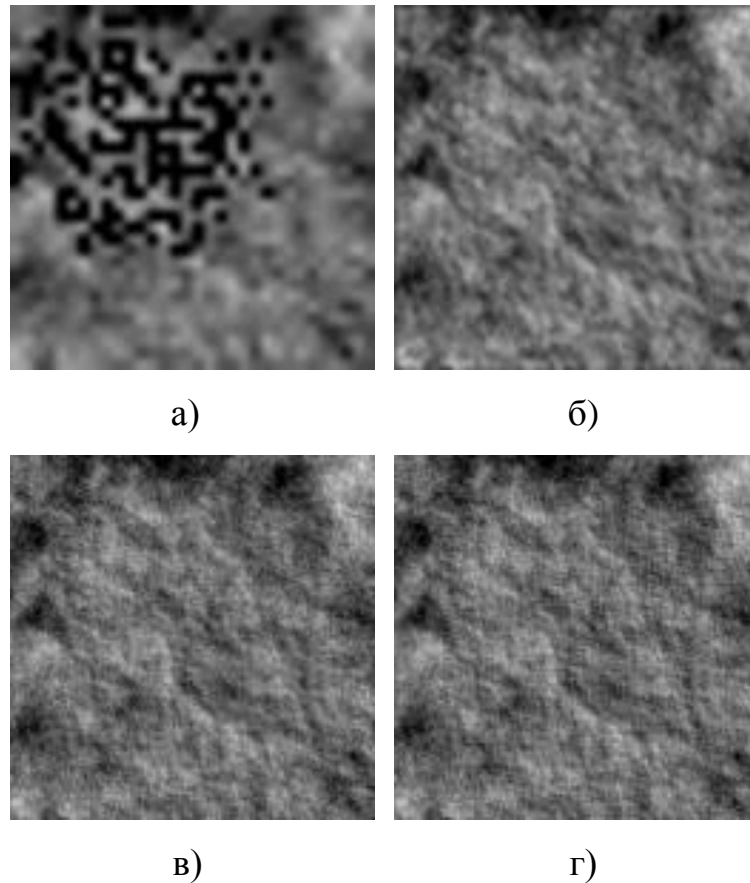


Рисунок 3.4 – Повышение разрешения в 4 раза в условиях пропусков, проявляющихся в форме ЛОЗ: а) пример изображения НР; б) результат обработки оптимальным линейным фильтром; в) результат обработки условно-линейным фильтром; г) оригинальное изображение ВР

На рисунке 3.5 показаны изображения ВР, соответствующие оценкам оптимального и условно-линейного фильтров при тех же условиях, что и для рисунка 3.4, но с увеличенным уровнем шума наблюдений: $\sigma_R^2 = 0.01$.

На рисунке 3.5 видно, что, как и в предыдущем случае, качество восстановления условно-линейного фильтра выше, чем оптимального линейного. Ценой за качество оценки наблюдаемых изображений, получаемой на основе условно-линейного фильтра, являются дополнительные вычисления и отсутствие возможности предварительного определения весовых матриц, так как их структура

определяется параметрами локализации пропусков на наблюдаемых изображениях НР.

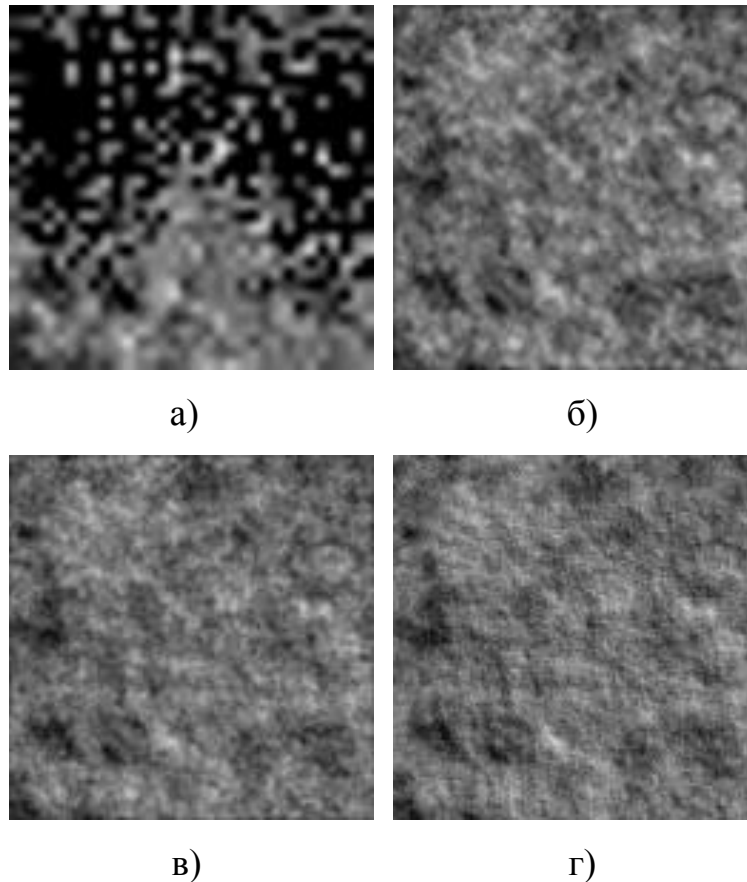
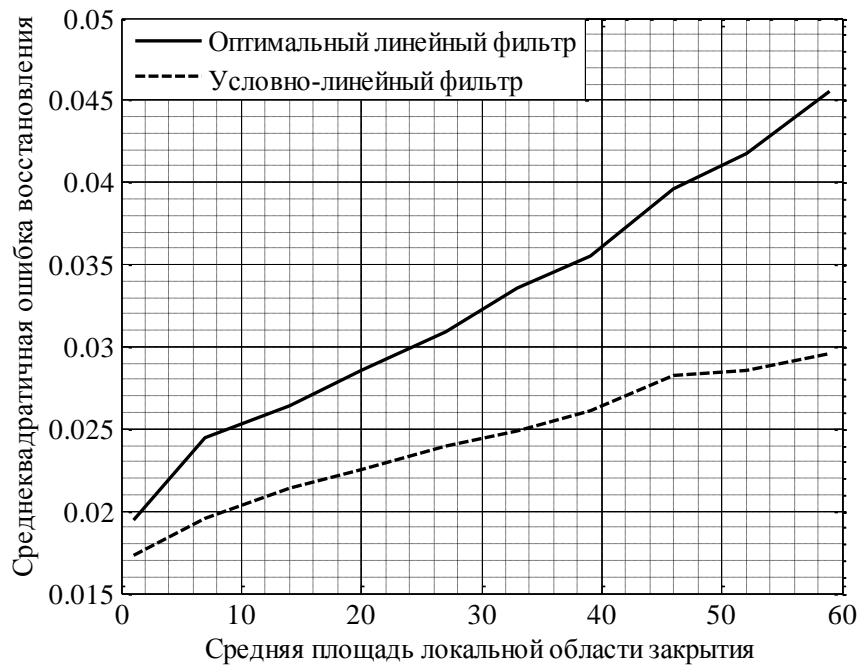
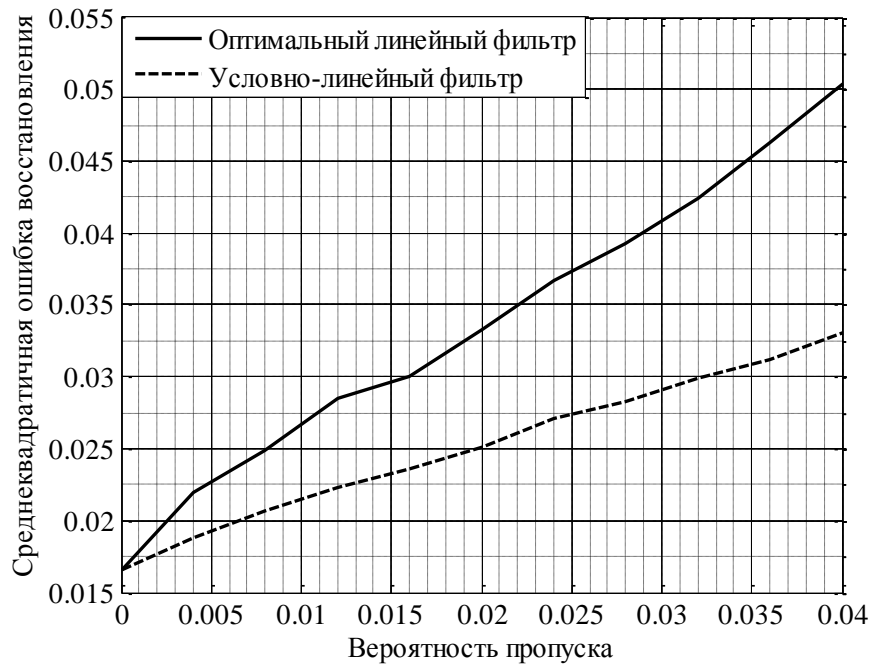


Рисунок 3.5 – Повышение разрешения в 4 раза в условиях пропусков, проявляющихся в форме ЛОЗ: а) пример изображения НР; б) результат обработки оптимальным линейным фильтром; в) результат обработки условно-линейным фильтром; г) оригинальное изображение ВР

На рисунке 3.6 изображены графики зависимостей среднеквадратичной ошибки восстановления $e^{(T)}$, усреднённой по 10 реализациям эксперимента, от площади ЛОЗ при фиксированной вероятности $p_{ck}^{(0)} = 0.0156$ наличия порождающей точки ЛОЗ в элементе изображения НР (а), и от вероятности $p_{ck}^{(0)}$ при фиксированной площади ЛОЗ $s_{ck} = 25$. для оптимального линейного и условно-линейного фильтров.



а)



б)

Рисунок 3.6 – Графики зависимости среднеквадратичной ошибки восстановления оптимального линейного и условно-линейного фильтра от:

а) величины площади ЛОЗ при фиксированной вероятности пропуска;

б) вероятности пропуска при фиксированной площади ЛОЗ

В эксперименте использовалась реализация случайного поля (с такими же параметрами, как на рисунке 3.4), соответствующая изображению ВР размера 64×64 , на основе которого производилось $K = 16$ изображений НР размера 16×16 , по которым оценивалось исходное изображение ВР.

Рисунок 3.6 подтверждает, что качество восстановления условно-линейного фильтра выше, чем оптимального линейного.

Значения вероятностей $p_{aklm}^{p,q} = P(a_{kl}^{p,q} = 1, a_{km}^{p,q} = 1)$ оптимального линейного фильтра (3.6), определяются, в общем случае, исходя из функций пространственной корреляции формы ЛОЗ. В ходе вышеописанных испытаний они были заданы следующим образом:

$$p_{aklm}^{p,q} = P(a_{kl}^{p,q} = 1, a_{km}^{p,q} = 1) = \left(1 - p_{ck} \exp\left(-\beta_{ck} \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}\right) \right),$$

$$p_{ck} = \pi / 4 p_{ck}^{(0)} s_{ck}, \quad \beta_{ck} = \pi / s_{ck}, \quad k = \overline{1, K}, \quad (3.10)$$

$$(y-1)s_{le} + x = l, \quad (y_0-1)s_{le} + x_0 = m, \quad x, x_0, y, y_0 = \overline{1, s_{le}},$$

где p_{ck} – средняя вероятность пропуска информации в элементе изображения НР; s_{le} – длина стороны расширенного блока НР.

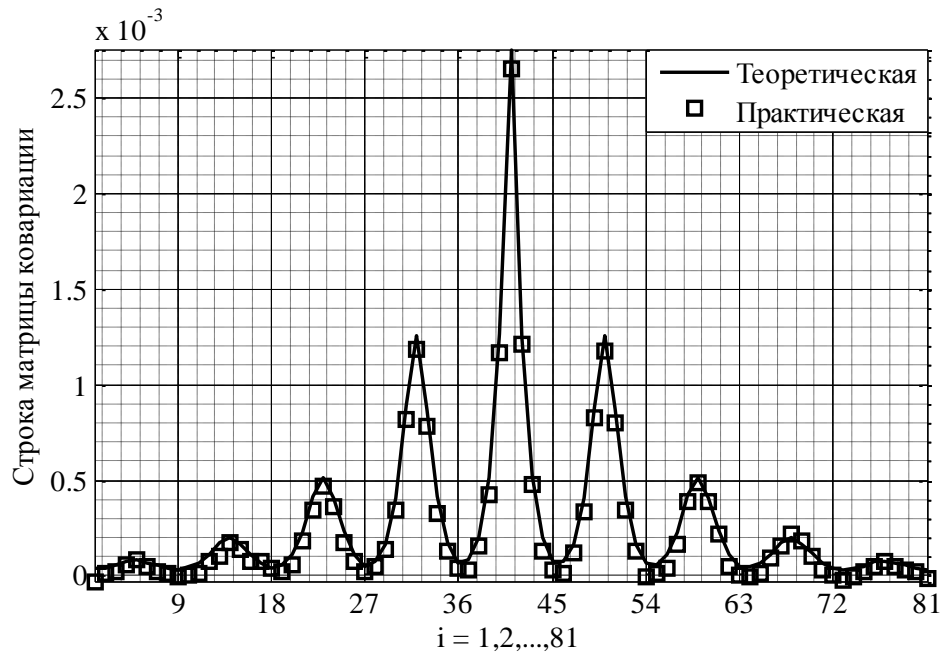
Величины p_{ck} и β_{ck} определены экспериментально в ходе статистического моделирования, при проведении которого для различных значений вероятности наличия порождающей точки в элементе изображения НР $p_{ck}^{(0)}$ и площади ЛОЗ s_{ck} генерировалось бинарное поле $\eta_k = \{0, 1\}$, единичные значения которого соответствовали элементам ЛОЗ, а нулевые значения – элементам изображения НР, несущим полезную информацию. Пусть Ω_{rt} обозначает оператор, определяющий окрестность размером $(2s_{le}-1) \times (2s_{le}-1)$, содержащую элементы поля η_k , окружающие точку η_{krt} , где $r, t = \overline{1, M-s_{le}+1}$, а матрица $\Omega_{rt}(1-\eta_k)$ содержит единичные значения для элементов, окружающих η_{krt} и несущих полезную информацию. В ходе статистического моделирования получена матрица

$$\mathbf{P}_{AA} = \|\|P_{aa}\|\|,$$

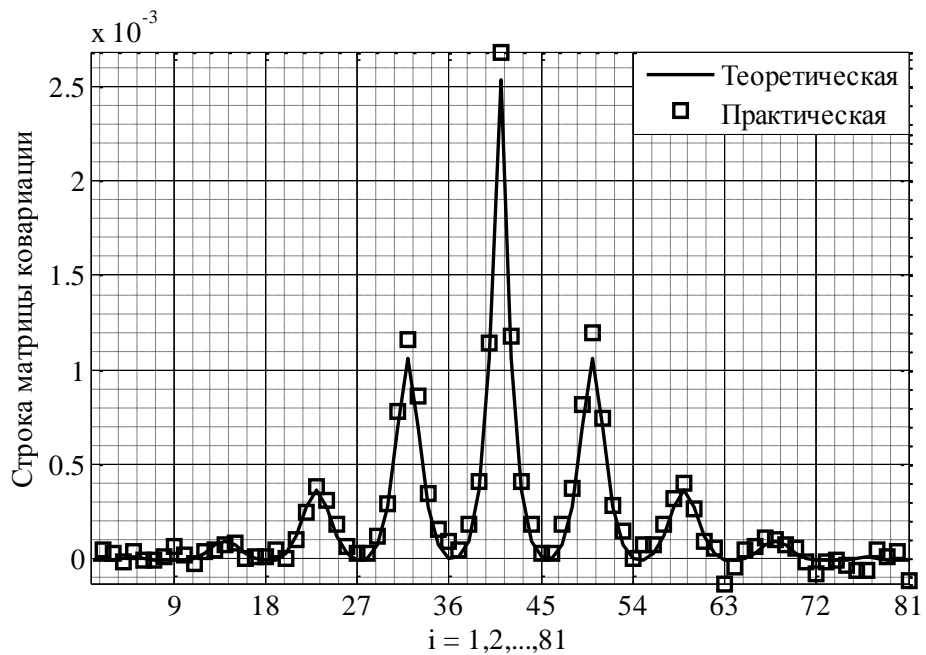
$$P_{aa} = \frac{1}{K(M - 2(s_{le} - 1))^2} \sum_{k=1}^K \sum_r \sum_t \Omega_{rt} (1 - \eta_k), \quad K = 5000, \quad (3.11)$$

характеризующая вероятности $P(a_{kl} = 1, a_{km} = 1)$, в соответствии с которой определена величина β_{ck} в формуле (3.10).

На рисунке 3.7 показаны элементы средней строки матрицы ковариации ошибки оценивания оптимального линейного фильтра (рисунке 3.7,а) в условиях возникновения ЛОЗ и условно-линейного фильтра (рисунке 3.7,б) в сравнении с их теоретическими зависимостями. В ходе испытаний проводилось $\tilde{T} = 10000$ реализаций эксперимента для оптимального линейного фильтра и $\hat{T} = 2500$ для условно-линейного фильтра. Каждая реализация предполагала генерацию $L \times L$ ($L = 27$) изображения ВР $\mathbf{x}^{(t)}$, как реализацию гауссовского случайного поля со средним значением $m_x = 0.5$, дисперсией $\sigma_x^2 = 0.02$, и корреляционной функцией вида (2.29), где $\alpha = 0.1$. Из исходного изображения производилось $K = 9$ изображений размера $M \times M$ с разрешением, пониженным в 3 раза ($M = 9$), на которые затем наносились ЛОЗ в соответствии с вероятностью порождающей точки $p_{ck}^{(0)} = 0.037$, $k = \overline{1, K}$, и площадью $s_{ck} = 12$. Во всех реализациях эксперимента изображения НР смещались по идентичному закону. В ходе испытаний значение среднеквадратичного отклонения шума $\sigma_k^{(R)} = 0.1$, $k = \overline{1, K}$.



а)



б)

Рисунок 3.7 – Экспериментальные оценки элементов строки матрицы ковариаций ошибки оценивания фрагмента изображения в сравнении с их теоретическими зависимостями в условиях возникновения ЛОЗ для: а) оптимального линейного фильтра; б) условно-линейного фильтра

Матрицы ковариации ошибки оценивания определялись для центрального фрагмента изображений ВР, размером $[9 \times 9]$. Теоретическая оценка ковариационной матрицы ошибки восстановления оптимального линейного фильтра $\tilde{\mathbf{P}}_{K|K}$ определялась однократно на основе уравнений (3.6), при этом все точки изображений смещались на одинаковую величину, вследствие чего, при обработке k -го изображения НР каждой реализации эксперимента $t = \overline{1, \tilde{T}}$, ковариационные матрицы $\tilde{\mathbf{P}}_{k+1|k}^{p,q}$ и $\tilde{\mathbf{P}}_{k|k}^{p,q}$ оптимального линейного фильтра являлись идентичными для всех блоков оценок $\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k}^{(t)}$ и $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{(t)}$ соответственно:

$$\tilde{\mathbf{P}}_{K|K}^{p,q(t)} = \tilde{\mathbf{P}}_{K|K}, \quad p, q = \overline{1, N_b}, \quad t = \overline{1, \tilde{T}}. \quad (3.12)$$

Теоретическая матрица $\hat{\mathbf{P}}_{K|K}$ условно-линейного фильтра вычислялась как сумма ковариационных матриц блоков изображений ВР, полученных на последнем шаге обработки $\hat{\mathbf{P}}_{K|K}^{p,q(t)}(\boldsymbol{\theta}^{p,q K(t)})$, проведённой в соответствии с уравнениями (3.7) при t -той реализации эксперимента, усреднённая по всем блокам, а затем и по всем T реализациям эксперимента:

$$\hat{\mathbf{P}}_{K|K} = \frac{1}{TN_b^2} \sum_{t=1}^T \sum_{p=1}^{N_b} \sum_{q=1}^{N_b} \hat{\mathbf{P}}_{K|K}^{p,q(t)}(\boldsymbol{\theta}^{p,q K(t)}). \quad (3.13)$$

Матрицы $\tilde{\mathbf{P}}_{K|K}$ и $\hat{\mathbf{P}}_{K|K}$ сравнивались с матрицами ковариации ошибок $\tilde{\mathbf{P}}^{(T)}$, $\hat{\mathbf{P}}^{(T)}$, определённых в ходе вычислительного эксперимента как

$$\tilde{\mathbf{P}}^{(T)} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left[(\mathbf{x}_c^{(t)} - \tilde{\mathbf{x}}_c^{(t)}) (\mathbf{x}_c^{(t)} - \tilde{\mathbf{x}}_c^{(t)})^T \right], \quad \hat{\mathbf{P}}^{(T)} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left[(\mathbf{x}_c^{(t)} - \hat{\mathbf{x}}_c^{(t)}) (\mathbf{x}_c^{(t)} - \hat{\mathbf{x}}_c^{(t)})^T \right], \quad (3.14)$$

где $\mathbf{x}_c^{(t)}$, $\tilde{\mathbf{x}}_c^{(t)}$ и $\hat{\mathbf{x}}_c^{(t)}$ – развёрнутые в векторы центральные фрагменты исходного изображения ВР $\mathbf{x}^{(t)}$ и его оценок $\tilde{\mathbf{x}}_{K|K}^{(t)}$ и $\hat{\mathbf{x}}_{K|K}^{(t)}$, полученным по K изображениям НР с помощью оптимального линейного и условно-линейного фильтров соответственно, в ходе t -той реализации.

На рисунке 3.7 заметно соответствие ковариационных матриц ошибки восстановления, вычисленных экспериментально, своим теоретическим зависимостям, что говорит об адекватности сформулированных моделей,

адаптированных к условиям возникновения пропусков в компонентах наблюдаемых изображений НР в блочной форме.

3.2. Модели и алгоритмы фильтрации последовательности изображений для построения сверхразрешения в условиях ложных наблюдений

Характерной особенностью пропусков информации в компонентах вектора наблюдения \mathbf{y}_k является возможность их однозначной идентификации. В отличие от пропусков, определение элементов \mathbf{y}_k , не несущих полезной информации, может быть произведено лишь с некоторой вероятностью. Для работы в условиях возникновения ложных наблюдений, в общем случае, требуется синтез нелинейного фильтра, имеющего значительно более сложную реализацию и требующего чрезмерно большего объема вычислений по сравнению с линейным фильтром. Синтезированные далее алгоритмы фильтрации обеспечивают получение оптимальной линейной (и условно-линейной) оценки изображения ВР в условиях ложных наблюдений, позволяя тем самым упростить обработку.

Пусть на вход фильтра, реализующего оценку ненаблюдаемых изображений ВР, поступает последовательность изображений НР, элементы которых могут быть искажены аппликативной помехой в результате, например, закрытия наблюдаемой сцены посторонним объектом, или собственных шумов измерительной аппаратуры при малых отношениях сигнал – шум.

В данном случае, модели изображений ВР (3.1) будет соответствовать следующая модель наблюдаемых изображений НР:

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{A}_k (\mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k) + \mathbf{B}_k (\tilde{\mathbf{z}}_{k|k^*} + \mathbf{w}_k), \quad \mathbf{A}_k + \mathbf{B}_k = \mathbf{I}$$

$$\mathbf{A}_k = \begin{pmatrix} a_{k1} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & a_{kM^2} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}_k = \begin{pmatrix} b_{k1} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & b_{kM^2} \end{pmatrix}, \quad (3.15)$$

где \mathbf{y}_k – вектор, соответствующий наблюдаемому в момент времени t_k изображению НР размерности M^2 ; \mathbf{v}_k – вектор аддитивного шума измерений для которого $M[\mathbf{v}_k]=0$, $M[\mathbf{v}_k\mathbf{v}_k^T]=\mathbf{R}_k$; \mathbf{H}_k – оператор, характеризующий воздействие системы формирования наблюдаемых изображений; $\mathbf{A}_k, \mathbf{B}_k$ – диагональные матрицы со случайными элементами, принимающими значение ноль или единица в случае получения от первичного датчика полезной ($a_{kl}=1, b_{kl}=0, l=\overline{1, M^2}$) или ложной ($a_{kl}=0, b_{kl}=1$) информации; $\tilde{\mathbf{z}}_{k|k^*}$ – вектор экстраполированной на момент времени t_k оценки наблюдаемого изображения НР, формируемой исходя из априорных сведений или на основе обработки совокупности из t_* ($0 \leq t_* < t_k$) предшествующих изображений НР, для которой $M[(\mathbf{H}_k\mathbf{x}_k - \tilde{\mathbf{z}}_{k|k^*})(\mathbf{H}_k\mathbf{x}_k - \tilde{\mathbf{z}}_{k|k^*})^T]=\mathbf{P}_{zk}$; \mathbf{w}_k – вектор, характеризующий отклонение ложных наблюдений в компонентах \mathbf{y}_k относительно оценки $\tilde{\mathbf{z}}_{k|k^*}$, в общем случае, не являющийся гауссовским, с параметрами $M[\mathbf{w}_k]=0$, $M[\mathbf{w}_k\mathbf{w}_k^T]=\mathbf{S}_k$.

Векторы $\mathbf{v}_i, \mathbf{u}_j$ и \mathbf{w}_k предполагаются некоррелированными между собой, а также с элементами $\mathbf{A}_k, \mathbf{B}_k$ и \mathbf{x}_1 при любых k, i и j [55, 56]. Дальнейший синтез фильтра требуется задание матриц математического ожидания $\mathbf{P}_{Ak} = M[\mathbf{A}_k]$, $\mathbf{P}_{Bk} = M[\mathbf{B}_k]$ ($\mathbf{P}_{Ak} + \mathbf{P}_{Bk} = \mathbf{I}$), диагональные элементы которых содержат вероятности единичных значений $p_{akl} = M[a_{kl}]$, $p_{bkl} = M[b_{kl}]$. Таким образом, в модели (3.15) предполагается, что с вероятностью $P(a_{kl})$ в моменты времени t_k производятся измерения l -го элемента вектора наблюдений \mathbf{y}_k , искаженные аддитивным шумом \mathbf{v}_k , а с вероятностью $P(b_{kl})$ – измерения, соответствующие шуму, который распределен вокруг ожидаемого значения $\tilde{\mathbf{z}}_{k|k^*}$ интенсивности наблюдаемого изображения НР.

Для модели (3.15) синтез алгоритмов оценивания, так же как и для случая пропусков, осуществляется в двух вариантах: в форме оптимального линейного фильтра, синтезируемого на основе заданных вероятностных характеристик

возникновения ложных наблюдений в элементах изображения НР, и в форме условно-линейного фильтра.

Оптимальная (в классе линейных) оценка $\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k}$ изображения ВР \mathbf{x}_{k+1} в условиях влияния АП определяется выражениями [35, 59]:

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k} &= \tilde{\mathbf{M}}[\mathbf{x}_{k+1} | \mathbf{y}^k] = \mathbf{F}_k [\tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \tilde{\mathbf{W}}_k (\mathbf{y}_k - \tilde{\mathbf{y}}_{k|k-1})], \quad \tilde{\mathbf{y}}_{k|k-1} = \mathbf{P}_{Ak} \mathbf{H}_k \tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{P}_{Bk} \tilde{\mathbf{z}}_{k|k*}, \\ \tilde{\mathbf{W}}_k &= \tilde{\mathbf{V}}_k \tilde{\mathbf{U}}_k^{-1}, \quad \tilde{\mathbf{V}}_k = \tilde{\mathbf{P}}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T \mathbf{P}_{Ak}^T, \quad \tilde{\mathbf{U}}_k = \sum_{e=1}^4 \tilde{\mathbf{U}}_k^{(e)}, \quad (3.16) \\ \tilde{\mathbf{P}}_{k+1|k} &= \mathbf{F}_k [\tilde{\mathbf{P}}_{k|k-1} - \tilde{\mathbf{V}}_k \tilde{\mathbf{U}}_k^{-1} \tilde{\mathbf{V}}_k^T] \mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}_k.\end{aligned}$$

Элементы матриц $\tilde{\mathbf{U}}_k^{(e)} = \|U_{klm}^{(e)}\|$, $l, m = \overline{1, M^2}$, $e = \overline{1, 4}$, имеют следующий вид

$$\begin{aligned}U_{klm}^{(1)} &= p_{akl} p_{akm} r_{klm}^{(1)}, \quad \|r_{klm}^{(1)}\| = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T, \\ U_{klm}^{(2)} &= p_{aklm} r_{klm}^{(2)}, \quad \|r_{klm}^{(2)}\| = \mathbf{R}_k, \\ U_{klm}^{(3)} &= (p_{aklm} - p_{akl} p_{akm}) r_{klm}^{(3)}, \quad \|r_{klm}^{(3)}\| = \mathbf{P}_{zk}, \quad (3.17) \\ U_{klm}^{(4)} &= p_{bklm} r_{klm}^{(4)}, \quad \|r_{klm}^{(4)}\| = \mathbf{S}_k, \\ p_{aklm} &= \mathbf{P}(a_{kl} = 1, a_{km} = 1), \quad p_{bklm} = \mathbf{P}(b_{kl} = 1, b_{km} = 1),\end{aligned}$$

где вероятности p_{aklm} , как и в случае возникновения пропусков, определяют вероятности получения полезной информации в двух компонентах изображения НР одновременно, а p_{bklm} – получения ложных измерений одновременно в двух компонентах \mathbf{y}_k .

Как и в случае обработки в условиях пропусков информации, в элементах наблюдаемых изображений, в условиях возникновения ложных наблюдений можно использовать дополнительную информационную составляющую $\boldsymbol{\theta}_k = (\boldsymbol{\eta}_k^T, \boldsymbol{\lambda}_k^T)^T$, полученную в процессе наблюдения \mathbf{y}_k . Пусть вектор $\boldsymbol{\lambda}_k$ является двоичным вектором той же размерности, что и \mathbf{y}_k , и содержит единичные значения в позициях, соответствующих элементам \mathbf{y}_k , наиболее вероятно несущих полезную информацию, и нулевые значения в компонентах, соответствующим тем элементам

изображения НР, которые наиболее вероятно искажены АП и не несут полезной информации. Вектор λ_k можно задать на основе сегментации соответствующего изображения НР, этот процесс будет рассмотрен в следующем подразделе данного раздела. Заданную таким образом дополнительную информационную составляющую θ_k можно применить для определения условных матриц математического ожидания $\mathbf{P}_{Ak}(\theta_k)$ и $\mathbf{P}_{Bk}(\theta_k)$, таких что:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{Ak}(\theta_k) + \mathbf{P}_{Bk}(\theta_k) &= \mathbf{I}, \\ p_{akl}(\theta_k) &> p_{akl}, \quad \lambda_{kl} = 1, \\ p_{bkl}(\theta_k) &> p_{bkl}, \quad \lambda_{kl} = 0, \quad l = \overline{1, M^2}. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Таким образом, на основе дополнительной информационной составляющей θ_k осуществляется корректировка априорных вероятностных характеристик полезности/ложности информации в элементах наблюдаемого изображения НР, что увеличивает точность оценивания соответствующего изображения ВР. Так же на основе θ_k можно задать матрицу $\mathbf{P}_{zk}(\theta_k)$.

Выражения для оценки $\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}$ изображения ВР, условно-линейной при фиксированной реализации $\theta^k = \{\theta_1, \dots, \theta_k\}$ относительно последовательности наблюдений \mathbf{y}_k ($k = \overline{1, K}$), записываются в следующем виде [33]:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} &= \mathbf{F}_k \left[\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \hat{\mathbf{W}}_k(\theta^k)(\mathbf{y}_k - \hat{\mathbf{y}}_{k|k-1}) \right], \quad \hat{\mathbf{y}}_{k|k-1} = \mathbf{P}_{Ak}(\theta_k) \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{P}_{Bk}(\theta_k) \tilde{\mathbf{z}}_{k|k^*}, \\ \hat{\mathbf{W}}_k(\theta^k) &= \hat{\mathbf{V}}_{k\theta} \hat{\mathbf{U}}_{k\theta}^\dagger, \quad \hat{\mathbf{V}}_{k\theta} = \hat{\mathbf{P}}_{k|k-1}(\theta^{k-1}) \mathbf{H}_k^\top \mathbf{P}_{Ak}^\top(\theta_k), \quad \hat{\mathbf{U}}_{k\theta} \hat{\mathbf{U}}_{k\theta}^\dagger \hat{\mathbf{U}}_{k\theta} = \hat{\mathbf{U}}_{k\theta}, \\ \hat{\mathbf{U}}_{k\theta} &= \sum_{e=1}^4 \hat{\mathbf{U}}_{k\theta}^{(e)}, \quad U_{k\theta lm}^{(1)} = p_{akl}(\theta_k) p_{akm}(\theta_k) r_{k\theta lm}^{(1)}, \quad \|r_{k\theta lm}^{(1)}\| = \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{P}}_{k|k-1}(\theta^{k-1}) \mathbf{H}_k^\top, \\ U_{k\theta lm}^{(2)} &= p_{aklm}(\theta_k) r_{klm}^{(2)}, \quad \|r_{klm}^{(2)}\| = \mathbf{R}_k, \\ U_{k\theta lm}^{(3)} &= (p_{aklm}(\theta_k) - p_{akl}(\theta_k) p_{akm}(\theta_k)) r_{k\theta lm}^{(3)}, \quad \|r_{k\theta lm}^{(3)}\| = \mathbf{P}_{zk}(\theta_k), \\ U_{k\theta lm}^{(4)} &= p_{bklm}(\theta_k) r_{klm}^{(4)}, \quad \|r_{klm}^{(4)}\| = \mathbf{S}_k, \\ \hat{\mathbf{P}}_{k+1|k}(\theta^k) &= \mathbf{F}_k \left[\hat{\mathbf{P}}_{k|k-1}(\theta^{k-1}) - \hat{\mathbf{W}}_k(\theta^k) \hat{\mathbf{U}}_{k\theta} \hat{\mathbf{W}}_k^\top(\theta^k) \right] \mathbf{F}_k^\top + \mathbf{Q}_k, \end{aligned} \quad (3.19)$$

$$\tilde{\mathbf{P}}_{k+1|k} = \mathbf{F}_k \left[\tilde{\mathbf{P}}_{k|k-1} - \tilde{\mathbf{V}}_k \tilde{\mathbf{U}}_k^{-1} \tilde{\mathbf{V}}_k^T \right] \mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}_k.$$

Способы задания условных вероятностей $p_{akl}(\boldsymbol{\theta}_k)$, $p_{aklm}(\boldsymbol{\theta}_k)$ и $p_{bklm}(\boldsymbol{\theta}_k)$, где $l, m = \overline{1, M^2}$, будут рассмотрены в следующем подразделе данного раздела. В алгоритме фильтрации (3.19) реализуется оценка вектора состояний с «пульсирующим» характером изменения элементов матрицы усиления $\hat{\mathbf{W}}_k(\boldsymbol{\theta}^k)$, воздействие которой увеличивается для элементов наблюдаемого изображения НР, признанных полезными на данном шаге, то есть характеризуемых повышением вероятности $p_{akl}(\boldsymbol{\theta}_k)$, и снижается для компонентов \mathbf{y}_k , вероятность ложности $p_{bkl}(\boldsymbol{\theta}_k)$ которых увеличивается на данном шаге [59].

Далее модели (3.1) (3.15) и алгоритмы фильтрации (3.16), (3.17) и (3.19) естественно записать в блочной форме. Условия блочной обработки предполагаются теми же, что были приняты в подразделе 3.1. Модели состояний и наблюдений сформулированные для блочной обработки изображений имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1}^{pq} &= \mathbf{F}_k^{pq} \mathbf{x}_k^{pq} + \mathbf{u}_k^{pq}, \quad k = \overline{1, K}, \quad p, q = \overline{1, N_b}, \\ \mathbf{y}_k^{pq} &= \mathbf{A}_k^{pq} (\mathbf{H}_k^{pq} \mathbf{x}_k^{pq} + \mathbf{v}_k^{pq}) + \mathbf{B}_k^{pq} (\tilde{\mathbf{z}}_{k|k^*}^{pq} + \mathbf{w}_k^{pq}), \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\mathbf{A}_k^{pq} = \begin{pmatrix} a_{k1}^{pq} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & a_{ks_{le}^2}^{pq} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}_k^{pq} = \begin{pmatrix} b_{k1}^{pq} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & b_{ks_{le}^2}^{pq} \end{pmatrix},$$

где \mathbf{x}_{k+1}^{pq} , \mathbf{x}_k^{pq} и $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{p,q}$ – векторы размерности s_{he}^2 блоков ненаблюдаемых изображений ВР \mathbf{x}_{k+1} , \mathbf{x}_k и оценки $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}$ соответственно; \mathbf{y}_k^{pq} – вектор размерности s_{le}^2 блока наблюдаемого изображения НР \mathbf{y}_k ; \mathbf{F}_k^{pq} , \mathbf{H}_k^{pq} – матрицы деформации размера $s_{he}^2 \times s_{he}^2$ и децимации размера $s_{he}^2 \times s_{le}^2$ для блока (p, q) ; \mathbf{A}_k^{pq} , \mathbf{C}_k^{pq} , \mathbf{P}_{Ak}^{pq} , и \mathbf{P}_{Ck}^{pq} – матрицы размера $s_{le}^2 \times s_{le}^2$, диагональные элементы которых соответствуют элементам блока \mathbf{y}_k^{pq} ; \mathbf{u}_k^{pq} и \mathbf{v}_k^{pq} – векторы возмущений размерности s_{he}^2 и s_{le}^2

соответственно ($M[\mathbf{u}_k^{pq}] = 0$, $M[\mathbf{u}_k^{pq} \mathbf{u}_k^{pq T}] = \mathbf{Q}_k^{pq}$, $M[\mathbf{v}_k^{pq}] = 0$, $M[\mathbf{v}_k^{pq} \mathbf{v}_k^{pq T}] = \mathbf{R}_k^{pq}$); $\tilde{\mathbf{z}}_{k|k^*}^{pq}$ – вектор размерности s_{le}^2 блока экстраполированной оценки наблюдаемого изображения $\tilde{\mathbf{z}}_{k|k^*}^{pq}$, для которого ($M[(\mathbf{H}_k^{pq} \mathbf{x}_k^{pq} - \tilde{\mathbf{z}}_{k|k^*}^{pq})(\mathbf{H}_k^{pq} \mathbf{x}_k^{pq} - \tilde{\mathbf{z}}_{k|k^*}^{pq})^T] = \mathbf{P}_{zk}^{pq}$); \mathbf{w}_k^{pq} – вектор размерности s_{le}^2 отклонений ложных наблюдений относительно вектора $\tilde{\mathbf{z}}_{k|k^*}^{pq}$ с параметрами $M[\mathbf{w}_k^{pq}] = 0$, $M[\mathbf{w}_k^{pq} \mathbf{w}_k^{pq T}] = \mathbf{S}_k^{pq}$.

Уравнения оптимального линейного фильтра в блочной форме, учитывающие возможность ложных измерений компонентов вектора \mathbf{y}_k^{pq} имеют вид

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k}^{pq} &= \mathbf{F}_k^{pq} \tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{pq}, & \tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{pq} &= \tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{pq} + \tilde{\mathbf{W}}_k^{pq} (\mathbf{y}_k^{pq} - \tilde{\mathbf{y}}_{k|k-1}^{pq}), \\ \tilde{\mathbf{y}}_{k|k-1}^{pq} &= \mathbf{P}_{Ak}^{pq} \mathbf{H}_k^{pq} \tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{pq} + \mathbf{P}_{Bk}^{pq} \tilde{\mathbf{z}}_{k|k^*}^{pq}, & \tilde{\mathbf{W}}_k^{pq} &= \tilde{\mathbf{V}}_k^{pq} \tilde{\mathbf{U}}_k^{pq^{-1}}, \\ \tilde{\mathbf{V}}_k^{pq} &= \tilde{\mathbf{P}}_{k|k-1}^{pq} \mathbf{H}_k^{pq T} \mathbf{P}_{Ak}^{pq T}, & \tilde{\mathbf{U}}_k^{pq} &= \sum_{e=1}^4 \tilde{\mathbf{U}}_k^{pq(e)}, \end{aligned} \quad (3.21)$$

$$\tilde{\mathbf{P}}_{k+1|k}^{pq} = \mathbf{F}_k^{pq} \tilde{\mathbf{P}}_{k|k}^{pq} \mathbf{F}_k^{pq T} + \mathbf{Q}_k^{pq}, \quad \tilde{\mathbf{P}}_{k|k}^{pq} = \tilde{\mathbf{P}}_{k|k-1}^{pq} - \tilde{\mathbf{W}}_k^{pq} \tilde{\mathbf{V}}_k^{pq T},$$

где матрицы $\tilde{\mathbf{U}}_k^{pq(e)} = \|U_{klm}^{pq(e)}\|$, $l, m = \overline{1, s_{le}^2}$, $e = \overline{1, 4}$, определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} U_{klm}^{pq(1)} &= p_{akl}^{pq} p_{akm}^{pq} r_{klm}^{pq(1)}, & \|r_{klm}^{pq(1)}\| &= \mathbf{H}_k^{pq} \tilde{\mathbf{P}}_{k|k-1}^{pq} \mathbf{H}_k^{pq T}, \\ U_{klm}^{pq(2)} &= p_{aklm}^{pq} r_{klm}^{pq(2)}, & \|r_{klm}^{pq(2)}\| &= \mathbf{R}_k^{pq}, \\ U_{klm}^{pq(3)} &= (p_{aklm}^{pq} - p_{akl}^{pq} p_{akm}^{pq}) r_{klm}^{pq(3)}, & \|r_{klm}^{pq(3)}\| &= \mathbf{P}_{zk}^{pq}, \\ U_{klm}^{pq(4)} &= p_{bklm}^{pq} r_{klm}^{pq(4)}, & \|r_{klm}^{pq(4)}\| &= \mathbf{S}_{zk}^{pq}. \end{aligned} \quad (3.22)$$

Уравнения условно-линейного фильтра, синтезированного для блочной обработки в условиях влияния АП на наблюдаемые изображения НР, имеют вид

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}^{pq} &= \mathbf{F}_k^{pq} \hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{pq}, & \hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{pq} &= \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{pq} + \hat{\mathbf{W}}_k^{pq} (\boldsymbol{\theta}^{pq k}) (\mathbf{y}_k^{pq} - \hat{\mathbf{y}}_{k|k-1}^{pq}), \\ \hat{\mathbf{y}}_{k|k-1}^{pq} &= \mathbf{P}_{Ak}^{pq} (\boldsymbol{\theta}_k^{pq}) \mathbf{H}_k^{pq} \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{pq} + \mathbf{P}_{Bk}^{pq} (\boldsymbol{\theta}_k^{pq}) \tilde{\mathbf{z}}_{k|k^*}^{pq}, & \hat{\mathbf{W}}_k^{pq} (\boldsymbol{\theta}^{pq k}) &= \hat{\mathbf{V}}_{k\theta}^{pq} \hat{\mathbf{U}}_{k\theta}^{pq \dagger}, \\ \hat{\mathbf{V}}_{k\theta}^{pq} &= \hat{\mathbf{P}}_{k|k-1}^{pq} (\boldsymbol{\theta}^{pq k-1}) \mathbf{H}_k^{pq T} \mathbf{P}_{Ak}^{pq T} (\boldsymbol{\theta}_k^{pq}), & \hat{\mathbf{U}}_{k\theta}^{pq} &= \sum_{e=1}^4 \hat{\mathbf{U}}_{k\theta}^{pq(e)}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
U_{k\theta lm}^{pq(1)} &= P_{akl}^{pq}(\boldsymbol{\theta}_k^{pq}) P_{akm}^{pq}(\boldsymbol{\theta}_k^{pq}) r_{k\theta lm}^{pq(1)}, & \|r_{k\theta lm}^{pq(1)}\| &= \mathbf{H}_k^{pq} \hat{\mathbf{P}}_{k|k-1}^{pq}(\boldsymbol{\theta}^{pq k-1}) \mathbf{H}_k^{pq T}, \\
U_{klm}^{(2)} &= P_{aklm}^{pq}(\boldsymbol{\theta}_k^{pq}) r_{klm}^{(2)}, & \|r_{klm}^{(2)}\| &= \mathbf{R}_k^{pq}, \\
U_{klm}^{pq(3)} &= \left(P_{aklm}^{pq}(\boldsymbol{\theta}_k^{pq}) - P_{akl}^{pq}(\boldsymbol{\theta}_k^{pq}) P_{akm}^{pq}(\boldsymbol{\theta}_k^{pq}) \right) r_{k\theta lm}^{pq(3)}, & \|r_{k\theta lm}^{pq(3)}\| &= \mathbf{P}_{zk}^{pq}(\boldsymbol{\theta}_k^{pq}), \\
U_{klm}^{(4)} &= P_{bkml}^{pq}(\boldsymbol{\theta}_k^{pq}) r_{klm}^{pq(4)}, & \|r_{klm}^{pq(4)}\| &= \mathbf{S}_k^{pq}, \quad l, m = \overline{1, S_{le}^2}, \\
\hat{\mathbf{P}}_{k+1|k}^{pq}(\boldsymbol{\theta}^{pq k}) &= \mathbf{F}_k^{pq} \hat{\mathbf{P}}_{k|k}^{pq}(\boldsymbol{\theta}^{pq k}) \mathbf{F}_k^{pq T} + \mathbf{Q}_k^{pq}, \\
\hat{\mathbf{P}}_{k|k}^{pq}(\boldsymbol{\theta}^{pq k}) &= \hat{\mathbf{P}}_{k|k-1}^{pq}(\boldsymbol{\theta}^{pq k-1}) - \hat{\mathbf{W}}_k^{pq}(\boldsymbol{\theta}^{pq k}) \hat{\mathbf{U}}_{k\theta}^{pq} \hat{\mathbf{W}}_k^{pq T}(\boldsymbol{\theta}^{pq k}),
\end{aligned} \tag{3.23}$$

где $\boldsymbol{\theta}^{pq k} = \{\boldsymbol{\theta}_1^{pq}, \dots, \boldsymbol{\theta}_k^{pq}\}$ – совокупность векторов дополнительной информации, элементы которых соответствующих компонентам векторов блока (p, q) наблюдаемых изображений $\mathbf{y}^{pq k} = \{\mathbf{y}_1^{pq}, \dots, \mathbf{y}_k^{pq}\}$. Для испытаний условно-линейного фильтра требуется выбрать способ определения параметров, зависящих от $\boldsymbol{\theta}^{pq k} = \{\boldsymbol{\theta}_1^{pq}, \dots, \boldsymbol{\theta}_k^{pq}\}$, поэтому конкретные реализации данного алгоритма будут рассмотрены в дальнейших подразделах данного раздела.

Анализ оптимального линейного фильтра, синтезированного с учётом наличия ложных измерений в компонентах наблюдаемых изображений НР, как и в случае пропусков, реализуется для двух ситуаций.

1. Ложные наблюдения в элементах изображений НР возникает случайно и некоррелировано ($\mathbf{P}_{Bk}^{pq} = p_{bk} \mathbf{I}$, $p, q = \overline{1, N_b}$, $k = \overline{1, K}$);
2. Ложные наблюдения в элементах изображений НР проявляется как аппликативные помехи в виде ЛОЗ случайно формы.

В ходе последующего анализа предполагается, что значения, которые принимают элементы ЛОЗ АП, распределены равномерно в диапазоне $[0, 1]$. Так же, следует уточнить способ задания оценки полезного наблюдения $\tilde{\mathbf{z}}_{k|k^*}^{pq}$. Одним из вариантов является её формирование по всей совокупности предшествующих наблюдений, тогда для оптимального линейного фильтра справедливы выражения

$$\tilde{\mathbf{z}}_{k|k^*}^{pq} = \mathbf{H}_k^{pq} \tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{pq}, \quad \|\tilde{\mathbf{U}}_{klm}^{pq}\| = p_{aklm} \left(r_{klm}^{pq(1)} + r_{klm}^{pq(2)} \right) + p_{bkml} r_{klm}^{pq(4)}. \tag{3.24}$$

Однако в ходе последующего анализа используется фиксированное значение оценки $\tilde{\mathbf{z}}_{k|k^*}^{pq} = \mathbf{H}_k^{pq} \tilde{\mathbf{x}}_{k|0}^{pq} = \mathbf{H}_k^{pq} \mathbf{M}[\tilde{\mathbf{x}}_k^{pq}]$, что эквивалентно заданию $\tilde{\mathbf{z}}_{k|k^*}$ на основе априорных сведений. Тогда $\mathbf{P}_{zk}^{pq} = \mathbf{H}_k^{pq} \tilde{\mathbf{P}}_{1|0}^{pq} \mathbf{H}_k^{pqT}$, $k = \overline{1, K}$, где $\tilde{\mathbf{P}}_{1|0}^{pq}$ – начальное значение матрицы ковариации ошибки восстановления, задаваемой на основе данных об оцениваемой сцене (корреляционной функции и дисперсии ненаблюдаемых изображений ВР).

Выражения для матриц $\tilde{\mathbf{V}}_k^{pq}$ и $\tilde{\mathbf{U}}_k^{pq}$ оптимального линейного фильтра в случае некоррелированного влияния АП на компоненты изображения НР имеют вид

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{V}}_k^{pq} &= p_{ak} \tilde{\mathbf{P}}_{k|k-1}^{pq} \mathbf{H}_k^{pqT}, \\ \tilde{\mathbf{U}}_k^{pq} &= p_{ak}^2 \mathbf{H}_k^{pq} \tilde{\mathbf{P}}_{k|k-1}^{pq} \mathbf{H}_k^{pqT} + p_{ak} \mathbf{R}_k^{pq} + p_{bk} \mathbf{S}_k^{pq} + p_{ak} p_{bk} \mathbf{P}_{zk}^{pq}, \end{aligned} \quad (3.25)$$

где p_{bk} – вероятность искажения элемента наблюдаемого изображения НР помехой; $p_{ak} = 1 - p_{bk}$ – вероятность наличия полезной информации в компонентах \mathbf{y}_k^{pq} .

На рисунке 3.8 показаны изображения, полученные в результате оценивания ненаблюдаемых изображений на основе наблюдения 48 изображений НР в условиях случайного и некоррелированного влияния АП на элементы наблюдаемых изображений, а так же первых 16 наблюдаемых изображений в серии. В качестве изображения ВР использовалась реализация случайного поля со средним значением $m = 0.5$, дисперсией $\sigma^2 = 0.02$, и корреляционной функцией вида (2.29) с параметром $\alpha = 2\pi / s_{bh} = 0.392$. $\mathbf{S}_k^{pq} = \sigma^{(S)^2} \mathbf{I}$, где $\sigma^{(S)^2} = 1/12$. Вероятность наличия ложного наблюдения для каждого пикселя изображения НР составляет $p_{bk} = 0.3$. Размер изображений НР составляет 32×32 пикселя, размер изображения ВР – 128×128 , $N_b = 4$. Используются следующие параметры шумов: $\sigma_Q^2 = 0$; $\sigma_R^2 = 0.01$.

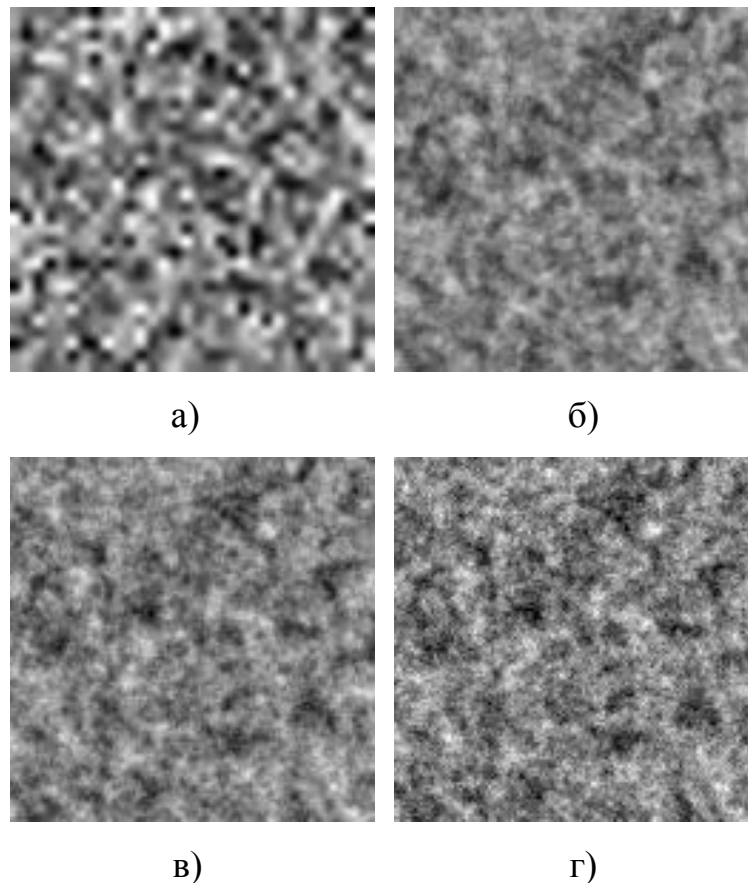


Рисунок 3.8 – Повышение разрешения в 4 раза в условиях ложных наблюдений:

- а) пример изображения НР;
- б) результат обработки оптимальным линейным фильтром (16 изображений НР)
- в) результат обработки оптимальным линейным фильтром (48 изображений НР);
- г) оригинальное изображение ВР

На рисунке 3.8 заметно, что, в отличие от случая с пропусками, в условиях ложных наблюдений при невозможности однозначного определения ложной информации, результаты восстановления получаются более смазанными (рисунок 3.8,б), хотя по мере поступления новых наблюдаемых данных, детализация изображения-оценки улучшается (рисунок 3.8,в).

Далее рассмотрим случай, при котором ложные наблюдения проявляются случайно в форме ЛОЗ, образующихся вокруг порождающих точек. На рисунке 3.9 показан результат восстановления изображения ВР по 16 и 48 наблюдениям НР. Для формирования ЛОЗ использована модель [77]. Каждый пиксель изображения

НР является порождающей точкой с вероятностью $p_{bk}^{(0)} = 0.3 / s_{bk}$, а средняя площадь ЛОЗ составляет $s_{bk} = M^2 / 12$. Размер изображений НР составляет 32×32 пикселя, размер изображения ВР – 128×128 . Используются следующие параметры шумов: $\sigma_Q^2 = 0$; $\sigma_R^2 = 10^{-4}$.

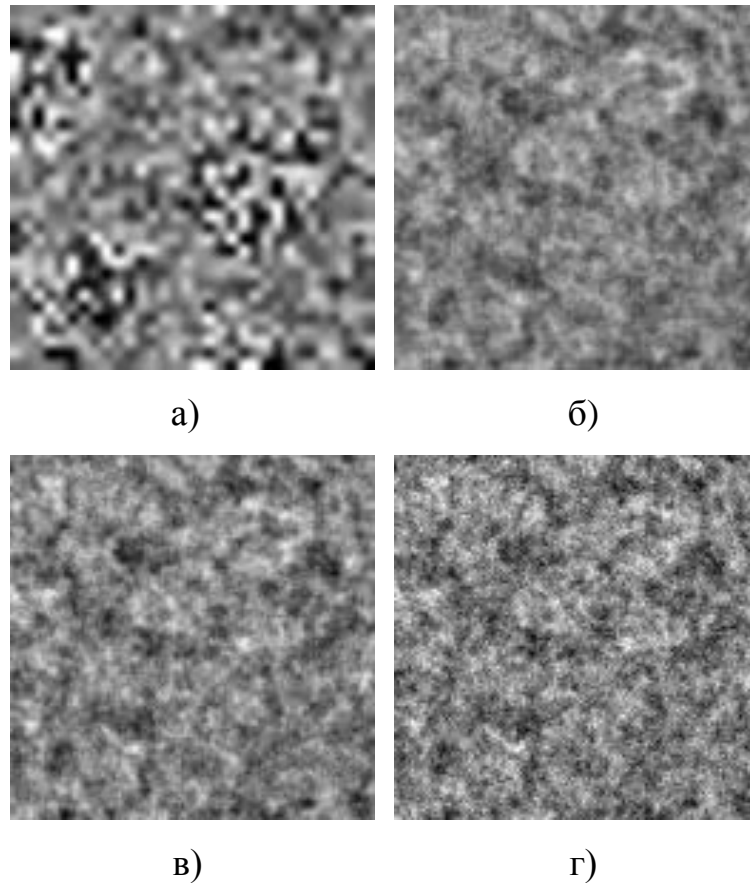


Рисунок 3.9 – Повышение разрешения в 4 раза в условиях ложных наблюдений, проявляющихся в форме ЛОЗ: а) пример изображения НР; б) результат обработки оптимальным линейным фильтром (16 изображений НР); в) результат обработки оптимальным линейным фильтром (48 изображений НР); г) оригинальное изображение ВР

На рисунке 3.9 заметно, что в условиях ложных наблюдений, проявляющихся в форме ЛОЗ, качество оценивания повышается с увеличением количества наблюдаемых изображений НР.

На рисунке 3.10 показаны элементы строки матрицы ковариации ошибки оценивания оптимального линейного фильтра в условиях возникновения ЛОЗ и их теоретические оценки. В ходе испытаний проводилось $\tilde{T} = 5000$ реализаций эксперимента. Каждая реализация предполагала генерацию $L \times L$ ($L = 27$) реализации гауссовского случайного поля – исходного изображения ВР $\mathbf{x}^{(t)}$ со средним значением $m = 0.5$, дисперсией $\sigma^2 = 0.02$, и корреляционной функцией вида (2.29), где $\alpha = 2\pi / s_{bh}$. Из исходного изображения производилось $K = 9$ $M \times M$ изображений с разрешением, пониженным в 3 раза ($M = 9$), подверженных воздействию пропусков, проявляющихся в форме ЛОЗ с вероятностью наличия порождающей точки в элементе изображения НР $p_{ck}^{(0)} = 0.0617$ и площадью $s_{ck} = 8$. Во всех реализациях эксперимента изображения НР смещались по идентичному закону. В ходе испытаний шум наблюдения имел среднеквадратичное дисперсию $\sigma_R^2 = 0.01$.

Матрицы ковариации ошибки восстановления определялись для центральной части изображений ВР, размером $[15 \times 15]$. Теоретическая оценка ковариационной матрицы ошибки восстановления оптимального линейного фильтра $\tilde{\mathbf{P}}_{K|K}$ определялась однократно на основе уравнений (3.6), при этом все точки изображений смещались на одинаковую величину, вследствие чего, при обработке k -го изображения НР ($k = \overline{1, K}$) каждой реализации эксперимента $t = \overline{1, \tilde{T}}$, ковариационные матрицы $\tilde{\mathbf{P}}_{k+1|k}^{p,q}$ и $\tilde{\mathbf{P}}_{k|k}^{p,q}$ оптимального линейного фильтра являлись идентичными для всех блоков оценок $\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k}^{(t)}$ и $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{(t)}$, удовлетворяя (3.12).

Ковариационная матрица ошибки оценивания $\tilde{\mathbf{P}}_{K|K}$, вычисленная теоретически, сравнивалась с матрицей, определённой по формуле

$$\tilde{\mathbf{P}}^{(T)} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left[(\mathbf{x}_c^{(t)} - \tilde{\mathbf{x}}_c^{(t)}) (\mathbf{x}_c^{(t)} - \tilde{\mathbf{x}}_c^{(t)})^T \right], \quad (3.26)$$

где $\mathbf{x}_c^{(t)}$, $\tilde{\mathbf{x}}_c^{(t)}$ – развёрнутые в векторы центральные фрагменты исходного изображения ВР $\mathbf{x}^{(t)}$ и его оценки $\tilde{\mathbf{x}}_{K|K}^{(t)}$, полученной в ходе оценивания K изображений НР с помощью оптимального линейного фильтра в ходе t -той реализации.

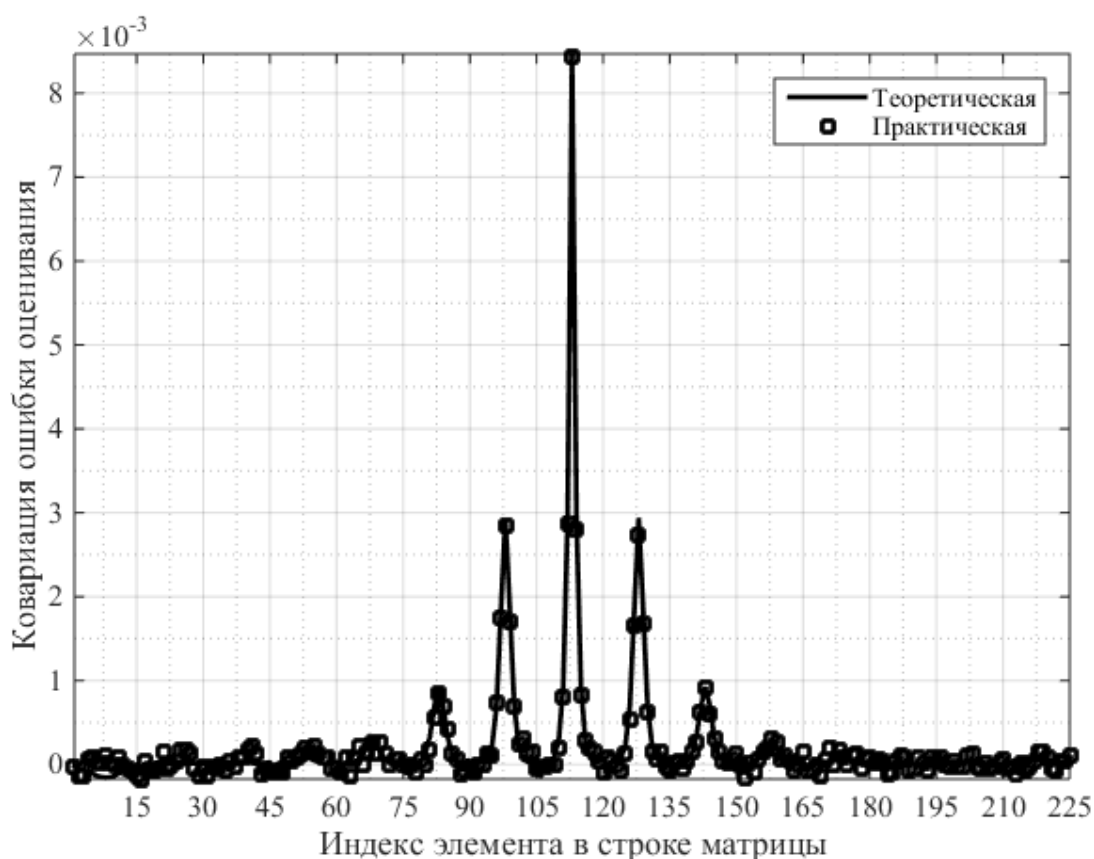


Рисунок 3.10 – Элементы строки матрицы ковариаций ошибки оценивания оптимального линейного фильтра в условиях возникновения ЛОЗ для фрагмента изображения в сравнении с их теоретическими оценками

Из рисунка 3.10 следует очевидное соответствие ковариационных матриц ошибки восстановления, рассчитанных теоретически и экспериментально, что говорит об адекватности сформулированных моделей, адаптированных к условиям возникновения ложной информации в компонентах наблюдаемых изображений НР в блочной форме.

3.3. Метод включения результатов независимой сегментации в процесс обработки последовательности наблюдений для построения сверхразрешения в условиях пропусков и ложных наблюдений

Предлагаемый метод включения результатов сегментации в процесс обработки последовательности изображений НР для восстановления изображений ВР заключается в выполнении следующих действий:

- организация рекуррентной процедуры оценивания изображения ВР с использованием условно-линейного фильтра, в основе которого лежит расчёт на каждом шаге вероятностей совместного появления полезных и ложных наблюдений для каждой пары пикселей изображения НР;
- проведение на каждом шаге независимой сегментации изображения НР с целью выделения областей, занимаемых полезными и ложными наблюдениями;
- проведение расчета вероятностей совместного появления полезных и ложных наблюдений для каждой пары пикселей изображения НР с учетом специфики работы алгоритма независимой сегментации и полученных при его применении результатов;
- непосредственное включение результатов сегментации в общий процесс обработки путем перерасчета весовых матриц условно-линейного фильтра для полученных вероятностей совместного появления полезных и ложных наблюдений.

Для проведения сегментации может использоваться любой из известных методов, адаптированный в интересах разбиения изображения НР на два класса, отвечающих, соответственно, области локализации полезных наблюдений и области локализации аппликативной помехи. Полученные результаты сегментации не обязательно должны обеспечивать однозначное разделение наблюдаемого изображения на два класса: в данном случае достаточно получить только вероятностные характеристики, необходимые для расчета фильтра.

Пусть на вход фильтра, реализующего оценку ненаблюдаемых изображений НР, поступает последовательность наблюдений, которая учитывает возможность

пропусков информации в компонентах вектора наблюдаемого изображения НР и поступление посторонних (ложных) измерений.

Модель ненаблюдаемых изображений ВР и соответствующую модель наблюдаемых изображений НР в блочной форме имеют вид

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1}^{pq} &= \mathbf{F}_k^{pq} \mathbf{x}_k^{pq} + \mathbf{u}_k^{pq}, \quad p, q = \overline{1, N_b}, \quad k = \overline{1, K}, \\ \mathbf{y}_k^{pq} &= \mathbf{A}_k^{pq} (\mathbf{H}_k^{pq} \mathbf{x}_k^{pq} + \mathbf{v}_k^{pq}) + \mathbf{B}_k^{pq} (\tilde{\mathbf{z}}_{k|k^*}^{pq} + \mathbf{w}_k^{pq}) + \mathbf{C}_k^{pq} \mathbf{H}_k^{pq} \tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{pq}, \end{aligned} \quad (3.27)$$

$$\mathbf{A}_k^{pq} = \begin{pmatrix} a_{k1}^{pq} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & a_{ks_{le}^2}^{pq} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}_k^{pq} = \begin{pmatrix} b_{k1}^{pq} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & b_{ks_{le}^2}^{pq} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C}_k^{pq} = \begin{pmatrix} c_{k1}^{pq} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & c_{ks_{le}^2}^{pq} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{A}_k^{pq} + \mathbf{B}_k^{pq} + \mathbf{C}_k^{pq} = \mathbf{I},$$

где \mathbf{x}_{k+1}^{pq} , \mathbf{x}_k^{pq} и $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{pq}$ – векторы размерности s_{he}^2 , характеризующие блоки изображений ВР \mathbf{x}_{k+1} , \mathbf{x}_k и $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}$ соответственно; \mathbf{y}_k^{pq} – вектор размерности s_{le}^2 , соответствующий блоку наблюдаемого изображения НР \mathbf{y}_k ; \mathbf{F}_k^{pq} , \mathbf{H}_k^{pq} – матрицы деформации размера $s_{he}^2 \times s_{he}^2$ и прореживания размера $s_{le}^2 \times s_{he}^2$, соответственно, применяемые к блоку $p, q = \overline{1, N_b}$; \mathbf{A}_k^{pq} , \mathbf{B}_k^{pq} , \mathbf{C}_k^{pq} – диагональные матрицы со случайными элементами, принимающими значение ноль или единица в случае наличия к компоненте $\mathbf{y}_k^{p,q}$ полезной ($a_{kl} = 1, b_{kl} = 0, c_{kl} = 0, l = \overline{1, s_{le}^2}$), ложной ($a_{kl} = 0, b_{kl} = 1, c_{kl} = 0$) информации или отсутствия (пропуска) информации ($a_{kl} = 0, b_{kl} = 0, c_{kl} = 1$); \mathbf{u}_k^{pq} и \mathbf{v}_k^{pq} – векторы возмущений размерности s_{he}^2 и s_{le}^2 соответственно ($M[\mathbf{u}_k^{pq}] = 0, M[\mathbf{u}_k^{pq} \mathbf{u}_k^{pq T}] = \mathbf{Q}_k^{pq}, M[\mathbf{v}_k^{pq}] = 0, M[\mathbf{v}_k^{pq} \mathbf{v}_k^{pq T}] = \mathbf{R}_k^{pq}$); $\tilde{\mathbf{z}}_{k|k^*}^{p,q}$ – вектор размерности s_{le}^2 блока экстраполированной оценки наблюдаемого изображения $\tilde{\mathbf{z}}_{k|k^*}$, для которого ($M[(\mathbf{H}_k^{pq} \mathbf{x}_k^{pq} - \tilde{\mathbf{z}}_{k|k^*}^{pq})(\mathbf{H}_k^{pq} \mathbf{x}_k^{pq} - \tilde{\mathbf{z}}_{k|k^*}^{pq})^T] = \mathbf{P}_{zk}^{pq}$); \mathbf{w}_k^{pq} – вектор размерности s_{le}^2 отклонений ложных наблюдений относительно вектора $\tilde{\mathbf{z}}_{k|k^*}^{pq}$ с параметрами $M[\mathbf{w}_k^{pq}] = 0, M[\mathbf{w}_k^{pq} \mathbf{w}_k^{pq T}] = \mathbf{S}_k^{pq}$.

Так же заданы матрицы математического ожидания $\mathbf{P}_{Ak}^{pq} = \mathbf{M}[\mathbf{A}_k^{pq}]$, $\mathbf{P}_{Bk}^{pq} = \mathbf{M}[\mathbf{B}_k^{pq}]$ и $\mathbf{P}_{Ck}^{pq} = \mathbf{M}[\mathbf{C}_k^{pq}]$ ($\mathbf{P}_{Ak}^{pq} + \mathbf{P}_{Bk}^{pq} + \mathbf{P}_{Ck}^{pq} = \mathbf{I}$), диагональные элементы которых содержат вероятности единичных значений $p_{akl}^{pq} = \mathbf{M}[a_{kl}^{pq}]$, $p_{bkl}^{pq} = \mathbf{M}[b_{kl}^{pq}]$, $p_{ckl}^{pq} = \mathbf{M}[c_{kl}^{pq}]$.

Как было замечено в предыдущих подразделах, для уточнения априорной статистики возникновения ложной информации в компонентах вектора наблюдаемого изображения могут быть использованы алгоритмы сегментации, реализуемой независимо для каждого отдельного изображения ИР. В процессе сегментации анализируется изображение целиком (не по блокам). Применение данной процедуры позволяет существенно повысить эффективность процедуры оценивания изображений ВР. Ограничением такого подхода является отсутствие возможности реализовать этап предварительных вычислений, что подразумевает проведение всех расчётов в процессе наблюдения, по мере поступления обрабатываемых изображений ИР.

В процессе работы условно-линейный фильтр использует дополнительную информационную составляющую, то есть каждому вектору \mathbf{y}_k^{pq} ставится в соответствие вектор $\boldsymbol{\theta}_k^{pq} = (\boldsymbol{\eta}_k^{pq\top}, \boldsymbol{\lambda}_k^{pq\top})^\top$, содержащий данные о наличии пропусков информации в элементах изображения ИР $\boldsymbol{\eta}_k^{pq} = (1 - c_{k1}^{pq}, \dots, 1 - c_{ks_{le}^2}^{pq})^\top$, а так же другие данные $\boldsymbol{\lambda}_k^{pq}$, характеризующие условия получения наблюдений. При этом очевидно, что [59]

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{Ck}^{pq}(\boldsymbol{\theta}_k^{pq}) &= \mathbf{C}_k^{pq}, & \mathbf{P}_{Ak}^{pq}(\boldsymbol{\theta}_k^{pq}) + \mathbf{P}_{Bk}^{pq}(\boldsymbol{\theta}_k^{pq}) &= \mathbf{I} - \mathbf{C}_k^{pq}, \\ p_{ckl}^{pq}(\boldsymbol{\theta}_k^{pq}) &= c_{kl}^{pq}, & p_{akl}^{pq}(\boldsymbol{\theta}_k^{pq}) + p_{bkl}^{pq}(\boldsymbol{\theta}_k^{pq}) &= \eta_{kl}^{pq}. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Выражения для оценки $\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}^{pq}$ блока изображения ВР, условно-линейной при фиксированной реализации $\boldsymbol{\theta}^{pqk} = \{\boldsymbol{\theta}_1^{pq}, \dots, \boldsymbol{\theta}_k^{pq}\}$ относительно последовательности наблюдений \mathbf{y}_k^{pq} ($k = \overline{1, K}$), записываются в следующем виде:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} = \mathbf{F}_k^{pq} \hat{\mathbf{x}}_{k|k}, \quad \hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{pq} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{pq} + \hat{\mathbf{W}}_k^{pq}(\boldsymbol{\theta}^{pqk})(\mathbf{y}_k^{pq} - \hat{\mathbf{y}}_{k|k-1}^{pq}),$$

$$\begin{aligned}
\hat{\mathbf{y}}_{k|k-1}^{pq} &= \mathbf{P}_{Ak}^{pq}(\boldsymbol{\theta}_k^{pq}) \mathbf{H}_k^{pq} \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{pq} + \mathbf{P}_{Bk}^{pq}(\boldsymbol{\theta}_k^{pq}) \tilde{\mathbf{z}}_{k|k^*}^{pq}, & \tilde{\boldsymbol{\Phi}}_k^{pq} &= \hat{\mathbf{y}}_{k|k-1}^{pq} \\
\hat{\mathbf{W}}_k^{pq}(\boldsymbol{\theta}^{pqk}) &= \hat{\mathbf{V}}_{k\theta}^{pq} \hat{\mathbf{U}}_{k\theta}^{pq\dagger}, & \hat{\mathbf{V}}_{k\theta}^{pq} &= \hat{\mathbf{P}}_{k|k-1}^{pq}(\boldsymbol{\theta}^{pqk-1}) \mathbf{H}_k^{pq\top} \mathbf{P}_{Ak}^{pq\top}(\boldsymbol{\theta}_k^{pq}), & \hat{\mathbf{U}}_{k\theta}^{pq} &= \sum_{e=1}^4 \hat{\mathbf{U}}_{k\theta}^{pq(e)}, \\
U_{k\theta lm}^{pq(1)} &= P_{akl}^{pq}(\boldsymbol{\theta}_k^{pq}) P_{akm}^{pq}(\boldsymbol{\theta}_k^{pq}) r_{k\theta lm}^{pq(1)}, & \|r_{k\theta lm}^{pq(1)}\| &= \mathbf{H}_k^{pq} \hat{\mathbf{P}}_{k|k-1}^{pq}(\boldsymbol{\theta}^{pqk-1}) \mathbf{H}_k^{pq\top}, \\
U_{klm}^{(2)} &= P_{aklm}^{pq}(\boldsymbol{\theta}_k^{pq}) r_{klm}^{(2)}, & \|r_{klm}^{pq(2)}\| &= \mathbf{R}_k^{pq}, \\
U_{klm}^{pq(3)} &= \left(P_{aklm}^{pq}(\boldsymbol{\theta}_k^{pq}) - P_{akl}^{pq}(\boldsymbol{\theta}_k^{pq}) P_{akm}^{pq}(\boldsymbol{\theta}_k^{pq}) \right) r_{k\theta lm}^{pq(3)}, & \|r_{k\theta lm}^{pq(3)}\| &= \mathbf{P}_{zk}^{pq}(\boldsymbol{\theta}_k^{pq}), \\
U_{klm}^{(4)} &= P_{bkml}^{pq}(\boldsymbol{\theta}_k^{pq}) r_{klm}^{pq(4)}, & \|r_{klm}^{pq(4)}\| &= \mathbf{S}_k^{pq}, & l, m &= \overline{1, s_{le}^2}, \\
\hat{\mathbf{P}}_{k+1|k}^{pq}(\boldsymbol{\theta}^{pqk}) &= \mathbf{F}_k^{pq} \hat{\mathbf{P}}_{k|k}^{pq}(\boldsymbol{\theta}^{pqk}) \mathbf{F}_k^{pq\top} + \mathbf{Q}_k^{pq}, \\
\hat{\mathbf{P}}_{k|k}^{pq}(\boldsymbol{\theta}^{pqk}) &= \hat{\mathbf{P}}_{k|k-1}^{pq}(\boldsymbol{\theta}^{pqk-1}) - \hat{\mathbf{W}}_k^{pq}(\boldsymbol{\theta}^{pqk}) \hat{\mathbf{U}}_{k\theta}^{pq} \hat{\mathbf{W}}_k^{pq\top}(\boldsymbol{\theta}^{pqk}).
\end{aligned} \tag{3.29}$$

Вектор $\boldsymbol{\lambda}_k$, блоки которого включаются в $\boldsymbol{\theta}_k^{pq}$, $p, q = \overline{1, N_b}$, можно задать на основе сегментации соответствующего изображения ИР. Рассмотрим множество элементов вектора \mathbf{y}_k , в которых отсутствуют пропуски: $Y_k = \{y_{kl} \mid \eta_{kl} = 1\}$, $l = \overline{1, M^2}$. Целью сегментации является разделение множества Y_k на два класса – пиксели полезного изображения и элементы, не несущие полезной информации (ложные наблюдения). Результатом сегментации будут являться два подмножества: элементы полезного изображения O_k ($O_k \subset Y_k$) и компоненты, не несущие полезной информации H_k ($H_k \subset Y_k$, $O_k \cap H_k = \emptyset$). Значения элементов вектора $\boldsymbol{\lambda}_k = (\lambda_{k1}, \dots, \lambda_{kM^2})^\top$ определяются следующим образом

$$\lambda_{kl} = \begin{cases} 1, & y_{kl} \in O_k, \\ 0, & y_{kl} \in H_k, \end{cases} \tag{3.30}$$

где $l = \overline{1, M^2}$.

Пусть априорная статистика появления полезных и ложных наблюдений в компонентах вектора \mathbf{y}_k определятся известными вероятностями P_{akl} , P_{bkl} , P_{ckl} , $l = \overline{1, M^2}$. С учётом использования дополнительной информационной

составляющей наблюдений, эти вероятности могут быть определены как апостериорные

$$p_{akl}(\boldsymbol{\theta}_k) = \begin{cases} \frac{p_{akl} p(\lambda_{kl} = 1 | a_{kl})}{p_{akl} p(\lambda_{kl} = 1 | a_{kl}) + p_{bkl} p(\lambda_{kl} = 1 | b_{kl})}, & \lambda_{kl} = 1, \eta_{kl} = 1, \\ \frac{p_{akl} p(\lambda_{kl} = 0 | a_{kl})}{p_{akl} p(\lambda_{kl} = 0 | a_{kl}) + p_{bkl} p(\lambda_{kl} = 0 | b_{kl})}, & \lambda_{kl} = 0, \eta_{kl} = 1; \end{cases} \quad (3.31)$$

$$p_{bkl}(\boldsymbol{\theta}_k) = \begin{cases} \frac{p_{bkl} p(\lambda_{kl} = 1 | b_{kl})}{p_{akl} p(\lambda_{kl} = 1 | a_{kl}) + p_{bkl} p(\lambda_{kl} = 1 | b_{kl})}, & \lambda_{kl} = 1, \eta_{kl} = 1, \\ \frac{p_{bkl} p(\lambda_{kl} = 0 | b_{kl})}{p_{akl} p(\lambda_{kl} = 0 | a_{kl}) + p_{bkl} p(\lambda_{kl} = 0 | b_{kl})}, & \lambda_{kl} = 0, \eta_{kl} = 1, \end{cases}$$

где $p(\lambda_{kl} = 1 | a_{kl})$ – вероятность наличия полезной информации в компоненте y_{kl} , который при сегментации отнесён к множеству элементов полезного изображения O_k ; $p(\lambda_{kl} = 0 | a_{kl})$ – вероятность наличия полезной информации в компоненте y_{kl} , который при сегментации отнесён к множеству элементов, не несущих полезной информации H_k ; $p(\lambda_{kl} = 1 | b_{kl})$ – вероятность отсутствия полезной информации в компоненте $y_{kl} \in O_k$; $p(\lambda_{kl} = 0 | b_{kl})$ – вероятность отсутствия полезной информации в компоненте $y_{kl} \in H_k$.

Выражения для вероятностей $p(\lambda_{kl} = 1 | a_{kl})$, $p(\lambda_{kl} = 0 | a_{kl})$ определяются на основе характеристик распределения, которому подчиняются значения элементов полезного изображения. Вероятности $p(\lambda_{kl} = 1 | b_{kl})$, $p(\lambda_{kl} = 0 | b_{kl})$ задаются исходя из данных о распределении ложных наблюдений.

Если априорная статистика возникновения ложных наблюдений в компонентах вектора \mathbf{y}_k не известна, то можно задавать вероятности p_{akl} и p_{bkl} как на основе отношений количества элементов, попавших в тот или иной класс, к общему числу элементов Y_k :

$$p_{akl} = \frac{N_{\lambda_k=1}}{N}, \quad p_{bkl} = \frac{N_{\lambda_k=0}}{N}, \quad (3.32)$$

где $N_{\lambda_k=1}$ – количество элементов множества полезных наблюдений O_k ; $N_{\lambda_k=0}$ – число элементов множества ложных наблюдений H_k ; N – число элементов изображения НР, в которых отсутствуют пропуски информации.

Вероятности $p_{aklm}(\boldsymbol{\theta}_k) = P(a_{kl} = 1, a_{km} = 1 | (\boldsymbol{\theta}_k))$, $l, m = \overline{1, M^2}$, и $p_{bklm}(\boldsymbol{\theta}_k) = P(b_{kl} = 1, b_{km} = 1 | (\boldsymbol{\theta}_k))$, определяющие, соответственно, вероятности наличия одновременно в двух компонентах изображения НР полезной или ложной информации, удобно задавать на основе соотношений

$$p_{aklm}^{(0)} = \exp\left(-\frac{(y_{kl} - y_{km})^2}{2\sigma_a^2}\right) \cdot \frac{1}{\text{dist}(l, m)},$$

$$p_{bklm}^{(0)} = \exp\left(-\frac{(y_{kl} - y_{km})^2}{2\sigma_b^2}\right) \cdot \frac{1}{\text{dist}(l, m)}, \quad (3.33)$$

$$p_{aklm}(\boldsymbol{\theta}_k) = \frac{p_{aklm}^{(0)}}{p_{aklm}^{(0)} + p_{bklm}^{(0)}}, \quad p_{bklm}(\boldsymbol{\theta}_k) = \frac{p_{bklm}^{(0)}}{p_{aklm}^{(0)} + p_{bklm}^{(0)}},$$

где σ_a^2 , σ_b^2 – дисперсии элементов полезного изображения и ложных наблюдений, вычисленные на основе гистограмм классов, полученных в результате сегментации; $\text{dist}(l, m)$ – евклидово расстояние между точками на двумерной сетке НР, которые соответствуют элементам y_{kl} и y_{km} .

Задание вероятностей $p_{aklm}(\boldsymbol{\theta}_k)$, $p_{bklm}(\boldsymbol{\theta}_k)$ на основе (3.33) позволяет учесть как радиометрическую близость (в пространстве интенсивности), так и геометрическую (пространственную локализацию), и применяется так же в алгоритмах билатеральной фильтрации, для задания весовых коэффициентов, характеризующих вероятность принадлежности двух пикселей y_{kl} и y_{km} одному региону.

3.3.1. Особенности включения в процесс обработки наблюдений результатов пороговой сегментации

Рассмотрим синтез условно линейного фильтра в рамках моделей (3.27). Пусть полезное изображение характеризуется гауссовским случайным полем со средним значением $M[\mathbf{x}_k] = m_x$ и дисперсией σ_x^2 . Шум наблюдений имеет нулевое среднее значение и матрицу ковариаций $\mathbf{R}_k^{pq} = \sigma_R^2 \mathbf{I}$. Ложные наблюдения распределены в диапазоне $[-a_w, a_w]$ по равномерному закону относительно $\tilde{\mathbf{z}}_{k|k^*}$, причём $\mathbf{S}_k^{pq} = \mathbf{I} \cdot a_w^2 / 3$ и $\mathbf{P}_{zk}^{pq} = \mathbf{H}_k^{pq} \hat{\mathbf{P}}_{l|0}^{pq} \mathbf{H}_k^{pq T}$, $p, q = \overline{1, N_b}$. Пусть так же $\tilde{\mathbf{z}}_{k|k^*} = \tilde{\mathbf{z}}_{k|0}$, то есть оценка изображений НР формируется только на основе априорных сведений. Для определённости положим, что $\tilde{\mathbf{z}}_{k|0}^{pq} = \mathbf{H}_k^{pq} \hat{\mathbf{x}}_{l|0}^{pq}$, а значения всех компонентов вектора $\hat{\mathbf{x}}_{l|0}^{pq}$ равно m_x . Для определения весовых коэффициентов фильтра используются соотношения (3.29). Пропуски фиксируются в процессе обработки и включаются в состав дополнительной информационной составляющей наблюдений $\boldsymbol{\theta}_k^{pq} = (\boldsymbol{\eta}_k^{pq T}, \boldsymbol{\lambda}_k^{pq T})^T$, $\boldsymbol{\eta}_k^{pq} = (1 - c_{k1}^{pq}, \dots, 1 - c_{ks_{le}^2}^{pq})^T$.

Сегментация поступающих изображений НР осуществляется на основе сравнения значений вектора $\mathbf{v}_k^{pq} = \mathbf{y}_k^{pq} - \mathbf{H}_k^{pq} \hat{\mathbf{x}}_{l|0}^{pq}$ с заранее заданными порогами $\pm l_v$, с целью фиксации аномальных выбросов амплитуды элементов наблюдаемых изображений, присущих ложным наблюдениям. Величина l_v может быть задана исходя из дисперсии полезных наблюдений с помощью некоторой константы c ($c = 1; 2; 3$) как

$$l_v = c \sigma_y, \quad \sigma_y^2 = 1 / s_{le}^2 \operatorname{tr} \left(\mathbf{H}_k^{pq} \hat{\mathbf{P}}_{l|0}^{pq} \mathbf{H}_k^{pq T} + \mathbf{R}_k^{pq} \right). \quad (3.34)$$

Таким образом, вектор $\boldsymbol{\lambda}_k^{pq} = (\lambda_{k1}^{pq}, \dots, \lambda_{kl}^{pq}, \dots, \lambda_{ks_{le}^2}^{pq})^T$ определяется следующим образом:

$$\lambda_{kl}^{pq} = \begin{cases} 1, & |\nu_{kl}^{pq}| \leq l_v, \\ 0, & |\nu_{kl}^{pq}| > l_v, \end{cases} \quad (3.35)$$

$$v_{kl}^{pq} = y_{kl}^{pq} - m_x, \quad l = \overline{1, s_{le}^2}.$$

На основе данных о параметрах распределений задаются вероятности превышения/непревышения порогов $\pm l_v$ значениями амплитуды элементов полезного изображения и ложных наблюдений:

$$p(\lambda_{kl}^{pq} = 1 | a_{kl}^{pq}) = 2F(l_v / \sigma_y) - 1, \quad F(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^u e^{-x^2/2} dx,$$

$$p(\lambda_{kl}^{pq} = 1 | b_{kl}^{pq}) = \begin{cases} l_v / a_w, & l_v \leq a_w, \\ 1, & l_v > a_w, \end{cases} \quad (3.36)$$

$$p(\lambda_{kl}^{pq} = 0 | a_{kl}^{pq}) = 1 - p(\lambda_{kl}^{pq} = 1 | a_{kl}^{pq}), \quad p(\lambda_{kl}^{pq} = 0 | b_{kl}^{pq}) = 1 - p(\lambda_{kl}^{pq} = 1 | b_{kl}^{pq}).$$

определяются на основе характеристик распределения, которому подчиняются значения элементов полезного изображения. Вероятности, $p(\lambda_{kl}^{pq} = 0 | b_{kl}^{pq})$ задаются исходя из данных о распределении ложных наблюдений.

Следует отметить, что при сопоставимых значениях дисперсий полезных наблюдений и ложных наблюдений (σ_y^2 и $a_w^2/3$ соответственно), значениях $c \geq 3$ и $l_v < a_w$, при которых обеспечена практически полная локализация полезных наблюдений в диапазоне $[-a_w, a_w]$, можно использовать при вычислении весовой матрицы в (3.29) условную дисперсию ложных наблюдений $S_k(\theta_k)$, диагональные элементы $s_{kl}^{pq}(\theta_k)$ которой определяются как

$$s_{kl}^{pq}(\theta_k) = \begin{cases} l_v^2 / 3, & \lambda_{kl}^{pq} = 1, \eta_{kl}^{pq} = 1, \\ (a_w^2 + a_w l_v + l_v^2) / 3, & \lambda_{kl}^{pq} = 0, \eta_{kl}^{pq} = 1, \end{cases} \quad (3.37)$$

где $l = \overline{1, s_{le}^2}$.

На рисунке 3.11 показаны результаты оценивания изображения ВР по 48 изображениям НР в условиях случайного и некоррелированного влияния АП на элементы наблюдаемых изображений. В качестве изображения ВР использовалась реализация случайного поля со средним значением $m_x = 0.5$, дисперсией $\sigma_x^2 = 0.015$, корреляционной функцией вида (2.29) с параметром $\alpha = 2\pi / s_{bh}$,

причём $\hat{\mathbf{P}}_{1|0}^{pq} = \hat{\mathbf{P}}_{1|0}$ и $\mathbf{H}_k^{pq} = \mathbf{H}_k$, $p, q = \overline{1, N_b}$. Дисперсия шума наблюдений $\sigma_R^2 = 0.01$. Ложные наблюдения проявляются независимо, в форме импульсного шума. Вероятность наличия ложной информации для каждого пикселя изображения НР составляет $p_{bk} = 0.3$, $a_w = 0.5$, $\tilde{\mathbf{z}}_{k|0}^{pq} = \tilde{\mathbf{z}}_{k|0} = \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{1|0}$, а значения всех компонентов вектора $\hat{\mathbf{x}}_{1|0}$ (размерности s_{he}^2) равно m_x . При этом $\mathbf{S}_k^{pq} = \mathbf{S}_k = \mathbf{I} \cdot 1/12$, $\mathbf{P}_{zk}^{pq} = \mathbf{P}_{zk} = \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{P}}_{1|0} \mathbf{H}_k^T$, $p, q = \overline{1, N_b}$. Размер изображений НР составляет 32×32 пикселя, размер изображения ВР – 128×128 , $N_b = 4$.

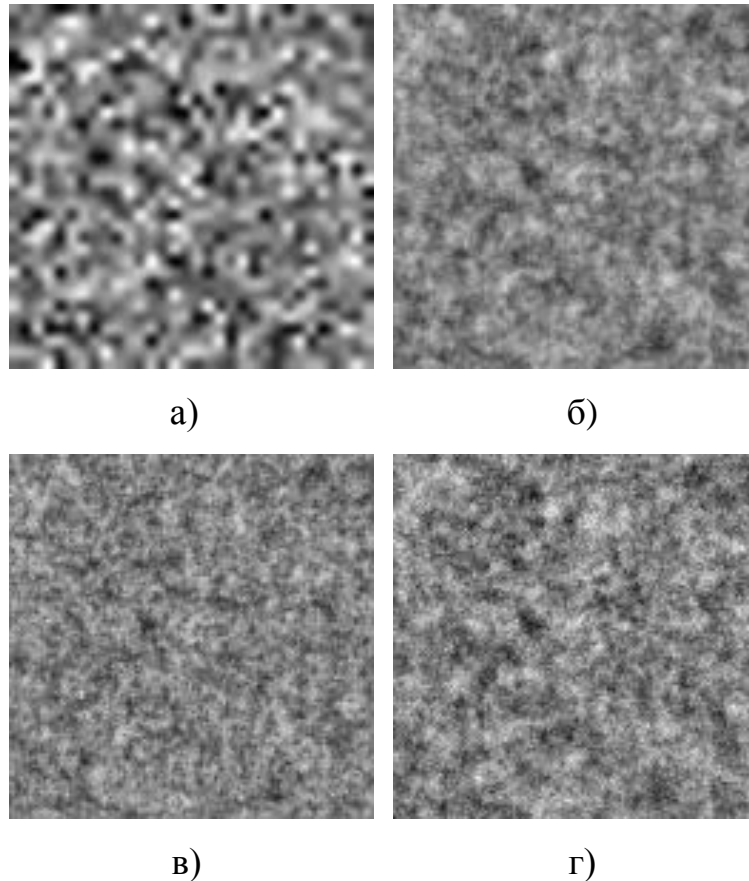


Рисунок 3.11 – Повышение разрешения в 4 раза в условиях ложных наблюдений, проявляющихся в форме импульсного шума: а) пример изображения НР; б) результат обработки оптимальным линейным фильтром; в) результат обработки условно-линейным фильтром; г) оригинальное изображение ВР

Обработка осуществлялась в отсутствие пропусков: $p_{ak} = 0.7$, $p_{ck} = 0$. На рисунке 3.11,б для сравнения показан результат обработки оптимальным линейным фильтром, сформулированным в (3.25).

На рисунке 3.11 заметно, что изображение ВР, показанное на рисунке 3.11,б, полученное в результате обработки последовательности изображений НР оптимальным линейным фильтром обладает меньшей детализацией, чем изображение ВР (рисунок 3.11,в), полученное в результате оценивания данной последовательности условно-линейным фильтром (3.29)-(3.37).

На рисунке 3.12 показан результат восстановления изображения ВР по 48 изображениям НР в условиях случайного и коррелированного влияния АП на элементы наблюдаемых изображений. Параметры распределений полезного изображения и ложных наблюдений такие же, как и в прошлом испытании. Ложные наблюдения проявляются в форме ЛОЗ. Вероятность наличия порождающей точки ЛОЗ для каждого пикселя изображения НР составляет $p_{bk}^{(0)} = 0.2 / s_{bk}$, а средняя площадь ЛОЗ составляет $s_{bk} = [M^2 / 12] = 85$. Размер изображений НР составляет 32×32 пикселя, размер изображения ВР – 128×128 . Используются следующие дисперсии шумов: $\sigma_R^2 = 10^{-4}$; $\sigma_Q^2 = 0$. Обработка так же осуществляется в отсутствие пропусков, то есть $p_{ck} = 0$. На рисунке 3.12,б для сравнения показан результат обработки оптимальным линейным фильтром, сформулированным в (3.21)-(3.22).

На рисунки 3.12 видно, что в условиях возникновения ложных наблюдений в форме ЛОЗ, изображение, полученное в результате работы оптимального линейного фильтра (рисунок 3.12,б) уступает в качестве детализации изображению, полученному в результате оценивания последовательности изображений НР условно-линейным фильтром на основе пороговой обработки (рисунок 3.12,в).

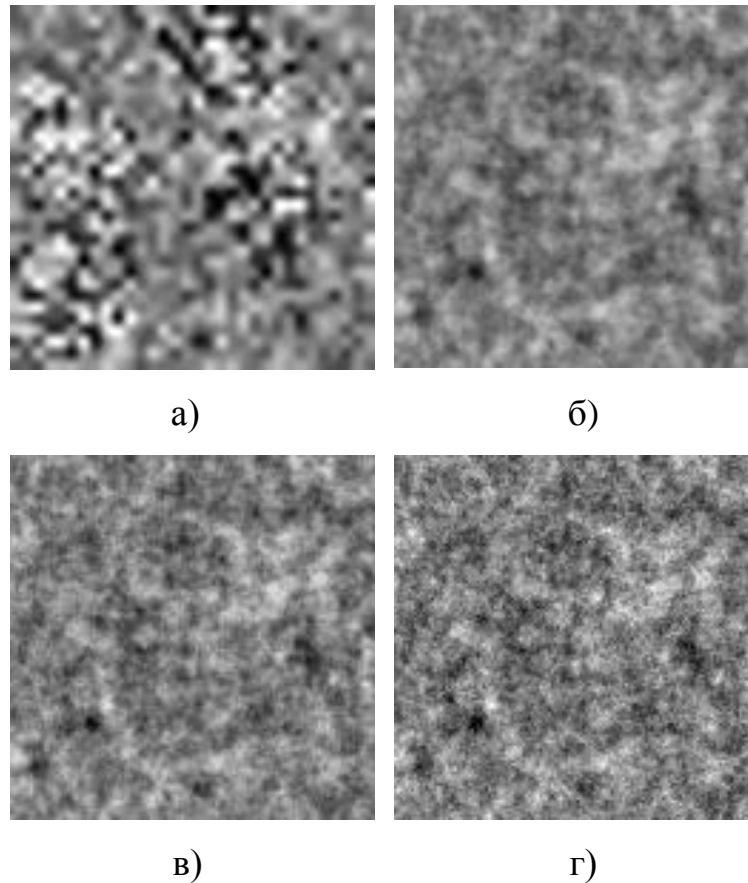


Рисунок 3.12 – Повышение разрешения в 4 раза в условиях ложных наблюдений, проявляющихся в форме ЛОЗ: а) пример изображения НР; б) результат обработки оптимальным линейным фильтром; в) результат обработки условно-линейным фильтром; г) оригинальное изображение ВР

На рисунке 3.13 показаны элементы средней строки матриц ковариации ошибки восстановления изображений в условиях возникновения ЛОЗ для условно-линейного фильтра на основе пороговой сегментации в сравнении с их теоретическими зависимостями. В ходе испытаний проводилось $T = 10000$ реализаций эксперимента. Каждая реализация предполагала генерацию $L \times L$ ($L = 45$) реализации гауссовского случайного поля – исходного изображения ВР $\mathbf{x}^{(i)}$ со средним значением $m = 0.5$, дисперсией $\sigma^2 = 0.02$, и корреляционной функцией вида (2.29), где $\alpha = 2\pi / s_{bh} = 0.418$. Из исходного изображения производилось $K = 9$ $M \times M$ изображений с разрешением, пониженным в 3 раза

($M = 15$), подверженных воздействию пропусков, проявляющихся в форме ЛОЗ с вероятностью наличия порождающей точки в элементе изображения НР $p_{ck}^{(0)} = 0.01$ и площадью $s_{ck} = 18$. Во всех реализациях эксперимента изображения НР смещались по идентичному закону. В ходе испытаний шум наблюдения имел дисперсию $\sigma_R^2 = 0.01$.

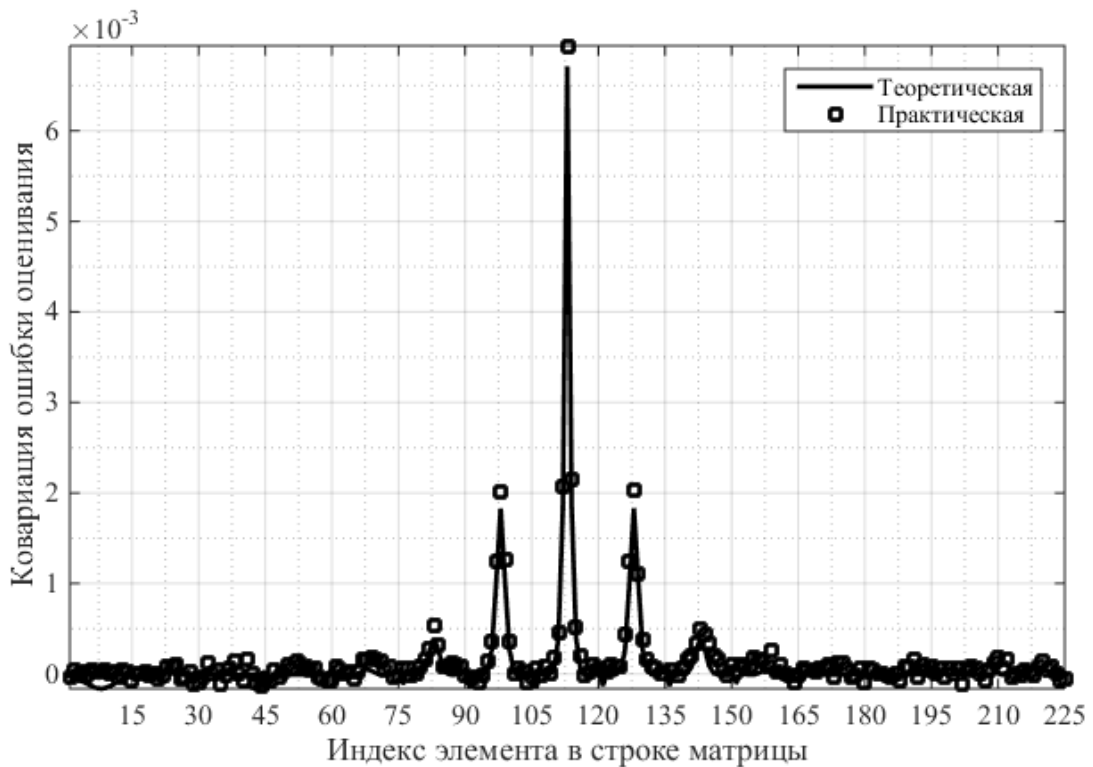


Рисунок 3.13 – Элементы строки матрицы ковариаций ошибки оценивания условно-линейного фильтра в условиях возникновения ЛОЗ для фрагмента изображения в сравнении с их теоретическими оценками

Матрицы ковариаций ошибки восстановления определялись для центральной части изображений ВР, размером $[15 \times 15]$. Теоретическая матрица $\hat{\mathbf{P}}_{K|K}$ условно-линейного фильтра вычислялась как сумма ковариационных матриц блоков изображений ВР, полученных на последнем шаге обработки $\hat{\mathbf{P}}_{K|K}^{p,q(t)}(\boldsymbol{\theta}^{p,qK})$, проведённой в соответствии с уравнениями (3.7) при t -й реализации эксперимента, усреднённая по всем блокам, а затем и по всем T реализациям эксперимента:

$$\hat{\mathbf{P}}_{K|K} = \frac{1}{TB^2} \sum_{t=1}^T \sum_{p=1}^B \sum_{q=1}^B \hat{\mathbf{P}}_{K|K}^{p,q(t)}(\boldsymbol{\theta}^{p,q,K}). \quad (3.38)$$

Матрица ковариаций ошибки оценивания $\hat{\mathbf{P}}_{K|K}$, рассчитанная теоретически, сравнивалась с матрицей, определённой по формуле

$$\hat{\mathbf{P}}^{(T)} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left[(\mathbf{x}_c^{(t)} - \hat{\mathbf{x}}_c^{(t)}) (\mathbf{x}_c^{(t)} - \hat{\mathbf{x}}_c^{(t)})^T \right], \quad (3.39)$$

где $\mathbf{x}_c^{(t)}$, $\hat{\mathbf{x}}_c^{(t)}$ – развёрнутые в векторы центральные фрагменты исходного изображения ВР $\mathbf{x}^{(t)}$ и его оценки $\hat{\mathbf{x}}_{K|K}^{(t)}$, полученной в результате обработки K изображений НР с помощью условно-линейного фильтров с применением пороговой обработки наблюдений в ходе t -той реализации.

На рисунке 3.13 заметно соответствие ковариационных матриц ошибки восстановления, рассчитанных теоретически и экспериментально, что говорит об адекватности сформулированных моделей, адаптированных к условиям возникновения ЛОЗ и использующих результаты сегментации наблюдаемых изображений на основе пороговой обработки.

3.3.2. Особенности включения в процесс обработки наблюдений результатов сегментации на основе графовых представлений

Для повышения эффективности процедуры локализации ЛОЗ на изображениях НР могут применяться более сложные алгоритмы сегментации, позволяющие учитывать не только признаки элементов изображения индивидуально, но и степень близости элементов, находящихся в одной области. Например, автор [52] использует алгоритмы, основанные на поиске разреза графа с минимальной стоимостью [82]. Смысл подобных алгоритмов заключается в представлении анализируемого изображения в форме графа $\Gamma_k = \langle N_k, E_k \rangle$, множество узлов N_k которого соответствует пикселям изображения (в которых отсутствуют пропуски информации), а множество ребер E_k характеризует связи между соседними пикселями. Пусть Ω_k – множество всех пар соседних пикселей

изображения \mathbf{y}_k , которое, для упрощения, является неупорядоченным: $\Omega_k = \{ \omega_{lm}^{(k)} \mid \omega_{lm}^{(k)} = (y_{kl}, y_{km}) = (y_{km}, y_{kl}), y_{kl}, y_{km} \in Y_k, l, m = \overline{1, M^2} \}$ [82]. Так же задаются два специальных узла S_k, T_k – терминалы, соответствующие АП (исток) и полезному изображению (сток) соответственно. Каждый элемент изображения $y_{kl} \in Y_k$ соединен со стоком и истоком, т.е. множество ребер задается как $E_k = \left\{ \Omega_k \cup \left\{ \{y_{kl}, S_k\}, \{y_{kl}, T_k\} \right\} \right\}$, а множество вершин – $N_k = \{Y_k \cup \{S_k, T_k\}\}$. Каждому ребру графа $e_k \in E_k$ соответствует неотрицательное значение стоимости (вес) $w(e_k)$.

Под разрезом графа понимается такая совокупность ребер $C_k \subset E_k$, что терминалы становятся разделенными на графе $\Gamma_k(C_k) = \langle N_k, E_k \setminus C_k \rangle$, полученном в ходе удаления ребер, принадлежащих C_k . Стоимость разреза соответствует суммарной стоимости (сумме весов) ребер, которые данный разрез пересекает: $|C_k| = \sum_{e_k \in C_k} w(e_k)$.

Поиск минимального разреза графа заключается в поиске вектора сегментации λ_k , минимизирующего функцию $W(\lambda_k)$ [82]

$$W(\lambda_k) = \gamma R(\lambda_k) + B(\lambda_k),$$

$$R(\lambda_k) = \sum_{y_{kl} \in Y_k} R(\lambda_{kl}), \quad B(\lambda_k) = \sum_{\omega_{lm}^{(k)} \in \Omega_k} B(\omega_{lm}^{(k)}) \delta(\lambda_{kl}, \lambda_{km}), \quad (3.40)$$

$$\delta(\lambda_{kl}, \lambda_{km}) = \begin{cases} 1, & \lambda_{kl} \neq \lambda_{km}, \\ 0, & \lambda_{kl} = \lambda_{km}, \end{cases}$$

где $\gamma \geq 0$ определяет относительную важность региональных свойств, определяемых членом $R(\lambda_k)$, по сравнению с граничными свойствами, характеризуемыми членом $B(\lambda_k)$ [82].

Значение $R(\lambda_k)$ зависит от заданных значений стоимости принадлежности элемента $y_{kl} \in Y_k$ одному из классов: $R(\lambda_{kl} = 0)$ или $R(\lambda_{kl} = 1)$. Значения $R(\lambda_{kl} = 1)$ и $R(\lambda_{kl} = 0)$ задаются исходя из данных о распределениях интенсивностей пикселей полезного изображения и элементов, пораженных АП, соответственно.

Составляющая $B(\lambda_k)$ характеризует отношения соседних элементов анализируемого изображения. Коэффициент $B(\omega_{lm}^{(k)}) \geq 0$ определяет стоимость принадлежности соседних элементов (y_{kl}, y_{km}) к разным классам. Как правило, значения $B(\omega_{lm}^{(k)})$ больше в случае, если пиксели y_{kl} и y_{km} похожи (по интенсивности или другому выбранному признаку), и приближается к нулю в случае, если они сильно различаются или находятся далеко друг от друга (на двумерной сетке изображения ИР), поэтому $B(\omega_{lm}^{(k)})$ часто задают в следующей форме [82]

$$B(\omega_{lm}^{(k)}) = \exp\left(-\frac{(y_{kl} - y_{km})^2}{2\sigma_{yk}^2}\right) \cdot \frac{1}{\text{dist}(l, m)}, \quad (3.41)$$

где $\sigma_{yk}^2 = \mathbb{M}\left[(y_{kl} - y_{km})^2\right]$; $\text{dist}(l, m)$ - евклидово расстояние между точками на двумерной сетке ИР, которые соответствуют элементам y_{kl} и y_{km} .

Для нахождения разреза графа с минимальной стоимостью необходимо так же задание зерен, то есть реализовать начальный выбор нескольких элементов полезного изображения $O_k^{(0)} \subset Y_k$ и ложных наблюдений $H_k^{(0)} \subset Y_k$, $O_k^{(0)} \cap H_k^{(0)} = \emptyset$. Алгоритмы поиска оптимального разреза графа, как правило, работают в интерактивном режиме, в котором выбор зёрен каждого класса осуществляет пользователь. Веса ребер графа задаются следующим образом [82]:

$$w(e_k = \omega_{lm}^{(k)}) = B(\omega_{lm}^{(k)}),$$

$$w(e_k = \{y_{kl}, S_k\}) = \begin{cases} \gamma R(\lambda_{kl} = 1), & y_{kl} \in Y_k, \quad y_{kl} \notin O_k^{(0)} \cup H_k^{(0)}, \\ c, & y_{kl} \in H_k^{(0)}, \\ 0, & y_{kl} \in O_k^{(0)}, \end{cases} \quad (3.42)$$

$$w(e_k = \{y_{kl}, T_k\}) = \begin{cases} \gamma R(\lambda_{kl} = 0), & y_{kl} \in Y_k, \quad y_{kl} \notin O_k^{(0)} \cup H_k^{(0)}, \\ c, & y_{kl} \in H_k^{(0)}, \\ 0, & y_{kl} \in O_k^{(0)}, \end{cases}$$

где $c = 1 + \max_{y_{kl} \in Y_k} \sum_{y_{km} \in \{y_{kl}, y_{km}\} \in \Omega_k} B(\omega_{lm}^{(k)})$.

Минимизация функции $W(\lambda_k)$ в (3.37) осуществляется с помощью алгоритма поиска минимального разреза графа, в соответствии с [82]. По завершению работы алгоритма, когда значения всех элементов вектора λ_k установлены, можно установить значения вероятностей $p(\lambda_{kl} = 1 | a_{kl})$, $p(\lambda_{kl} = 0 | a_{kl})$ определяющих правильное или неправильное отнесение элемента y_{kl} к классу полезных наблюдений, и вероятности $p(\lambda_{kl} = 1 | b_{kl})$, $p(\lambda_{kl} = 0 | b_{kl})$, характеризующие правильность распознавания элемента y_{kl} как ложного наблюдения, и, в соответствии с установленными значениями скорректировать априорную статистику полезности компонентов \mathbf{y}_k согласно (3.31).

Рассмотрим пример синтеза условно линейного фильтра с применением алгоритма сегментации на основе поиска раздела графа с минимальной стоимостью. Пусть полезное изображение характеризуется гауссовским случайным полем со средним значением $M[\mathbf{x}_k] = m_x$ и дисперсией σ_x^2 . Шум наблюдений имеет нулевое среднее значение и матрицу ковариаций $\mathbf{R}_k^{pq} = \sigma_R^2 \mathbf{I}$. Ложные наблюдения распределены в диапазоне $[-a_w, a_w]$ по равномерному закону относительно $\tilde{\mathbf{z}}_{k|k^*}$, причём $\mathbf{S}_k^{pq} = \mathbf{I} \cdot a_w^2 / 3$ и $\mathbf{P}_{zk}^{pq} = \mathbf{H}_k^{pq} \hat{\mathbf{P}}_{l|0}^{pq} \mathbf{H}_k^{pqT}$, $p, q = \overline{1, N_b}$. Пусть так же $\tilde{\mathbf{z}}_{k|k^*} = \tilde{\mathbf{z}}_{k|0}$, то есть оценка изображений НР формируется только на основе

априорных сведений. Для определённости положим, что $\tilde{\mathbf{z}}_{k|0}^{pq} = \mathbf{H}_k^{pq} \hat{\mathbf{x}}_{1|0}^{pq} = \hat{\mathbf{y}}_{1|0}^{pq}$, $p, q = \overline{1, N_b}$, где вектор $\hat{\mathbf{y}}_{1|0}$ определяется в результате децимации блоков вектора $\hat{\mathbf{x}}_{1|0}$, значения всех компонентов которого равно m_x . Для определения весовых коэффициентов фильтра используются соотношения (3.29). Пропуски фиксируются в процессе обработки и включаются в состав дополнительной информационной составляющей наблюдений $\boldsymbol{\theta}_k^{pq} = (\boldsymbol{\eta}_k^{pqT}, \boldsymbol{\lambda}_k^{pqT})^T$, $\boldsymbol{\eta}_k^{pq} = (1 - c_{k1}^{pq}, \dots, 1 - c_{ks_{ie}^2}^{pq})^T$.

Что бы организовать работу алгоритма в автоматическом режиме, и задать начальное положение на изображении НР зёрен обоих классов, осуществляется предварительная бинарная сегментация наблюдаемых изображений. В качестве основного алгоритма глобальной пороговой обработки был выбран алгоритм бинаризации с оптимальным нижним порогом, определяемым по методу Отцу [83]. Определенные сложности могут возникнуть при использовании алгоритмов глобальной пороговой сегментации для изображений, гистограммы которых не являются бимодальными. В таких случаях целесообразно применять алгоритмы локального определения порога бинаризации, при выполнении которых порог вычисляется на основе среднего значения в задаваемой окрестности каждого пикселя изображения.

В качестве основного признака для проведения сегментации \mathbf{y}_k используем значения элементов вектора $\mathbf{v}_k = \left(|y_{k1} - \hat{y}_{1|01}|, \dots, |y_{kM^2} - \hat{y}_{1|0M^2}| \right)^T$, на основе которых вычисляется порог бинаризации по Отцу t_v . Пусть вектор $\mathbf{v}_k^{(o)}$ содержит те компоненты вектора \mathbf{v}_k , значения которых не превосходят значение порога t_v , а вектор $\mathbf{v}_k^{(H)}$ все остальные элементы \mathbf{v}_k .

Весовые коэффициенты рёбер графа удобно задавать, опираясь на значения дисперсий $\sigma_k^{(o)2} = D[\mathbf{v}_k^{(o)}]$, $\sigma_k^{(H)2} = D[\mathbf{v}_k^{(H)}]$ и средних значений $m_k^{(o)} = M[\mathbf{v}_k^{(o)}]$,

$m_k^{(H)} = \mathbf{M}[\mathbf{v}_k^{(H)}]$ элементов векторов $\mathbf{v}_k^{(O)}$ и $\mathbf{v}_k^{(H)}$ [33]. Множества исходных зёрен полезного изображения и ЛОЗ формируются как

$$\begin{aligned} O_k^{(O)} &= \left\{ \nu_{kr}^{(O)} \mid \nu_{kr}^{(O)} < \mathbf{M}[\mathbf{v}_k^{(O)}] \right\}, \quad r = 1, N^{(O)}, \\ H_k^{(H)} &= \left\{ \nu_{kt}^{(H)} \mid \nu_{kt}^{(H)} > \mathbf{M}[\mathbf{v}_k^{(H)}] \right\}, \quad t = 1, N^{(H)}, \end{aligned} \quad (3.43)$$

где $N^{(O)}$, $N^{(H)}$ – количества элементов в векторах $\mathbf{v}_k^{(O)}$ и $\mathbf{v}_k^{(H)}$ соответственно.

Весовые коэффициенты рёбер, соединяющих терминалы с узлами графа, которые соответствуют исходным зёрнам, присваиваются в соответствии с (3.42), стоимость рёбер соединённых с узлами, не попавшими в множества $O_k^{(O)}$ и $H_k^{(H)}$, определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} w(e_k = \{\nu_{kl}, S_k\}) &= \gamma R(\lambda_{kl} = 1), \quad R(\lambda_{kl} = 1) = \frac{(\nu_{kl} - m_k^{(O)})^2}{2\sigma_k^{(O)2}}, \\ w(e_k = \{\nu_{kl}, T_k\}) &= \gamma R(\lambda_{kl} = 0), \quad R(\lambda_{kl} = 0) = \frac{(\nu_{kl} - m_k^{(H)})^2}{2\sigma_k^{(H)2}}, \end{aligned} \quad (3.44)$$

$$y_{kl} \in Y_k, \quad y_{kl} \notin O_k^{(O)} \cup H_k^{(H)}.$$

Весовые коэффициенты рёбер, соединяющих соседние узлы (данной работе использовались пары точек, соседних по вертикали и по горизонтали), соответствующие точкам изображения на двумерной сетке НР, имеют вид

$$\begin{aligned} B(\omega_{lm}^{(k)}) &= \exp\left(-\frac{(\nu_{kl} - \nu_{km})^2}{2\sigma_{vk}^2}\right) \cdot \frac{1}{\text{dist}(l, m)}, \quad \sigma_{vk}^2 = \mathbf{M}\left[(\nu_{kl} - \nu_{km})^2\right], \\ l, m &= \overline{1, M^2}. \end{aligned} \quad (3.45)$$

В результате минимизации (3.40) формируется вектор λ_k . На основе значений компонентов вектора \mathbf{y}_k , соответствующих единичным элементам вектора λ_k , может быть определён порог дисперсии $l_v = \max_{\lambda_{kl}=1} |y_{kl} - \hat{y}_{l|0l}|$, а так же

величина $a_w = \max_{\lambda_{kl}=0} |y_{kl} - \hat{y}_{1|0}|$, на основе которых происходит задание вероятностей $p(\lambda_{kl}=1|a_{kl})$, $p(\lambda_{kl}=0|a_{kl})$, $p(\lambda_{kl}=1|b_{kl})$ и $p(\lambda_{kl}=0|b_{kl})$ в соответствии с формулой (3.36), с последующим уточнением априорной статистики возникновения ложных наблюдений как показано в (3.31).

На рисунке 3.14 показаны результаты оценивания изображения ВР по 48 изображениям НР в условиях ложных наблюдений, проявляющихся в форме ЛОЗ.

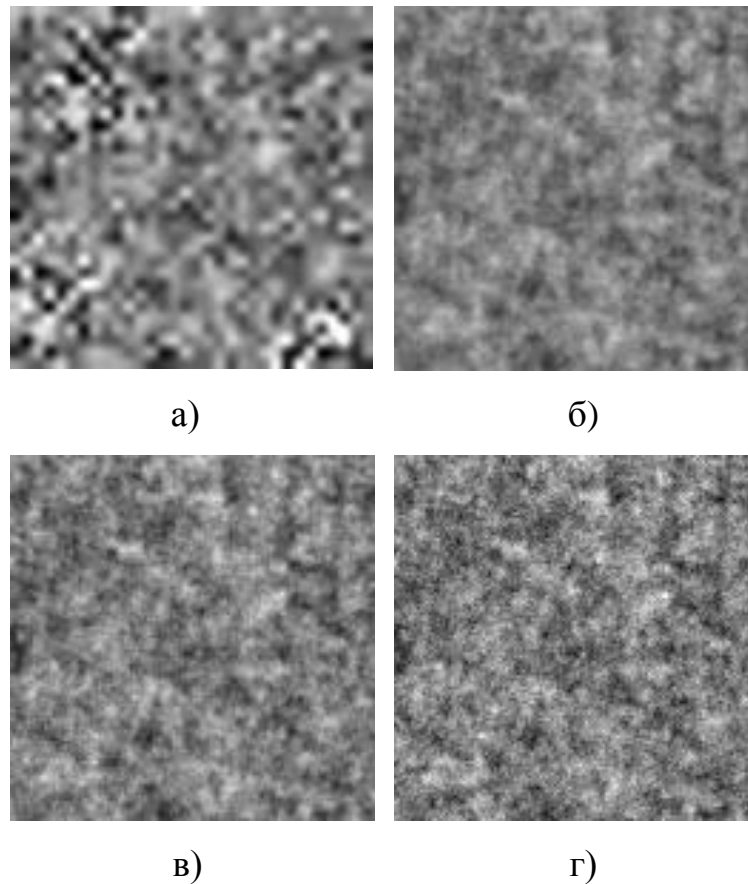


Рисунок 3.14 – Повышение разрешения в 4 раза в условиях ложных наблюдений, проявляющихся в форме импульсного шума: а) пример изображения НР; б) результат обработки оптимальным линейным фильтром; в) результат обработки условно-линейным фильтром; г) оригинальное изображение ВР

В качестве изображения ВР использовалась реализация случайного поля со средним значением $m_x = 0.5$, дисперсией $\sigma_x^2 = 0.015$, корреляционной функцией

вида (2.29) с параметром $\alpha = 2\pi / s_{bh}$, причём $\hat{\mathbf{P}}_{10}^{pq} = \hat{\mathbf{P}}_{10}$ и $\mathbf{H}_k^{pq} = \mathbf{H}_k$, $p, q = \overline{1, N_b}$. Дисперсия шума наблюдений $\sigma_R^2 = 0.01$. Ложные наблюдения проявляются независимо, в форме импульсного шума. Вероятность наличия ложной информации для каждого пикселя изображения НР составляет $p_{bk} = 0.3$, $a_w = 0.5$, $\tilde{\mathbf{z}}_{k|0}^{pq} = \tilde{\mathbf{z}}_{k|0} = \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{10}$, а значения всех компонентов вектора $\hat{\mathbf{x}}_{10}$ (размерности s_{he}^2) равно m_x . При этом $\mathbf{S}_k^{pq} = \mathbf{S}_k = \mathbf{I} \cdot 1/12$, $\mathbf{P}_{zk}^{pq} = \mathbf{P}_{zk} = \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{P}}_{10} \mathbf{H}_k^T$, $p, q = \overline{1, N_b}$. Размер изображений НР составляет 32×32 пикселя, размер изображения ВР – 128×128 , $N_b = 4$. Обработка осуществляется в отсутствие пропусков, то есть $p_{ak} = 0.7$, $p_{ck} = 0$. На рисунке 3.14,б для сравнения показан результат обработки оптимальным линейным фильтром, сформулированным в (3.25).

На рисунке 3.14 заметно, что изображение ВР, показанное на рисунке 3.14,б, полученное в результате обработки последовательности изображений НР оптимальным линейным фильтром в меньшей степени сохраняет детали по сравнению с изображением ВР (рисунок 3.14,в), полученным в результате оценивания данной последовательности условно-линейным фильтром (3.29)-(3.37) с включением результатов сегментации наблюдаемых изображений на основе графовых представлений.

На рисунке 3.15 показаны элементы средней строки матриц ковариации ошибки восстановления изображений в условиях возникновения ЛОЗ для условно-линейного фильтра в сравнении с их теоретическими зависимостями.

В ходе испытаний проводилось $T = 10000$ реализаций эксперимента. Каждая реализация предполагала генерацию $L \times L$ ($L = 27$) реализации гауссовского случайного поля – исходного изображения ВР $\mathbf{x}^{(t)}$ со средним значением $m = 0.5$, дисперсией $\sigma^2 = 0.02$, и корреляционной функцией вида (2.29), где $\alpha = 2\pi / s_{bh} = 0.418$. Из исходного изображения производилось $K = 9$ $M \times M$ изображений с разрешением, пониженным в 3 раза ($M = 9$), подверженных воздействию пропусков, проявляющихся в форме ЛОЗ с вероятностью наличия

порождающей точки в элементе изображения НР $p_{ck}^{(0)} = 0.03$ и площадью $s_{ck} = 7$. Во всех реализациях эксперимента изображения НР смещались по идентичному закону. В ходе испытаний шум наблюдения имел дисперсию $\sigma_R^2 = 0.01$.

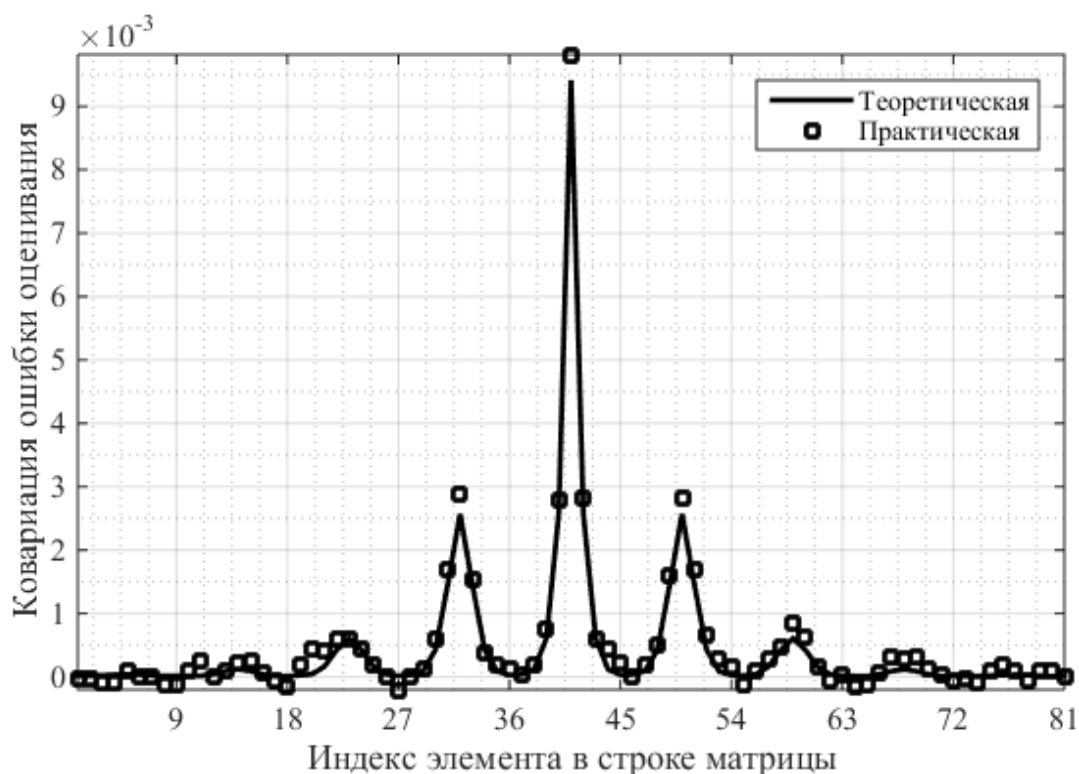


Рисунок 3.15 – Элементы строки матрицы ковариаций ошибки оценивания условно-линейного фильтра в условиях возникновения ЛОЗ для фрагмента изображения в сравнении с их теоретическими оценками

На рисунке 3.15 заметно соответствие ковариационных матриц ошибки восстановления, рассчитанных теоретически и экспериментально, что говорит об адекватности сформулированных моделей, адаптированных к условиям возникновения ложной информации в компонентах наблюдаемых изображений НР в блочной форме.

3.3.3. Особенности включения в процесс обработки наблюдений результатов сегментации на основе алгоритма k-средних

В качестве ещё одного способа локализации ЛОЗ на изображениях НР могут быть использованы алгоритмы кластеризации, позволяющие разделить исходное множество объектов (пикселей изображения НР, в которых отсутствуют пропуски информации) на непересекающиеся множества, в данном случае, на 2 класса – пиксели полезного изображения и элементы ЛОЗ. Объекты, попавшие в одно множество, при этом, будут иметь сходные характеристики, в то время как у объектов, относящихся к разным множествам, показатели этих характеристик будут существенно различаться. Например, авторы [84] используют алгоритм кластеризации точек k-средних, который выделяет заданное количество кластеров, основываясь на определении центров масс кластеров (центроидов) и поиске наиболее близких к каждому центроиду элементов по критерию

$$\sum_{i=1}^C \sum_{y_{kl} \in Y_{ki}} (y_{kl} - \mu_{ki})^2 \rightarrow \min, \quad (3.46)$$

где C – заданное число кластеров, Y_{ki} – полученные кластеры, μ_{ki} – центроиды векторов $y_{kl} \in Y_{ki}$, $i = \overline{1, C}$.

Кластеризация может осуществляться в многомерном пространстве признаков, причём выбор признаков оказывает существенное влияние на результаты сегментации. Например, если известно, что элементы ЛОЗ отличаются от пикселей полезного изображения по яркости, то целесообразно использовать значение интенсивности пикселей в качестве признака классификации. Если же элементы ЛОЗ имеют текстуру, отличную от пикселей полезного изображения, то в качестве признака можно выбрать коэффициенты корреляции пикселя с соседними элементами. Правильный подбор признаков полезности наблюдений делает данный подход весьма эффективным инструментом в задачах обнаружения областей изображений, подверженных влиянию АП.

Рассмотрим пример синтеза алгоритма обработки изображений на основе условно-линейного фильтра (3.29) с включением результатов сегментации методом

к-средних. Пусть, как и в примере выше, полезное изображение характеризуется гауссовским случайным полем со средним значением $M[\mathbf{x}_k] = m_x$ и дисперсией σ_x^2 . Шум наблюдений имеет нулевое среднее значение и матрицу ковариации $\mathbf{R}_k^{pq} = \sigma_R^2 \mathbf{I}$. Ложные наблюдения распределены в диапазоне $[-a_w, a_w]$ по равномерному закону относительно $\tilde{\mathbf{z}}_{k|k^*}$, причём $\mathbf{S}_k^{pq} = \mathbf{I} \cdot a_w^2 / 3$ и $\mathbf{P}_{zk}^{pq} = \mathbf{H}_k^{pq} \hat{\mathbf{P}}_{l|0}^{pq} \mathbf{H}_k^{pq T}$, $p, q = \overline{1, N_b}$. Пусть так же $\tilde{\mathbf{z}}_{k|k^*} = \tilde{\mathbf{z}}_{k|0}$, то есть оценка изображений НР формируется только на основе априорных сведений. Для определённости положим, что $\tilde{\mathbf{z}}_{k|0}^{pq} = \mathbf{H}_k^{pq} \hat{\mathbf{x}}_{l|0}^{pq}$, а значения всех компонентов вектора $\hat{\mathbf{x}}_{l|0}^{pq}$ равно m_x . Для определенности, положим $\sigma_x < ca_w / \sqrt{3}$, $c = 1; 2; 3$. Пропуски, как и ранее, фиксируются в процессе обработки и включаются в состав дополнительной информационной составляющей наблюдений $\boldsymbol{\theta}_k^{pq} = (\boldsymbol{\eta}_k^{pq T}, \boldsymbol{\lambda}_k^{pq T})^T$, $\boldsymbol{\eta}_k^{pq} = (1 - c_{k1}^{pq}, \dots, 1 - c_{ks_e}^{pq})^T$.

Пусть $\boldsymbol{\Omega}_l$ обозначает оператор, определяющий окрестность размером $(2\Delta_l + 1) \times (2\Delta_l + 1)$, включающую элементы вокруг l -го пикселя изображения НР (элементы окрестности извлекаются из расширенного на величину Δ_l с каждой стороны изображения НР). Значения в точках расширения изображений НР полагаются равным среднему значению элементов расширяемого изображения.

Так как гистограммы интенсивности элементов ЛОЗ и полезного изображения не являются бимодальными (значения пикселей ЛОЗ распределены равномерно), использование в качестве признака классификации значений интенсивности пикселей не является эффективным. В данном случае предлагается использовать следующие признаки.

1. Локальные средние значения, то есть средние значения пикселей, принадлежащих локальной окрестности анализируемого пикселя изображения НР $M[\boldsymbol{\Omega}_l]$, $l = \overline{1, M}$;

2. Дисперсии пикселей, принадлежащих окрестности анализируемого элемента $D[\Omega_l], l = \overline{1, M}$;
3. Абсолютные значения отклонений значений интенсивности анализируемого элемента от локального среднего $|y_l - M[\Omega_l]|, l = \overline{1, M}$;
4. Коэффициенты корреляции анализируемого пикселя по оси OX (с элементами, расположенными слева и справа на двумерной сетке HP) и по оси OY (с элементами, расположенными сверху и снизу на двумерной сетке HP) в пределах локальной окрестности.

Такой набор признаков обеспечивает минимизацию верхней границы вероятности ошибки классификации. Пусть X – вектор, компонентами которого являются значения признаков, соответствующих пикселю изображения. При равномерном распределении X , в соответствии с [63], вероятность ошибки ограничена выражением

$$\begin{aligned} \varepsilon &\leq [P(\omega_1)P(\omega_2)]^{1/2} \int_{\Phi} [p(X|\omega_1)p(X|\omega_2)]^{1/2} dX \leq & (3.47) \\ &\leq [P(\omega_1)P(\omega_2)]^{1/2} \left[A \int_{\Omega} p(X|\omega_1)p(X|\omega_2) dX \right]^{1/2}, \end{aligned}$$

где $P(\omega_1), P(\omega_2)$ – вероятности принадлежности элемента к классу ω_1 или ω_2 , соответственно; Φ – всё пространство векторов X ; A – объем области Ω , где X распределено равномерно; $p(X|\omega_1)$ и $p(X|\omega_2)$ – условные плотности распределений значений признаков, при условии принадлежности элемента, соответствующего X , к одному из классов ω_1 или ω_2 , соответственно (функции правдоподобия классов).

Область Ω должна покрывать ту часть пространства, где произведение функций правдоподобия $p(X|\omega_1)p(X|\omega_2)$ не является пренебрежимо малым. Однако граница (3.47) пропорциональна \sqrt{A} и обращается в ∞ при $\Omega = \Phi$, поэтому автор [63] рекомендует выбирать область Ω настолько малой, насколько это позволяет упомянутое выше ограничение.

Вычисления $p(X | \omega_i)$, в общем случае, требуется проводить на основе значений пикселей обрабатываемых изображений, поэтому под областью Φ подразумевается область значений всех пикселей обрабатываемого изображения \mathbb{R}^n , а для оценки вида плотности распределения удобно использовать оценку Парзена [63]:

$$p(X | \omega_i) = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} \left(\frac{1}{h^n} k \left[\frac{X - X_j}{h} \right] \right), \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{h^n} k \left[\frac{Z}{h} \right] dZ = 1, \quad (3.48)$$

где N_i – число объектов класса ω_i , на основе которых производится оценка плотности распределения; n – размерность пространства признаков; величина $\frac{1}{h^n} k \left[\frac{Z}{h} \right]$ – ядро оценки Парзена.

В качестве ядра оценки удобно использовать критерий «гиперсфера радиуса R », в основе которого лежит весовая функция вида

$$\frac{1}{h^n} k \left[\frac{X - X_j}{h} \right] = \frac{1}{V_n} f_R(X, X_j), \quad f_R(X, X_j) = \begin{cases} 1, & \|X - X_j\| \leq R, \\ 0, & \|X - X_j\| > R, \end{cases} \quad (3.49)$$

$$V_n = \frac{\pi^{n/2}}{\Gamma(n/2 + 1)} R^n,$$

где V_n – объем гиперсферы радиуса R в n -мерном пространстве признаков; $\Gamma(u)$ – гамма-функция.

Выбор весовой функции вида (3.49) позволяет оптимизировать вычисления, так как бóльшее количество весовых коэффициентов $f_R(X, X_j)$ будет равно нулю.

Оценка плотности распределения определяется в соответствии с выражением

$$p(X | \omega_i) \cong \frac{1}{N_i V_n} \sum_{j=1}^{N_i} f_R(X, X_j). \quad (3.50)$$

Утверждение: Если при задании функций правдоподобия классов $p(X | \omega_1)$ и $p(X | \omega_2)$ использовать оценку Парзена с ядром «гиперсфера радиуса R », то оценка верхней границы p_ε вероятности ошибки классификации элементов

изображения может быть получена на основе простого непараметрического критерия, который вычисляется следующим образом:

- 1) Для каждого элемента изображения X_j определённого класса ($X_j \in \omega_i$) подсчитать число элементов X_r , не принадлежащих данному классу ($X_r \notin \omega_i$) и удовлетворяющих условию $\|X_r - X_j\| \leq R$.
- 2) Вычислить среднее всех чисел, полученных при выполнении предыдущего пункта.

Следует отметить, что в работе схожее утверждение для общей задачи распознавания случайных векторов приводится без доказательства [63].

Доказательство. Интеграл произведения двух плотностей вероятностей можно записать в виде

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} p(X | \omega_1) p(X | \omega_2) dX &\cong \frac{1}{N_1 N_2 V_n^2} \sum_{j=1}^{N_1} \sum_{l=1}^{N_2} \int_{\Phi} f_R(X, X_j) f_R(X, X_l) dX = \quad (3.51) \\ &= \frac{1}{N_1 N_2 V_n^2} \sum_{j=1}^{N_1} \sum_{l=1}^{N_2} \int_{X_{j1}-R}^{X_{j1}+R} \dots \int_{X_{jn}-R}^{X_{jn}+R} f_R(X, X_l) dX = \frac{1}{N_1 N_2 V_n^2} \sum_{j=1}^{N_1} \sum_{l=1}^{N_2} f_R(X_j, X_l) V_{jl}, \\ &X_j, X_l \in \Omega, \quad j = \overline{1, N_1}, \quad l = \overline{1, N_2}, \end{aligned}$$

где V_{jl} – объём области пересечения гиперсфер, центрами которых являются X_j и X_l ; N_1 – число элементов в области Ω , принадлежащих первому классу ω_1 ; N_2 – число элементов в области Ω , принадлежащих второму классу ω_2 .

Пусть область Ω так же является гиперсферой радиуса R , а её объём равен $A = V_n$. Тогда выражение (3.47) для оценки верхней границы вероятности ошибки имеет вид

$$\begin{aligned} \varepsilon &\leq [P(\omega_1)P(\omega_2)]^{1/2} \left[A \frac{1}{N_1 N_2 V_n^2} \sum_{j=1}^{N_1} \sum_{l=1}^{N_2} f_R(X_j, X_l) V_{jl} \right]^{1/2} = \quad (3.52) \\ &= [P(\omega_1)P(\omega_2)]^{1/2} \left[\frac{1}{N_1 N_2 V_n} \sum_{j=1}^{N_1} \sum_{l=1}^{N_2} f_R(X_j, X_l) V_{jl} \right]^{1/2} = \left[P(\omega_1)P(\omega_2) \frac{\bar{V}_{\Omega}}{V_0} \right]^{1/2}. \end{aligned}$$

Очевидно, что член $(N_1 N_2)^{-1} \sum_{j=1}^{N_1} \sum_{l=1}^{N_2} f_R(X_j, X_l) V_{jl} = \bar{V}_\Omega$ в (3.52) является

объёмом области пересечения гиперсфер, усреднённым по всем парам элементов X_j и X_l , принадлежащих разным классам, внутри области Ω .

Так как при использовании большого количества признаков, и соответственно, большой размерности пространства признаков, выражение для V_{jl} аналитически получить весьма сложно, то можно применить численные методы вычисления объёма области пересечения гиперсфер.

Рассмотрим область пересечения Ω_{jl} двух гиперсфер радиуса R S_j и S_l , в пространстве R^n , с центрами в точках X_j и X_l соответственно. Выберем P случайных точек, равномерно распределённых в объёме V_0 сферы S_j . Пусть P' точек из них попадают в S_l , то есть таких точек Z_p , $p = \overline{1, P'}$, для которых справедливо $f_R(X_j, Z_p) f_R(X_l, Z_p) = f_R(X_l, Z_p) > 0$. Тогда, при больших значениях P , для объёма области пересечения V_Ω справедливо:

$$\frac{P'}{P} = \frac{V_\Omega}{V_0}, \quad V_\Omega = \frac{P'}{P} V_0. \quad (3.53)$$

Данный подход можно применить для нахождения среднего объёма области пересечения \bar{V}_Ω : исходя из предположения о равномерном распределении X в области Ω , можно определить V_0 как объём области Ω $A = V_n$, P как число пар элементов различных классов $P = N_1 N_2$, а P' как число пар элементов различных классов, расстояние между которыми не превосходит R , то есть:

$$P = N_1 N_2, \quad P' = \sum_{j=1}^{N_1} \sum_{l=1}^{N_2} f_R(X_j, X_l), \quad \bar{V}_\Omega = \frac{V_n}{N_1 N_2} \sum_{j=1}^{N_1} \sum_{l=1}^{N_2} f_R(X_j, X_l). \quad (3.54)$$

Интеграл (3.51) можно вычислить как

$$A \int_{\Omega} p(X | \omega_1) p(X | \omega_2) dX \cong \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{j=1}^{N_1} \sum_{l=1}^{N_2} f_R(X_j, X_l). \quad (3.55)$$

Значение выражения (3.55) можно использовать в качестве критерия для оценки качества разделения элементов изображения на два класса, и, комбинируя с (3.47), получить выражение для верхней границы ошибки классификации:

$$\varepsilon \leq p_\varepsilon = \left[P(\omega_1)P(\omega_2) \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{j=1}^{N_1} \sum_{l=1}^{N_2} f_R(X_j, X_l) \right]^{1/2}. \quad (3.56)$$

Таким образом, утверждение доказано.

Классификация методом k -средних позволяет разделить исходное множество объектов на два класса независимо от того, действительно ли анализируемое изображение было подвержено воздействию АП, или нет, в то время как сегментация на основе пороговой обработки и поиска раздела графа не будут классифицировать объекты исходного множества, если среди них отсутствуют элементы, превышающие порог интенсивности (яркости) пикселя или превышающие уровень отклонения интенсивности от среднего значения. Поэтому значение верхней границы вероятности ошибки (3.56) можно использовать для коррекции априорной статистики возникновения ложной информации в компонентах вектора наблюдений, модифицировав выражение (3.32) следующим образом:

$$p_{bkl} = \frac{N_{\lambda_k=0}}{N} (1 - p_\varepsilon), \quad p_{akl} = \frac{N_{\lambda_k=1}}{N} \left(\frac{N_{\lambda_k=1}}{N} + \frac{N_{\lambda_k=0}}{N} (1 - p_\varepsilon) \right)^{-1}, \quad (3.57)$$

На рисунке 3.16 показаны результаты оценивания изображения ВР по 48 изображениям НР в условиях ложных наблюдений, проявляющихся в форме ЛОЗ. В качестве изображения ВР использовалась реализация случайного поля со средним значением $m_x = 0.5$, дисперсией $\sigma_x^2 = 0.015$, корреляционной функцией вида (2.29) с параметром $\alpha = 2\pi / s_{bh}$, причём $\hat{\mathbf{R}}_{10}^{pq} = \hat{\mathbf{R}}_{10}$ и $\mathbf{H}_k^{pq} = \mathbf{H}_k$, $p, q = \overline{1, N_b}$. Дисперсия шума наблюдений $\sigma_R^2 = 0.01$. Ложные наблюдения проявляются независимо, в форме импульсного шума. Вероятность наличия ложной информации для каждого пикселя изображения НР составляет $p_{bk} = 0.3$, $a_w = 0.5$, $\tilde{\mathbf{z}}_{k|0}^{pq} = \tilde{\mathbf{z}}_{k|0} = \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{10}$, а значения всех компонентов вектора $\hat{\mathbf{x}}_{10}$ (размерности s_{he}^2) равно

m_x . При этом $\mathbf{S}_k^{pq} = \mathbf{S}_k = \mathbf{I} \cdot 1/12$, $\mathbf{P}_{zk}^{pq} = \mathbf{P}_{zk} = \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{P}}_{10} \mathbf{H}_k^T$, $p, q = \overline{1, N_b}$. Размер изображений НР составляет 32×32 пикселя, размер изображения ВР – 128×128 , $N_b = 4$. Обработка осуществляется в отсутствие пропусков, то есть $p_{ak} = 0.7$, $p_{ck} = 0$. На рисунке 3.16,б для сравнения показан результат обработки оптимальным линейным фильтром, сформулированным в (3.25).

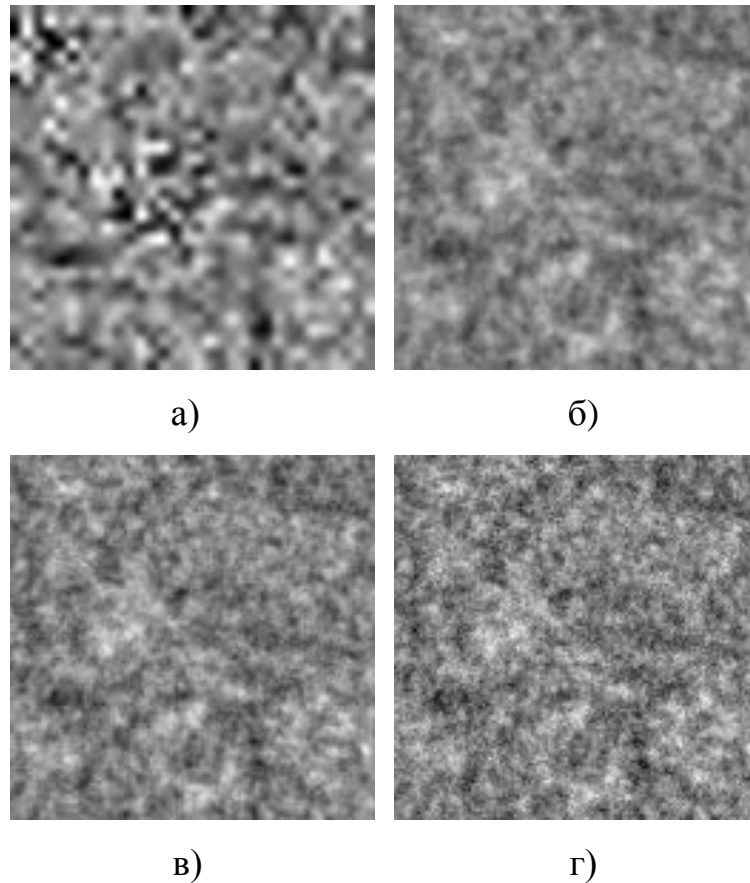


Рисунок 3.16 – Повышение разрешения в 4 раза в условиях ложных наблюдений, проявляющихся в форме импульсного шума: а) пример изображения НР; б) результат обработки оптимальным линейным фильтром; в) результат обработки условно-линейным фильтром; г) оригинальное изображение ВР

На рисунке 3.16 заметно, что изображение ВР, показанное на рисунке 3.16,б, полученное в результате обработки последовательности изображений НР оптимальным линейным фильтром сохраняет детали изображения хуже, чем

изображение ВР (рисунок 3.16,в), полученное в результате оценивания данной последовательности условно-линейным фильтром с применением алгоритма сегментации на основе k -средних.

На рисунке 3.17 показаны элементы средней строки матриц ковариации ошибки восстановления изображений в условиях возникновения ЛОЗ для условно-линейного фильтра с включением результатов сегментации методом k -средних в сравнении с их теоретическими зависимостями.

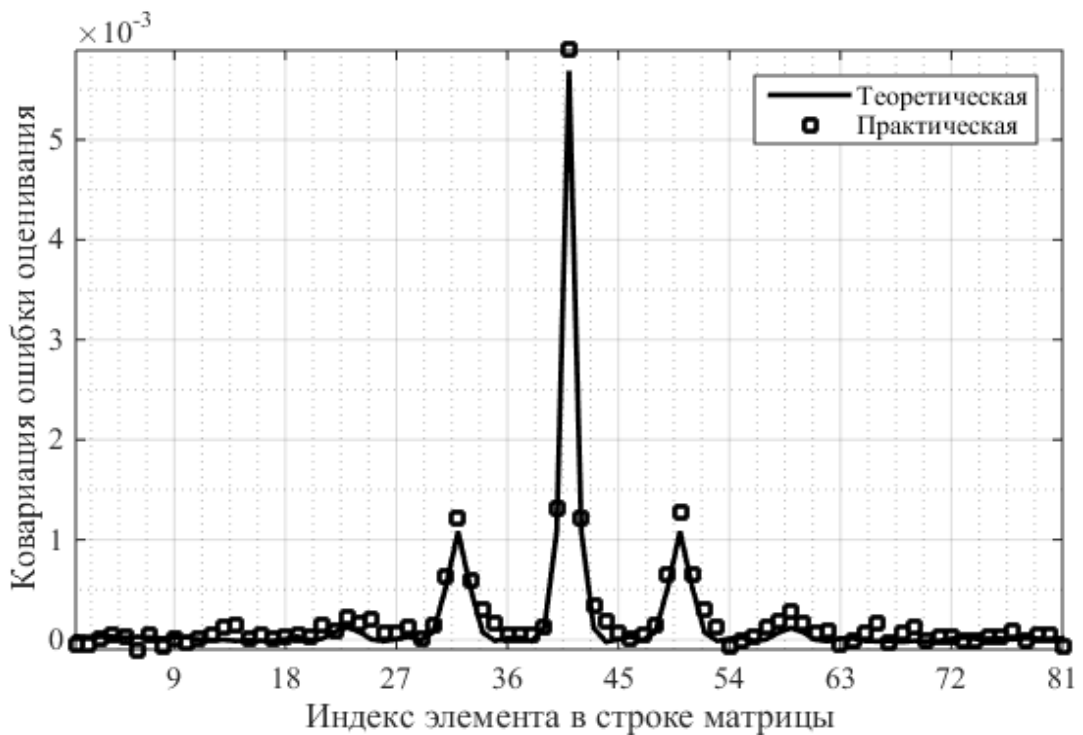


Рисунок 3.17 – Элементы строки матрицы ковариации ошибки оценивания условно-линейного фильтра в условиях возникновения ЛОЗ для фрагмента изображения в сравнении с их теоретическими оценками

В ходе испытаний проводилось $T = 10000$ реализаций эксперимента. Каждая реализация предполагала генерацию $L \times L$ ($L = 27$) реализации гауссовского случайного поля – исходного изображения ВР $\mathbf{x}^{(t)}$ со средним значением $m = 0.5$, дисперсией $\sigma^2 = 0.02$, и корреляционной функцией вида (2.29), где $\alpha = 2\pi / s_{bh} = 0.418$. Из исходного изображения производилось $K = 27$ $M \times M$

изображений с разрешением, пониженным в 3 раза ($M = 9$), подверженных воздействию пропусков, проявляющихся в форме ЛОЗ с вероятностью наличия порождающей точки в элементе изображения НР $p_{ck}^{(0)} = 0.03$ и площадью $s_{ck} = 7$. Во всех реализациях эксперимента изображения НР смещались по идентичному закону. В ходе испытаний шум наблюдения имел дисперсию $\sigma_R^2 = 0.01$.

На рисунке 3.17 заметно соответствие ковариационных матриц ошибки оценивания, рассчитанных теоретически и экспериментально, что говорит об адекватности сформулированных моделей, адаптированных к условиям возникновения ложной информации в компонентах наблюдаемых изображений НР в блочной форме.

3.4. Экспериментальные исследования алгоритмов построения сверхразрешения при обработке изображений земной поверхности в условиях аппликативных помех

Для исследования алгоритмов построения сверхразрешения в условиях аппликативных помех были выбраны снимки со спутников, предоставляемые НАСА и доступные на сайте [85]. Каждая фотография изображает один и тот же участок земной поверхности, полученные в разные дни. Осуществляется повышение разрешения в $\mu = 2$ раза на основе $K = 13$ фотографий.

Рисунок 3.18 показывает результаты сегментации трёх различных изображений НР из серии обрабатываемых снимков (увеличенных в 2 раза) тремя предложенными выше методами: на основе задания порога СКО яркости элементов изображения (рисунок 3.18,а-в), на основе графовых представлений (рисунок 3.18,г-е), на основе алгоритма k-средних (рисунок 3.18,ж-и).

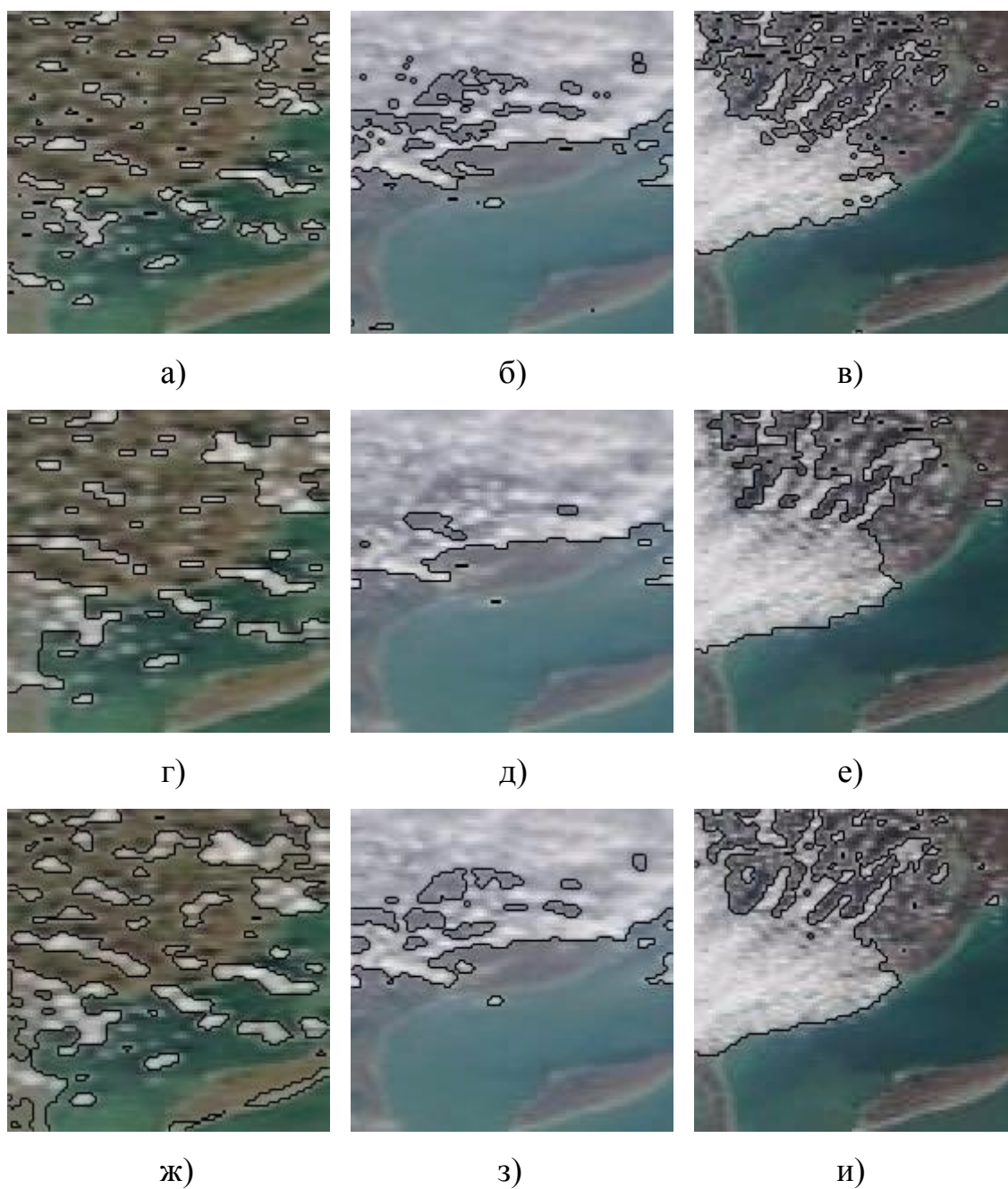


Рисунок 3.18 – Результаты выделения облаков на снимках НР на основе различных методов сегментации: а-в) пороговая обработка; г-е) алгоритм на основе минимального разреза графа; ж-и) сегментация методом k-средних

В результате сегментации на основе порога яркости по сравнению с другими методами выделяется меньшая площадь облачного покрова. Метод на основе k-средних показывает более гладкую форму границ элементов классов, по сравнению

с методом сегментации на основе графовых представлений и обеспечивает лучший охват площади облаков, нежели алгоритм пороговой сегментации.

Для инициализации процесса фильтрации и независимой сегментации каждого наблюдаемого изображения была проведена предварительная сегментация всей последовательности снимков НР с целью определения характеристик распределений двух классов (земной поверхности и облаков) а также значения априорной вероятности появления ЛОЗ в элементах изображения. Предварительная сегментация осуществлялась на основе усредненного по всем наблюдаемым изображениям значения порога яркости t_0 , вычисленного по методу Отцу:

$$t_0 = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K t_k, \quad (3.58)$$

где t_k – порог яркости, вычисленный по методу Отцу для k -го изображения.

Используя величину t_0 , вычислялись среднее значение элементов полезного изображения m_a и дисперсии d_a , d_b обоих классов следующим образом:

$$m_a = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K M[\mathbf{y}_k^a], \quad d_a = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K D[\mathbf{y}_k^a], \quad d_b = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K D[\mathbf{y}_k^b],$$

где d_a – дисперсия элементов полезного изображения; d_b – дисперсия элементов ЛОЗ (облаков); \mathbf{y}_k^a – вектор, содержащий элементы наблюдения \mathbf{y}_k , не превосходящие величину t_0 ; \mathbf{y}_k^b – вектор, содержащий элементы изображения НР \mathbf{y}_k , значения которых превышают порог t_0 .

Аналогично вычислялись априорные значения вероятности наличия ложной информации в элементе изображения:

$$p_{bk} = \frac{1}{KN} \sum_{k=1}^K N_k^b, \quad (3.59)$$

где N_k^b – количество элементов \mathbf{y}_k^b ; N – общее число пикселей изображения НР.

На рисунке 3.19 показаны результаты оценивания изображения ВР по 13 изображениям НР. Начальное значение ковариационной матрицы блоков $\hat{\mathbf{P}}_{10}$,

$\hat{\mathbf{P}}_{10}^{pq} = \hat{\mathbf{P}}_{10}$, $p, q = \overline{1, 30}$ задавалось на основе дисперсии d_a и корреляционной функции вида (2.29) с параметром $\alpha = 0.9$. Начальное значение оценки $\tilde{\mathbf{z}}_{k|0}^{pq} = \tilde{\mathbf{z}}_{k|0} = \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{10}$, а значения всех компонентов вектора $\hat{\mathbf{x}}_{10}$ (размерности s_{he}^2) равно m_a . Размер изображений НР составляет 90×90 пикселей, размер изображения ВР – 180×180 , $N_b = 30$. Обработка осуществляется в отсутствие пропусков, то есть $p_{ak} = 1 - p_{bk}$, $p_{ck} = 0$.

Построение СР проводилось независимо в каждом цветовом диапазоне, чтобы получить оценку изображения ВР в градациях красного, зелёного и синего цветов. Цветное изображение ВР формировалось из этих трёх оценок.

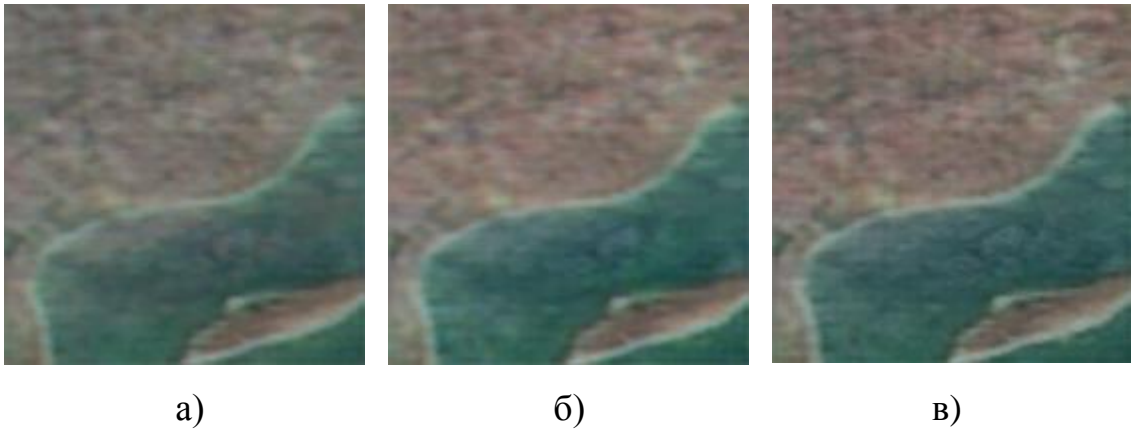


Рисунок 3.19 – Повышение разрешения в 2 раза в условиях ложных наблюдений, проявляющихся в форме облаков на основе условно-линейного фильтра с включением следующих методов сегментации:

- а) пороговая сегментация;
- б) алгоритм на основе поиска минимального разреза графа;
- в) сегментация методом к-средних

На рисунке 3.19 заметно, что изображение ВР, полученное при использовании в условно-линейном фильтре алгоритма пороговой сегментации (рисунке 3.19,а) подвержено влиянию цветовых артефактов (поверхность воды приобрела коричневый оттенок), в то время как применение более сложных методов сегментации обеспечило более корректную обработку изображений в различных цветовых диапазонах. При этом изображение ВР, полученное при

использовании алгоритма сегментации на основе графовых представлений (рисунке 3.19,б) в меньшей степени очищено от облаков, чем изображение ВР, полученное в результате фильтрации с включением алгоритма сегментации на основе метода k-средних (рисунке 3.19,в), хотя результаты их работы визуально различаются незначительно. Тем не менее, все полученные изображения ВР позволяют оценить детали, частично скрытые облаками на снимках НР.

Выводы по разделу

1. Введены модели состояний и наблюдений динамической системы, позволяющие применять алгоритмы фильтрации в блочной форме для построения сверхразрешения изображений, учитывающие возможность пропусков и получения ложных измерений в компонентах векторов наблюдаемых изображений НР. Предполагается, что пропуски информации в элементах наблюдаемых изображений НР могут быть однозначно идентифицированы, в то время как наличие мешающей (ложной) информации в компонентах вектора наблюдений может быть оценено лишь с некоторой вероятностью.

2. На основе введённых моделей синтезированы алгоритмы оценивания, адаптированные к блочной обработке изображений. Алгоритмы получены для условий независимого и некоррелированного характера возникновения пропусков и/или ложных наблюдений, проявляющихся на наблюдаемых изображениях в форме импульсного шума, а также коррелированного по пространству характера появления пропусков и/или ложных наблюдений, которые проявляются на наблюдаемых изображениях в форме «пятен» (локальных областей закрытия) аппликативного характера. В основе первого типа алгоритмов, реализующих оптимальный в классе линейных фильтр, лежит использование статистических характеристик локализации аппликативных помех, которые полагаются априорно известными. Второй тип алгоритмов оценивания, реализующих условно-линейный фильтр, обеспечивает оценивание наблюдаемых изображений НР в условиях неизвестных характеристик пространственной локализации АП на основе

дополнительной информативной составляющей, формируемой непосредственно в процессе наблюдения и содержащей данные о пропусках и ложных наблюдениях, которые позволяют уточнить априорные статистические характеристики решения.

3. Предложен метод включения результатов независимой сегментации в процесс обработки последовательности наблюдений для построения сверхразрешения в условиях пропусков и ложных наблюдений. Метод основан на формировании дополнительной информативной составляющей для реализации условно-линейного фильтра, который применяется для обработки последовательности изображения с низким разрешением. Для проведения сегментации может использоваться любой из известных методов, адаптированный в интересах разбиения изображения НР на два класса, отвечающих, соответственно, области локализации полезных наблюдений и области локализации аппликативных помех. Рассмотрено три варианта реализации условно-линейного фильтра с включением различных алгоритмов сегментации: на основе пороговой обработки, с использованием алгоритмов минимального разреза графа, а также с применением алгоритма классификации k -средних. Реализация условно-линейного фильтра на основе включения алгоритма k -средних предполагает вычисление верхней границы ошибки классификации, для вычисления которой сформулирован критерий на основе подсчёта пар элементов с небольшой разницей значений, отнесённых к разным классам (помехи и полезного изображения).

4. Алгоритмы условно-линейной фильтрации, синтезированные на основе рассмотренных алгоритмов сегментации, показывают лучшее, по сравнению с оптимальным линейным фильтром, качество восстановления как в условиях некоррелированного импульсного шума, так и при проявлении аппликативной помехи (значения элементов которой подчиняются равномерному распределению) на наблюдаемых изображениях НР в форме ЛОЗ. Условно-линейный фильтр с применением предложенных методов сегментации лучше воспроизводит детали изображения по сравнению с оптимальным линейным

фильтром.

5. Проведены экспериментальные испытания предложенной схемы построения сверхразрешения изображений в условиях аппликативных помех, в основе которого лежит применение условно-линейного фильтра, использующий информацию о ложных наблюдениях за счёт включения одного из рассмотренных алгоритмов сегментации. Исследования проведены на снимках земной поверхности из космоса, где ложные наблюдения формировались за счет появления облачных образований. Наилучшие результаты сегментации показал алгоритм на основе k -средних, при использовании которого выделенные фрагменты локализации АП обладают гладкими границами и достаточной площадью покрытия, в то время как сегментация на основе графовых представлений показывает более неточные границы, хотя так же сохраняет большую площадь покрытия. Пороговая обработка не обеспечивает охвата такой же площади, как два других рассмотренных метода. По этой причине изображение ВР, полученное при использовании данного метода сегментации в алгоритме условно-линейной фильтрации, подвержено влиянию цветовых артефактов, в то время как применение более сложных методов сегментации обеспечило более корректную обработку изображений в различных цветовых диапазонах. При этом изображения ВР, полученные в результате применения всех трёх рассмотренных вариантов позволяют оценить детали, недоступные на снимках НР. В целом лучшее визуальное качество восстановления изображения показал условно-линейный фильтр с включением алгоритма сегментации на основе метода k -средних.

4. Синтез и анализ алгоритмов обработки видеопоследовательностей для построения сверхразрешения с включением оценки межкадровых сдвигов

4.1. Синтез и анализ алгоритма адаптивной фильтрации на основе метода разделения

Процесс построения сверхразрешения изображений основан на использовании множества источников информации. В случае восстановления единственного изображения НР, такими источниками могут выступать е априорная информация о наблюдаемой сцене, на основе которой формулируются ограничения на характер получаемого решения, либо база фрагментов похожих изображений ВР, которые используются для формирования изображения со сверхразрешением. При наличии нескольких изображений (с низким разрешением) наблюдаемой сцены, повышение разрешения осуществляется в процессе объединения информации, содержащейся в каждом изображении НР. Такой же подход возможен при наличии видеопоследовательности динамической сцены, в случае, если наблюдаемые объекты незначительно изменяются от кадра к кадру.

Повышение разрешения видеопоследовательности предполагает, что каждому кадру НР, поданному на вход алгоритма построения СР, на выходе соответствует кадр с ВР, формируемый на основе нескольких предыдущих кадров и текущего кадра. Данный процесс хорошо согласуется с алгоритмами фильтрации, описанными в предыдущих разделах.

Рассматриваемая модель получения кадров видеопоследовательности в блочной форме может быть представлена стандартными соотношениями:

$$\mathbf{x}_{k+1}^{p,q} = \mathbf{F}_k^{p,q} \mathbf{x}_k^{p,q} + \mathbf{u}_k^{p,q}, \quad \mathbf{x}_1 \sim \mathbf{N}(\mathbf{x}_1, \tilde{\mathbf{x}}_{1|0}, \mathbf{P}_{1|0}) \quad (4.1)$$

$$\mathbf{y}_k^{p,q} = \mathbf{H}_k^{p,q} \mathbf{x}_k^{p,q} + \mathbf{v}_k^{p,q},$$

где $k = 1, 2, \dots$; $p, q = \overline{1, N_b}$; $\mathbf{x}_{k+1}^{p,q}$, $\mathbf{x}_k^{p,q}$ – векторы размерности s_{he}^2 , полученные в результате развёртки блоков ненаблюдаемых изображений ВР, соответствующих векторам \mathbf{x}_{k+1} и \mathbf{x}_k ; $\tilde{\mathbf{x}}_{1|0}$ – начальная оценка \mathbf{x}_1 ; $\mathbf{P}_{1|0}$ – матрица ковариации \mathbf{x}_1 ; $\mathbf{y}_k^{p,q}$ –

вектор размерности s_{le}^2 , соответствующий блоку k -го кадра НР; $\mathbf{u}_k^{p,q}$ и $\mathbf{v}_k^{p,q}$ – центрированные гауссовские векторы размерности s_{he}^2 и s_{le}^2 соответственно, с матрицами ковариации $M[\mathbf{u}_k^{p,q}\mathbf{u}_k^{p,qT}] = \mathbf{Q}_k^{p,q}$ и $M[\mathbf{v}_k^{p,q}\mathbf{v}_k^{p,qT}] = \mathbf{R}_k^{p,q}$.

Элементы матрицы сдвига \mathbf{F}_k^{pq} могут быть вычислены на основе оценки оптического потока от наблюдаемого кадра \mathbf{y}_{k+1} к \mathbf{y}_k , с последующей интерполяцией до размера кадров ВР, либо при помощи аппроксимации параметров сдвига между парой кадров НР аффинным или проекционным преобразованиями. Аддитивный шум \mathbf{u}_k^{pq} в уравнении (4.1) характеризует ошибки оценки смещений, а так же возникновение новой информации в видеопоследовательности от кадра к кадру. Чем выше будет дисперсия вектора \mathbf{u}_k^{pq} , тем быстрее алгоритм фильтрации будет «забывать» прошлые наблюдения.

Решение задачи оптимальной фильтрации позволяет на k -м шаге получить оценки блоков изображений ВР $\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k}^{pq}$ и $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q}$, $p, q = \overline{1, N_b}$, на основе соотношений [59]:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k}^{pq} &= \mathbf{F}_k^{pq} \tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{pq}, & \mathbf{P}_{k+1|k}^{pq} &= \mathbf{F}_k^{pq} \mathbf{P}_{k|k}^{pq} \mathbf{F}_k^{pqT} + \mathbf{Q}_k^{pq}. \\ \tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q} &= \tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{p,q} + \mathbf{W}_k^{p,q} (\mathbf{y}_k^{p,q} - \mathbf{H}_k^{p,q} \tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{p,q}), & \mathbf{P}_{k|k}^{p,q} &= \mathbf{P}_{k|k-1}^{p,q} - \mathbf{W}_k^{p,q} \mathbf{V}_k^{p,qT}, \\ \mathbf{W}_k^{p,q} &= \mathbf{V}_k^{p,q} \mathbf{U}_k^{p,q-1}, & \mathbf{V}_k^{p,q} &= \mathbf{P}_{k|k-1}^{p,q} \mathbf{H}_k^{p,qT}, & \mathbf{U}_k^{p,q} &= \mathbf{H}_k^{p,q} \mathbf{P}_{k|k-1}^{p,q} \mathbf{H}_k^{p,qT} + \mathbf{R}_k^{p,q}. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Процесс построения СР изображений, реализуемый известными алгоритмами, можно разделить на несколько этапов [86]:

- регистрацию наблюдаемых изображений НР (оценку параметров сдвига между ними);
- выбор распределения, подходящего для описания статистических характеристик (яркости, цветности) элементов изображения;
- непосредственное оценивание изображений ВР.

В большинстве разработанных алгоритмов построения СР, обозначенные этапы обработки реализуются независимо. Стандартным подходом в этом случае является фиксация параметров смещений и/или размытия, оцениваемых на этапе

регистрации изображений НР, которые считаются неизменными в последующем процессе восстановления изображений ВР. Часто эти шаги действительно независимы, однако в случае обработки видеопоследовательности, кадры которой зачастую искажены шумом и алгоритмами сжатия, полученные оценки параметров сдвига могут отличаться от истинных значений. При этом даже небольшие отклонения в оценке данных параметров могут значительно повлиять на качество получаемых изображений ВР. Поэтому для достижения потенциальной эффективности алгоритмов построения СР целесообразно включить этап оценки неизвестных параметров кадров НР, поступающих на вход алгоритма построения СР, в процесс оценивания изображений ВР.

Алгоритмы для построения единственного изображения ВР по серии изображений НР, одновременно реализующие оценку параметров регистрации наблюдений и результирующего изображения ВР, рассмотрены в известной литературе [2-7]. В основе данных алгоритмов лежит метод МАВ, предполагающий оптимизацию целевой функции по отношению к компонентам изображения ВР и параметрам смещений. Решение данной задачи на основе процедуры оптимальной фильтрации соответствует адаптивной постановке задачи фильтрации, рассмотренной в [59].

Адаптивная постановка задачи оптимальной фильтрации предполагает введение зависимости вектора состояний системы не только от наблюдений, но и от вектора неизвестных постоянных параметров, в результате чего, в процессе оценивания ненаблюдаемого изображения ВР, возможен учёт параметров размытия и/или величин отклонений истинных (ненаблюдаемых) значений геометрических деформаций от наблюдаемых (которые могут быть оценены стандартными алгоритмами [87]). Далее описывается подход включения оценок неизвестных параметров в процедуру фильтрации при обработке изображений целиком, а затем полученные соотношения приводятся с учётом блочной модели обработки.

Уравнения состояния и наблюдения, соответствующие адаптивной постановке задачи линейной фильтрации, имеют вид [59]:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{F}_k(\boldsymbol{\delta})\mathbf{x}_k + \mathbf{u}_k, & \mathbf{y}_k &= \mathbf{H}_k(\boldsymbol{\delta})\mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k, & k &= 1, 2, \dots \\ \mathbf{u}_k &\sim N(\mathbf{u}_k, 0, \mathbf{Q}_k(\boldsymbol{\delta})), & \mathbf{v}_k &\sim N(\mathbf{v}_k, 0, \mathbf{R}_k(\boldsymbol{\delta})), \\ \mathbf{x}_1 &\sim N(\mathbf{x}_1, \tilde{\mathbf{x}}_{1|0}(\boldsymbol{\delta}), \mathbf{P}_{1|0}(\boldsymbol{\delta})), \end{aligned} \quad (4.3)$$

где $\boldsymbol{\delta}$ – вектор неизвестных параметров, для которого задан априорный закон распределения $P(\boldsymbol{\delta})$.

Решение данной задачи может быть получено на основе метода разделения [59], в соответствии с которым на основе уравнений (2.2) (или (2.15)-(2.17) при обработке блоками) определяются условные относительно значений вектора $\boldsymbol{\delta}$ оценки $\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k}(\boldsymbol{\delta})$, $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}(\boldsymbol{\delta})$ и их матрицы ковариации $\mathbf{P}_{k+1|k}(\boldsymbol{\delta})$, $\mathbf{P}_{k|k}(\boldsymbol{\delta})$. Определяются так же апостериорная плотность распределения и функционал правдоподобия $\boldsymbol{\delta}$:

$$\begin{aligned} P(\boldsymbol{\delta} | \mathbf{y}^k) &= \frac{P(\mathbf{y}^k, \boldsymbol{\delta})}{P(\mathbf{y}^k)}, & P(\mathbf{y}^k, \boldsymbol{\delta}) &= P(\mathbf{y}^k | \boldsymbol{\delta})P(\boldsymbol{\delta}), \\ P(\mathbf{y}^k) &= \int P(\mathbf{y}^k | \boldsymbol{\delta})P(\boldsymbol{\delta})d\boldsymbol{\delta}, & k &= 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (4.4)$$

Оптимальные результирующие оценки $\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k}$, $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}$ на каждом шаге находятся на основе усреднения условных оценок:

$$\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k} = \int \tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k}(\boldsymbol{\delta})P(\boldsymbol{\delta} | \mathbf{y}^k)d\boldsymbol{\delta}, \quad \tilde{\mathbf{x}}_{k|k} = \int \tilde{\mathbf{x}}_{k|k}(\boldsymbol{\delta})P(\boldsymbol{\delta} | \mathbf{y}^k)d\boldsymbol{\delta}, \quad (4.5)$$

а соответствующая матрица ковариации ошибок, условная относительно последовательности \mathbf{y}^k , определяются как

$$\mathbf{P}_{k|k}(\mathbf{y}^k) = \int \mathbf{P}_{k|k}(\boldsymbol{\delta})P(\boldsymbol{\delta} | \mathbf{y}^k)d\boldsymbol{\delta} + \int (\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}(\boldsymbol{\delta}) - \tilde{\mathbf{x}}_{k|k})(\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}(\boldsymbol{\delta}) - \tilde{\mathbf{x}}_{k|k})^T P(\boldsymbol{\delta} | \mathbf{y}^k)d\boldsymbol{\delta}, \quad (4.6)$$

то есть, матрица $\mathbf{P}_{k|k}$ определяется суммой, первый член которой получается в результате усреднения матриц ковариации условных оптимальных оценок, проводимых для всех возможных значений вектора $\boldsymbol{\delta}$, а второй член характеризует

среднеквадратичное отклонение оптимальной оценки $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}$ относительно условной оценки $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}(\boldsymbol{\delta})$.

Пусть $\mathbf{y}^k \in R^M$, $k = 1, 2, \dots$. Функция правдоподобия $P(\mathbf{y}^k | \boldsymbol{\delta})$ вычисляется на основе функции $e(\boldsymbol{\delta})$, имеющей смысл ошибки между всеми предшествующими изображениями наблюдаемой последовательности НР \mathbf{y}^t , $t = \overline{1, k}$, и оценкой изображения ВР $\mathbf{x}_{t|t-1}(\boldsymbol{\delta})$, вычисленной с учётом значения вектора $\boldsymbol{\delta}$, проецируемой на сетку НР соответствующих изображений НР (посредством матриц $\mathbf{H}_t(\boldsymbol{\delta})$), и имеет вид:

$$P(\mathbf{y}^k | \boldsymbol{\delta}) = \prod_{t=1}^k N(\mathbf{H}_t(\boldsymbol{\delta})\mathbf{x}_{t|t-1}(\boldsymbol{\delta}), \mathbf{U}_t(\boldsymbol{\delta})) =$$

$$= \left((2\pi)^{kM} \prod_{t=1}^k |\mathbf{U}_t(\boldsymbol{\delta})| \right)^{-1/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2} e(\boldsymbol{\delta}) \right\}, \quad (4.7)$$

$$\mathbf{U}_t(\boldsymbol{\delta}) = \mathbf{H}_t(\boldsymbol{\delta})\mathbf{P}_{t|t-1}(\boldsymbol{\delta})\mathbf{H}_t^T(\boldsymbol{\delta}) + \mathbf{R}_t(\boldsymbol{\delta}),$$

$$e(\boldsymbol{\delta}) = \sum_{t=1}^k (\mathbf{y}_t - \mathbf{H}_t(\boldsymbol{\delta})\mathbf{x}_{t|t-1}(\boldsymbol{\delta}))^T \mathbf{U}_t^{-1}(\boldsymbol{\delta}) (\mathbf{y}_t - \mathbf{H}_t(\boldsymbol{\delta})\mathbf{x}_{t|t-1}(\boldsymbol{\delta})).$$

Таким образом, суть процесса адаптации заключается в том, что в процессе накопления наблюдений происходит постоянный перерасчет функция правдоподобия $P(\mathbf{y}^k | \boldsymbol{\delta})$ и, соответственно, апостериорных вероятностей гипотез $P(\boldsymbol{\delta} | \mathbf{y}^k)$ относительно неизвестных значений параметра $\boldsymbol{\delta}$. Эти апостериорные вероятности выступают в качестве весовых коэффициентов, учитывающих вклад оценок $\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k}(\boldsymbol{\delta})$, $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}(\boldsymbol{\delta})$ каждого условного фильтра в общие результирующие оценки $\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k}$, $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}$. По мере накопления информации те апостериорные вероятности, которые близки к истинному значению неопределенного параметра $\boldsymbol{\delta}$, увеличиваются, тем самым обеспечивая уточнение моделей состояний и наблюдений. При этом результирующая оценка в большей степени использует условные фильтры, отражающие истинное параметра $\boldsymbol{\delta}$.

Случай непрерывнозначного множества значений неизвестных параметров. Рассмотрим вектор $\boldsymbol{\delta}$, компоненты которого принимают значения из непрерывного диапазона $\omega_{\boldsymbol{\delta}}$. Пусть, для определённости, значения компонентов вектора $\boldsymbol{\delta}$ распределены равномерно, тогда плотность распределения $P(\boldsymbol{\delta})$ задаётся следующим соотношением:

$$P(\boldsymbol{\delta}) = \begin{cases} \frac{1}{\lambda(\omega_{\boldsymbol{\delta}})}, & \boldsymbol{\delta} \in \omega_{\boldsymbol{\delta}}, \\ 0, & \boldsymbol{\delta} \notin \omega_{\boldsymbol{\delta}}, \end{cases} \quad (4.8)$$

где $\lambda(\omega_{\boldsymbol{\delta}}) > 0$ – объём множества $\omega_{\boldsymbol{\delta}}$ в пространстве R^D .

Величина $e(\boldsymbol{\delta})$ в данном случае так же является непрерывной и для аппроксимации множества значений, принимаемых $e(\boldsymbol{\delta})$, удобно использовать ряд Тейлора второго порядка:

$$e(\boldsymbol{\delta}) = f_e + \mathbf{g}_e^T \boldsymbol{\delta} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\delta}^T \mathbf{H}_e \boldsymbol{\delta}, \quad (4.9)$$

что позволяет записать выражение для $P(\mathbf{y}^k, \boldsymbol{\delta})$ в следующем виде:

$$\begin{aligned} P(\mathbf{y}^k, \boldsymbol{\delta}) &= \left((2\pi)^{kM} \prod_{t=1}^k |\mathbf{U}_t(\boldsymbol{\delta})| \right)^{-1/2} \exp\left\{ -\frac{1}{2} e(\boldsymbol{\delta}) \right\} P(\boldsymbol{\delta}) = \\ &= \frac{1}{\lambda(\omega_{\boldsymbol{\delta}})} \left((2\pi)^{kM} \prod_{t=1}^k |\mathbf{U}_t(\boldsymbol{\delta})| \right)^{-1/2} \exp\left\{ -\frac{1}{2} \left[f_e + \mathbf{g}_e^T \boldsymbol{\delta} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\delta}^T \mathbf{H}_e \boldsymbol{\delta} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (4.10)$$

где $\boldsymbol{\delta} \in \omega_{\boldsymbol{\delta}}$.

Выражение для $P(\mathbf{y}^k)$ может быть получено на основе следующего соотношения [86]:

$$\int \exp\left\{ -\boldsymbol{\eta}^T \boldsymbol{\xi} - \frac{1}{2} \boldsymbol{\xi}^T \mathbf{Z} \boldsymbol{\xi} \right\} d\boldsymbol{\xi} = (2\pi)^{d/2} |\mathbf{Z}|^{-1/2} \exp\left\{ \frac{1}{2} \boldsymbol{\eta}^T \mathbf{Z}^{-1} \boldsymbol{\eta} \right\}, \quad (4.11)$$

где d – размерность вектора $\boldsymbol{\eta}$.

$$P(\mathbf{y}^k) = \left((2\pi)^{kM} \prod_{t=1}^k |\mathbf{U}_t(\boldsymbol{\delta})| \right)^{-1/2} \int_{\omega_{\boldsymbol{\delta}}} \frac{1}{\lambda(\omega_{\boldsymbol{\delta}})} \exp\left\{ -\frac{1}{2} \left[f_e + \mathbf{g}_e^T \boldsymbol{\delta} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\delta}^T \mathbf{H}_e \boldsymbol{\delta} \right] \right\} d\boldsymbol{\delta} =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{\lambda(\omega_{\delta})} \left((2\pi)^{kM} \prod_{t=1}^k |\mathbf{U}_t(\boldsymbol{\delta})| \right)^{-1/2} \exp\left\{-\frac{1}{2} f_e\right\} \left((2\pi)^D 2|\mathbf{H}_e|^{-1} \right)^{1/2} \exp\left\{\frac{1}{4} \mathbf{g}_e^T \mathbf{H}_e^{-1} \mathbf{g}_e\right\} = \\
&= \frac{1}{\lambda(\omega_{\delta})} \left((2\pi)^{kM-D} \frac{1}{2} |\mathbf{H}_e| \prod_{t=1}^k |\mathbf{U}_t(\boldsymbol{\delta})| \right)^{-1/2} \exp\left\{-\frac{1}{2} f_e + \frac{1}{4} \mathbf{g}_e^T \mathbf{H}_e^{-1} \mathbf{g}_e\right\}, \quad (4.12)
\end{aligned}$$

Подставляя (4.10) и (4.12) в (4.4), получим выражение для апостериорных вероятностных гипотез $P(\boldsymbol{\delta} | \mathbf{y}^k)$ в следующей форме:

$$\begin{aligned}
P(\boldsymbol{\delta} | \mathbf{y}^k) &= \frac{1}{\lambda(\omega_{\delta})} \left((2\pi)^{kM} \prod_{t=1}^k |\mathbf{U}_t(\boldsymbol{\delta})| \right)^{-1/2} \lambda(\omega_{\delta}) \left((2\pi)^{kM-D} \frac{1}{2} |\mathbf{H}_e| \prod_{t=1}^k |\mathbf{U}_t(\boldsymbol{\delta})| \right)^{1/2} \times \\
&\quad \times \exp\left\{-\frac{1}{2} \left[f_e + \mathbf{g}_e^T \boldsymbol{\delta} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\delta}^T \mathbf{H}_e \boldsymbol{\delta} \right]\right\} \exp\left\{\frac{1}{2} f_e - \frac{1}{4} \mathbf{g}_e^T \mathbf{H}_e^{-1} \mathbf{g}_e\right\} = \quad (4.13) \\
&= \left((2\pi)^{-D} \frac{1}{2} |\mathbf{H}_e| \right)^{1/2} \exp\left\{-\frac{1}{2} \left[\mathbf{g}_e^T \boldsymbol{\delta} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\delta}^T \mathbf{H}_e \boldsymbol{\delta} + \frac{1}{2} \mathbf{g}_e^T \mathbf{H}_e^{-1} \mathbf{g}_e \right]\right\}.
\end{aligned}$$

Чтобы выполнить переход к блочной модели обработки без существенного усложнения процесса вычислений, далее предполагается, что величины $e(\boldsymbol{\delta})$, полученные для различных блоков обрабатываемого изображения, независимы. Тогда вид выражения (4.13) не изменяется, однако форма выражения (4.7) для вычисления ошибки $e(\boldsymbol{\delta})$, преобразуется в соответствии с блочной моделью следующим образом:

$$\begin{aligned}
P(\mathbf{y}^k | \boldsymbol{\delta}) &= \prod_{t=1}^k \prod_{p=1}^{N_b} \prod_{q=1}^{N_b} N(\mathbf{H}_t^{p,q}(\boldsymbol{\delta}) \mathbf{x}_{t|t-1}^{p,q}(\boldsymbol{\delta}), \mathbf{U}_t^{p,q}(\boldsymbol{\delta})) = \\
&= \left((2\pi)^{kN_b^2} \prod_{t=1}^k \prod_{p=1}^{N_b} \prod_{q=1}^{N_b} |\mathbf{U}_t^{p,q}(\boldsymbol{\delta})| \right)^{-1/2} \exp\left\{-\frac{1}{2} e(\boldsymbol{\delta})\right\}, \quad (4.14) \\
\mathbf{U}_t^{p,q}(\boldsymbol{\delta}) &= \mathbf{H}_t^{p,q}(\boldsymbol{\delta}) \mathbf{P}_{t|t-1}^{p,q}(\boldsymbol{\delta}) \mathbf{H}_t^{p,q T}(\boldsymbol{\delta}) + \mathbf{R}_t^{p,q}(\boldsymbol{\delta}), \\
e(\boldsymbol{\delta}) &= \sum_{t=1}^k \sum_{p=1}^{N_b} \sum_{q=1}^{N_b} (\mathbf{y}_t^{p,q} - \mathbf{H}_t^{p,q}(\boldsymbol{\delta}) \mathbf{x}_{t|t-1}^{p,q}(\boldsymbol{\delta}))^T \mathbf{U}_t^{p,q}{}^{-1}(\boldsymbol{\delta}) (\mathbf{y}_t^{p,q} - \mathbf{H}_t^{p,q}(\boldsymbol{\delta}) \mathbf{x}_{t|t-1}^{p,q}(\boldsymbol{\delta})),
\end{aligned}$$

где $p, q = \overline{1, N_b}$ – индексы блоков по осям; матрицы $\mathbf{H}_t^{p,q}(\boldsymbol{\delta})$ и $\mathbf{U}_t^{p,q}(\boldsymbol{\delta})$ соответствуют элементам обрабатываемых блоков; s_{le} – размер блока изображения НР с учётом расширения (размерность вектора блока НР составляет s_{le}^2).

Описанный подход был реализован с целью адаптации фильтра к параметру σ_h , определяющему СКО функции размытия, на основе которого задаётся матрица $\mathbf{H}_t^{p,q}(\boldsymbol{\delta})$. При этом задавалось $\boldsymbol{\delta} = \delta_h \in R$ и использовалось выражение (4.13) в следующем виде:

$$P(\delta_h | \mathbf{y}^k) = \frac{1}{2} \left(\frac{|h_e|}{\pi} \right)^{1/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[g_e \delta_h + \frac{1}{2} (\delta_h^2 h_e + g_e^2 / h_e) \right] \right\}, \quad (4.15)$$

где g_e – первая производная функции $e(\delta_h)$; h_e – вторая производная $e(\delta_h)$.

Здесь значение неизвестного постоянного параметра δ_h характеризует отклонение фактического значения σ_h от значения априорной оценки σ_{h0} , в пределах заданного интервала значений:

$$\sigma_h = \sigma_{h0} + \delta_h, \quad \delta_h \in [\delta_{h\min}, \delta_{h\max}]. \quad (4.16)$$

Производные g_e и h_e вычисляются численно следующим образом:

$$g_e = \frac{\partial e(\delta_h)}{\partial \delta_h} = \frac{e(\delta_{h\max}) - e(\delta_{h\min})}{\delta_{h\max} - \delta_{h\min}}, \quad (4.17)$$

$$h_e = \frac{\partial^2 e(\delta_h)}{\partial \delta_h^2} = \frac{e(\delta_{h\max}) + e(\delta_{h\min}) - 2e(0)}{((\delta_{h\max} - \delta_{h\min}) / 2)^2},$$

то есть для аппроксимации функции $e(\boldsymbol{\delta})$ на основе (4.9) достаточно вычислить величины ошибки для трёх различных значений параметра $\delta_h = \delta_{h\min}, 0, \delta_{h\max}$ по формуле (4.14), используя матрицы $\mathbf{H}_t^{p,q}(\delta_h)$ вида

$$\mathbf{H}_t^{p,q}(\delta_h) = \left\| h_{i,j}^{(t,p,q)}(\delta_h) \right\|, \quad h_{i,j}^{(t,p,q)}(\delta_h) = \frac{\tilde{h}_{i,j}^{(t,p,q)}(\delta_h)}{\sum_{j'} \tilde{h}_{i,j'}^{(t,p,q)}(\delta_h)},$$

$$\tilde{h}_{i,j}^{(t,p,q)}(\delta_h) = \exp\left(-\frac{\|\mathbf{m}_j^{(t,p,q)} - \mathbf{n}_i^{(t,p,q)}\|_2^2}{2(\sigma_{h0} + \delta_h)^2}\right), \quad p, q = \overline{1, N_b}, \quad t = \overline{1, k}, \quad (4.18)$$

где $\mathbf{n}_i^{(t,p,q)}$ – спроецированные на сетку ВР координаты i -го пикселя в блоке НР с индексами $p, q = \overline{1, N_b}$; $\mathbf{m}_j^{(t,p,q)}$ – координаты j -го пикселя соответствующего блока ВР.

Для нахождения итоговой оптимальной оценки (4.5) так же используется разложение в ряд Тейлора для величины $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}$, которая, с учётом блочной формы представления, принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q} &= \int_{\delta_{h\min}}^{\delta_{h\max}} \tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q}(\delta_h) P(\delta_h | \mathbf{y}^k) d\delta_h, \quad \tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q}(\delta_h) = \tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q}(0) + \mathbf{g}_x^{p,q} \delta_h + \frac{1}{2} \delta_h^2 \mathbf{h}_x^{p,q}, \\ \mathbf{g}_x^{p,q} &= \frac{\partial \tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q}(\delta_h)}{\partial \delta_h} = \frac{\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q}(\delta_{h\max}) - \tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q}(\delta_{h\min})}{\delta_{h\max} - \delta_{h\min}}, \\ \mathbf{h}_x^{p,q} &= \frac{\partial^2 \tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q}(\delta_h)}{\partial \delta_h^2} = \frac{\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q}(\delta_{h\max}) + \tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q}(\delta_{h\min}) - 2\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q}(0)}{((\delta_{h\max} - \delta_{h\min}) / 2)^2}. \end{aligned} \quad (4.19)$$

Таким образом, непрерывная функция $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q}(\delta_h)$ аппроксимируется на основе трех значений оценок $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q}(\delta_{h\min})$, $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q}(0)$, $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q}(\delta_{h\max})$, независимо вычисляемых для трёх различных значений δ_h . На основе полученных аппроксимаций $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q}(\delta_h)$ и $P(\delta_h | \mathbf{y}^k)$ проводится численное интегрирование, в соответствии с (4.5).

Случай дискретного множества значений неизвестных параметров. Рассмотрим вектор $\boldsymbol{\delta} \in R^D$, $D > 1$, компоненты которого принимают значения из дискретного диапазона $\tilde{\omega}_\delta = \{\tilde{\delta}_i, i = \overline{1, N_\delta}\}$ с вероятностями $p_{\delta_i} = 1/N_\delta$, $i = \overline{1, N_\delta}$, соответствующими равномерному распределению.

При такой постановке задачи выражения (4.5), (4.6) преобразуются следующим образом:

$$\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q} = \sum_{i=1}^{N_\delta} \tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q}(\tilde{\boldsymbol{\delta}}_i) P(\tilde{\boldsymbol{\delta}}_i | \mathbf{y}^k) = \frac{\sum_{i=1}^{N_\delta} \tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q}(\tilde{\boldsymbol{\delta}}_i) P(\mathbf{y}^k | \tilde{\boldsymbol{\delta}}_i)}{\sum_{i=1}^{N_\delta} P(\mathbf{y}^k | \tilde{\boldsymbol{\delta}}_i)}, \quad (4.20)$$

$$\mathbf{P}_{k|k}^{p,q}(\mathbf{y}^k) = \sum_{i=1}^{N_\delta} \mathbf{P}_{k|k}^{p,q}(\tilde{\boldsymbol{\delta}}_i) P(\tilde{\boldsymbol{\delta}}_i | \mathbf{y}^k) + \sum_{i=1}^{N_\delta} (\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q}(\tilde{\boldsymbol{\delta}}_i) - \tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q}) (\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q}(\tilde{\boldsymbol{\delta}}_i) - \tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q})^T P(\tilde{\boldsymbol{\delta}}_i | \mathbf{y}^k),$$

где $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q}(\tilde{\boldsymbol{\delta}}_i)$, $\mathbf{P}_{k|k}^{p,q}(\tilde{\boldsymbol{\delta}}_i)$ – оптимальная условная линейная оценка и матрица ковариации ошибки, вычисляемые на основе (2.16) при $\boldsymbol{\delta} = \tilde{\boldsymbol{\delta}}_i$.

Дискретизация области значений вектора неизвестных параметров $\boldsymbol{\delta}$ обеспечивает существенное упрощение обработки, что позволяет применить данный подход для синтеза фильтра, способного учитывать отклонения в значений параметров межкадровых сдвигов от оцениваемых значений. Пусть имеется ограниченное число D постоянных неизвестных параметров, а так же их предварительные оценки. Таким образом, каждому наблюдаемому изображению НР \mathbf{y}_k соответствует вектор параметров $\boldsymbol{\phi}_k = \bar{\boldsymbol{\phi}}_k + \boldsymbol{\delta}$, где $\boldsymbol{\phi}_k$ характеризует истинные значения параметров смещений между соответствующим ненаблюдаемыми изображениями ВР \mathbf{x}_k относительно предыдущего ненаблюдаемого изображения \mathbf{x}_{k-1} , $\bar{\boldsymbol{\phi}}_k$ содержит фиксированные величины параметров, которые могут быть заданы или измерены на основе изображений НР, а вектор $\boldsymbol{\delta}$ характеризует величины отклонений данных параметров от истинных значений. В качестве компонентов $\boldsymbol{\phi}_k$ могут выступать значения параметров аффинного или проекционного преобразований. В приведенном далее компьютерном эксперименте такими параметрами выступали величины трансляционных вертикальных и горизонтальных смещений между двумя последующими кадрами НР, а так же, величина угла поворота между наблюдаемыми изображениями, таким образом, $D=3$. Отклонения в оценке параметров аффинных преобразований возникают в силу того, что смещения между кадрами ВР оцениваются по наблюдаемым кадрам НР, которые могут быть подвержены влиянию шумов и/или воздействию различных алгоритмов сжатия, применяемых к

видеопоследовательностям. Так же, при понижении разрешения в μ раз при децимации ненаблюдаемых изображений ВР, затрудняется возможность оценки смещений между соседними кадрами ВР на основе наблюдаемых изображений НР, если величины данных смещений не превосходили значения μ . Таким образом, если известно, что соседние изображения НР смещены на ε пикселей, то версии ВР данных изображений смещены на величину $\mu\varepsilon + \delta_\varepsilon$, где $-\mu/2 \leq \delta_\varepsilon \leq \mu/2$. Так же, при аппроксимации межкадрового сдвига на основе аффинного преобразования, могут возникнуть небольшие погрешности для различных локальных областей изображений, так как для аппроксимации смещений для всех пикселей соседних кадров используется лишь четыре параметра [87]: величины трансляционных вертикальных и горизонтальных смещений между двумя последующими кадрами, величина угла поворота между наблюдаемыми изображениями и параметр масштабирования, который в данном эксперименте не рассматривался.

На практике случаи, при которых на протяжении процесса получения наблюдаемых изображений величины отклонений параметров деформации сохраняются неизменными, достаточно редки. Поэтому целесообразно вместо условных плотностей $P(\mathbf{y}^k | \tilde{\delta}_i)$ и $P(\tilde{\delta}_i | \mathbf{y}^k)$, $i = \overline{1, N_\delta}$, для оценки которых используется вся последовательность наблюдаемых изображений НР \mathbf{y}^k , использовать плотности $P(\mathbf{y}_k | \tilde{\delta}_i^{(k)})$ и $P(\tilde{\delta}_i^{(k)} | \mathbf{y}_k)$, вычисляемые для каждого кадра \mathbf{y}_k на основе величин $\tilde{\delta}_i^{(k)}$ отклонений истинных значений параметров деформации ϕ_k от их оценок для данного кадра $\bar{\phi}_k$. При этом на k -том шаге вычисляются условные оценки блоков изображения ВР $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q}(\tilde{\delta}_i^{(k)})$ и соответствующих матриц ковариации ошибки оценивания $\mathbf{P}_{k|k}^{p,q}(\tilde{\delta}_i^{(k)})$ в соответствии с (2.2). Условные плотности $P(\mathbf{y}^k | \tilde{\delta}_i^{(k)})$ на каждом шаге вычисляются на основе безусловных относительно вектора неизвестных параметров оценок $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{p,q}$ и $\mathbf{P}_{k|k-1}^{p,q}(\mathbf{y}^{k-1})$,

получаемых по аналогии с (4.20) на $k - 1$ -м шаге. В данном случае формула (4.14) преобразуется для обработки пары соседних кадров НР следующим образом:

$$\begin{aligned}
 P(\{\mathbf{y}_k, \mathbf{y}_{k-1}\} | \tilde{\boldsymbol{\delta}}_i^{(k)}) &= \prod_{p=1}^{N_b} \prod_{q=1}^{N_b} N(\mathbf{H}_k^{p,q}(\tilde{\boldsymbol{\delta}}_i^{(k)}) \mathbf{x}_{k|k-1}^{p,q}, \mathbf{U}_k^{p,q}(\tilde{\boldsymbol{\delta}}_i^{(k)})) = \\
 &= \left((2\pi)^{N_b^2 s_e^2} \prod_{p=1}^{N_b} \prod_{q=1}^{N_b} |\mathbf{U}_k^{p,q}(\tilde{\boldsymbol{\delta}}_i^{(k)})| \right)^{-1/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2} e(\tilde{\boldsymbol{\delta}}_i^{(k)}) \right\}, \quad (4.21) \\
 \mathbf{U}_k^{p,q}(\tilde{\boldsymbol{\delta}}_i^{(k)}) &= \mathbf{H}_k^{p,q}(\tilde{\boldsymbol{\delta}}_i^{(k)}) \mathbf{P}_{k|k-1}^{p,q}(\mathbf{y}^{k-1}) \mathbf{H}_k^{p,q \text{ T}}(\tilde{\boldsymbol{\delta}}_i^{(k)}) + \mathbf{R}_k^{p,q}(\tilde{\boldsymbol{\delta}}_i^{(k)}), \\
 e(\tilde{\boldsymbol{\delta}}_i^{(k)}) &= \sum_{p=1}^{N_b} \sum_{q=1}^{N_b} (\mathbf{y}_k^{p,q} - \mathbf{H}_k^{p,q}(\tilde{\boldsymbol{\delta}}_i^{(k)}) \mathbf{x}_{k|k-1}^{p,q})^T \mathbf{U}_k^{p,q-1}(\tilde{\boldsymbol{\delta}}_i^{(k)}) (\mathbf{y}_k^{p,q} - \mathbf{H}_k^{p,q}(\tilde{\boldsymbol{\delta}}_i^{(k)}) \mathbf{x}_{k|k-1}^{p,q}),
 \end{aligned}$$

Затем опять вычисляются безусловные относительно вектора $\tilde{\boldsymbol{\delta}}_i^{(k)}$ оценки $\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k}^{p,q}$ и $\mathbf{P}_{k+1|k}^{p,q}(\mathbf{y}^k)$, которые на следующем шаге служат для определения величины $e(\tilde{\boldsymbol{\delta}}_i^{(k+1)})$ и условных оценок $\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k+1}^{p,q}(\tilde{\boldsymbol{\delta}}_i^{(k+1)})$ и $\mathbf{P}_{k+1|k+1}^{p,q}(\tilde{\boldsymbol{\delta}}_i^{(k+1)})$.

4.2. Экспериментальные исследования алгоритма адаптивной фильтрации

Экспериментальные исследования при использовании реализаций случайных полей. На основе приведённых выше соотношений был синтезирован алгоритм адаптивной фильтрации в ситуации равномерно распределённой в интервале $[\delta_{h\min}, \delta_{h\max}]$ величины δ_h , неизменной для всех изображений последовательности изображений НР, и изменяющихся от кадра к кадру значений величин $\tilde{\boldsymbol{\delta}}_i^{(k)}$.

В ходе экспериментов генерировалось случайное поле, одна из реализаций которого изображена на рисунке 4.1.а), на основе которого формировалось $K = 9$ изображений с разрешением, пониженным в $\mu = 3$ раза, одно из которых (в увеличенном виде) показано на рисунке 4.1.г). Для генерации серии изображений НР использовался параметр размытия $\sigma_h = \sigma_{h0} + \delta_h$, где $\sigma_{h0} = 0.44$,

$\delta_h \in [-0.07, 0.07]$ (непрерывное распределение) и параметры деформации $\tilde{\delta}_i^{(k)} = (\tilde{\delta}_x^{(ik)}, \tilde{\delta}_y^{(ik)})^T$, $k = \overline{1, K}$, соответствующие трансляционным вертикальным и горизонтальным сдвигам, $\tilde{\delta}_x^{(ik)}$ и $\tilde{\delta}_y^{(ik)}$ принимали случайные значения, равномерно распределенные в интервале $\tilde{\delta}_x^{(ik)} \in [-1, 1]$, $\tilde{\delta}_y^{(ik)} \in [-1, 1]$, в то время как их априорные оценки величин сдвигов задавались равными нулю. Величины СКО шумов: $\sigma_R = 0.01$, $\sigma_Q = 0.001$.

Таким образом, для каждого из трёх значений $\delta_h = \delta_{h\min}, 0, \delta_{h\max}$, определяющих функцию размытия, вычислялись условные оценки $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q}(\delta_h)$, $\mathbf{P}_{k|k}^{p,q}(\delta_h)$, $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k+1}^{p,q}(\delta_h)$ и $\mathbf{P}_{k|k+1}^{p,q}(\delta_h)$ по всей последовательности изображений НР, с последующим интегрированием для нахождения результирующей оценки, в то время как для значений параметров деформаций $\tilde{\delta}_i^{(k)}$ условные оценки $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q}(\tilde{\delta}_i^{(k)}, \delta_h)$ $\mathbf{P}_{k|k}^{p,q}(\tilde{\delta}_i^{(k)}, \delta_h)$ суммировались на каждом k -том шаге, для определения безусловных относительно $\tilde{\delta}_i^{(k)}$ оценок $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^{p,q}(\delta_h)$, $\mathbf{P}_{k|k}^{p,q}(\delta_h)$, $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k+1}^{p,q}(\delta_h)$ и $\mathbf{P}_{k|k+1}^{p,q}(\delta_h)$ с целью их дальнейшего использования на $k + 1$ -м шаге.

Изображения ВР, полученное в результате обработки с априорными значениями параметров $\delta_h = 0$, $\tilde{\delta}_i^{(k)} = (0, 0)^T$, $k = \overline{1, K}$, т. е. без адаптации, показано на рисунке 4.1.в, в то время как на рисунке 4.1.б представлено изображение ВР, полученное в результате обработки адаптивным фильтром.

На рисунке 4.1 видно, что изображение, полученное в результате адаптивной фильтрации серии наблюдаемых изображений НР, является более чётким, нежели изображение, полученное в результате применения стандартного алгоритма калмановской фильтрации.

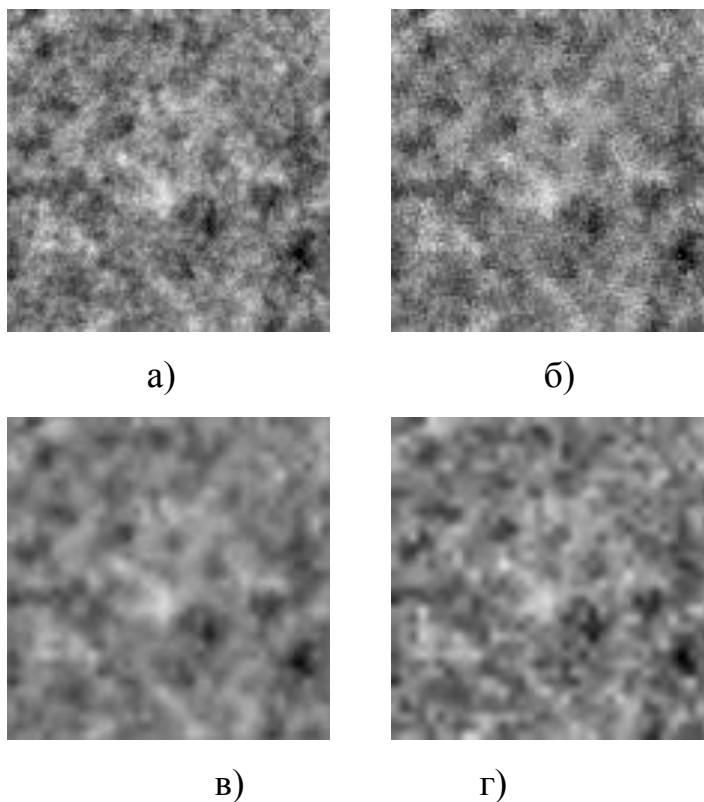


Рисунок 4.1 – Результаты применения метода разделения при построении сверхразрешения изображений случайных полей: а) исходное изображение ВР; б) изображение, полученное в результате адаптивной фильтрации; в) изображение, полученное в результате фильтрации без адаптации; г) одно из изображений НР, увеличенное в 3 раза

На рисунке 4.2 показаны элементы средней строки матрицы ковариаций ошибки оценивания адаптивного линейного фильтра в сравнении с их теоретическими зависимостями.

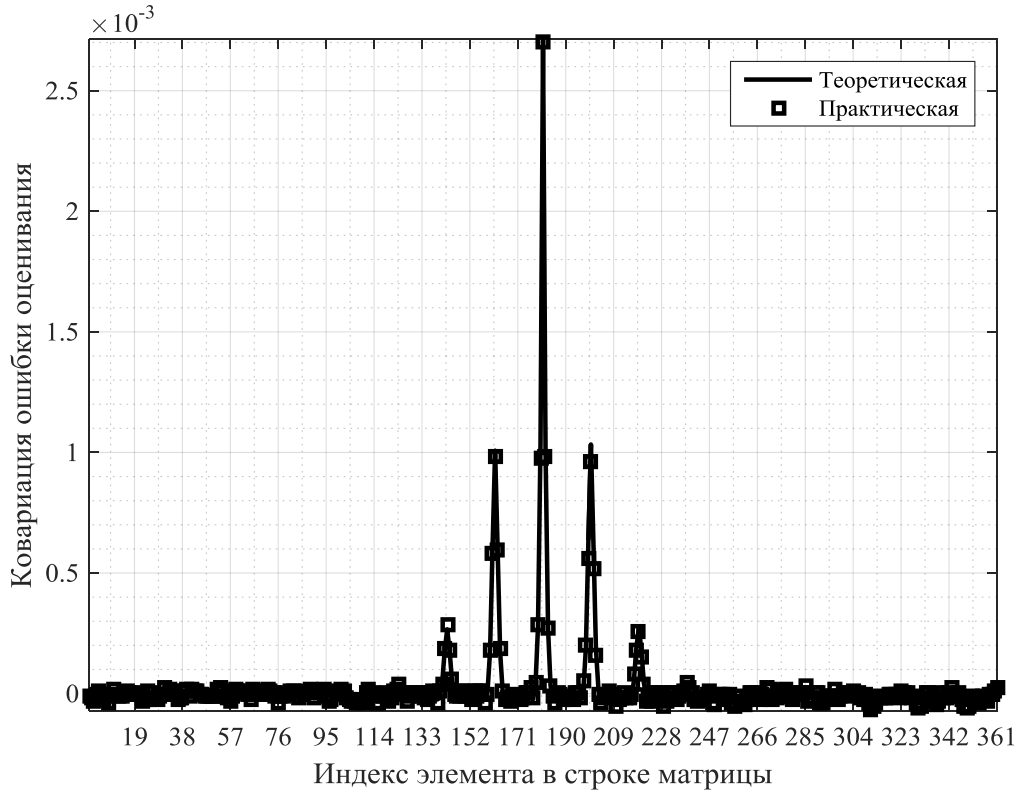


Рисунок 4.2 – Экспериментальные оценки элементов строки матрицы ковариаций ошибки оценивания адаптивного фильтра в сравнении с их теоретическими зависимостями

Здесь в ходе испытаний проводилось $T = 3000$ реализаций эксперимента. Каждая реализация предполагала генерацию $L \times L$ ($L = 45$) изображения ВР $\mathbf{x}^{(t)}$ как реализацию гауссовского случайного поля со средним значением $m = 0.5$, дисперсией $\sigma^2 = 0.015$, и корреляционной функцией вида (2.29), где $\alpha = 0.25$. Из исходного изображения производилось $K = 9$ изображений размера $M \times M$ с разрешением, пониженным в $\mu = 3$ раза ($M = 15$). Во всех реализациях эксперимента использовались такие же значения параметров δ_h , $\tilde{\delta}_i^{(k)}$ как и в предыдущем испытании, а так же значения СКО шумов $\sigma_k^{(R)} = 0.1$, $\sigma_k^{(Q)} = 0.01$, $k = \overline{1, K}$.

Матрицы ковариаций ошибки восстановления определялись для центрального фрагмента изображений ВР, размером $[19 \times 19]$. Теоретическая оценка ковариационной матрицы ошибки восстановления оптимального линейного

фильтра $\hat{\mathbf{P}}_{K|K}$ определялась на основе усреднения ковариационных матриц блоков $\hat{\mathbf{P}}_{K|K}^{pq(t)}$, безусловных относительно неизвестных параметров, которые определялись на основе уравнений (4.20) при t -той реализации эксперимента:

$$\hat{\mathbf{P}}_{K|K} = \frac{1}{TN_b^2} \sum_{t=1}^T \sum_{p=1}^{N_b} \sum_{q=1}^{N_b} \hat{\mathbf{P}}_{K|K}^{pq(t)}. \quad p, q = \overline{1, N_b}, \quad t = \overline{1, T}. \quad (4.22)$$

Экспериментальные зависимости для элементов матрицы ковариации ошибок вычислялись как

$$\hat{\mathbf{P}}^{(e)} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left[(\mathbf{x}_c^{(t)} - \hat{\mathbf{x}}_c^{(t)}) (\mathbf{x}_c^{(t)} - \hat{\mathbf{x}}_c^{(t)})^T \right], \quad (4.23)$$

где $\mathbf{x}_c^{(t)}$ и $\hat{\mathbf{x}}_c^{(t)}$ – развёрнутые в векторы центральные фрагменты исходного изображения ВР $\mathbf{x}^{(t)}$ и его оценки $\hat{\mathbf{x}}_{K|K}^{(t)}$, полученным на основе K изображений НР, сгенерированных в ходе t -той реализации.

Рисунок 4.2 показывает практическое совпадение элементов матриц ковариации ошибки, вычисленных теоретически и экспериментально, что подтверждает адекватность предложенных алгоритмов адаптивной фильтрации.

Экспериментальные исследования при использовании реальных изображений. Для проведения экспериментов и получения данных изображений была реализована простая экспериментальная установка, включающая в себя камеру на основе линейного ПЗС-датчика и транспарант с изображением чёрных, белых и серых полос различной толщины, закрепленный напротив камеры таким образом, чтобы можно было перемещать его вертикально относительно камеры на заданную величину с точностью до миллиметра, чтобы получать межкадровый сдвиг требуемой величины. Соответственно, при обработке изображений в такой системе разрешение увеличивается только в одном измерении.

На рисунке 4.4 показан результат двукратного повышения разрешения на реальных фотографиях. Для исследования выбраны две фотографии транспаранта, снятые со смещением по вертикали, равным 0.5 пикселя НР (рисунок 4.4,а,б).

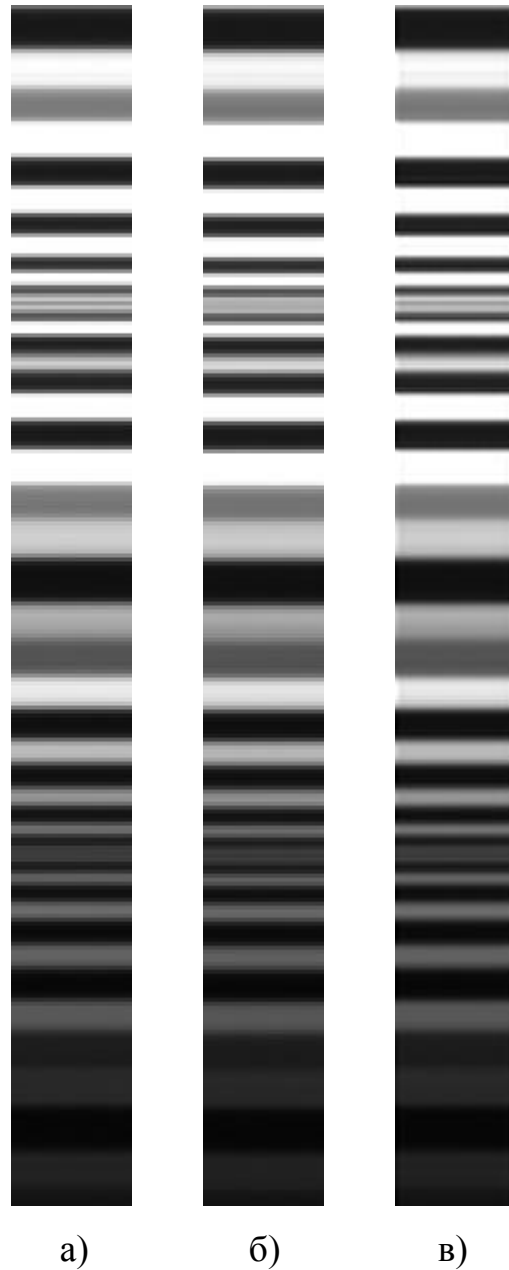


Рисунок 4.3 – Сверхразрешение на основе адаптивной фильтрации фотографий:
а-б) увеличенные снимки НР; в) восстановленное изображение ВР

Начальное значение ковариационной матрицы $\mathbf{P}_{1|0}$, идентичное для всех блоков, задавалась на основе корреляционной функции вида (2.29) с параметром $\alpha = 0.25$, дисперсия ошибки оценивания в начальный момент времени задавалась $\sigma^2 = 1/12$. значения СКО шумов $\sigma_k^{(R)} = 0.1$, $\sigma_k^{(Q)} = 0.1$, $k = \overline{1, K}$. При повышении разрешения параметры размытия σ_h задавался следующим образом: $\sigma_h = \sigma_{h0} + \delta_h$,

где $\sigma_{h_0} = 0.65$, $\delta_h \in [-0.1, 0.1]$. Значения параметра $\tilde{\delta}_i^{(k)} = \tilde{\delta}_y^{(ik)}$, характеризующий ошибки в оценке сдвигов, ограничены в интервале $\tilde{\delta}_y^{(ik)} \in [-1, 1]$, $k = \overline{1, K}$.

Детальный анализ рисунка 4.3,в показывает, что восстановленное изображение содержит мелкие детали (тонкие линии) обоих изображений НР.

Экспериментальные исследования при использовании видеопоследовательности. Далее показаны результаты построения СР по серии из $K = 30$ кадров видеопоследовательности, полученной в ходе съемки библиотеки Суррея, один из которых показан на рисунке 4.4. Камера в процессе съёмки поворачивается относительно сцены на небольшой угол, а надпись на стене неразличима ни на одном из кадров НР. Данные получены с сайта [88].

Перед запуском алгоритма построения СР все кадры выравнивались, чтобы вертикальные и горизонтальные межкадровые сдвиги не превышали одного пикселя НР. Смещения между кадрами аппроксимировались аффинным преобразованием, с параметрами $\bar{\phi}_k = (\bar{\phi}_x^{(k)}, \bar{\phi}_y^{(k)}, \bar{\phi}_\theta^{(k)})$, $k = \overline{1, K}$, где компоненты $\bar{\phi}_x^{(k)}, \bar{\phi}_y^{(k)}$ хранят значения трансляционных смещений между парой соседних кадров НР, спроецированных на сетку ВР, а $\bar{\phi}_\theta^{(k)}$ является значением угла поворота между изображениями. Указанные параметры определялись на основе стандартных алгоритмов [87]. Использовалась следующая начальная оценка параметра размытия σ_h : $\sigma_{h_0} = 0.6$. Начальное значение ковариационной матрицы \mathbf{P}_{10} , идентичное для всех блоков, задавалась на основе корреляционной функцией вида (2.29) с параметром $\alpha = 0.07$, дисперсия ошибки оценивания в начальный момент времени задавалась $\sigma^2 = 1/12$. значения СКО шумов $\sigma_k^{(R)} = 0.08$, $\sigma_k^{(Q)} = 0.05$, $k = \overline{1, K}$. Размер фрагментов НР составлял 9×69 пикселей, размер блока НР с учетом и без учета расширения: $s_l = 3$, $s_{le} = 5$, размер изображения ВР – 256×256 , $N_b = 40$.



Рисунок 4.4 – Кадр видеопоследовательности библиотеки Суррея

На рисунке 4.5,а) показано изображение ВР, полученное за счет усреднения фрагментов кадров НР, содержащих надпись, каждый блок которого вычислен следующим образом:

$$\tilde{\mathbf{x}}_{1|0}^{p,q} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{S}_{Hk}^{p,q-1} \mathbf{H}_k^{p,qT} \mathbf{y}_k^{p,q}, \quad p = \overline{1,3}, \quad q = \overline{1,23}, \quad (4.24)$$

где $\mathbf{S}_{Hk}^{p,q}$ – диагональная матрица, элементы которой являются суммами столбцов матрицы $\mathbf{H}_k^{p,q}$, полученных по формуле (4.18), где $\sigma_h = \sigma_{h_0}$, а координаты пикселей задаются на основе оценок $\bar{\phi}_k$.

Полученное изображение ВР используется в качестве начальной оценки ненаблюдаемой сцены ВР при проведении фильтрации.

На рисунке 4.5,б) показано изображение ВР, полученное за счет оптимальной фильтрации без использования адаптации к ошибкам в оценке параметров сдвига или размытия. На рисунке 4.5,в) показано изображение ВР, полученное в

результате адаптивного фильтра, реализованного для оценки параметров размытия (без учёта неизвестных параметров смещений): $\sigma_h = \sigma_{h0} + \delta_h$, где $\sigma_{h0} = 0.6$, $\delta_h = -0.16, -0.08, 0, 0.08, 0.16$. Рисунок 4.5,г) показывает результат обработки фильтра, адаптирующегося к значениям параметра размытия (такие же, как для рисунка 4.5.в), а так же учитывающего отклонения угла поворота $\phi_\theta^{(k)} = \bar{\phi}_\theta^{(k)} + \delta_\theta^{(ik)}$, $\delta_\theta^{(ik)} = -1.24, -0.62, 0, 0.62, 1.24$ градусов.



Рисунок 4.5 – Повышение разрешения последовательности кадров:

- а) усредненное изображение (начальная оценка);
- б) результат оптимального линейного фильтра;
- в) результат адаптивного фильтра с оценкой параметров размытия;
- г) результат адаптивного фильтра с оценкой параметров размытия и поворота;

Анализ результатов, приведенных на рисунке 4.5, позволяет увидеть улучшение степени различимости элементов текста за счет расширения перечня неизвестных параметров, включаемых для оценки в ходе работы адаптивного фильтра.

Выводы по разделу

1. Определены модели состояний и наблюдений динамической системы, позволяющие применять алгоритмы адаптивной фильтрации, реализуемые на основе метода разделения, в интересах оценивания значений неизвестных постоянных параметров, сопутствующих процессу наблюдений. Предложена

блочная реализация алгоритма адаптивной фильтрации с адаптацией по непрерывным и дискретным значениям неизвестных параметров (параметров смещений и размытия). Получены аналитические соотношения для вычисления апостериорных плотностей вероятностей неизвестных вещественнозначных параметров на основе аппроксимации непрерывных функций рядом Тейлора.

2. Предложена блочная реализация алгоритма адаптивной фильтрации для случая неизвестных, изменяющихся от кадра к кадру параметров, в качестве которых рассматривались отклонения от истинного значения параметров аффинного преобразования, определяющего сдвиг между ненаблюдаемыми кадрами ВР, оцененные стандартными алгоритмами [87] на основе соответствующих кадров НР наблюдаемой видеопоследовательности. Данные отклонения в оценке параметров возникают в силу того, что смещения для кадров ВР оцениваются по наблюдаемым кадрам НР, которые могут быть подвержены влиянию процесса децимации, шумов и воздействию различных алгоритмов сжатия, применяемых к видеопоследовательностям.

3. Синтезированные алгоритмы построения СР в условиях изменяющихся параметров межкадровых сдвигов были исследованы в ходе компьютерного эксперимента при обработке реализаций случайных полей и показали адекватность предложенных моделей и соотношений за счёт совпадения значений ковариации ошибки оценивания, вычисленных теоретически и определенных экспериментальным образом.

4. Аналогичные по смыслу эксперименты были проведены при обработке реальных изображений, полученных с помощью линейной ПЗС-матрицы фотоприемников, и кадров видеопоследовательности. Предложенные алгоритмы показали визуально зафиксированное повышение качества восстановления изображений СР по сравнению с алгоритмом оптимальной фильтрации без адаптации к отклонениям при получении оценок параметров смещений и искажений.

Заключение

В ходе выполнения диссертационной работы поставлены и решены следующие научные задачи.

- выполнен анализ известных методов построения суперразрешения при обработке последовательностей изображений, а также алгоритмов улучшения качества изображений в условиях импульсных и аппликативных помех;

- обоснованы и исследованы модели и алгоритмы оптимальной линейной фильтрации в блочной форме при обработке последовательности изображений в интересах построения суперразрешения;

- разработаны и исследованы модели и алгоритмы нелинейной (условно-линейной) фильтрации последовательности изображений для построения суперразрешения в условиях пропусков и наличия ложных наблюдений аппликативного характера;

- проведен синтез и анализ алгоритмов обработки видеопоследовательностей для построения суперразрешения с оценкой параметров функции рассеяния датчиков и субпиксельных сдвигов.

В ходе исследований получены следующие результаты и выводы.

1. Проведен синтез алгоритмов построения суперразрешения изображений на основе методов оптимальной линейной фильтрации при обработке последовательности изображений в блочной форме, обеспечивающей сокращение объема вычислений при анализе изображений большого размера. Доказано утверждение об оптимальности оценки ненаблюдаемых изображений высокого разрешения при блочной декомпозиции процесса оптимальной фильтрации, на основании которого сформулированы различные варианты компенсации краевых эффектов, проявляющихся на изображениях, получаемых в ходе блочной обработки.

Выполнены экспериментальные исследования предложенных алгоритмов с использованием в качестве тестовых материалов реализаций случайных полей и

реальных изображений. В ходе этих исследований установлено, что рассмотренные варианты блочной обработки показали примерно одинаковое качество восстановления изображений высокого разрешения. При этом вариант, основанный на использовании матрицы ковариации ошибки, соответствующей размеру расширенного блока и обеспечивающий вычисление оценок для каждого блока изображения высокого разрешения по серии соответствующих блоков низкого разрешения наблюдаемой последовательности изображений был выбран как базовый при проведении дальнейших исследований в силу простоты реализации и возможности распараллеливания.

Проведено сравнение предложенных алгоритмов с другими известными алгоритмами построения сверхразрешения. Как показали экспериментальные исследования, синтезированные алгоритмы на основе методов оптимальной линейной фильтрации демонстрируют лучшую устойчивость к шумам по сравнению с другими известными алгоритмами построения сверхразрешения и, за счет реализации в блочной форме, требуют меньшего времени на выполнение обработки.

2. Проведен синтез и анализ оптимальных в классе линейных и нелинейных (условно-линейных) алгоритмов фильтрации последовательности изображений с применением блочной декомпозиции для построения сверхразрешения в условиях пропусков и наличия ложных наблюдений аппликативного характера. Введена модель наблюдений, предполагающая наличие однозначно идентифицированных пропусков информации в элементах наблюдаемых изображений ИР, а также наличие мешающей (ложной) информации в компонентах вектора наблюдений, задание которой основано на введении априорного вероятностного описания. Проведено исследование линейных алгоритмов фильтрации как для моделей, предполагающих некоррелированный характер возникновения пропусков и/или ложных наблюдений в компонентах наблюдений, так и наличие коррелированных по пространству пропусков и/или ложных наблюдений, которые проявляются на

наблюдаемых изображениях в форме «пятен» (локальных областей закрытия) аппликативного характера.

3. В интересах повышения качества работы алгоритмов условно-линейной фильтрации предложен метод включения результатов сегментации, представленных в вероятностной форме, реализуемой для каждого анализируемого изображения низкого разрешения анализируемой последовательности. Предложенный метод позволяет получить дополнительную информативную составляющую относительно областей локализации полезного изображения и областей, искаженных помехой, которая служит для формирования апостериорных вероятностных описаний появления ложных элементов аппликативного характера на каждом изображении.

На основе предложенного метода реализовано и рассмотрено три варианта условно-линейного фильтра с включением различных типов алгоритмов сегментации: алгоритмов пороговой сегментации, алгоритмов с определением минимального разреза графа, строящегося на основе значений элементов обрабатываемого изображения, а также алгоритмов классификации по методу k -средних. Для условно-линейного фильтра на основе сегментации с включением алгоритма k -средних получены оценки верхней границы качества классификации, для вычисления которой сформулирован критерий на основе подсчёта пар элементов с небольшой разницей значений, отнесённых к разным классам (помехи и полезного изображения).

Установлено, что алгоритмы условно-линейной фильтрации, синтезированные с включением рассмотренных алгоритмов сегментации, показали лучшее, по сравнению с оптимальным линейным фильтром, качество обработки, как в условиях некоррелированного импульсного шума, так и при появлении аппликативной помехи с равномерным распределением яркости точек в пределах локальных областей закрытия. В частности, условно-линейный фильтр с применением предложенных алгоритмов сегментации показал лучшее по сравнению с оптимальным линейным фильтром воспроизведение деталей на

восстановленном изображении местности, полученном в результате обработки серии из 13 спутниковых снимков в условиях облачных образований. Изображения высокого разрешения, полученные в результате применения трёх рассмотренных вариантов организации обработки, позволяют оценить детали, визуально недоступные на изображениях низкого разрешения. При этом показано, что лучшее визуальное качество восстановления изображений дает условно-линейный фильтр с включением алгоритма сегментации на основе метода k-средних.

4. Выполнен синтез алгоритмов адаптивной нелинейной фильтрации, включающих в общий процесс обработки оценку неизвестных параметров кадров видеопоследовательности (параметров субпиксельных смещений и функции рассеяния фотоприемника). Задача решена как для случая постоянных для всей последовательности обрабатываемых изображений, так и для случая изменяющихся от кадра к кадру значений неизвестных параметров. В рамках решения проведено исследование алгоритмов адаптивной фильтрации в блочной форме, в которых процесс адаптации осуществляется на основе метода разделения Лайниотиса, применяемого по отношению к неизвестным, дополнительно оцениваемым параметрам. Исследование проводилось с использованием в качестве тестовых материалов реализаций случайных полей и реальных фото- и видеоданных. Установлено повышение качества восстанавливаемых изображений высокого разрешения по сравнению с алгоритмами обработки, основанными на использовании оценок оптического потока, получаемыми известными способами по обрабатываемым изображениям низкого разрешения.

Список использованных источников

1. **Park, S.C.** Super-resolution image reconstruction: a technical overview [Текст] / S.C. Park, M.K. Park, M.G. Kang // Signal Processing Magazine, IEEE, 2003. – V. 20, № 3. – P. 21-36.
2. **Василенко, Г.И.** Восстановление изображений [Текст] / Г.И. Василенко, А.М. Тараторин. – М.: Радио и связь, 1986. – 304 с.
3. **Журавель, И.М.** Краткий курс теории обработки изображений [Текст] / И.М. Журавель. – М., 1999.
4. **Elad, M.** Example-Based Single Image Super-Resolution: A Global MAP Approach with Outlier Rejection [Текст] / D. Datsenko, M. Elad // Journal of Multidimensional System and Signal Processing. – 2007. – V. 18, № 2-3. – P. 103-121.
5. **Elad, M.** Example-Based Regularization Deployed to Super-Resolution Reconstruction of a Single Image [Текст] / D. Datsenko, M. Elad // The Computer Journal. – 2007. – V. 50, № 4, – P. 1-16.
6. **Freeman, W.T.** Example-based super-resolution [Текст] / W.T. Freeman, T.R. Jones, E.C. Pasztor // IEEE Computer Graphics and Applications. – 2002. – V. 22, № 2. – P. 56-65.
7. **Chang, H.** Super-resolution through neighbor embedding [Текст] / H. Chang, D. Y. Yeung, and Y. Xiong // Proceedings of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. – 2004. – V. 1. – P. 275–282.
8. **Tsai, R.Y.** Multipleframe image restoration and registration [Текст] / R.Y. Tsai, T.S. Huang // Advances in Computer Vision and Image Processing. Greenwich, CT: JAI Press Inc. – 1984. – P. 317-339.
9. **Kim, S.P.** Recursive reconstruction of high resolution image from noisy undersampled multiframe [Текст] / S.P. Kim, N.K. Bose, H.M. Valenzuela // IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing. – 1990. – V. 38, № 6. – P. 1013-1027.

10. **Kim, S.P.** Recursive implementation of total least squares algorithm for image reconstruction from noisy, undersampled multiframe [Текст] / S.P. Kim, N.K. Bose, H.M. Valenzuela // Proceedings of the IEEE Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. – 1993. – V 5. – P 269-272.
11. **Kim, S.P.** High-resolution restoration of dynamic image sequences [Текст] / W. Su, S.P. Kim // International Journal of Imaging Systems and Technology. – 1994. – V. 5, № 4. – P. 330-339.
12. **Михайлов, Б.А.** Сверхразрешение в обработке полихромных изображений [Текст] / Б.А. Михайлов // Т-Comm – Телекоммуникации и Транспорт. – 2013. – №4. – С. 47-49.
13. **Ращупкин, А.В.** Методы обработки данных дистанционного зондирования для повышения качества выходных изображений [Текст] / Б.А. Михайлов // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. – 2010. – №2. – С. 124-133.
14. **Elad, M.** Restoration of a single superresolution image from several blurred, noisy, and undersampled measured images [Текст] / M. Elad, A. Feuer // IEEE Trans. Image Processing. – 1997. – V. 6, № 12. – P. 1646-1658.
15. **Elad, M.** Super-Resolution Restoration of Continuous Image Sequence – Adaptive Filtering Approach [Текст] / M. Elad, A. Feuer // IEEE Trans. Image Processing. – 1999. – V. 8, № 3. – P. 387-395.
16. **Legendijk, R.L.** Iterative Identification and Restoration of Images [Текст] / R.L. Legendijk, J. Biemond. – Boston, MA: Kluwer, 1991. – 208 p.
17. **Katsaggelos, A.K.** Reconstruction of a high resolution image from registration and restoration of low resolution images [Текст] / A.K. Katsaggelos, B.C. Tom, N.P. Galatsanos // Proceedings of the IEEE International Conference on Image Processing. – 1994. – V 3. – P 553-557.
18. **Katsaggelos, A.K.** Reconstruction of a high-resolution image by simultaneous registration, restoration and interpolation of low-resolution images [Текст] / A.K.

Katsaggelos, B.C. Tom // Proceedings of the IEEE International Conference on Image Processing. – 1995. – V 2. – P 539-542.

19. **Hardie, R.C.** Join MAP registration and high resolution image estimation using a sequence of undersampled images [Текст] / R.C. Hardie, K.J. Barnard, E.E. Armstrong // IEEE Transactions on Image Processing. – 1997. V. 6, № 12. – P. 1621-1633.

20. **Shen, H.** A MAP approach for joint motion estimation, segmentation and super-resolution [Текст] / H. Shen, L. Zhang, B. Huang, and P. Li // IEEE Transactions on Image Processing. – 2007. – V. 16, № 2. – P. 479-490.

21. **Peleg, S.** Improving Resolution by Image Registration [Текст] / S. Peleg, M. Irani // CVGIP: Graphical Models and Image Processing. – 1991. – V. 53, № 3. – P. 231-239.

22. **Capel, D.** Image Mosaicing and Super-resolution [Текст]. – Springer, 2004. – 263 p.

23. **Stark, H.** High resolution image recovery from image-plane arrays, using convex projections [Текст] / H. Stark and P. Oskoui // J. Opt. Soc. Am. A. – 1989. – V. 6. – P. 1715-1726.

24. **Tekalp, A.M.** High-resolution image reconstruction from lower-resolution image sequences and space varying image restoration [Текст] / A.M. Tekalp, M.K. Ozkan, M.I. Sezan // Proc. IEEE Int. Conf. Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). – San Francisco, CA, 1992. – V. 3. – P. 169-172.

25. **Tekalp, A.M.** Superresolution video reconstruction with arbitrary sampling lattices and nonzero aperture time [Текст] / A.M. Tekalp, M.I. Sezan, A.J. Patti // IEEE Trans. Image Processing. – 1997. – V. 6, № 8. – P. 1064-1076.

26. **Tekalp, A.M.** Robust, object-based high-resolution image reconstruction from low-resolution video [Текст] / A.M. Tekalp, M.I. Sezan, P.E. Eren // IEEE Trans. Image Processing. – 1997. – V. 6, № 10. – P. 1446-1451.

27. **Patti, A.J.** Artifact reduction for set theoretic super resolution image reconstruction with edge adaptive constraints and higher-order interpolants [Текст] / A.J. Patti and Y. Altunbasak // IEEE Trans. Image Processing. – 2001. – V. 10, № 1. – P. 179-186.

28. **Newland, C.** Time Invariant Steady-State Kalman Filter for Image Super-Resolution [Текст] / C. Newland, D. Gray // Image and Vision Computing New Zealand 2005 (IVCNZ05). – 2005. – P. 381-387.
29. **Newland, C.** Modified Kalman Filtering for Image Super-Resolution [Текст] / C. Newland, D. Gray, D. Gibbins // Image and Vision Computing New Zealand 2006 (IVCNZ06). – 2006. – P. 79-84.
30. **Patti, A.J.** A new motion-compensated reduced-order model Kalman filter for space-varying restoration of progressive and interlaced video [Текст] / A.J. Patti, A.M. Tekalp, M.I. Sezan // Image Processing, IEEE Transactions on. – 1998. – V. 7, № 4. – P. 543-554.
31. **Кавиева, Е.С.** Методы и алгоритмы субпиксельной обработки цифровых изображений [Текст]: дис. ... канд. тех. наук: 05.13.17 / Кавиева Евгения Сергеевна. – Белгород, 2016. – 125 с.
32. **Иванков, А.Ю.** Блочные алгоритмы обработки изображений на основе фильтра Калмана в задаче построения сверхразрешения [Текст] / А.Ю. Иванков, А.А. Сирота // Компьютерная оптика. – 2014. – Т. 38, № 1. – С. 118-125.
33. **Иванков, А.Ю.** Алгоритмы фильтрации последовательности изображений для повышения разрешения в условиях аппликативных помех [Текст] / А.Ю. Иванков, А.А. Сирота // Автометрия. – 2015. – Т. 51, № 6.
34. **Иванков, А.Ю.** Блочный алгоритм построения сверхразрешения изображений с использованием фильтра Калмана [Текст] / А.Ю. Иванков, А.А. Сирота // Вестник Воронежского государственного ун-та. Серия: Системный анализ и информационные технологии. – Воронеж, – 2012. – № 2. – С. 135-142.
35. **Иванков, А.Ю.** Алгоритм построения сверхразрешения изображений в условиях ложных наблюдений [Текст] / А.Ю. Иванков, А.А. Сирота // Вестник Воронежского государственного ун-та. Серия: Системный анализ и информационные технологии. – Воронеж, – 2014. – № 3. – С. 91-99.
36. **Иванков, А.Ю.** Алгоритм построения сверхразрешения на основе использования последовательно-параллельной обработки изображения [Текст] /

А.Ю. Иванков, А.А. Сирота // Информатика: проблемы, методология, технологии: сборник трудов XIII Международ. науч.-метод. конф., Воронеж, 7-8 февр. 2013 г. – Воронеж, 2013. – Т. 3. – С. 228-233.

37. **Иванков, А.Ю.** Блочная реализация алгоритма построения сверхразрешения изображений на основе фильтра Калмана [Текст] / А.Ю. Иванков, А.А. Сирота // Кибернетика и высокие технологии XXI века: сборник трудов XIV международ. науч.-тех. конф., Воронеж, 14-15 мая 2013 г. – Воронеж, 2013. – Т.1. – С. 223-233.

38. **Иванков, А.Ю.** Алгоритм сверхразрешения при наличии пропусков отдельных фрагментов изображения [Текст] / А.Ю. Иванков, А.А. Сирота // Информатика: проблемы, методология, технологии: сборник трудов XIV Международ. науч.-метод. конф., Воронеж, 6-8 февр. 2014 г. – Воронеж, 2014. – Т. 2. – С. 86-91.

39. **Иванков, А.Ю.** Модели и алгоритмы построения сверхразрешения в системах видеонаблюдения [Текст] / А.Ю. Иванков, А.А. Сирота // Фундаментальные проблемы системной безопасности и устойчивости: сборник трудов V Международ. науч. конф., Елец, 13-14 мая 2014 г. – Елец, 2014. – С. 488-494.

40. **Иванков, А.Ю.** Алгоритм построения сверхразрешения изображений с применением фильтра Калмана в условиях наличия ложных наблюдений [Текст] / А.Ю. Иванков, А.А. Сирота // Кибернетика и высокие технологии XXI века: сборник трудов XV международ. науч.-тех. конф., Воронеж, 13-14 мая 2014 г. – Воронеж, 2014. – Т.1. – С. 86-97.

41. **Иванков, А.Ю.** Синтез и анализ алгоритмов сверхразрешения изображений в условиях аппликативных помех [Текст] / А.Ю. Иванков, А.А. Сирота // Кибернетика и высокие технологии XXI века: сборник трудов XVI международ. науч.-тех. конф., Воронеж, 14-15 мая 2015 г. – Воронеж, 2015. – С. 47-56.

42. **Иванков, А.Ю.** Алгоритм построения сверхразрешения изображений с использованием фильтра Калмана [Текст] / А.Ю. Иванков, А.А. Сирота // Сборник

студенческих научных работ факультета компьютерных наук ВГУ. – Воронеж, 2012. – Вып. 6. – С. 55-64.

43. **Ярославский Л.П.** Введение в цифровую обработку изображений [Текст]. – М.: Сов. радио, 1979. – 312с.

44. **Pratt W.К.** Digital Image Processing: PIKS Inside, Third Edition [Текст]. – New York: Wiley, 2001. – 738 p.

45. **Гонсалес Р.** Цифровая обработка изображений [Текст] / Р. Гонсалес, Р. Вудс. – М.: Техносфера, 2005. – 1072 с.

46. **Singh, К.М.** Fuzzy Rule based Median Filter for Gray-scale Images [Текст] / К.М. Singh // Journal of Information Hiding and Multimedia Signal Processing. – 2011. – V. 2, № 2. – P. 108-122.

47. **Brownrigg, D.R.К.** The Weighted Median Filter [Текст] / D. R. K. Brownrigg // Comm. ACM. – 1984. – V. 27. – P. 807-818.

48. **Yin, L.** Weighted median filters: A tutorial [Текст] / L. Yin, R. Yang, M. Gabbouj, Y. Neuvo // IEEE Trans. Circuits and Syst. II: Analog and Digital Signal Processing. – 1996. – V. 43. – P. 157-192.

49. **Апальков, И.В.** Удаление шума из изображений на основе нелинейных алгоритмов с использованием ранговой статистики [Текст] / И.В. Апальков, В.В. Хрящев // Труды 17-й Междунар. конф. по компьютерной графике, машинному зрению, обработке изображений и видео, GraphiCon'2007. – М., 2007. – С. 201–204.

50. **Chen, Т.** Adaptive impulse detection using center-weighted median filters [Текст] / Т. Chen, H.R. Wu // IEEE Signal Processing Lett. – 2001. – V. 8. – P. 1–3.

51. **Arakawa, К.** Median filter based on Fuzzy Rules and its Applications to Image Restoration [Текст] / К. Arakawa // Elsevier, Fuzzy Sets and Systems. – 1996. – V. 77. – P. 3-13.

52. **Калинин, П.В.** Модели и алгоритмы сегментации и фильтрации аппликативных помех на изображениях [Текст]: дис. ... канд. физ-мат. наук: 05.13.17 / Калинин Павел Владимирович. – Воронеж, 2013. – 160 с.

53. **Лантюхов, М.Н.** Оптимальное оценивание случайных процессов и полей в условиях марковского изменения структуры пространства наблюдений [Текст] / М.Н. Лантюхов, А.А. Сирота // Радиотехника. – 2004. – № 7.
54. **Лантюхов, М.Н.** Линейная фильтрация в дискретном времени в условиях марковской последовательности пропусков наблюдений [Текст] / М.Н. Лантюхов, А.А. Сирота // Вестник Воронежского государственного университета (серия физика, математика). – Воронеж, 2003. – №1 – С. 88-92.
55. **Лантюхов, М.Н.** Алгоритмы фильтрации в условиях случайной марковской структуры пространства наблюдений [Текст] / М.Н. Лантюхов, А.А. Сирота // Мат. X международ. науч.-техн. конф. «Радиолокация, навигация и связь». – Воронеж, 2004. – Т.1. – С. 224–231.
56. **Лантюхов, М.Н.** Синтез и анализ алгоритмов оценки параметров динамической системы в условиях наличия последовательности ложных наблюдений [Текст] / М.Н. Лантюхов, А.А. Сирота // Метрология. – 2004. – №4. – С.15–22.
57. **Тихонов, В.И.** Оптимальный прием сигналов [Текст] / В.И. Тихонов. – М.: Радио и связь, 1983. – 319 с.
58. **Тихонов, В.И.** Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем [Текст] / В.И. Тихонов, В.Н. Харисов. – М.: Радио и связь, 1991. – 608 с.
59. **Сирота А.А.** Статистические и нейросетевые алгоритмы восстановления цифровых изображений в условиях аппликативных искажений [Текст] / А.А. Сирота, В.Г. Попов // Вестник ВГУ. Сер. «Системный анализ и информационные технологии». – 2006. – №1.
60. **Васильев, К.К.** Статистический анализ многомерных изображений [Текст] / К.К. Васильев. – Ульяновск: УлГТУ, 2002. – 156 с.
61. **Azimi-Sadjadi, M.R.** Two-Dimensional Block Kalman Filtering For Image Restoration [Текст] / M.R. Azimi-Sadjadi, P.W. Wong // IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing. – 1987. – V. ASSP-35. – P. 1736-1749.

62. **Patti, A.J.** A new motion-compensated reduced-order model Kalman filter for space-varying restoration of progressive and interlaced video [Текст] / A.J. Patti, A.M. Tekalp, M.I. Sezan // *Image Processing, IEEE Transactions on.* – 1998. – V. 7, № 4. – P. 543-554.
63. **Фукунага, К.** Введение в статистическую теорию распознавания образов [Текст]: Пер. с англ. / К. Фукунага. – М.: Наука, 1979. – 368 с.
64. **Колмановский, В.Б.** Задачи оптимального оценивания [Текст] / В.Б. Колмановский // *Соровский образовательный журнал.* – 1999. – №11. – С.122–127.
65. **Perona, P.** Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion [Текст] / P. Perona, J. Malik // *IEEE-PAMI* 12. – 1990. – P. 629-639.
66. **Bertalmio, M.** Image inpainting [Текст] / M. Bertalmio, G. Sapiro, V. Caselles, C. Ballester // *In Proc. ACM Conf. Comp. Graphics (SIGGRAPH).* – New Orleans, LU, July 2000. – P. 417-424.
67. **Bertalmio, M.** Navier-Stokes, fluid dynamics, and image and video inpainting [Текст] / M. Bertalmio, A.L. Bertozzi, G. Sapiro // *in Proc. IEEE Computer Society Conf. Computer Vision and Pattern Recognition.* – 2001. – P. 417-424.
68. **Rudin, L.** Nonlinear total variation based noise removal algorithms [Текст] / L. Rudin, S. Osher, E. Fatemi // *Physica D.* – 1992. – V. 60. – P. 259-268,
69. **Chan, T.** Non-texture inpainting by curvature-driven diffusions [Текст] / T. Chan, J. Shen // *J. Vis. Commun. Image Represent.* – 2001. – V. 4, № 12. – P. 436-449.
70. **Efros, A.A.** Texture synthesis by non-parametric sampling [Текст] / A. A. Efros, T. K. Leung // *The Proceedings of the Seventh IEEE International Conference on Computer Vision,* 1999. – P. 1033-1038.
71. **Bertalmio, M.** Simultaneous structure and texture image inpainting [Текст] / M. Bertalmio, L. Vese, G. Sapiro, S. Osher // *IEEE Trans. Image Process.* – 2003. – V. 12. – P. 882–889.
72. **Olshausen, B.A.** Emergence of simple-cell receptive field properties by learning a sparse code for natural images [Текст] / B.A. Olshausen, D.J. Field // *Nature.* – 1996. – V. 381. – P. 607–609.

73. **Olshausen, B.A.** Sparse coding with an overcomplete basis set: A strategy employed by V1? [Текст] / B.A. Olshausen, D.J. Field // *Vis. Res.* – 1997. – V. 37, № 33. – P. 3311-3325.
74. **Raina, R.** Selftaught learning: Transfer learning from unlabeled data [Текст] / R. Raina, A. Battle, H. Lee, B. Packer, A.Y. Ng // *In ICML, 2007.*
75. **Elad, M.** Simultaneous cartoon and texture image inpainting using morphological component analysis [Текст] / M. Elad, J.L. Starck, P. Querre, D.L. Donoho // *Appl. Comput. Harmon. Anal.* – 2005. – V. 19. – P. 340–358.
76. **Фомин, А.А.** Удаление пятен с изображений архивных фотодокументов на основе вейвлет-преобразования [Текст] / А.Л. Жизняков, А.А. Фомин // *Цифровая обработка сигналов и ее применение, 2006: Доклады 8-й международной конференции.* – М.:ИПРЖР, 2006. – Вып VIII, № 2. – С. 385-388.
77. **Алгазинов, Э.К.** Анализ и компьютерное моделирование информационных процессов и систем [Текст] / Э.К. Алгазинов, А.А. Сирота. – М.: Диалог-МИФИ, 2009. – 416 с.
78. **Монин, А.С.** Статистическая гидромеханика. Механика турбулентности. Том 1 [Текст] / А.С. Монин, А.М. Яглом. – М.:Наука, 1965. – 640 с.
79. **Schultz, R.R.** A Bayesian approach to image expansion for improved definition [Текст] / R.R. Schultz, R.L. Stevenson // *IEEE Transactions on Image Processing.* – 1994. – V. 3, № 3. – P. 233-242.
80. **Кирсанов, Э.А.** Обработка информации в пространственно-распределенных системах радиомониторинга: статистический и нейросетевой подходы [Текст] / Э.А. Кирсанов, А.А. Сирота. – М: Физматлит, 2012. – 343 с.
81. **Куликова, М.В.** О скаляризованном вычислении функции правдоподобия в квадратно-корневых матричных алгоритмах фильтрации [Текст] / М.В. Куликова // *Автоматика и телемеханика.* – 2009. – № 5. – С. 122-139.
82. **Boykov, Y.** Interactive graph cuts for optimal boundary and region segmentation of objects in N-D images [Текст] / Y. Boykov, M. P Jolly // *Proc. of the 8th Intern. Conf. on Computer Vision. Vancouver, Canada, July 7–14, 2001. Vol. 1.* P. 105–112.

83. **Otsu, N.** A threshold selection method from gray-level histograms [Текст] / N. Otsu // IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics. 1979. 9, N 1. P. 62–66.
84. **Цуриков, А.В.** Модели и алгоритмы классификации многомерных данных на основе нейронных сетей с радиально-базисными функциями [Текст] / А.В. Цуриков, А.А. Сирота // Вестник Воронежского государственного университета (серия физика, математика). – Воронеж, 2013. – №1 – С. 154-161.
85. The Earth Observing System Data and Information System [Электронный ресурс] // URL: <https://earthdata.nasa.gov/earth-observation-data/near-real-time/rapid-response>.
86. **Pickup, L.C.** Machine Learning in Multi-frame Image Super-resolution [Текст] / L.C. Pickup // Michaelmas Term, 2007. – 209 p.
87. **Ташлинский, А.Г.** Оценивание параметров пространственных деформаций последовательностей изображений [Текст] / А.Г. Ташлинский // Ульяновск: УЛГТУ, 2000. – 132 с.
88. Information Engineering In the Department of Engineering Science [Электронный ресурс] // University of Oxford. – URL: <http://www.robots.ox.ac.uk/~vgg/data/>.