

ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

Соловьёв Андрей Михайлович

**МОДЕЛИ ДИНАМИКИ НЕУСТОЙЧИВЫХ
МЕХАНИЧЕСКИХ И НЕЙРОННЫХ СИСТЕМ С
ГИСТЕРЕЗИСНЫМИ СВЯЗЯМИ**

Специальность: 05.13.18 — математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель —
доктор физико-математических наук,
профессор М. Е. Семёнов

Воронеж – 2017

Оглавление

Введение	2
1 Обзор литературы	11
2 Модели гистерезиса	19
2.1 S -преобразователь	20
2.2 Преобразователь Прейсаха	24
2.3 Преобразователь-люфт	27
2.4 Преобразователь Ишлинского	28
3 Искусственная нейронная сеть с гистерезисной функцией активации	32
3.1 Однослойная нейросеть с гистерезисом	34
3.2 Двухслойная нейросеть с гистерезисом	36
3.3 Моделирование работы нейросети с гистерезисом на примере решения задачи классификации образов	41
3.3.1 Инициализация и обучение	42
3.3.2 Динамика нейросети	44
3.4 Нейроуправление и самообучающаяся нейросеть с гистерезисом	45
4 Стабилизация обратного гибкого маятника с гистерезисным управлением	51
4.1 Математическая модель	53
4.1.1 Обратный гибкий маятник с жестким креплением . .	54

4.1.2	Обратный гибкий маятник с люфтом в основании его крепления	58
4.1.3	Управление и стабилизация	60
4.2	Численное решение	62
4.2.1	Явная разностная схема	63
4.2.2	Неявная разностная схема	67
4.2.3	Метод кусочно-линейной аппроксимации	72
4.3	Решение задачи оптимизации	77
4.3.1	Градиентный метод дробления шага	78
4.3.2	Бионический алгоритм адаптивного поискового поведения личинки ручейника	79
4.4	Стабилизация посредством нейроуправления	82
4.5	Результаты компьютерного моделирования	83
4.5.1	Обратный гибкий маятник без люфта	83
4.5.2	Обратный гибкий маятник с люфтом	85
4.5.3	Нейроуправление	86
5	Вибрационный демпфер на основе материала Ишлинского	90
5.1	Математическая модель	91
5.1.1	Вязкое демпфирование	92
5.1.2	Гистерезисное демпфирование	93
5.1.3	Основные характеристики	94
5.2	Результаты компьютерного моделирования	95
	Заключение	102
	Литература	105

Введение

Актуальность темы. Нелинейные зависимости гистерезисного типа повсеместно возникают в различных разделах физики, механики, биологии и др. Известен целый ряд физических явлений, закон изменения которых представляет собой замкнутую кривую, называемую петлей гистерезиса. Среди них можно отметить: диэлектрический гистерезис (кривая поляризации $P = f(E)$), магнитный гистерезис (кривая намагничивания $B = f(H)$), упругий гистерезис (кривая деформации $\varepsilon = f(F)$) и некоторые другие.

Несмотря на распространенность и важность этого явления, не существовало простого аналитического выражения, способного аппроксимировать его достаточной степенью точности. Поэтому очень часто при анализе различных процессов и систем, в состав которых входят элементы, имеющие характеристику в виде петли гистерезиса, приходилось искать решение либо графическим способом, используя данные, полученные в эксперименте либо аппроксимировать петлю отрезками прямых [1, 2].

Помимо неудобства, связанного с использованием табличного представления функции, к недостаткам первого метода можно отнести низкую точность графических построений. К недостатками второго – как низкую точность получаемого решения, обусловленную грубостью кусочно-линейной аппроксимации, так и неудобства, связанные с заданием функции на нескольких интервалах, поиском решения на нескольких интервалах, последующей склейкой решений на границах интервалов. Существуют и другие методы аппроксимации петли гистерезиса как в классе полиномиальных моделей [2], так и в классе интегральных операторов [3, 4], но

их использование ограничивается либо высокой сложностью аппаратной реализации, либо большим временем вычисления.

Важным шагом к систематизированному описанию явления гистерезиса стало создание М.А. Красносельским и А.В. Покровским математической теории, формализующей общие методы описания и исследования широких классов систем с гистерезисом [5–10]. Для этого был создан и развит новый математический аппарат, основанный на выделении элементарных носителей гистерезиса – гистеронов, трактуемых как преобразователи с пространствами состояний, соответствиями вход-выход и вход-состояние. Развиваемые в рамках теории методы описания гистерезиса примыкают к известной методологии Нола, Колемана, Трусделла и др. (связанной с шестой проблемой Гильберта) в механике сплошных сред.

При изучении функционирования любых систем необходимо различать две принципиально разные ситуации. В первой из них задача заключается в определении по заданным внешним воздействиям на систему (по входам) реакций (выходов) на эти внешние воздействия. В этой ситуации должен быть указан алгоритм численного или аналитического построения соответствий вход-выход и вход-состояние. При этом можно ограничиться входами простейшей структуры – кусочно-линейными, кусочно-гладкими, специальными сплайнами и др.

Вторая ситуация возникает, когда изучаемую систему нельзя рассматривать изолированно, так как она является лишь одним из звеньев некоторой более сложной системы. Если звено с гистерезисом включено в сложную систему с различными дополнительными воздействиями и неизбежными шумами, то входы на звено неизвестны, и их структура может быть весьма сложной. Поэтому описание гистерезиса должно предусматривать возможность входов общей природы и должно быть удобно для исследования динамики всей сложной системы. В связи с этим соотношения вход-выход и вход-состояние должны допускать операторную трактовку с возможно более богатым арсеналом свойств соответствующих операторов на различных классах входов.

В теории М.А. Красносельского, А.В. Покровского, как указывалось

ранее, в качестве основного элементарного носителя гистерезиса используется гистерон – детерминированный статический преобразователь со скалярным входом и выходом, обладающий свойствами управляемости и корректности по отношению к шумам малой амплитуды на входе. Для описания функционирования гистерона используется специальная предельная конструкция. Вначале рассматриваются кусочно-монотонные входы (здесь используются построения, обычные в моделях люффа, упора и других нелинейностей близких типов), затем осуществляется переход к произвольным непрерывным входам (аналогично тому, как из интегральных сумм предельным переходом строится интеграл). В теории обсуждаются модификации гистерона, предназначенные для описания явлений типа намагничивания. Первая модификация связана с известной моделью Маделунга. Вторая – с идеями стохастического интегрирования. Также производится развитие схем, восходящих к Мазингу и Ишлинскому, Прейсаху и Гилтаю и другим авторам, изучаются сложные недетерминированные гистерезисные нелинейности, которые удастся трактовать как системы гистеронов или реле.

Развитый в данной теории математический аппарат удобен для исследования процессов в замкнутых системах, содержащих звенья с гистерезисом. Он позволяет применять современные функционально-аналитические и функционально-топологические методы в таких задачах, как анализ устойчивости и абсолютной устойчивости, вынужденных периодических колебаний и автоколебаний, исследование роли малых параметров и построение усредненных уравнений, анализ численных схем, выделение особых режимов функционирования и изучение их свойств и т.д.

Системы с гистерезисными нелинейностями обладают рядом специфических особенностей коренным образом отличающих их от традиционных систем с функциональными нелинейностями. К их числу, в первую очередь, относятся недифференцируемость гистерезисных операторов, необычность фазовых пространств, включающих в себя пространства состояний соответствующих гистерезисных преобразователей, в общем случае не обладающих линейной структурой и некоторые другие. Следовательно, ана-

лиз и синтез моделей оптимального функционирования систем с гистерезисными нелинейностями требует разработки новых методов, учитывающих упомянутые выше особенности. Кроме того, как показывают простые примеры, для систем с гистерезисом типична ситуация, когда в них принципиально нереализуемы асимптотически устойчивые режимы, что затрудняет численную реализацию методов их приближенного построения. Это обуславливает необходимость разработки численных методов и алгоритмов построения переходных процессов в системах с гистерезисными нелинейностями. Таким образом, актуальной является задача развития качественных и приближенных аналитических методов исследования стабилизации и оптимального функционирования систем с гистерезисными нелинейностями, а также разработки алгоритма приближенного построения их решений.

Еще одной областью, где возникают явления гистерезисной природы, является нейрофизиология. Гистерезисные эффекты проявляются в функционировании нейронов на различных уровнях, в том числе они играют ключевую роль в работе кратко- и долговременной памяти. Гистерезисная природа функционирования нейронов естественным образом повышает эффективность применения нейронных сетей для решения прикладных задач, таких как задача распознавания образов и выделение заданных паттернов изображений из общего потока видеоданных. В эффективности выделения важных объектов из огромного зрительного потока информации эталоном является человеческий мозг, поэтому для разработки систем распознавания образов необходимо использовать модели биологических нейронных сетей с присущими им гистерезисными свойствами. Модели биологических нейронов были достаточно подробно исследованы, однако гистерезисные эффекты в моделях биологических нейронов к настоящему времени не нашли должного освещения. Поэтому задача, связанная с анализом новых математических методов моделирования биологических нейронных сетей с гистерезисными свойствами является важной и актуальной.

Диссертационная работа выполнена в рамках научного направления кафедры Цифровых технологий Воронежского государственного университета и частично поддержана РФФИ (гранты № 13-08-00532, № 11-08-00032,

№ 12-07-00252, № 16-08-00312, № 17-01-00251). Программное обеспечение созданное в рамках данной работы получило свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ (№ 2016612458 и № 2016612469).

Цель работы. Основными целями настоящей диссертационной работы являются разработка и развитие качественных и приближенных аналитических методов, численных алгоритмов анализа оптимального функционирования, стабилизации и синхронизации для классов механических систем и искусственных нейронных сетей с гистерезисными связями.

Достижение указанной цели осуществлялось решением следующих задач:

1. Анализ математических моделей гистерезиса. Разработка принципов построения их численной реализации в составе различных систем с гистерезисными связями.
2. Разработка принципов построения функций активации нейронов искусственной нейронной сети с наличием гистерезиса. Построение искусственных нейронных сетей с гистерезисными свойствами, исследование их функционирования.
3. Исследование математической модели обратного гибкого маятника с наличием люфта в основании его крепления. Разработка методов стабилизации маятника в окрестности вертикального положения. Решение задачи оптимизации по параметрам управляющего воздействия.
4. Построение математической модели механической системы с вынужденными колебаниями и демпфирующим звеном на основе вязкого и гистерезисного демпферов. Исследование динамики такой механической системы.

Объекты исследования — механические системы и искусственные нейронные сети с носителями гистерезисных свойств.

Предмет исследования – математические модели систем с гистерезисом, алгоритмы, программные методы стабилизации и оптимизации, численные и аналитические методы построения оптимальных переходных процессов в системах с гистерезисом.

Методы исследования. При выполнении работы использовались методы математического моделирования, операторная теория гистерезиса, качественная теория дифференциальных уравнений, теория автоматического регулирования, нелинейный анализ, численные методы решения дифференциальных уравнений с запаздыванием.

Научная новизна. В работе получены следующие новые результаты:

- разработаны принципы построения искусственных нейронных сетей с гистерезисной функцией активации, проведено исследование динамики таких нейросетей;
- предложен метод оптимизации параметров управляющего воздействия на основе бионической модели адаптивного поискового поведения личинки ручейника в задаче стабилизации обратного гибкого маятника с гистерезисным управлением;
- проведено исследование математической модели гистерезисного вибрационного демпфера на основе материала Ишлинского, выполнен сравнительный анализ гистерезисного и вязкого демпферов.

Область исследований. Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (физико-математические науки). Область исследования соответствует п.1 «Разработка новых математических методов моделирования объектов и явлений», п.2 «Развитие качественных и приближенных аналитических методов исследования математических моделей», п.5 «Комплексные исследования научных и технических проблем».

с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента».

Практическая значимость работы. Разработанная в диссертационной работе модель искусственной нейронной сети с гистерезисной функцией активации может повысить эффективность работы программного обеспечения для распознавания и классификации образов, а также обработки видеопотока в реальном времени. Предложенные методы стабилизации обратного гибкого маятника с гистерезисным управлением могут послужить основой для программно-аппаратной реализации устойчивого функционирования различных механических систем с гистерезисными связями. Разработанная модель гистерезисного демпфера колебаний на основе материала Ишлинского может стать основой для создания более эффективных демпфирующих звеньев, входящих в состав различных механических систем.

На защиту выносятся:

- методы построения искусственных нейронных сетей с гистерезисной функцией активации;
- численная реализация математической модели обратного гибкого маятника с гистерезисным управлением;
- исследование динамики механической системы с гистерезисным вибрационным демпфером на основе материала Ишлинского.

Публикации. По материалам настоящей диссертации опубликовано 18 печатных работ в форме статей, тезисов и докладов. Из них 3 в журналах перечня ВАК и 5 в журналах, включенных в международную реферативную базу данных Scopus.

Апробация работы. Основные результаты и положения диссертации докладывались и обсуждались на следующих конференциях и семинарах:

«Современные технологии в задачах управления, автоматике и обработки информации» (XXI Международный научно-технический семинар, г. Алушта, сентябрь 2012г.), «Информатизация процессов формирования открытых систем на основе САПР, АСНИ, СУБД и систем искусственного интеллекта» (ИНФОС-2013, 7-я международная научно-техническая конференция, г. Волгоград, 2013г.), «Современные технологии в задачах управления, автоматике и обработки информации» (XXII международный научно-практический семинар, г. Алушта, сентябрь 2013г.), «Нейроинформатика-2014» (XVI Всероссийская научно-техническая конференция с международным участием, г. Москва, январь 2014г.), «Современные технологии в задачах управления, автоматике и обработки информации» (XXIII международный научно-практический семинар, г. Алушта, Сентябрь 2014г.), «Нейроинформатика-2015» (XVII Всероссийская научно-техническая конференция с международным участием, г. Москва, январь 2015г.), 5th ECCOMAS Thematic Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering (Greece, Crete, May 2015), «Современные технологии в задачах управления, автоматике и обработки информации» (XXIV международная научно-техническая конференция, г. Алушта, сентябрь 2015г.), «Информатика: проблемы, методология, технологии» (XVI международная конференция, г. Воронеж, февраль 2016г.), «Информационные технологии и нанотехнологии» (ИТНТ-2016, Международная конференция и молодежная школа, г. Самара, май 2016г.), «Современные технологии в задачах управления, автоматике и обработки информации» (XXV международная научно-техническая конференция, г. Алушта, сентябрь 2016г.), 3rd International Conference on Structural Nonlinear Dynamics and Diagnosis (Marrakech, May 2016).

Глава 1

Обзор литературы

Создание математической теории гистерезиса относится к 60-м годам XX века, когда в Воронежском государственном университете начал работать семинар под руководством М.А. Красносельского, посвященный тематике гистерезисных явлений. На базе данного семинара были подготовлены несколько базовых работ [5–9], легших в основу математических моделей гистерезиса М.А. Красносельского, А.В. Покровского. Позднее, в 1983 году появилась монография [10], в которой различные гистерезисные явления получили формальное описание в рамках теории систем. Здесь гистерезисные преобразователи трактуются как операторы, зависящие от своего начального состояния как от параметра, определенные на достаточно обширном функциональном пространстве, действующие в некоторое функциональное пространство. Различным вопросам, связанным с гистерезисными нелинейностями, посвящены многие сотни статей и монографий. Информацию о современных подходах к изучению гистерезисных явлений, а также обширную библиографию можно найти в [11–31].

В частности, в работе [11] предложено новое модельное описание и составлена на его основе классификация типов наиболее часто встречающихся на практике петель гистерезиса. Выполнен анализ функции, аппроксимирующей петлю гистерезиса. Получены параметры и характеристики модели, имеющие важный физический смысл: коэрцитивная сила, остаточная поляризация, величина гистерезиса, спонтанная поляризация, индуциро-

ванные пьезокоэффициенты, величина насыщения, гистерезисные потери энергии за цикл. В работе показано, что для пьезоманипуляторов с определенными типами петель гистерезиса не существует разницы в тепловыделении. Вычислены коэффициенты гармонической линеаризации и найдена гармонически линеаризованная передаточная функция гистерезисного звена. Определен тип петли гистерезиса, обладающий минимальным фазовым сдвигом. Усредненная относительная погрешность аппроксимации моделью реальных петель гистерезиса составила 1,5...6%. Также в работе описана процедура извлечения параметров модели из экспериментальных зависимостей и представлены основанные на выводах модели примеры компенсации искажений раstra в устройстве сканирования сканирующего туннельного микроскопа.

Работы [12, 13, 18, 27–30] посвящены современным достижениям математики в области описания гистерезисных явлений. В данных работах проводится подробное описание и экспериментальная проверка модели Прейсаха. Авторы делают акцент на универсальности математических моделей гистерезиса и их применимости к описанию гистерезисных явлений в различных областях науки, техники и экономики.

Работы [14, 16] посвящены гистерезисным явлениям в экономике. В работе [14] показано применение математических моделей гистерезиса М.А. Красносельского, А.В. Покровского в экономической задаче, связанной с изучением процесса установления равновесной цены. При классическом подходе к отображению функций спроса и предложения анализ ценообразования рассматривается в рамках паутинообразной модели или ее аналогов. Современные исследования показывают, что состояние экономической системы в некоторый момент времени зависит не только от значений параметров в этот момент, но и от их значений в предыдущий момент. Следовательно, возникает необходимость разработать математическую модель функции спроса, учитывающую эту особенность. Наиболее подходящими для этой цели являются преобразователи гистерезисной природы. В работе строится математическая модель ценообразования на монотоварных рынках с учетом нестационарности потребительских отношений, проводится

исследование полученных нетривиальных решений и последовательности решений на устойчивость.

Работы [26, 31] посвящены популярной и широко используемой феноменологической модели Бук-Вена. В настоящее время эта модель и ее аналоги успешно применяются в различных научно-технических областях благодаря возможности аналитического описания разнообразных по форме гистерезисных петель. В работах сформулированы условия, которым должна удовлетворять модель Бук-Вена. Основными являются адекватность математической модели физическому процессу и ее устойчивость. В данных работах отмечен также ряд оригинальных моделей гистерезиса, возможности которых выходят за рамки специализированного применения.

Перспективным направлением научных исследований является применение моделей гистерезиса в различных интеллектуальных системах, таких как искусственные нейронные сети (ИНС). Раздел науки, изучающий искусственные нейронные сети и называемый нейроинформатикой является молодым и бурно развивающимся современным научным направлением. Информацию о методах построения искусственных нейронных сетей и особенностях их функционирования можно найти в [32–60]. Искусственным нейронным сетям с гистерезисными свойствами, несмотря на их значимость, в силу ряда сложностей реализации посвящен небольшой перечень работ [61–64].

В работе [61] рассматривается модель нейронов с бинарной гистерезисной функцией активации (ГФА) для построения ИНС Хопфилда и находится теоретическое обоснование совместных свойств классической ИНС Хопфилда и модифицированной ИНС с ГФА. Авторы данной работы предлагают использовать в качестве функции активации нейронов сети бинарную ГФА. Однако в случае применения бинарной функции активации не всегда гарантируется снижение энергии системы. Авторы показывают, как предложенная модель позволяет предотвратить колебательные процессы в динамике сети, вследствие чего обеспечивается сходимость процесса. С этой целью были произведены модификации ГФА (бинарной и многоуровневой). В работе с помощью компьютерного моделирования было доказано,

что модифицированная ИНС с гистерезисом имеет ту же сходимость и те же совместные свойства, что и классическая нейронная сеть Хопфилда. Авторы демонстрируют работу их модели на примере решения комбинаторной задачи оптимизации (поиска максимального разреза). Было показано, что по сравнению с прочими методами построения нейронных сетей, модифицированная ИНС с ГФА имеет лучшие временные и качественные характеристики при решении задачи поиска максимального разреза.

Работа [62] посвящена исследованию динамики ИНС с ГФА при распознавании образов (модель восприятия на основе взаимодействия в системе «сетчатка-мозг»), а также механизма воспоминания и обучения биологических нейронных систем, которые могут быть описаны с помощью такой ИНС. Авторы работы исследовали 3-нейронную ИНС с применением гладкой ГФА и провели наблюдение и анализ феномена бифуркации и хаоса в ее поведении. В данной работе было показано, что:

- на основе ИНС с гладкой ГФА можно построить сложную нелинейную динамическую нейронную сеть;
- ИНС с гладкой ГФА способна показывать различные виды аттракторов: устойчивое равновесие (аттрактор с единственным глобальным минимумом), предельный цикл (циклическая динамика), тор и хаос (странный аттрактор);
- изменяя только один параметр бифуркации w_{33} , можно наблюдать интересный феномен взаимного переключения «порядок-хаос».

В работе [63] рассматривается синхронная ИНС Хопфилда с ГФА входящих в нее нейронов. Авторы сравнивают данную модель со стандартной нейронной сетью на примере восстановления изображения на фоне шума и показывают ее преимущества. Одной из особенностей данной модели является лучшая характеристика сходимости при большом уровне шума и худшая – при малом. Также, в отличие от стандартной модели, предложенная модель имеет две области стабильности. В работе показана зависимость сходимости и шумового порога как функция от расстояния между

областями стабильности на фазовой плоскости. Авторы рассматривают гистерезисную функцию нейрона на основе нейрофизиологии и производят тестирование предложенной модели на примере оптической системы с применением $ZnSe$ -фильтра.

Еще одним перспективным направлением находящимся на стыке таких дисциплин как автоматическое управление, искусственный интеллект и нейрофизиология, является нейроуправление и нейроконтроллеры. Нейронные сети обладают рядом уникальных свойств, которые делают их мощным инструментом для создания систем управления: способностью к обучению на примерах и обобщению данных, способностью адаптироваться к изменению свойств объекта управления и внешней среды, пригодностью для синтеза нелинейных регуляторов, высокой устойчивостью к повреждениям своих элементов в силу изначально заложенного в нейросетевую архитектуру параллелизма. В научной литературе можно найти многочисленные примеры практического применения нейронных сетей для решения задач управление самолетом [65–67], автомобилем [68], горнообогажительным процессом [69], скоростью вращения вала двигателя [70], электропечью [71], турбогенератором [72], сварочным аппаратом [73], пневмоцилиндром [74].

В различных методах нейроуправления явно или неявно решается задача нахождения значений якобиана объекта и качество ее решения в значительной степени определяет эффективность получаемого нейроуправления. В работах [75–77] разработана схема, в которой для вычисления якобиана используются результаты воздействия на объект двух близких сигналов управления. Это позволяет обучать нейронную сеть управлению объектом без применения дополнительных моделей и дает возможность адаптировать управление к меняющимся характеристикам динамического объекта. Такая схема получила название метода контролируемого возмущения. Данный метод позволяет создавать нейроконтроллеры на основе самообучающейся адаптивной искусственной нейронной сети.

Для апробации алгоритмов функционирования интеллектуальных систем часто используются различные объекты управления, такие как обратный маятник. Первое теоретическое исследование обратного маятника

было проведено Стефенсоном в работе [78], а первые эксперименты по стабилизации обратного маятника с помощью колебаний подвеса были рассмотрены П.Л. Капицей и описаны в его работе [79]. Было показано, что за счет осцилляций опоры достаточно высокой частоты можно добиться не просто стабилизации маятника в перевернутом состоянии, а даже устойчивого вертикального положения. В дальнейшем в его работе [80] была рассмотрена стабилизация перевернутого маятника горизонтальными колебаниями, с помощью которых так же удалось добиться его устойчивого верхнего положения. Исследование данной механической системы были активно продолжены в ряде работ Черноусько Ф.Л. [81, 82].

Задачи, в которых гистерезисные явления играют существенную роль встречаются в физике, химии, биологии, экономике и смежных дисциплинах. Учет и корректное математическое моделирование этих зависимостей совершенно необходим для адекватного описания процессов в указанных областях. Модели гистерезисных явлений к настоящему времени достаточно хорошо изучены, однако системы, в которых гистерезисные свойства проявляются на уровне отдельных их составляющих, исследованы в меньшей степени, вследствие чего наличие люфта в опоре маятника порождает новую интересную механическую систему. Задача стабилизации обратного маятника с люфтом рассматривалась в работе [83]. В данной работе проводится анализ механических систем с гистерезисными нелинейностями. Выполняется исследование условий диссипативности поведения, реакции на рассинхронизацию в управлении и задачи оптимального управления, а также получены критерий диссипативности и оптимальное управление.

Исследованию динамики обратного гибкого маятника посвящены работы [84–88]. В работе [84] строится математическая модель механической системы с одной степенью свободы, представляющей собой обратный гибкий маятник, шарнирно закрепленный на подвижной тележке. Сила, приложенная непосредственно к тележке, трактуется как управление. В основе данной математической модели, разработанной авторами, лежат принцип Гамильтона и вариационный метод. Модель представляет собой систему дифференциальных уравнений в частных производных, записанных в фор-

ме, удобной для практической реализации.

Работа [86] посвящена построению линеаризованной модели обратного гибкого маятника и исследованию его динамики. Особенностью данной работы является то, что маятник в ней представлен как составной объект, а управляющий сигнал пропущен через простой фильтр низких частот, что улучшает эффективность процесса управления.

Для решения задачи стабилизации обратного гибкого маятника и выполнения исследования его динамики целесообразно провести компьютерное моделирование, основанное на численных методах. Для численного решения многих прикладных задач (в том числе и рассматриваемой здесь задачи стабилизации обратного гибкого маятника) применяются неявные двух- и трехслойные разностные схемы, описание которых можно найти в [89–94].

Задача оптимизации управления неустойчивыми объектами и их область управляемости описаны в [95, 96]. В случае оптимизации управления для обратного гибкого маятника с гистерезисными свойствами применение классических методов [97–106] сопряжено с серьезными трудностями, в силу того, что гистерезисные нелинейности не всегда поддаются интегрированию или дифференцированию. Альтернативой, позволяющей решить эту проблему, является использование других подходов и алгоритмов для оптимизации управления. Подобные алгоритмы входят в направление исследований под названием «адаптивное поведение». Основной подход этого направления – изучение искусственных (в виде компьютерной программы или робота) организмов, которые называются аниматами, способных приспособливаться к внешней среде. Поведение аниматов имитирует поведение животных, при этом строятся именно такие модели, которые применимы к описанию поведения как реального животного, так и искусственного анимата. Одно из актуальных направлений исследований в рамках анимат-подхода — имитация поискового поведения животных [107–120].

Работы [121, 122] посвящены математическому описанию поискового адаптивного поведения личинок ручейников (*Chaetopteryx villosa*) и созданному на его основе бионическому алгоритму поиска экстремума про-

извольной функции. Данная работа посвящена как построению и исследованию модели поискового поведения личинок ручейников с учетом временных характеристик, так и сопоставлению этой конкретной модели с общей схемой поискового поведения. При этом особое внимание обращается на те свойства поискового адаптивного поведения, которые могут быть достаточно универсальными и специфичными как для других животных, так и для искусственных автономных адаптивных систем.

Еще одним перспективным направлением, в котором целесообразно использовать математические модели гистерезиса, является динамика демпфирующих звеньев, таких как гистерезисный демпфер колебаний. Общие аспекты динамики механических систем с колебаниями описаны в [123–132]. Особенности применения нелинейного вязкого и гистерезисного демпфирования посвящены работы [133–142].

В работе [143] вводится понятие передаточной функции силы и функции «перемещение-сила», выполняется исследование динамики линейного и нелинейного вязкого демпферов, а также проводится сравнительный анализ их использования в качестве демпфирующего звена механической системы с вибрацией.

Тематике гистерезисных явлений в различных областях науки посвящено достаточно большое количество научных работ, тем не менее стоит отметить, что в настоящее время остаются нерешенными ряд перспективных задач: применение моделей гистерезиса в искусственных нейронных сетях и нейроконтроллерах, описание механических систем с гистерезисными свойствами, таких как обратный гибкий маятник с люфтом и гистерезисный демпфер колебаний. Решению этих задач посвящена настоящая диссертационная работа.

Глава 2

Модели гистерезиса

В настоящей главе рассматриваются математические модели гистерезисных нелинейностей и предлагаются методы построения их численной реализации. Предложенные модели гистерезиса будут использоваться в процессе компьютерного моделирования при построении искусственных нейронных сетей, а также при исследовании динамики различных механических систем с нелинейными свойствами, приведенных в последующих главах.

Явление гистерезиса хорошо известно в физике, технике, экономике и других отраслях науки. В физике гистерезисные зависимости встречаются у различных материалов с нелинейным откликом на внешнее воздействие, в частности у ферромагнетиков и нелинейных диэлектриков. В настоящее время имеется достаточно много математических моделей гистерезисных зависимостей [11–22]. Имеющиеся модели гистерезиса построены на решении нелинейных дифференциальных уравнений, либо на введении нелинейных гистерезисных членов в линейные уравнения. Подобным образом построены модели Джилеса-Атертона [23, 24], Хаузера [25], Бук-Вена [26], Прайсаха [27–30] и другие. В 60-е годы XX века М.А. Красносельским была создана математическая теория гистерезиса, также имеющая широкий спектр математических моделей этого явления [5–10]. В данной работе будем рассматривать модели Прейсаха, S -преобразователя и материала Ишлинского, как наиболее подходящие и легко реализуемые на практике

модели гистерезисных нелинейностей.

Глава организована следующим образом. В разделе 2.1 рассматривается модель гистерезиса, называемая S -преобразователь. Раздел 2.2 посвящен построению математической модели Прейсаха и методам ее конечномерной реализации. В разделе 2.3 описывается гистерезисный преобразователь-люфт в классической трактовке М.А. Красносельского и А.В. Покровского [10]. Раздел 2.4 содержит описание материала Ишлинского как континуальной системы гистеронов и предлагается его численная реализация для использования в качестве вибрационного демпфера колебаний в составе механической системы.

2.1 S -преобразователь

Данная работа посвящена исследованию динамики различных систем с гистерезисными свойствами. Очевидно, что для построения математических моделей таких систем подходящим является использование преобразователей гистерезисной природы. Следуя классическим схемам М.А. Красносельского и А.В. Покровского [10], гистерезисные операторы трактуются как преобразователи, определенные на пространстве непрерывных функций, динамика которых описывается соотношениями: вход-состояние и состояние-выход.

Рассмотрим в качестве математической модели нелинейности гистерезисной природы S -преобразователь. Построим модель на основе входно-выходных соответствий, формализуемых следующим дифференциальным уравнением:

$$\frac{dx}{dt} = f(u, x), \quad (2.1)$$

где $u = u(t)$ – вход, а $x = x(t)$ – выход ($t \geq 0$). Линии уровня правой части этого дифференциального уравнения приведены на рис. 2.1 (кривая Γ). В дальнейшем будем считать, что правая часть уравнения (2.1) определяется соотношением

$$f(u, x) = u - x^3 + 3x. \quad (2.2)$$

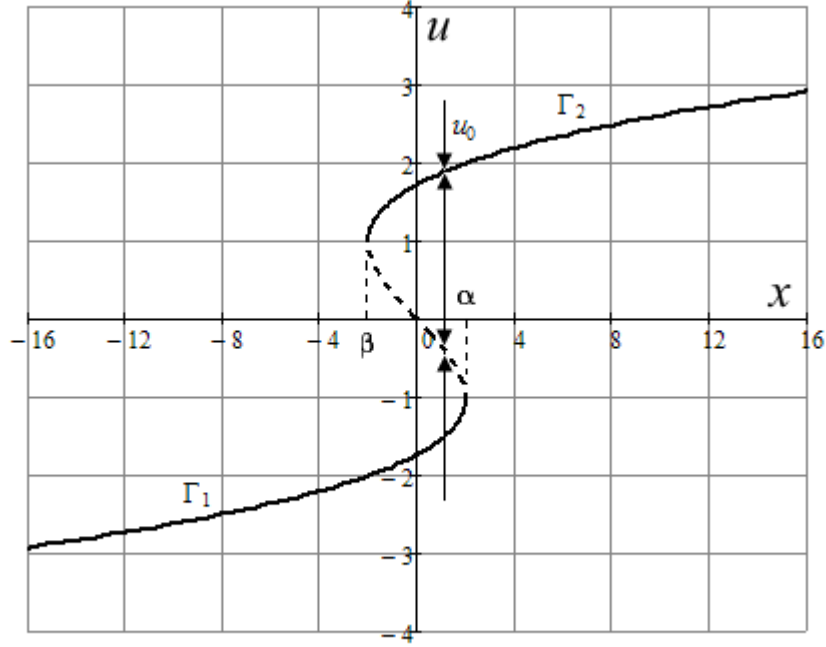


Рис. 2.1. Линии уровня.

У кривой Γ одна общая точка с прямой $u = u_0$ если $u_0 < \beta$ или $u_0 > \alpha$, и три общие точки, если $\beta < u_0 < \alpha$. Кривая Γ делит плоскость на две части. Пусть в верхней части функция $f(x, u)$ принимает отрицательные значения, а в нижней – положительные. Изучим уравнение (2.1) с медленным управлением $u = u(t)$.

Если $u(t) \equiv u_0$, то уравнение (2.1) описывает движение точки по вертикальной прямой $u = u_0$; направление движения на одной из таких прямых показано на рис. 2.1 стрелками. Точки пересечения прямой $u = u_0$ и кривой Γ будут состояниями равновесия; штриховой линией показана часть кривой Γ , состоящая из неустойчивых точек равновесия, а сплошной линией – из асимптотически устойчивых; эта сплошная линия состоит из графиков Γ_1 и Γ_2 некоторых функций $\gamma_1(u)$ и $\gamma_2(u)$.

Указанной информации достаточно, чтобы описать качественное поведение решений $x(t)$ уравнения (2.1) при медленно меняющемся управлении $u(t)$ ($t \geq t_0$). После короткого промежутка времени (которым можно пренебречь) точка $\{u(t), x(t)\}$ попадает в столь малую окрестность ли-

бо точки $\{u(t), \gamma_1[u(t)]\}$, либо точки $\{u(t), \gamma_2[u(t)]\}$, что ее можно считать совпадающей либо с $\{u(t), \gamma_1[u(t)]\}$, либо с $\{u(t), \gamma_2[u(t)]\}$. Пусть для определения $u(t_1) < \alpha$ и $x(t_1) \approx \gamma_1[u(t_1)]$; тогда при дальнейших значениях $t \in (t_1, t_2)$ при которых $u(t) < \alpha$, точка $\{u(t), x(t)\}$ не выходит из малой окрестности кривой Γ_1 , можно считать выполненным равенство $x(t) = \gamma_1[u(t)]$. Если $u(t_2) = \alpha$ и $u(t)$ в точке t_2 растёт, то за короткое время (т.е. за такой промежуток времени, на котором $u(t)$ мало меняется) точка $\{u(t), x(t)\}$ попадает уже в малую окрестность кривой Γ_2 , можно считать выполненным равенство $x(t) = \gamma_2[u(t)]$. Продолжая эти рассуждения, мы приходим к описанию решения $x(t)$, которое совпадает с описанием (при помощи принципа отсутствия лишних переключений) неидеального реле с пороговыми значениями α и β , если Γ_1 совпадает с полупрямой $x = 0$ ($u < \alpha$), а Γ_2 – с полупрямой $x = 1$ ($u > \beta$). Близкие источники возникновения релейных нелинейностей часто возникают в теории дифференциальных уравнений с малыми параметрами, теории катастроф и т.п.

Рассмотрим в качестве примера численное решение данного дифференциального уравнения методом Рунге-Кутты 4-го порядка при входном воздействии

$$u(t) = 16 \sin(t) \quad (2.3)$$

и начальном условии

$$x\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -2,9. \quad (2.4)$$

Результаты показаны на рис. 2.2 и 2.3.

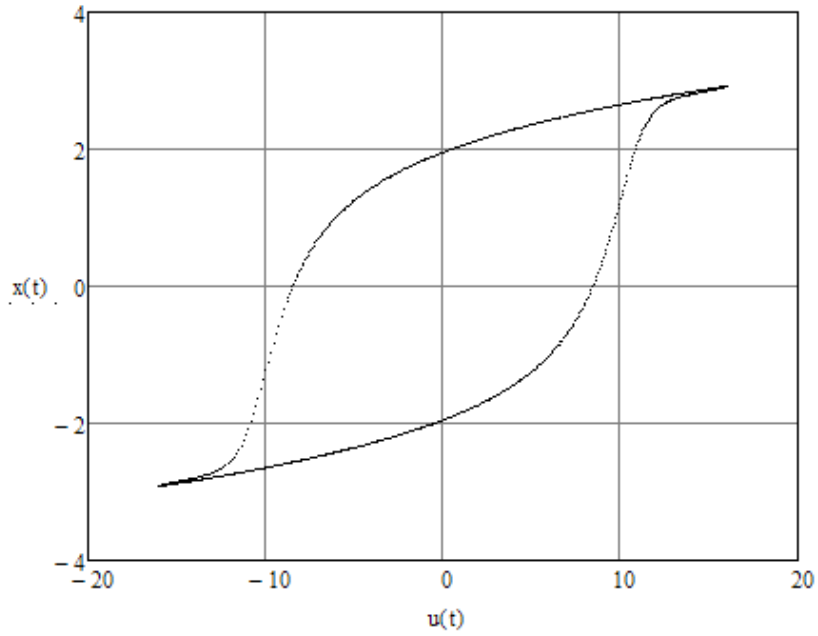


Рис. 2.2. Решение дифференциального уравнения как функция $x(u)$.

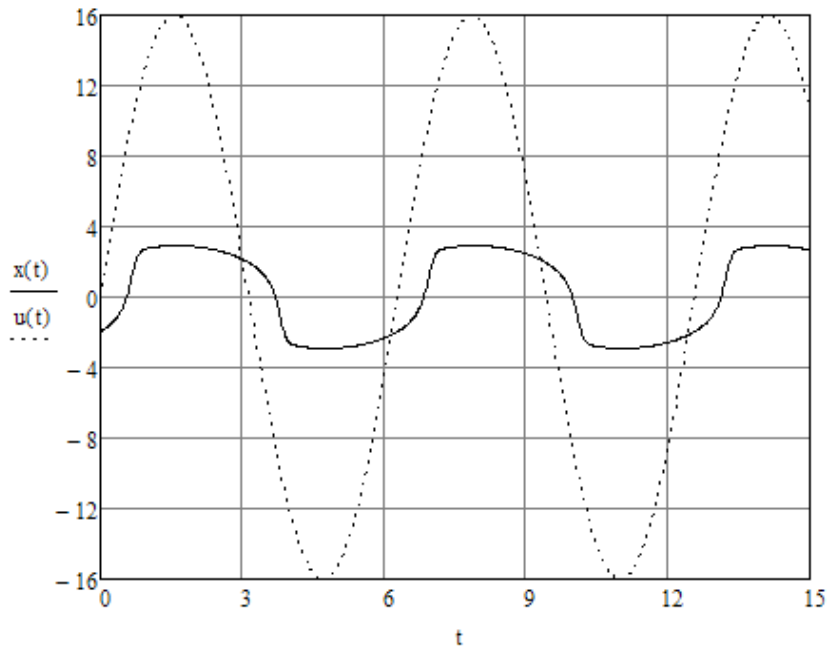


Рис. 2.3. Решение дифференциального уравнения как функция $x(t)$.

2.2 Преобразователь Прейсаха

Рассмотрим в качестве модели гистерезиса преобразователь Прейсаха. Обозначим через $R[\alpha, \beta, x_0]$ двухпозиционное реле с пороговыми числами α и β . Пространством состояний неидеального реле является пара чисел $\{-1, 1\}$. Связь между входом $u(t) \in C_{[0,t]}$ и переменным выходом $x(t) \in \{-1, 1\}$ устанавливается оператором $R[\alpha, \beta, x_0]$:

$$x(t) = R[\alpha, \beta, x_0] u(t), \quad (2.5)$$

здесь x_0 – начальное состояние преобразователя. Взаимосвязь между входом и выходом иллюстрирует рис. 2.4. Начальное состояние x_0 преобразо-

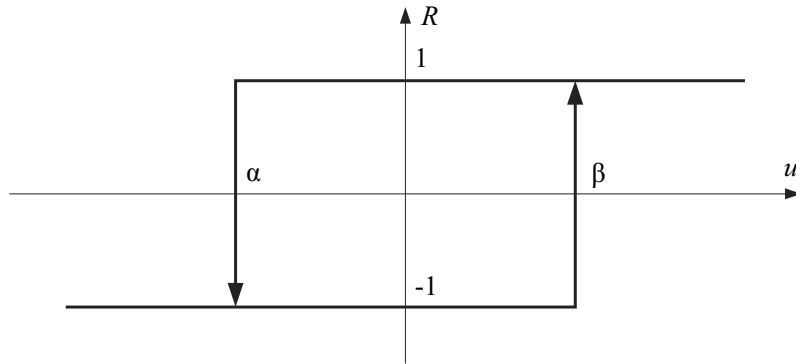


Рис. 2.4. Взаимосвязь между входами и выходами преобразователя R .

вателя должно удовлетворять следующим условиям:

$$\begin{cases} x_0 = -1, & u(0) \leq \alpha; \\ x_0 = 1, & u(0) \geq \beta; \\ x_0 = \pm 1, & \alpha \leq u(0) \leq \beta. \end{cases} \quad (2.6)$$

Преобразователем Прейсаха называют континуальный аналог преобразователя, состоящего из неидеальных реле, соединенных параллельно [27].

Рассмотрим частный класс таких реле. Пусть на полуплоскости $P_{\alpha, \beta} \equiv \{\alpha, \beta : \alpha < \beta\}$ определена положительная абсолютно непрерывная суммируемая функция $\lambda = \lambda(\alpha, \beta)$. Определим на полуплоскости $P_{\alpha, \beta}$ меру μ равенством:

$$d\mu = \lambda(\alpha, \beta) d\alpha d\beta. \quad (2.7)$$

Измеримыми по мере μ будут все измеримые по Лебегу множества, в том числе и имеющие бесконечную меру.

Обозначим через ψ класс ограниченных функций, заданных на неотрицательной полуоси и удовлетворяющих условию Липшица с коэффициентом, равным единице. Рассмотрим множество Ω_ψ скалярных функций $\omega(\alpha, \beta)$, заданных на полуплоскости $P_{\alpha, \beta} \equiv \{\alpha, \beta : \alpha < \beta\}$ и таких, что:

$$\omega(\alpha, \beta) = \begin{cases} -1, & \alpha + \beta > \psi(\beta - \alpha), \\ 1, & \alpha + \beta \leq \psi(\beta - \alpha), \end{cases} \quad (2.8)$$

где $\psi(\nu) \in \psi$. Множество Ω_ψ – пространство возможных состояний преобразователя Прейсаха. На рис. 2.5 показан один из элементов множества Ω_ψ (неидеальное реле). Следует отметить, что значение выхода, когда вход находится между пороговыми числами α и β , определяется правилом отсутствия лишних переключений.

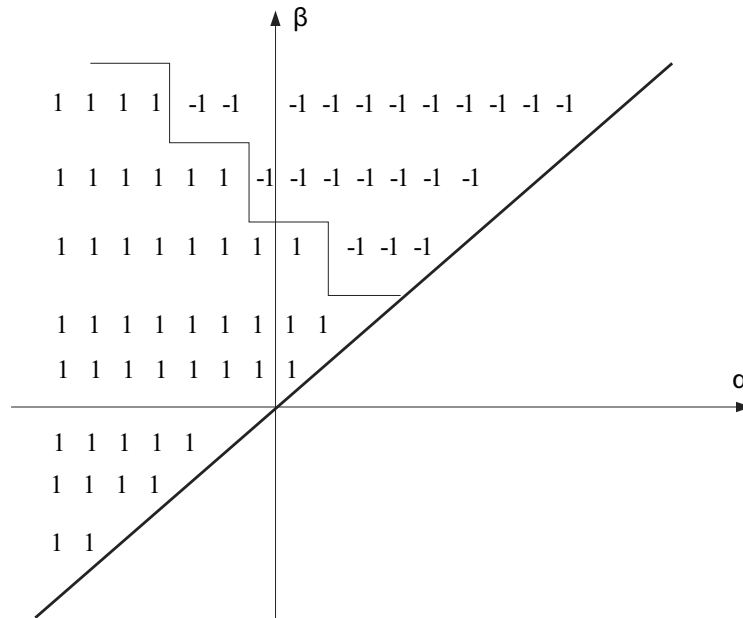


Рис. 2.5. Элемент множества Ω_ψ .

Рассмотрим преобразователь Прейсаха, состоящий из конечного числа операторов $R[\alpha, \beta, x_0]$. Блок-схема такого преобразователя приведена на рис. 2.6.

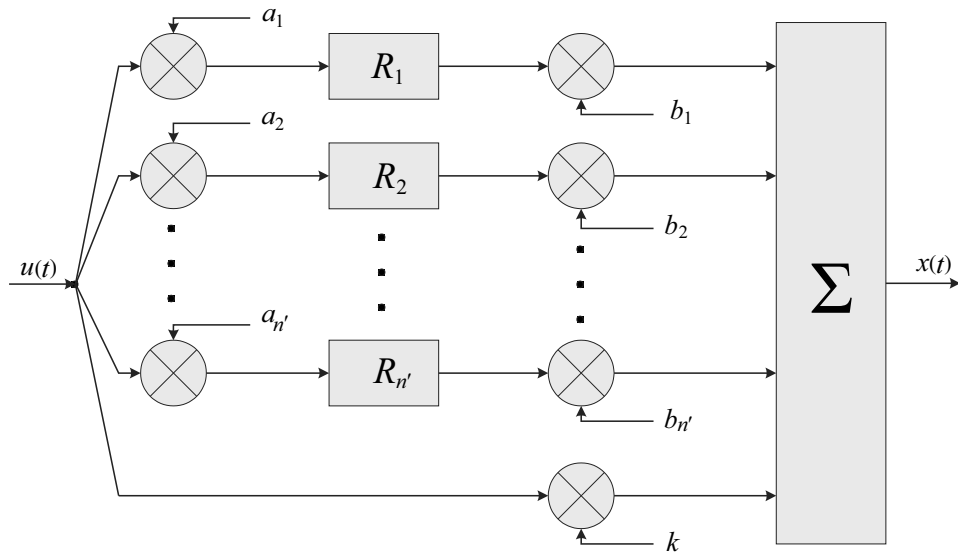


Рис. 2.6. Блок-схема конечномерной аппроксимации преобразователя Прейсаха.

Таким образом, конечномерная аппроксимация преобразователя Прейсаха содержит n неидеальных реле $R[\alpha, \beta, x_0]$, имеющих характеристику, показанную на рис. 2.4. Дополнительные коэффициенты $a_{n'}$, $b_{n'}$ и k задают наклон характеристик неидеальных реле и, как следствие, форму характеристики преобразователя Прейсаха в целом.

В данной работе будем считать, что коэффициенты $a_{n'} = \{1\}$, $b_{n'} = \{1\}$, $k = 0, 1$ а шаг изменения пороговых значений α и β , $h_{\alpha, \beta} = 0, 1$. В этом случае характеристика преобразователя будет иметь вид, показанный на рис. 2.7.

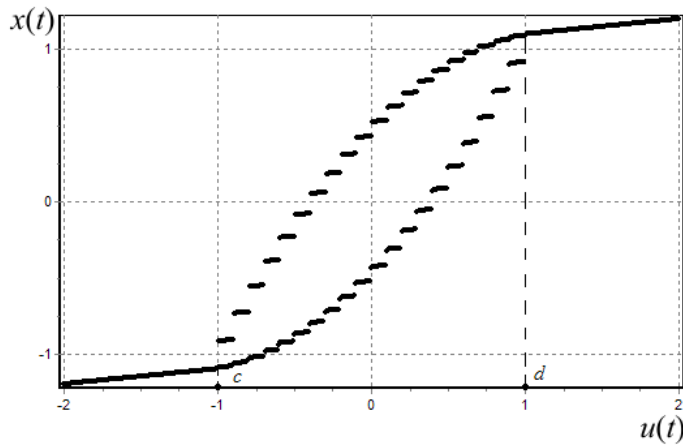


Рис. 2.7. Характеристика преобразователя Прейсаха.

Из графиков, приведенных на рис. 2.5 и рис. 2.7 следует, что количество неидеальных реле $R[\alpha, \beta, x_0]$, удовлетворяющих выбранным условиям можно рассчитать следующим образом:

$$n' = \sum_{i=1}^{\frac{c-d}{h_{\alpha,\beta}} + 1} i. \quad (2.9)$$

Таким образом, $n' = 231$.

2.3 Преобразователь-люфт

Данная работа посвящена исследованию динамики различных систем с гистерезисными нелинейностями. Частным случаем таких систем являются механические системы с наличием люфта, а так как люфт является одним из видов гистерезисных зависимостей, наиболее подходящим будет использование преобразователей гистерезисной природы. Следуя классическим схемам М.А. Красносельского и А.В. Покровского [10], как указывалось ранее, гистерезисные операторы трактуются как преобразователи, определенные на пространстве непрерывных функций, динамика которых описывается соотношениями: вход-состояние и состояние-выход.

Выход преобразователя-люфта на монотонных входах описывается соотношением:

$$u(t) = \Gamma[u_0, h]x(t) = \begin{cases} u_0, & u_0 \leq x(t) \leq u_0 + h; \\ x(t), & x(t) < u_0; \\ x(t) - h, & u_0 + h < x(t). \end{cases} \quad (2.10)$$

С помощью специальной предельной конструкции и полугруппового тождества действие оператора распространяется на все кусочно-монотонные входы:

$$\Gamma[u(t_1, h)]x(t) = \Gamma[\Gamma[u_0, h]x(t_1), h]x(t). \quad (2.11)$$

Очевидно, что наличие оператора гистерезисного типа в уравнении (2.11) значительно осложняет управление такой системой с гистерезисом, заставляя «предсказывать» ее будущее положение, так как управляющее воздействие будет являться запаздывающим.

2.4 Преобразователь Ишлинского

Рассмотрим материал Ишлинского как математическую модель гистерезиса, применяемую в данной работе в качестве вибрационного демпфера колебаний. Носителем гистерезисных нелинейностей обычно является преобразователь W со скалярными входами $u(t)$ и выходами $x(t)$, состояниями которого являются пары $\{u, x\}$, то есть пары вход-выход. Пусть множеством возможных состояний преобразователя W является полоса $\Omega = \Omega(W)$, расположенная между двумя горизонтальными прямыми Φ_l и Φ_r , как показано на рис. 2.8.

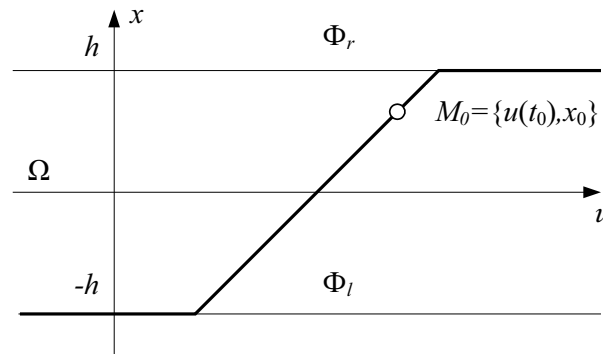


Рис. 2.8. Характеристика нелинейности типа «упор».

Если вход $u(t)$ ($t \geq t_0$) непрерывен и монотонен, то определим выход

$$x(t) = W [t_0, x_0] u(t) \quad , \quad t \geq t_0 \quad (2.12)$$

так, чтобы переменное состояние $\{u(t), x(t)\}$ было точкой ломаной, показанной на рис. 2.8 утолщенной линией; эта ломаная состоит из проходящего через начальное состояние $M_0 = \{u(t_0), x_0\}$ отрезка с угловым коэффициентом 1 и концами на прямых Φ_l и Φ_r и из двух горизонтальных полупрямых. Иначе говоря, при монотонном входе выход определяется равенством

$$x(t) = \begin{cases} \min \left\{ h, u(t) - u(t_0) + x(t_0) \right\}, & \text{если } u(t) \text{ не убывает,} \\ \max \left\{ -h, u(t) - u(t_0) + x(t_0) \right\}, & \text{если } u(t) \text{ не возрастает.} \end{cases} \quad (2.13)$$

Описанный преобразователь называется упором.

В наиболее распространенных моделях упругопластических волокон их состояния полностью определяются величинами u деформации и x напряжения, а параметр h в этом случае называется пределом текучести материала. Такие волокна можно рассматривать как преобразователи с входом – переменной деформацией и выходом – переменным напряжением. В модели Прандтля напряжение определяется по деформации тем же способом, как в нелинейности «упор», только траектории возможных состояний между граничными горизонтальными прямыми имеют угловой коэффициент E , который может быть отличен от 1 (при малых деформациях волокно считается упругим и E – его модуль упругости).

Рассмотрим преобразователь W , представленный в виде простой блок-схемы без обратных связей из конечного числа гистеронов W^1, \dots, W^N и простейших функциональных звеньев (рис. 2.9). Такие преобразователи W ,

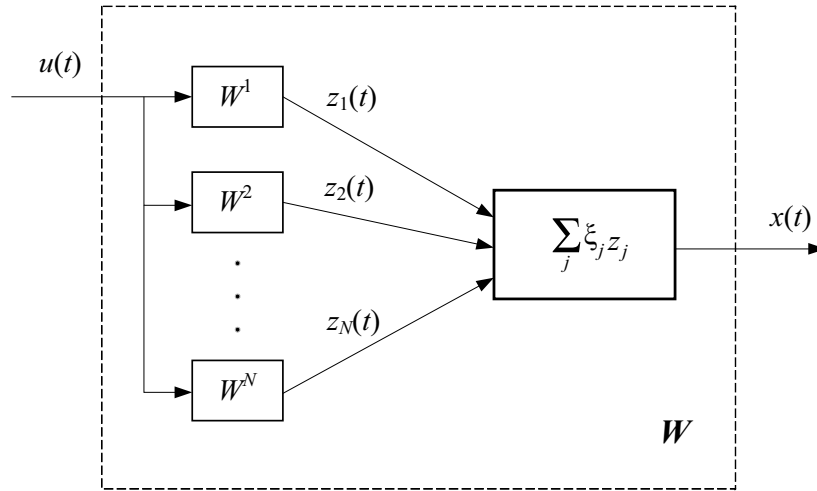


Рис. 2.9. Параллельное соединение гистеронов.

как правило, недетерминированны. Их состоянием удобно считать не пару вход-выход, а набор $\{u, z_1, \dots, z_N\} \in R^{N+1}$, где u – вход преобразователя, а z_j – выход участвующего в блок-схеме гистерона W_j .

Пусть заданы гистероны W^1, \dots, W^N с областями допустимых состояний $\Omega(W^1), \dots, \Omega(W^N)$ и входно-выходными соответствиями

$$z_j(t) = W^j [t_0, z_j(t_0)] u(t), \quad j = \overline{1, N}. \quad (2.14)$$

Положим

$$\Omega(W) = \left\{ \{u, z_1, \dots, z_N\} : \{u, z_j\} \in \Omega(W^j), u \in R^1 \right\}. \quad (2.15)$$

Параллельным соединением с весами ξ_j гистеронов W_j назовем преобразователь W с областью возможных состояний (2.15), для которого при каждом начальном состоянии

$$q(t_0) = \{u_0, z_0\} = \{u(t_0), z_1(t_0), \dots, z_N(t_0)\} \in \Omega(W) \subset R^{N+1} \quad (2.16)$$

допустимы все непрерывные скалярные входы $u(t)$ ($t \geq t_0$), удовлетворяющие условию $u(t_0) = u_0$, а выход определяется по входу равенством

$$x(t) = W[t_0, z_0] u(t) = \sum_{j=1}^N \xi_j W^j[t_0, z_j(t_0)] u(t), \quad t \geq t_0. \quad (2.17)$$

Рассмотренный преобразователь W является одним из видов непрерывных систем гистеронов и называется материалом Ишлинского [10].

Рассмотрим в качестве примера реакцию материала Ишлинского на синусоидальное воздействие. Используем преобразователь W с параметрами $E = 1$, $W_j[t_0, z_j(t_0)] = 0$, $\xi_j = 1$, $W_j : h = \{-j, j\}$, $j = 1, \dots, 10$ и входное воздействие вида $u(t) = 12 \sin(t)$. Диаграмма «напряжение-деформация» такого преобразователя приведена на рис. 2.10.

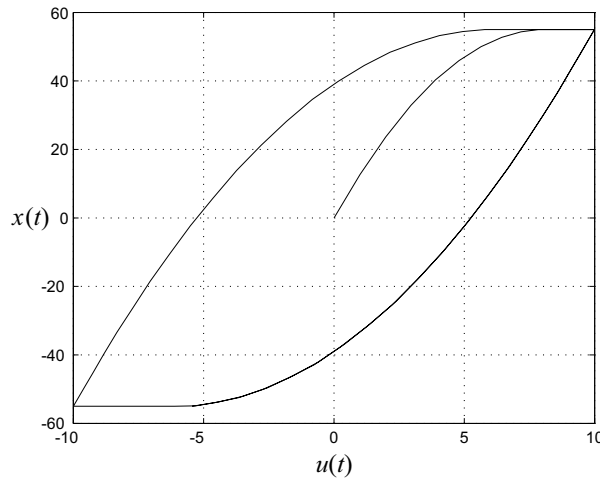


Рис. 2.10. Диаграмма «напряжение-деформация» материала Ишлинского.

Выводы

В данной главе

- Рассмотрена математическая модель гистерезисной нелинейности S -преобразователь.
- Рассмотрена математическая модель Прейсаха, предложен метод ее конечномерной численной реализации для использования в дальнейшем в процессе компьютерного моделирования.
- Рассмотрена модель гистерезисной нелинейности типа «люфт», описано ее аналитическое представление, приведены особенности ее использования в составе модели механической системы с гистерезисными свойствами.
- Предложен метод построения демпфирующего звена гистерезисной природы на основе материала Ишлинского в его численном представлении. Разработана блок-схема модели для ее реализации в процессе компьютерного моделирования.

Глава 3

Искусственная нейронная сеть с гистерезисной функцией активации

В настоящей главе рассматривается применение математических моделей гистерезиса в функции активации однослойной и двухслойной искусственных нейронных сетей, а также особенность работы и использования таких нейросетей.

Искусственные нейронные сети строятся по принципам организации и функционирования их биологических аналогов, нейронов головного мозга. Интерес к исследованию ИНС связан с тем, что способ обработки информации человеческим мозгом в корне отличается от методов, применяемых обычными цифровыми компьютерами. Мозг представляет собой чрезвычайно сложный, нелинейный, параллельный компьютер (систему обработки информации). Он обладает способностью организовывать свои структурные компоненты (нейроны) так, чтобы они могли выполнять конкретные задачи (такие как распознавание образов, обработку сигналов органов чувств, моторные функции) во много раз быстрее, чем могут позволить самые быстродействующие современные компьютеры. Примером такой задачи обработки информации является зрение [32–35]. Развитие и организация нейронов связаны с понятием пластичности мозга – способности настройки

нервной системы в соответствии с окружающими условиями. Пластичность играет самую важную роль в работе нейронов в качестве единиц обработки информации в человеческом мозге. Аналогично, в ИНС работа проводится с искусственными нейронами. В общем случае ИНС представляет собой машину, моделирующую способ обработки мозгом конкретной задачи. Такая сеть обычно реализуется с помощью электронных компонентов или моделируется программой, выполняемой на цифровом компьютере [36–60].

ИНС способны решать широкий круг задач классификации образов, идентификации, прогнозирования, оптимизации, управления сложными объектами, распознавания текстов, фильтрации спама и др. Эффективность работы ИНС зависит от многих факторов, таких как архитектура сети, методы ее реализации, алгоритмы обучения, а так же свойства, заимствованные от биологических нейронов головного мозга человека. Так, заимствованная пластичность позволяет построить самообучающуюся ИНС.

Еще одним не менее важным свойством биологических нейронов является кратковременная память. С точки зрения построения ИНС, данное свойство может быть заимствовано путем использования в нейронах сети ГФА [61–64]. В данной работе будем рассматривать модели Прейсаха (см. раздел 2.2) и S -преобразователя (см. раздел 2.1), как наиболее подходящие и легко реализуемые модели гистерезиса для построения ИНС с ГФА. Материал, изложенный в настоящей главе подробно представлен в работах [144–149].

Глава организована следующим образом. В разделах 3.1 и 3.2 разрабатывается архитектура однослойной и двухслойной ИНС с ГФА и предлагаются методы их обучения. В разделе 3.3 проводится компьютерное моделирование работы нейросетей с гистерезисом на примере решения задачи классификации образов. В качестве образов рассматривается набор изображений символов от 0 до 9. Проводится анализ процесса распознавания образов однослойной и двухслойной ИНС с ГФА, исследуется динамика нейронов в процессе их функционирования, оцениваются эффективность, достоинства и недостатки построенных нейросетей с гистерезисом. В разделе 3.4 предлагаются методы построения нейроконтроллера на основе ИНС

с ГФА для создания системы управления неустойчивыми объектами, описывается алгоритм его адаптивного обучения и работы.

3.1 Однослойная нейросеть с гистерезисом

Рассмотрим однослойную ИНС с ГФА, представляющую собой персептрон с прямым распространением сигнала. В качестве функции активации нейронов сети будем использовать гистерезисные функции, описанные в пунктах 2.1 и 2.2. Архитектура такой ИНС приведена на рис. 3.1.

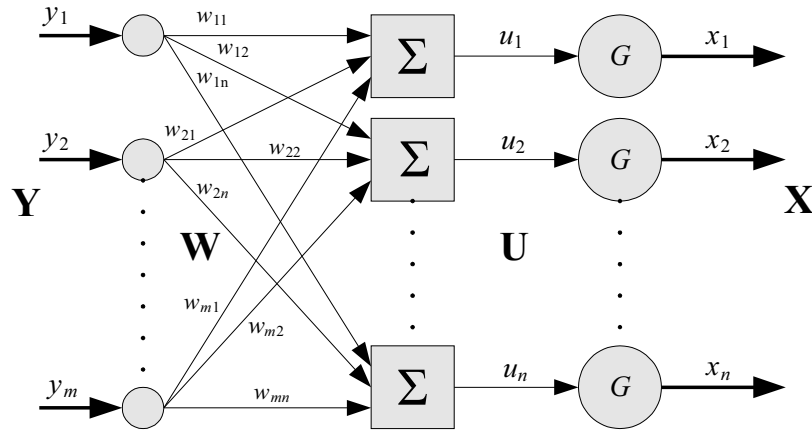


Рис. 3.1. Однослойная ИНС с ГФА.

Введем следующие обозначения:

Y^m – вектор входных значений;

W^{mn} – матрица весовых коэффициентов;

U^n – вектор воздействий;

X^n – целевой вектор;

$G = f(U, X, \dot{X}, t)$ – функция активации.

В рассматриваемой нейронной сети будем считать, что входной вектор Y имеет область значений $\{-1, 1\}$, а вектор воздействий U^n определяется следующим образом:

$$U^n = Y^m W^{mn}, \quad (3.1)$$

$$u_k = \sum_{i=1}^m y_i w_{ik}, \quad k = \overline{1, n}. \quad (3.2)$$

В случае использования в качестве гистерезисной функции активации G модели S -преобразователя, элементы целевого вектора X^n можно представить в виде конечных разностей:

$$\frac{x_k^{j+1} - x_k^j}{h} = u_k^j - (x_k^j)^3 + 3x_k^j, \quad k = \overline{1, n}, \quad (3.3)$$

где h – шаг по времени, j – номер итерации. Задав начальные условия (u_k^0, x_k^0) и шаг h , можно найти текущее значение элементов целевого вектора $x_k^{(j+1)}$. В качестве ГФА можно также использовать преобразователь Прейсаха в виде конечномерно аппроксимации (см. рис. 2.6) с заранее заданными параметрами.

Алгоритм обучения

Так как рассматриваемая ИНС является однослойной, для её обучения воспользуемся дельта-правилом, являющимся следствием первого и второго правил Хебба.

Данный метод является разновидностью методов обучения с учителем, то есть должен существовать набор векторов (Y^k, T^k) , $k = \overline{1, p}$, называемый обучающей выборкой. Здесь $Y^k = (y_1^k, y_2^k, \dots, y_m^k)$, $k = \overline{1, p}$ – примеры входных образов и соответствующий им набор целевых векторов $T^k = (t_1^k, t_2^k, \dots, t_n^k)$, $k = \overline{1, p}$.

Суть метода заключается в итерационной подстройке весовых коэффициентов W , последовательно уменьшающей выходную ошибку. Алгоритм обучения включает несколько шагов:

0. Проинициализировать весовые коэффициенты W случайными значениями из диапазона $[-0.5, 0.5]$.

1. Подать на вход сети один из обучающих векторов Y^k и вычислить её выход X^k .

2. Если выход правильный, то есть $X^k = T^k$, перейти к шагу 4. Иначе вычислить ошибку

$$\delta = T^k - X^k$$

,

3. Весовые коэффициенты модифицируются по следующей формуле:

$$w_{ij}^{l+1} = w_{ij}^l + \nu \delta x_i^k.$$

Здесь $l + 1$ и l – номера следующей и текущей итерации обучения, ν – скорость обучения из диапазона $(0, 1)$, а x_i^k – i -я компонента входного вектора X^k .

4. Шаги 1-3 повторяются для всех обучающих векторов последовательно для каждого j -го нейрона сети. Один цикл последовательного предъявления всей выборки называется эпохой. Обучение считается законченным, если ошибка δ становится меньше наперед заданного значения ε .

3.2 Двухслойная нейросеть с гистерезисом

Рассмотрим двухслойную ИНС с ГФА, представляющую собой персептрон с одним скрытым слоем нейронов. Архитектура сети приведена на рис. 3.2.

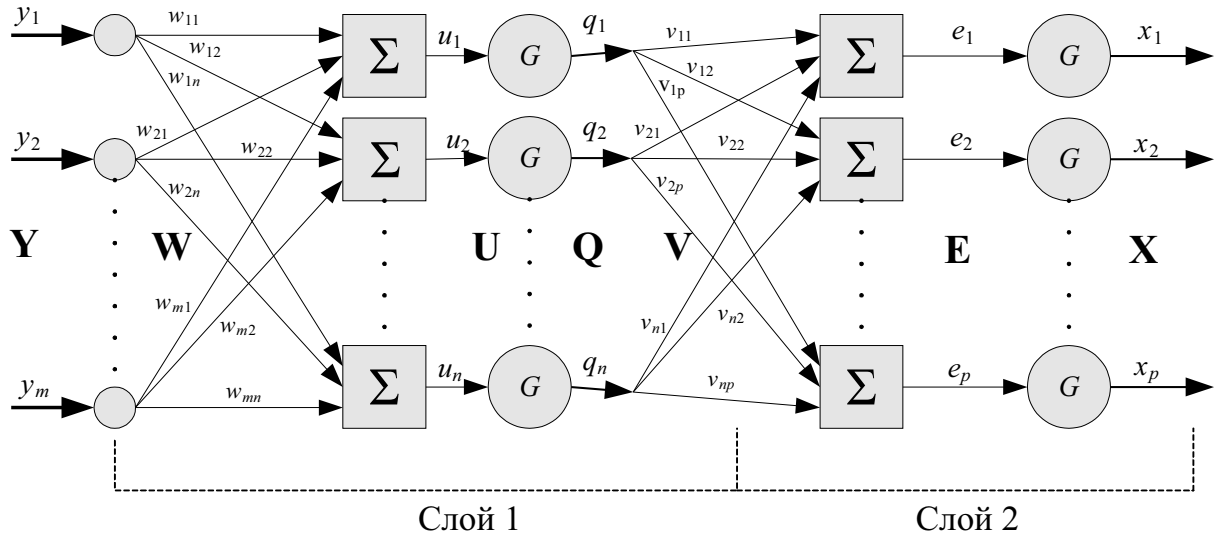


Рис. 3.2. Двухслойная ИНС с ГФА.

Принцип построения ИНС оставим тот же что и в пункте 3.1. Добавим еще один слой нейронов с гистерезисной функцией активации, при этом слой 1 будем называть скрытым, а слой 2 – выходным слоем. Обучение ИНС будем проводить с помощью процедуры обратного распространения

ошибки. Таким образом, рассматриваемая ИНС можно классифицировать как сеть обратного распространения.

Введем следующие обозначения:

Y^m – вектор входных значений;

W^{mn} – матрица весовых коэффициентов скрытого слоя;

U^n – вектор воздействий скрытого слоя;

Q^n – выходной вектор скрытого слоя;

V^{np} – матрица весовых коэффициентов выходного слоя;

E^p – вектор воздействий выходного слоя;

X^p – целевой вектор.

Количество нейронов n в скрытом слое должно быть 30-50% от числа m . Это число определяется экспериментальным путем. При слишком большом n может наблюдаться эффект переобучения сети, что отрицательно повлияет на способность сети к обобщению. При слишком малом n ИНС может потерять способность к обучению.

Для индексов примем следующие обозначения: входы нумеруются индексом $i = \overline{1, m}$, элементы скрытого слоя индексом $j = \overline{1, n}$, а выходы соответственно индексом $k = \overline{1, p}$. Индексом l будем обозначать номер итерации работы ИНС.

Прямой проход через сеть осуществляется следующим образом:

$$\begin{cases} U^n = Y^m W^{mn}, \\ Q^n = G(U^n), \\ E^p = Q^n V^{np}, \\ X^p = G(E^p). \end{cases} \quad (3.4)$$

В качестве функции активации G можно использовать как модель на основе S -преобразователя (см. раздел 2.1), так и преобразователь Прейссаха (см. раздел 2.2). В случае применения модели Прейссаха функция активации каждого нейрона сети содержит n неидеальных реле $R[\alpha, \beta, x_0]$, имеющих характеристику, показанную на рис. 2.4.

Коэффициенты $a_{n'}$, $b_{n'}$ и k задают наклон характеристик неидеальных реле и, как следствие, форму характеристики преобразователя Прейссаха в целом. Будем считать, что коэффициенты $a_{n'} = \{1\}$, $b_{n'} = \{1\}$, $k = 0, 1$

а шаг изменения пороговых значений α и β , $h_{\alpha,\beta} = 0, 1$. В этом случае характеристика преобразователя будет иметь вид, показанный на рис. 2.7. Наклон характеристики обеспечит дифференцируемость и, как следствие, лучшую сходимость при использовании градиентного метода поиска оптимального решения в процессе обучения ИНС.

Алгоритм обучения

Рассматриваемая ИНС является сетью обратного распространения. Для обучения такой нейросети удобно использовать алгоритм минимизации целевой функции ошибки, которая находится по формуле:

$$E(W, V) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^p (x_k - d_k)^2, \quad (3.5)$$

где x_k – полученное реальное значение k -го выхода нейросети при подаче на нее одного из входных образов обучающей выборки (Y^t, D^t) , $t = \overline{1, T}$, d_k – требуемое (целевое) значение k -го выхода для этого образа.

Обучение нейросети производится оптимизационным методом градиентного спуска, то есть на каждой итерации веса перенастраиваются по следующим формулам:

$$\begin{cases} w_{ij}^{N+1} = w_{ij}^N - \alpha \frac{\partial E}{\partial w_{ij}}, \\ \nu_{jk}^{N+1} = \nu_{jk}^N - \alpha \frac{\partial E}{\partial \nu_{jk}}, \end{cases} \quad (3.6)$$

где α – коэффициент, определяемый в процессе обучения.

Для метода градиентного спуска необходимо, чтобы функция активации была дифференцируемой на всей области допустимых значений. Зная решение дифференциального уравнения (2.1), а также в каждый момент времени величины x_k^{l+1} и x_k^l , q_j^{l+1} и q_j^l легко вычислить производную активационной функции нейронов скрытого слоя $\frac{\partial q}{\partial u}$ и выходного слоя $\frac{\partial x}{\partial e}$ численным методом.

Функция ошибки в явном виде не содержит зависимости от весовых коэффициентов w_{ij} и ν_{jk} , поэтому для вычисления производных $\frac{\partial E}{\partial w_{ij}}$ и $\frac{\partial E}{\partial \nu_{jk}}$

воспользуемся формулами дифференцирования сложной функции:

$$\frac{\partial E}{\partial v_{jk}} = \frac{\partial E}{\partial x_k} \frac{\partial x_k}{\partial e_k} \frac{\partial e_k}{\partial v_{jk}}. \quad (3.7)$$

Исходя из архитектуры сети известно, что

$$e_k = \sum_{j=1}^n v_{jk} q_j, \quad (3.8)$$

Следовательно

$$\frac{\partial e_k}{\partial v_{jk}} = q_j. \quad (3.9)$$

Значение производной функции активации $\frac{\partial x_k}{\partial e_k}$ вычисляется в процессе работы сети численным методом, а производная функции ошибки находится следующим образом:

$$\frac{\partial E}{\partial x_k} = x_k - d_k. \quad (3.10)$$

Таким образом, получим выражение для производной:

$$\frac{\partial E}{\partial v_{jk}} = (x_k - d_k) q_j \frac{x_k^{l+1} - x_k^l}{e_k^{l+1} - e_k^l}. \quad (3.11)$$

Производную $\frac{\partial E}{\partial w_{ij}}$ находим аналогично:

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ij}} = \frac{\partial E}{\partial q_j} \frac{\partial q_j}{\partial u_j} \frac{\partial u_j}{\partial w_{ij}}. \quad (3.12)$$

Здесь

$$\frac{\partial u_j}{\partial w_{ij}} = y_i. \quad (3.13)$$

Производная $\frac{\partial q_j}{\partial u_j}$ вычисляется в процессе работы ИНС численным методом. Так как функция ошибки не зависит в явном виде от выходов скрытого слоя q_j , производная $\frac{\partial E}{\partial q_j}$ определяется соотношением

$$\frac{\partial E}{\partial q_j} = \sum_{k=1}^p \frac{\partial E}{\partial x_k} \frac{\partial x_k}{\partial e_k} \frac{\partial e_k}{\partial q_j}. \quad (3.14)$$

Используя выражения, полученные ранее, имеем:

$$\frac{\partial E}{\partial q_j} = \sum_{k=1}^p (x_k - d_k) \nu_{jk} \frac{x_k^{l+1} - x_k^l}{e_k^{l+1} - e_k^l}. \quad (3.15)$$

Введем обозначение

$$\delta_k = (x_k - d_k) \frac{x_k^{l+1} - x_k^l}{e_k^{l+1} - e_k^l}. \quad (3.16)$$

Таким образом, соотношения, обеспечивающие обучение двухслойной ИНС с ГФА методом обратного распространения ошибки имеют вид

$$\begin{cases} \frac{\partial E}{\partial \nu_{jk}} = \delta_k q_j, \\ \frac{\partial E}{\partial w_{jk}} = y_i \frac{q_j^{l+1} - q_j^l}{u_j^{l+1} - u_j^l} \sum_{k=1}^p (\delta_k \nu_{jk}). \end{cases} \quad (3.17)$$

Рассмотрим теперь пошагово полный алгоритм обучения данной ИНС:

1. Инициализация сети.

Инициализируем матрицы весовых коэффициентов случайными значениями. Задаем параметр точности обучения ε , параметр скорости обучения α , шаг по времени для численного моделирования h , количество повторов каждого прохода через сеть N , создаем набор векторов обучающей выборки (Y^t, D^t) .

2. Прямой проход через сеть.

На вход сети подаем один из образов обучающей выборки, и определяем значения выходов всех нейронов нейросети.

3. Настройка синоптических весов.

Корректируем весовые коэффициенты выходного слоя в соответствии с формулами:

$$\nu_{jk}^{N+1} = \nu_{jk}^N - \alpha \frac{\partial E}{\partial \nu_{jk}},$$

где

$$\frac{\partial E}{\partial \nu_{jk}} = \delta_k q_j, \quad \delta_k = (x_k - d_k) \frac{x_k^{l+1} - x_k^l}{e_k^{l+1} - e_k^l}.$$

Корректируем весовые коэффициенты скрытого слоя в соответствии с формулами:

$$w_{ij}^{N+1} = w_{ij}^N - \alpha \frac{\partial E}{\partial w_{ij}},$$

где

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ij}} = y_i \frac{q_j^{l+1} - q_j^l}{u_j^{l+1} - u_j^l} \sum_{k=1}^p (\delta_k \nu_{jk}).$$

4. Шаги 2 – 3 повторяются для всех обучающих векторов. Обучение завершается по достижении для каждого из обучающих образов значения функции ошибки, удовлетворяющего условию $E(W, V) < \varepsilon$.

3.3 Моделирование работы нейросети с гистерезисом на примере решения задачи классификации образов

Рассмотрим работу ИНС с ГФА на примере решения задачи классификации чисел 0 – 9. В данном случае имеем 10 классов образов, поэтому в качестве целевого выходного вектора будем использовать вектор, состоящий из 10 элементов. Входными данными являются образы размером 48x56 пикселей (как показано на рис. 3.3). Таким образом, входной вектор будет

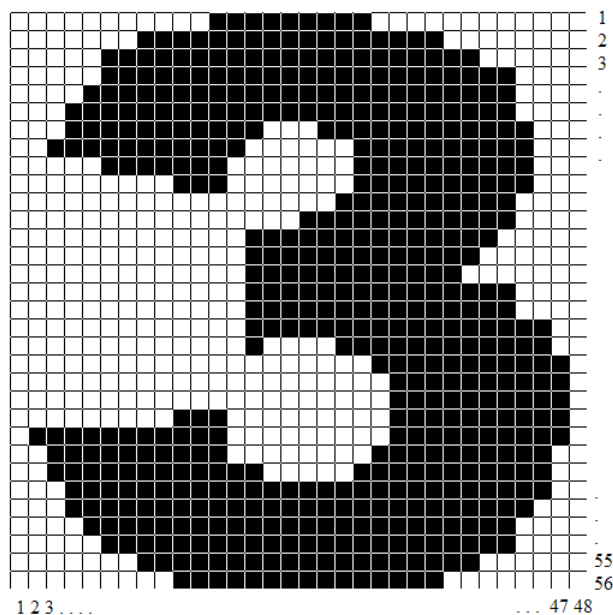


Рис. 3.3. Пример разбиения образа числа «3» размером 48 × 56 пикселей.

состоять из 2688 элементов (по одному на каждый пиксель), при этом значения -1 и $+1$ указывают на черный и белый пиксель соответственно.

3.3.1 Инициализация и обучение

Однослойная ИНС с ГФА

Перед обучением созданной ИНС, зададим начальные параметры. Наборы входных образов Y^k должны иметь значения $\{-1, 1\}$, при этом -1 соответствует черному пикселю, а $+1$ – белому. Каждый k -й образ содержит 2688 элементов. Количество образов обучающей выборки $k = 10$ (числа от 0 до 9). Набор целевых векторов T^k , соответствующих входным образам Y^k , должны иметь значения $\{-3, 3\}$, где -3 соответствует выводу «нет», а 3 – «да». Зададим шаг по времени, используемый при численном моделировании, $h = 0,01$, скорость обучения $\nu = 0,001$, значение допустимой ошибки $\varepsilon = 0,01$. Зададим начальные условия (u_k^0, x_k^0) значениями $(-2.9, -16)$. Проинициализируем матрицу весовых коэффициентов W случайными значениями из диапазона $[-0,05; 0,05]$.

Заметим, что наличие гистерезиса в функции активации приводит к тому, что для установления сети в нужное состояние необходимо N проходов через сеть одних и тех же входных данных. Поэтому перед обучением необходимо задать N . Пусть $N = 100$. При заданных параметрах, процесс обучения созданной ИНС прошел за 11477 общего количества итераций (без учета коэффициента повторений N) и 46 эпох. Для дальнейшей работы данной ИНС зададим пороги принятия решений $\{-2,8; 2,8\}$. Это значит, что по индексу элемента выходного вектора $x_i > 2,8$ можно определить нейрон, находящийся в активном состоянии («да»), $x_i < -2,8$ – в пассивном состоянии («нет»).

В процессе компьютерного моделирования было показано, что однослойная ИНС с ГФА обладает большей помехоустойчивостью по сравнению с подобной ИНС построенной по стандартной схеме и может применяться в системах классификации образов, управления и т.п. с большим уровнем шумов и кратковременными помехами (например, при обработке видеопотока). Основным недостатком ИНС с ГФА является низкое быстродействие и повышенные требования в производительности системы. Так же следует заметить, что ИНС построенные на основе S -преобразователя и модели

Прейсаха ведут себя идентично, однако отличаются по скорости работы и требуемым машинным ресурсам. В процессе компьютерного моделирования было показано, что ИНС с ГФА на основе модели Прейсаха имеет лучшее быстроедействие, но требует значительно больших машинных ресурсов по сравнению с ИНС на основе S -преобразователя.

Двухслойная ИНС с ГФА

Перед обучением созданной ИНС, зададим начальные параметры. Наборы входных образов Y^k должны иметь значения $\{-1, 1\}$, где -1 соответствует черному пикселю, $+1$ – белому. Каждый k -й образ содержит 2688 элементов. Количество образов обучающей выборки $k=10$. Набор целевых векторов D^t , соответствующих входным образам Y^t , должны иметь значения $\{-3, 3\}$, где -3 соответствует выводу «нет», 3 – «да». Инициализируем матрицы W и V случайными значениями из диапазона $[-0, 1; 0, 1]$. Зададим параметры $\varepsilon = 0,3$, $\alpha = 0,006$, $h = 0,03$, $N = 100$. Зададим начальные условия (u_k^0, x_k^0) значениями $(-2, 9; -16)$. При заданных параметрах, процесс обучения созданной ИНС прошел за 1263 общего количества итераций (без учета коэффициента повторений N) и 34 эпох. Для дальнейшей работы данной ИНС зададим пороги принятия решений $\{-2, 5; 2, 5\}$. Это значит, что по индексу элемента выходного вектора $x_i > 2, 5$ можно определить нейрон, находящийся в активном состоянии, $x_i < -2, 5$ – в пассивном.

Как видно из результатов моделирования, двухслойная сеть обучилась за меньшее число итераций, чем сеть с одним слоем. Это можно объяснить тем, что для обучения двухслойной сети был использован более быстрый метод обучения (метод градиентного спуска). Двухслойная нейронная сеть с гистерезисом обладает повышенной стойкостью к шумам и кратковременным помехам при решении задачи классификации образов. Основным недостатком данной сети является еще более низкое быстроедействие в сравнении с однослойной сетью. Следует заметить, что как и в случае однослойной нейросети, двухслойные ИНС построенные на основе S -преобразователя и модели Прейсаха ведут себя идентично, но отличаются по скорости работы и требуемым машинным ресурсам.

3.3.2 Динамика нейросети

Рассмотрим динамику одного из выходных нейронов ИНС. На рис. 3.4 (слева) показана динамика данного нейрона при подаче на вход сети последовательно сначала идеального образа из обучающей последовательности, соответствующего максимальному отклику этого нейрона, а потом такого же образа, но с шумом 70%. На рис. 3.4 (справа) показана динамика данного нейрона при подаче на вход сразу зашумленного образа. Как видно из рисунка, ИНС с ГФА обладает кратковременной памятью и более стойка к шуму, если среди последовательности одинаковых образов есть наименее зашумленный.

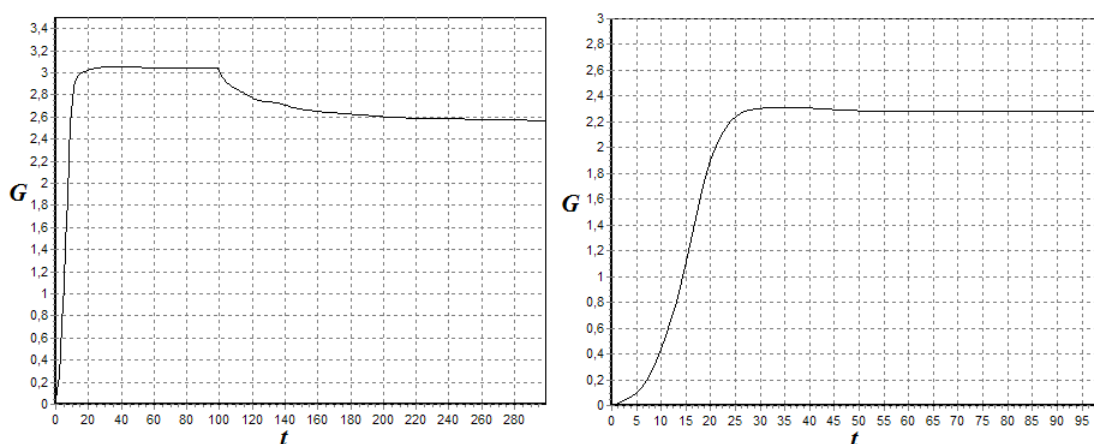


Рис. 3.4. Динамика нейрона с ГФА в случае подачи на вход последовательно идеального и зашумленного образа (слева) или только зашумленного образа (справа).

Рассмотрим динамику соседних нейронов в выходном слое ИНС с ГФА. На рис. 3.5 показана динамика нейронов, соответствующих образам «1» и «2» для нейросетей, обученных на последовательности образов 0 – 9 (слева) и на обратной последовательности образов 9-0 (справа). Как видно из рис. 3.5, при подаче на вход образов, в той же последовательности, что и при обучении, ИНС имеет меньшее время отклика, чем при подаче той же последовательности, но в обратном или произвольном порядке. Таким образом, исследуемая ИНС с ГФА обладает свойством ассоциативной памяти. В процессе компьютерного моделирования было показано, что по-

добными свойствами обладают нейронные сети с ГФА, построенные как на основе S -преобразователя, так и на основе модели Прейсаха.

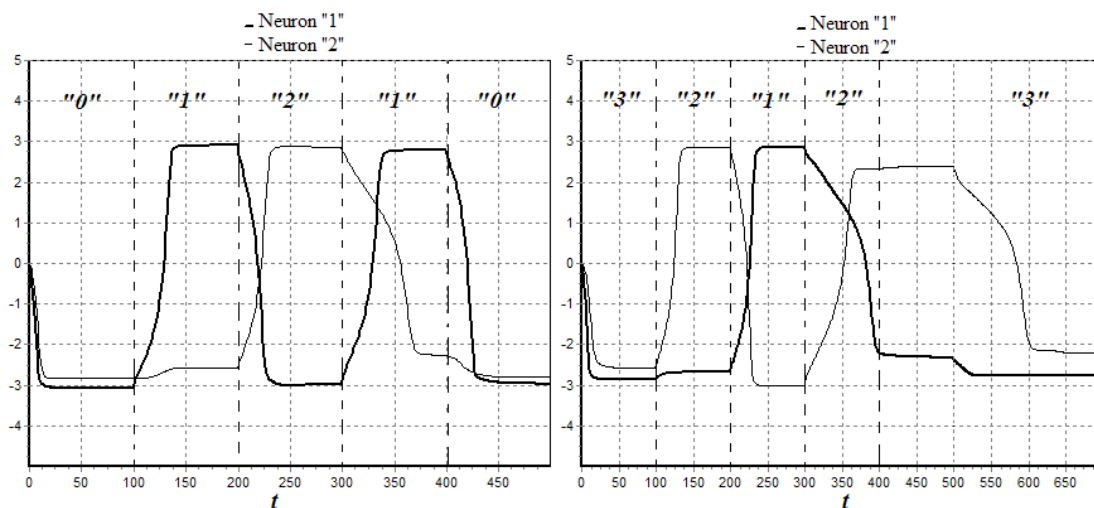


Рис. 3.5. Динамика двух соседних нейронов ИНС с ГФА соответствующих символам «1» и «2» обученных на последовательности образов 0–9 (слева) и 9–0 (справа).

3.4 Нейроуправление и самообучающаяся нейросеть с гистерезисом

Нейроуправление динамическими объектами является перспективным направлением, находящимся на стыке таких дисциплин, как автоматическое управление, искусственный интеллект и нейрофизиология. Нейронные сети обладают рядом уникальных свойств, которые делают их мощным инструментом для создания систем управления: способностью к обучению на примерах и обобщению данных, способностью адаптироваться к изменению свойств объекта управления и внешней среды, пригодностью для синтеза нелинейных регуляторов, высокой устойчивостью к повреждениям своих элементов в силу изначально заложенного в нейросетевую архитектуру параллелизма. В литературе описаны многочисленные примеры практического применения нейронных сетей для решения задач управления самолетом [65–67], автомобилем [68], горнообогатительным процессом [69],

скоростью вращения вала двигателя [70], электропечью [71], турбогенератором [72], сварочным аппаратом [73], пневмоцилиндром [74].

Таким образом, нейронные сети успешно применяются при синтезе систем управления динамическими процессами. Универсальные возможности аппроксимации многослойных ИНС прямого распространения позволяют решать задачи идентификации, проектирования и моделирования нелинейных систем управления.

Существующие подходы к нейроуправлению можно разделить на два направления: 1) имитация уже имеющейся системы управления (человека или сложного контроллера); 2) синтез управления на основе анализа модели поведения объекта. Системы первого типа получают требуемое управление в явном виде, и задача сводится к выбору типа и метода обучения нейронной сети. В системах второго типа оценивают значение производной от положения объекта по управлению, т.е. якобиан объекта, и эту информацию используют для обучения нейронной сети (прямого нейроконтроллера).

Таким образом, в различных методах нейроуправления явно или неявно решается задача нахождения значений якобиана объекта и качество ее решения в значительной степени определяет эффективность получаемого нейроуправления. Рассмотрим схему, в которой для вычисления якобиана используются результаты воздействия на объект двух близких сигналов управления. Это позволяет обучать нейронную сеть управлению объектом без применения дополнительных моделей и дает возможность адаптировать управление к меняющимся характеристикам динамического объекта. Такая схема получила название метода контролируемого возмущения [75–77].

Суть данного метода состоит в том, чтобы последовательно отклоняя значение управления в разные стороны, сравнивать полученные реакции объекта, и, в зависимости от того, какое из отклонений больше соответствует переходу в целевое состояние, генерировать сигнал ошибки для обучения нейронной сети. Схема нейроуправления по предлагаемому методу представлена на рис. 3.6. Суть метода состоит в следующем: пусть

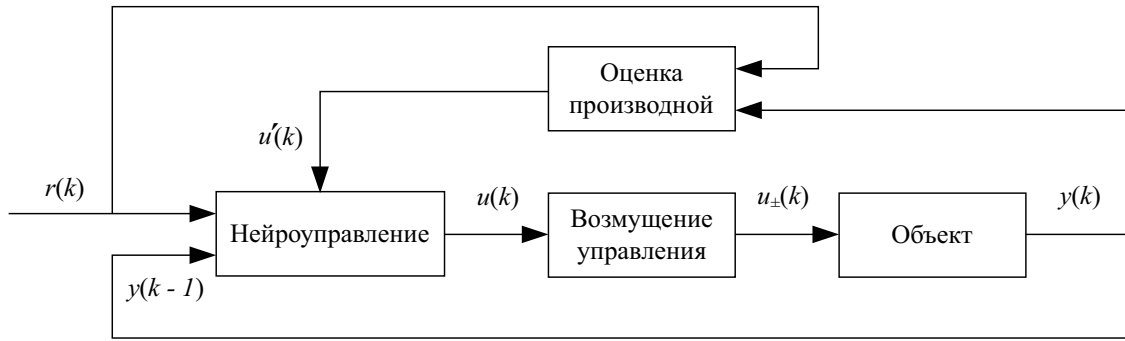


Рис. 3.6. Общая схема нейруправления по методу контролируемого возмущения.

$\xi(k) = X_0$ – положение управляемого объекта в k -й момент времени. Рассмотрим случай дискретного времени, где каждый временной шаг намного меньше характерного времени изменения динамики объекта. Применим на следующем временном шаге управление $U_1 = U(k) - h$, где $U(k)$ – текущее управление, h – вектор с одной ненулевой компонентой (по которой берется производная), величина которой достаточно мала. Обозначим полученное положение как X_1 . На следующем временном шаге применим управление $U_2 = U(k) + h$ и обозначим полученное положение как X_2 .

Чтобы определить, какое из этих управлений больше соответствует достижению целевого положения, найдем оценку положения X_1' , в котором оказался бы объект, если бы в положении X_0 к нему было приложено управление U_2 вместо U_1 :

$$X_1' = X_0 + (X_2 - X_1) + (\dot{X}_0 - \dot{X}_1) dt. \quad (3.18)$$

Здесь второе слагаемое представляет фактическое смещение системы при применении второго управления, а последний член учитывает изменение скорости объекта.

Производная от положения по одной компоненте управления может быть найдена как

$$\frac{\partial \xi(k)}{\partial u_i} \approx \frac{X_1' - X_1}{2|h|} = \frac{X_0 + X_2 - 2X_1 + (\dot{X}_0 - \dot{X}_1) dt}{2|h|}, \quad (3.19)$$

где индекс i соответствует номеру ненулевой компоненты вектора h , по которой берется частная производная в данный момент.

Алгоритм обучения

Для обучения ИНС следует выполнить следующие действия:

1. На вход нейросети подать значение текущего состояния объекта $\xi(k)$ (координаты, скорости). Ответом сети является управление $U(k)$.

2. К управляемому объекту последовательно применяется управление $U(k) + h$ и $U(k) - h$ с запоминанием состояний X_0 , X_1 и X_2 . Номер ненулевой компоненты h фиксируется в рамках одного цикла обучения. На каждом следующем цикле он может меняться, последовательно пробегая все значения.

3. Используя формулу (3.19), вычислить производную $\frac{\partial \xi(k)}{\partial u_i}$.

4. Выполнить один шаг обучения нейронной сети, входом которой служит текущее состояние объекта $\xi(k)$, а целевым – вектор $\tilde{U}(k) = U(k) + \alpha \cdot \text{sign}\left(\frac{\partial \xi}{\partial u_i}\right) \cdot \text{sign}[r(k) - \xi(k)]$, полученный из $U(k)$ изменением i -й компоненты на малую величину α в сторону наибольшего приближения объекта $\xi(k)$ к целевому положению $r(k)$.

Величина h выбирается достаточно малой, чтобы нелинейность управляемого объекта слабо проявлялась на разнице между управлениями $U(k) + h$ и $U(k) - h$, однако эта разница должна быть достаточной, чтобы эффект управления существенно превышал уровень флуктуаций, вызванных шумом.

Описанный в пп. 1–4 процесс представляет собой полный цикл обучения рассматриваемой ИНС.

Очевидно, что для построения нейроконтроллера, работающего по принципу контролируемого возмущения и применяемого в системах стабилизации и управления неустойчивыми объектами, целесообразно использовать ИНС с ГФА (см. раздел 3.1 и 3.2). В этом случае нейроуправление будет обладать всеми достоинствами использования ИНС с ГФА, а нейросеть будет способна адаптивно подстраиваться под изменения состояния системы без потери управления, то есть приобретет способность к самообучению.

Выводы

В данной главе

- Разработаны принципы построения функций активации нейронов с наличием гистерезиса на основе S -преобразователя и модели Прейссаха. Проведено исследование функционирования данных моделей.
- Разработаны принципы построения однослойной и двухслойной ИНС с ГФА на основе S -преобразователя и модели Прейссаха. Предложены алгоритмы их обучения.
- Проведено компьютерное моделирование процесса обучения однослойной и двухслойной ИНС с ГФА, которое показало, что ИНС с ГФА обладает большей помехоустойчивостью по сравнению с подобной ИНС построенной по стандартной схеме и может применяться в системах классификации образов, управления и т.п. с большим уровнем шумов и кратковременными помехами (например, при обработке видеопотока). Основным недостатком ИНС с ГФА является низкое быстродействие и повышенные требования в производительности системы. Так же следует заметить, что ИНС построенные на основе S -преобразователя и модели Прейссаха ведут себя идентично, однако отличаются по скорости работы и требуемым машинным ресурсам. Исследование показало, что ИНС с ГФА на основе модели Прейссаха имеет лучшее быстродействие, но требует значительно больших машинных ресурсов по сравнению с ИНС на основе S -преобразователя.
- Выполнено компьютерное моделирование работы ИНС с ГФА на примере решения задачи классификации образов. Проведено исследование динамики нейронов сети в процессе их функционирования. Анализ работы двухслойной ИНС с гистерезисом показал, что при обучении сети с помощью одинаково повторяющейся последовательности образов, сеть способна запоминать эту последовательность и в процессе работы реагировать на нее быстрее, чем на те же образы,

поданные на вход в случайном порядке. Таким образом, данная ИНС обладает не только способностью к распознаванию образов, но и способностью к выделению из набора подаваемых на нее образов, искомой последовательности. Другими словами, двухслойная сеть обладает свойством ассоциативной памяти.

- Разработаны принципы построения нейроконтроллера на основе ИНС с ГФА для управления неустойчивыми объектами. Предложены методы адаптивного функционирования такой нейросети в режиме самообучения.

Глава 4

Стабилизация обратного гибкого маятника с гистерезисным управлением

В настоящей главе выполняется построение математической модели обратного гибкого маятника с наличием люфта в основании его крепления, предлагаются методы решения задачи стабилизации такого маятника в окрестности вертикального положения.

Стабилизация обратного или перевернутого маятник является классической проблемой динамики и теории управления и широко используется в качестве эталона для тестирования алгоритмов управления (ПИД-регуляторов, нейронных сетей, нечёткого управления и т. д.).

Аналоги подобных механических систем можно встретить в совершенно различных технических (и не только технических) приложениях – от медицины и биологии до роботостроения, ракетных и космических технологий. Так решение задачи стабилизации обратного маятника используется при расчете динамических характеристик ракет, так как двигатель ракеты расположен ниже центра тяжести, вызывая аэродинамическую нестабиль-

ность. Эта же проблема решена в сегвее – самобалансирующемся транспортном устройстве.

Первое теоретическое исследование обратного маятника было проведено Стефенсоном в работе [78], а первые эксперименты по стабилизации обратного маятника с помощью колебаний подвеса были рассмотрены П.Л. Капицей и описаны в его работе [79]. Было показано, что за счет осцилляций опоры достаточно высокой частоты можно добиться не просто стабилизации маятника в перевернутом состоянии, а даже устойчивого вертикального положения. В дальнейшем в его работе [80] была рассмотрена стабилизация перевернутого маятника горизонтальными колебаниями, с помощью которых так же удалось добиться его устойчивого верхнего положения. Исследование данной механической системы были активно продолжены в ряде работ Черноуьско Ф.Л. [81, 82].

В указанных выше работах рассматривался обычный жесткий маятник, подвес которого совершает принудительные колебания в вертикальном или горизонтальном направлении. Особо отметим, что эта сравнительно простая механическая система демонстрирует, в зависимости от частоты и амплитуды вынужденных колебаний точки подвеса, большое число разнообразных видов движения. Некоторые движения представляются весьма необычными и противоречат нашей интуиции.

Задача стабилизации обратного маятника имеет большую историю и кажется достаточно изученной, однако большая часть этих исследований рассматривают упрощенную модель, не в полной мере соответствующую реальной механической системе подобного вида. Так, учитывая наличие обыкновенного люфта в точке крепления (например, вследствие износа деталей или же будучи введенным намеренно как в рулевом управлении автомобиля), а также рассматривая случай гибкого стержня, можно добиться большего соответствия модели реальным механическим системам, однако в этом случае задача стабилизации существенно усложняется.

Люфт в опоре маятника – это один из видов гистерезисных зависимостей. Задачи, в которых гистерезисные явления играют существенную роль встречаются в физике, химии, биологии, экономике и смежных дисципли-

нах. Учет и корректное математическое моделирование этих зависимостей совершенно необходимо для адекватного описания процессов в указанных областях. Модели гистерезисных явлений к настоящему времени достаточно хорошо изучены, однако системы, в которых гистерезисные свойства проявляются на уровне отдельных их составляющих, исследованы в меньшей степени, вследствие чего наличие люфта в опоре маятника порождает новую интересную механическую систему. Стабилизация и оптимальное управление обратным маятником рассматривались в работе [83]. Материал, изложенный в настоящей главе подробно представлен в работах [150–158].

Глава организована следующим образом. В разделе 4.1 строится математическая модель обратного гибкого маятника с наличием люфта в основании его крепления, а также предлагается алгоритм управления и стабилизации маятника в окрестности вертикального положения. Раздел 4.2 посвящен численным методам решения системы уравнений, описывающей динамику маятника, рассматриваются явная и неявная разностные схемы, а также метод кусочно-линейной аппроксимации. В разделе 4.3 предлагаются методы оптимизации по параметрам управляющего воздействия – градиентный метод дробления шага и бионический алгоритм поискового поведения личинки ручейника. В разделе 4.4 рассматривается метод стабилизации маятника с помощью нейрорегулирования. В качестве управляющей нейросети используется двухслойная ИНС с ГФА на основе модели Преисаха. В разделе 4.5 проводится компьютерное моделирование стабилизации обратного гибкого маятника с помощью предложенных методов управления, а также проводится их сравнительный анализ.

4.1 Математическая модель

Рассмотрим модель стабилизации обратного маятника в окрестности вертикального положения, представляющего собой гибкий стержень, одним концом шарнирно закрепленный на цилиндре, движение которого вызывается горизонтальным перемещением поршня (рис. 4.1).

Физическая модель похожей механической системы рассматривалась

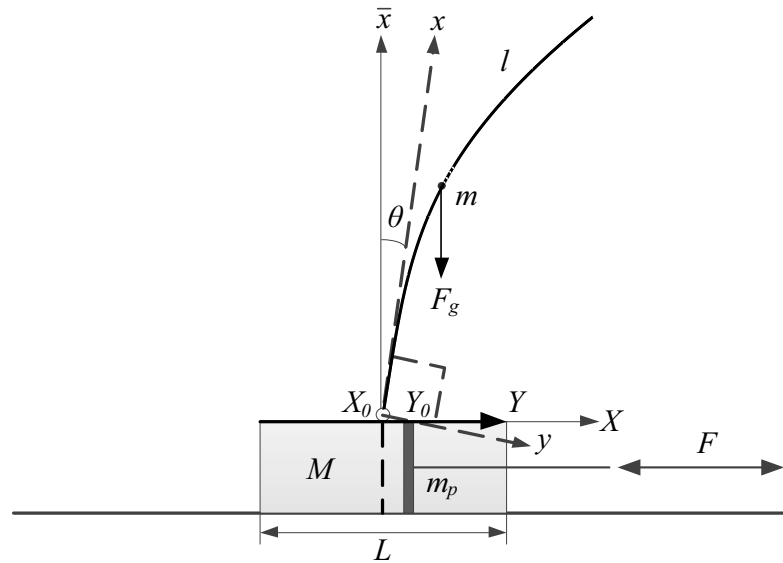


Рис. 4.1. Модель гибкого маятника.

в работе [84]. Исследованию динамики обратного гибкого маятника посвящены работы [85–88].

Здесь (x, y) – система отсчета гибкого стержня массой m , длиной l и плотностью ρ , где ось Ox совпадает с касательной к профилю стержня в точке его крепления;

θ – угол наклона системы координат стержня, I – осевой момент инерции сечения стержня;

(X, \bar{x}) – инерциальная система отсчета рассматриваемой механической системы, M – масса цилиндра с раствором L , F – сила, приложенная к поршню массой m_p , трактуемая как управление.

Целью данной работы является изучение возможной стабилизации обратного гибкого маятника в окрестности вертикального положения при условии наличия люфта в опоре стержня, а также исследование различных аспектов динамической системы, описывающей его поведение.

4.1.1 Обратный гибкий маятник с жестким креплением

Рассмотрим модель маятника приведенную на рис. 4.1. Будем считать, что отклонение y и угол наклона стержня θ имеют малые значения,

то есть $x \approx \bar{x}$, а граничные условия системы, определяющие кривизну стержня:

$$\begin{cases} y(0, t) = y''(0, y) = 0, \\ y''(l, t) = y'''(l, y) = 0. \end{cases} \quad (4.1)$$

Пусть функция $X(\bar{x}, t)$ описывает поведение профиля стержня с течением времени и показывает отклонение каждой точки стержня от вертикальной оси, (X, \bar{x}) – координаты профиля стержня, а $X(0, t) = s(t)$ – перемещение точки крепления в горизонтальной плоскости. Преобразование систем координат в матричной форме будет иметь следующий вид:

$$\begin{pmatrix} X \\ \bar{x} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} X(0, t) \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (4.2)$$

Построим математическую модель рассматриваемой механической системы. Для этого, используя функцию Лагранжа, рассмотрим соотношение кинетической и потенциальной энергии данной системы. Учитывая, что y и θ имеют малые значения, функция Лагранжа будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} L(t) = & \frac{1}{2} M \dot{s}^2 + \frac{1}{2} \int_0^l \left[\rho \dot{s}^2 + \rho y_t^2 + \rho (x \dot{\theta})^2 + \right. \\ & \left. + \rho (2 \dot{s} x \dot{\theta} + 2 x \dot{\theta} y_t + 2 \dot{s} y_t) + 2 \rho g y \theta - EI y_{xx}^2 \right] dx. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Проинтегрировав уравнение (4.3) на интервале (t_0, t_f) получим функцию действия

$$\begin{aligned} W = & \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} M \dot{s}^2 dt + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \int_0^l \left[\rho (\dot{s}^2 + y_t^2 + x^2 \dot{\theta}^2 + \right. \\ & \left. + 2 \dot{s} x \dot{\theta}) + 2 x \dot{\theta} y_t + 2 \dot{s} y_t + 2 g y \theta - \frac{EI}{\rho} y_{xx}^2 \right] dx dt. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Используя вариационный принцип (принцип наименьшего действия) и применив разложение в ряд Тейлора, получим следующее соотношение:

$$\ddot{y} + \frac{EI}{\rho} y'''' = -\ddot{s} - x \ddot{\theta} + g \theta. \quad (4.5)$$

Принимая в качестве обобщенной координаты функции Лагранжа переменную θ , получим

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0. \quad (4.6)$$

Подставим выражение (4.3) в (4.6), получим

$$\int_0^l x \left(x\ddot{\theta} + \ddot{y} + \ddot{s} \right) dx = g \int_0^l y dx. \quad (4.7)$$

Учитывая равенство (4.5), получим

$$\int_0^l x \left(g\theta - \frac{EI}{\rho} y'''' \right) dx = g \int_0^l y dx \quad (4.8)$$

или

$$\frac{gl^2\theta}{2} - \frac{EI}{\rho} \int_0^l xy'''' dx = g \int_0^l y dx. \quad (4.9)$$

Исходя из начальных условий (4.1), интеграл в левой части выражения (4.9) будет равен нулю, а домножив обе части этого равенства на ρ/g , получим

$$\frac{1}{2}ml\theta = \rho \int_0^l y dx. \quad (4.10)$$

Проинтегрируем обе части равенства (4.5) и домножим с двух сторон на ρ :

$$\rho \int_0^l \left(\ddot{y} + \frac{EI}{\rho} y'''' \right) dx = \rho \int_0^l \left(-\ddot{s} - x\ddot{\theta} + g\theta \right) dx \quad (4.11)$$

или

$$\rho \int_0^l \ddot{y} dx + EI [y''''(l, t) - y''''(0, t)] = -\ddot{s}\rho l - \frac{l^2}{2}\rho\ddot{\theta} + g\rho l\theta. \quad (4.12)$$

Учитывая тот факт, что $\rho l = m$, $y''''(l, t) = 0$ (из начальных условий), а, в соответствие с (4.10),

$$\rho \int_0^l \ddot{y} dx = \frac{1}{2}ml\ddot{\theta}, \quad (4.13)$$

получим следующее уравнение:

$$ml\ddot{\theta} + m\ddot{s} = mg\theta + EIy''''(0, t). \quad (4.14)$$

Принимая в качестве обобщенной координаты функции Лагранжа переменную s , получим

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{s}} - \frac{\partial L}{\partial s} = f(t), \quad (4.15)$$

где $f(t)$ – сила, приложенная к опоре стержня. Подставим (4.3) в (4.15), получим следующее:

$$M\ddot{s} + \rho \int_0^l (\ddot{s} + x\ddot{\theta} + \ddot{y}) dx = f(t). \quad (4.16)$$

Учитывая равенство (4.5), получим

$$M\ddot{s} + \rho \int_0^l \left(q\theta - \frac{EI}{\rho} y'''' \right) dx = f(t). \quad (4.17)$$

Проводя те же преобразования, что и в (4.11), получим следующее равенство:

$$M\ddot{s} = f(t) - mg\theta - EIy'''(0, t). \quad (4.18)$$

Таким образом, имеем следующую систему уравнений

$$\begin{cases} ml\ddot{\theta} + m\ddot{s} = mg\theta + EIy'''(0, t), \\ M\ddot{s} = f(t) - mg\theta - EIy'''(0, t). \end{cases} \quad (4.19)$$

Переходя к системе координат (X, \bar{x}) , математическая модель рассматриваемой механической системы будет иметь следующий вид:

$$\begin{cases} \ddot{X} + \frac{EI}{\rho} X'''' = gX'(0, t), \\ M\ddot{X}(0, t) = f(t) - mgX'(0, t) - EIX'''(0, t), \\ ml\ddot{X}'(0, t) + m\ddot{X}(0, t) = mgX'(0, t) + EIX'''(0, t), \end{cases} \quad (4.20)$$

где $X = X(x, t)$, так как $\bar{x} \approx x$.

Выразим $\ddot{X}(0, t)$ из первого уравнения данной системы и подставим во второе уравнение:

$$g(M + m)X'(0, t) - \frac{MEI}{\rho} X'''' + EIX''' = f(t). \quad (4.21)$$

Проинтегрируем обе части уравнения (4.21) по x , получим

$$g(M + m) X(0, t) - \frac{MEI}{\rho} X''' + EIX'' = \int_0^l f(t) dx. \quad (4.22)$$

Учитывая начальные условия (4.1),

$$g(M + m) X(0, t) - \frac{MEI}{\rho} X''' = \int_0^l f(t) dx. \quad (4.23)$$

Из второго и третьего уравнения системы (4.20) можно получить следующее равенство:

$$(M + m) \ddot{X}(0, t) + ml\ddot{X}'(0, t) = f(t). \quad (4.24)$$

Таким образом, математическая модель, описывающая динамику обратного гибкого маятника с жестким креплением, имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \ddot{X} + \frac{EI}{\rho} X'''' = gX'(0, t), \\ M\ddot{X}(0, t) + mgX'(0, t) + EIX'''(0, t) = f(t), \\ (M + m) \ddot{X}(0, t) + ml\ddot{X}'(0, t) = f(t), \\ g(M + m) \ddot{X}(0, t) - \frac{MEI}{\rho} X''' = \int_0^l f(t) dx. \end{cases} \quad (4.25)$$

4.1.2 Обратный гибкий маятник с люфтом в основании его крепления

Одной из особенностей рассматриваемой в данной работе механической системы является наличие люфта в опоре стержня. Воспользуемся математическим описанием преобразователя-люфта, приведенном в разделе 2.3. Как указывалось ранее, наличие оператора гистерезисного типа в уравнении (2.11) осложняет стабилизацию маятника в целом, заставляя «предсказывать» его будущее положение, так как управляющее воздействие будет являться запаздывающим, то есть будет иметь место гистерезисное управление.

Рассмотрим модель маятника, приведенную на рис. 4.1. Выход преобразователя - люфта в управлении маятником описывается следующим соотношением:

$$X(t) = \Gamma[X_0, L]Y(t) = \begin{cases} 0, & |Y(t) - X_0| \leq L/2, \\ Y(t) - L/2, & Y(t) - X_0 > L/2, \\ Y(t) + L/2, & Y(t) - X_0 < -L/2, \end{cases} \quad (4.26)$$

которое иллюстрирует рис. 4.2. Здесь $X(t)$ – перемещение центра цилиндра,

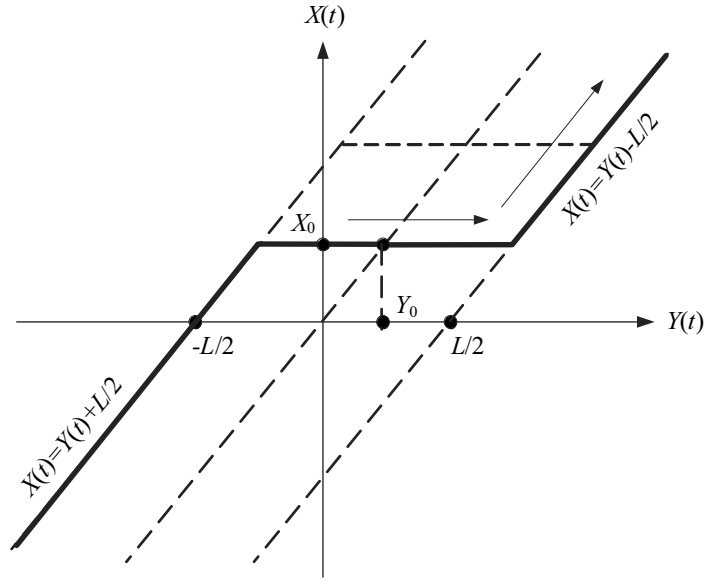


Рис. 4.2. Динамика входно-выходных соответствий люфта.

$Y(t)$ – перемещение поршня в горизонтальной плоскости.

Сила, приложенная к опоре стержня, находится из следующего соотношения:

$$f(t) = \Gamma[X(0, t), Y(t), L, F_0]F = \begin{cases} 0, & |X(0, t) - Y(t)| \leq L, \\ F, & |X(0, t) - Y(t)| > L, \end{cases} \quad (4.27)$$

где L – величина раствора цилиндра, F – сила, трактуемая как управление и приложенная к поршню, а уравнение движения поршня:

$$m_p \ddot{Y}(t) = F. \quad (4.28)$$

Построим математическую модель обратного гибкого маятника при условии наличия люфта в основании его крепления. С этой целью модифицируем построенную в разделе 4.1.1 модель маятника, добавив в нее

гистерезисную нелинейность типа «люфт», определяемую с помощью выражения (4.26).

Таким образом, аналогично (4.25), с учетом (4.27) и (4.28), математическая модель, определяющая динамику обратного гибкого маятника с гистерезисным управлением, будет описываться с помощью системы уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{X} + \frac{EI}{\rho} X'''' = gX'(0, t), \\ M\ddot{X}(0, t) + mgX'(0, t) + EIX'''(0, t) = f(t), \\ (M + m)\ddot{X}(0, t) + ml\ddot{X}'(0, t) = f(t), \\ g(M + m)\ddot{X}(0, t) - \frac{MEI}{\rho} X''' = \int_0^l f(t) dx, \\ f(t) = \Gamma[X(0, t), Y(t), L, F_0]F, \\ m_p\ddot{Y}(t) = F. \end{array} \right. \quad (4.29)$$

4.1.3 Управление и стабилизация

Задача синтеза управления неустойчивым объектом, стабилизации нужного режима его работы сопряжена с определенными трудностями, так как во всякой реальной системе ресурсы управления так или иначе ограничены, в связи с этим неустойчивый объект может быть выведен на нужный режим работы не из всякого состояния. Другими словами, множество состояний, из которых при заданных ресурсах управления объект можно вывести на желаемый режим, занимает часть фазового пространства. Это множество принято называть областью управляемости [95, 96].

Область притяжения желаемого режима работы, возникающая при построении конкретного закона управления принадлежит области управляемости и чаще всего занимает лишь ее часть. Под областью притяжения понимается множество начальных состояний, из которых управляемая система асимптотически стремится к желаемому режиму. Если область притяжения оказывается малой по сравнению с практически возможными возмущениями движения объекта, то желаемый режим функционирования объекта практически не реализуем. Область притяжения может оказаться малой, когда ресурсы управления недостаточны, либо когда закон управ-

ления построен не оптимально. Таким образом, при заданных ограничениях на ресурсы управления весьма важной оказывается проблема построения управления, при котором достигается максимально возможная область притяжения.

Значительные трудности вызывает обычно задача построения управления объектами, в которых число управляющих воздействий меньше числа степеней свободы. Однако такое управление обладает значимым преимуществом, простотой реализации регулятора и пониженными требованиями к ресурсам управления. В данной работе объектом управления является обратный гибкий маятник с наличием люфта в точке его крепления, а режим работы объекта, к которому он должен стремиться – это стабилизация маятника в окрестности вертикального положения.

Рассмотрим управление маятником по принципу обратной связи [83], т.е. будем считать, что величина силы, приложенной к поршню (рис. 4.1), определяется следующим равенством:

$$F = k \cdot \text{sign}(ae_1 + e_2), \quad (4.30)$$

где коэффициенты $a > 0$, $k > 0$ и

$$\begin{cases} e_1 = \int_0^l X' dl, \\ e_2 = \int_0^l \dot{X}' dl. \end{cases} \quad (4.31)$$

Коэффициент e_1 – интегральный угол отклонения гибкого стержня, e_2 – интегральная угловая скорость гибкого стержня.

Очевидно, что при данном методе управления число управляющих воздействий меньше числа степеней свободы обратного гибкого маятника, а задача его стабилизации в окрестности вертикального положения будет заключаться в поиске оптимальных значений коэффициентов a и k , обеспечивающих наибольшую область притяжения и, как следствие, наилучшую стабилизацию.

Учитывая управление (4.30), дополним математическую модель обратного гибкого маятника с люфтом (4.29). В результате система уравнений, описывающая динамику исследуемого маятника, будет иметь следую-

щий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{X} + \frac{EI}{\rho} X'''' = gX'(0, t), \\ M\ddot{X}(0, t) + mgX'(0, t) + EIX'''(0, t) = f(t), \\ (M + m)\ddot{X}(0, t) + ml\ddot{X}'(0, t) = f(t), \\ g(M + m)\ddot{X}(0, t) - \frac{MEI}{\rho} X''' = \int_0^l f(t) dx, \\ f(t) = \Gamma[X(0, t), Y(t), L, F_0]F, \\ m_p\ddot{Y}(t) = F, \\ F = k \cdot \text{sign}(ae_1 + e_2), \\ e_1 = \int_0^l X' dl, \\ e_2 = \int_0^l \dot{X}' dl. \end{array} \right. \quad (4.32)$$

Решение системы (4.32) и моделирование динамики маятника с учетом построенного управления выполним с помощью численных методов. Следует заметить, что под решением здесь понимается абсолютно непрерывная функция, удовлетворяющая решению системы почти всюду за исключением множества точек меры 0.

4.2 Численное решение

Введем прямоугольную сетку, для этого разобьем область определения функции $X = X(x, t)$ сеткой прямых линий, параллельных координатным осям:

Очевидно, что в узлах сетки, функция $X(x, t)$ будет принимать значения

$$X_{i,j} = X(ih_x, jh_t), \quad (4.33)$$

где h_x – шаг сетки по оси x , h_t – шаг сетки по оси времени t , $i = \overline{0, n}$, $j = \overline{0, m}$, $h_x = l/n$, $h_t = T/m$, T – исследуемый промежуток времени.

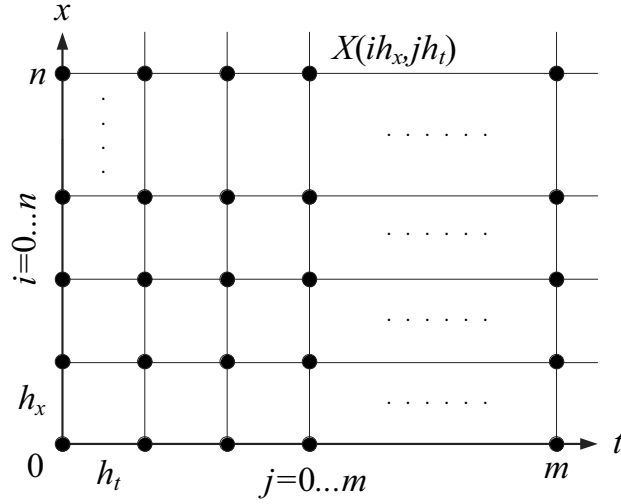


Рис. 4.3. Сеточное разбиение области определения функции $X(x, t)$.

4.2.1 Явная разностная схема

Для вычисления производных воспользуемся аппроксимацией в виде правой конечной разности:

$$\begin{cases} X'(x, t) \approx \frac{X_{i+1,j} - X_{i,j}}{h_x}, \\ \dot{X}(x, t) \approx \frac{X_{i,j+1} - X_{i,j}}{h_t}. \end{cases} \quad (4.34)$$

Тогда система уравнений (4.32) в конечных разностях будет иметь следующий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{X_{i,j+2} - 2X_{i,j+1} + X_{i,j}}{h_t^2} + \frac{EI}{\rho} \frac{6X_{i+2,j} - 4X_{i+1,j} - 4X_{i+3,j} + X_{i+4,j} + X_{i,j}}{h_x^4} = g \frac{X_{1,j} - X_{0,j}}{h_x}, \\ M \frac{X_{0,j+2} - 2X_{0,j+1} + X_{0,j}}{h_t^2} + mg \frac{X_{1,j} - X_{0,j}}{h_x} + EI \frac{3X_{1,j} - 3X_{2,j} + X_{3,j} - X_{0,j}}{h_x^3} = f_j, \\ (M + m) \frac{X_{0,j+2} - 2X_{0,j+1} + X_{0,j}}{h_t^2} + ml \frac{2X_{0,j+1} - X_{0,j+2} - 2X_{1,j+1} + X_{1,j+2} - X_{0,j} + X_{1,j}}{h_t^2 h_x} = f_j, \\ (M + m) g X_{0,j} - \frac{MEI}{\rho} \frac{3X_{1,j} - 3X_{2,j} + X_{3,j} - X_{0,j}}{h_x^3} = f_j l, \\ f_j = \Gamma [X_{0,j}, Y_j, L, F_0] \cdot F_j, \\ m_p \frac{Y_{j+2} - 2Y_{j+1} + Y_j}{h_t^2} = F_j, \\ F_j = k \cdot \text{sign} (ae_{1j} + e_{2j}), \\ e_{1j} = \sum_{i=0}^n (X_{i+1,j} - X_{i,j}), \\ e_{2j} = \sum_{i=0}^n \frac{X_{i,j} - X_{i,j+1} - X_{i+1,j} + X_{i+1,j+1}}{h_t}. \end{array} \right. \quad (4.35)$$

Начальные условия (угол, линейная и угловая скорости):

$$\begin{cases} \frac{X_{1,0}-X_{0,0}}{h_x} = \varphi, \\ \frac{X_{0,1}-X_{0,0}}{h_t} = V, \\ \frac{X_{0,0}-X_{0,1}-X_{1,0}+X_{1,1}}{h_t h_x} = V_\varphi, \\ \frac{X_{2,j}-2X_{1,j}+X_{0,j}}{h_x^2} = 0. \end{cases} \quad (4.36)$$

На основе систем (4.35) и (4.36) можно составить явную разностную схему. На рис. 4.4 показаны схематически все узлы сетки, участвующие в решении системы (4.32) на каждой последующей итерации и направление расчета, в скобках указан номер уравнения из системы (4.35).

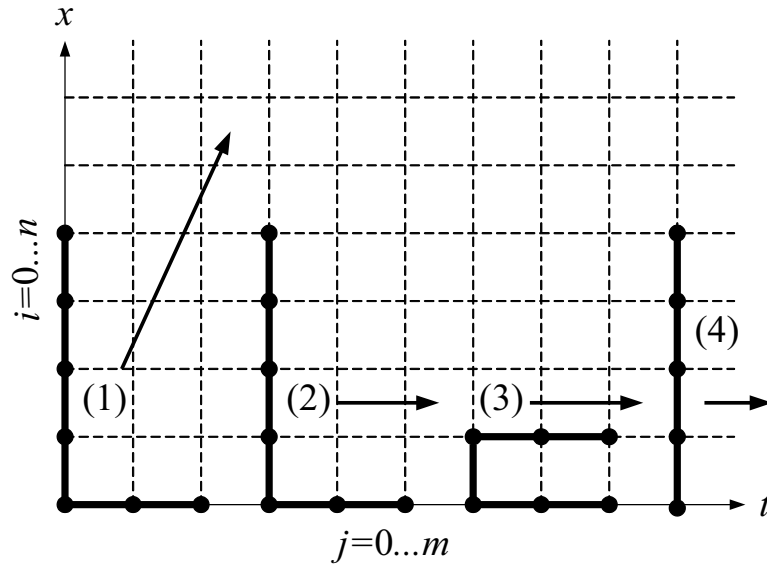


Рис. 4.4. Явная схема расчета $X(x, t)$.

Алгоритм решения состоит из двух этапов расчета, прямого и обратного. В процессе прямого этапа рассчитываются нижние четыре слоя по i , то есть значения $X_{i,j}$, где $i = \overline{0, 3}$, $j = \overline{0, m}$. В процессе обратного этапа, рассчитываются оставшиеся слои, то есть $X_{i,j}$, где $i = \overline{4, n}$, $j = \overline{0, m}$. При этом, для нахождения положения профиля стержня в заданный момент времени, достаточно найти сеточные значения $X_{i,j}$ в области, ограниченной треугольником, как показано на рис. 4.5.

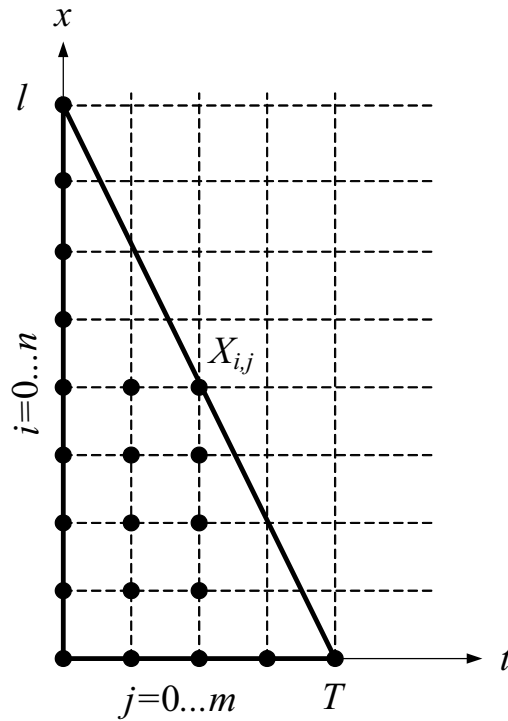


Рис. 4.5. Область расчета.

То есть, для удобства расчета необходимо таким образом формировать сетку, чтобы соблюдалось равенство $n = 2m$.

Алгоритм решения

1. Инициализация

- (a) Зададим параметры системы $m, M, m_p, L, l, I, E, \rho$;
- (b) Зададим начальные условия $X_{0,0}, Y_0, \varphi, V, V_\varphi$;
- (c) Зададим параметры разностной схемы n, m, h_x, h_t ;
- (d) Зададим параметры управления F_0, a, k .

2. Прямой расчет

- (a) Из начальных условий (4.36) и 4-го уравнения системы (4.35)

найдем:

$$\begin{aligned}
j &= 0, \\
X_{1,0} &= \varphi h_x + X_{0,0}, \\
X_{2,j} &= 2X_{1,j} - X_{0,j}, \\
f_j &= \Gamma [X_{0,j}, Y_j, L, F_0] F, \\
X_{3,j} &= [(M + m) g X_{0,j} - f_j l] \frac{\rho h_x^3}{MEI} + 3X_{2,j} + X_{0,j} - 3X_{1,j}; \\
\\
j &= 1, \\
X_{0,1} &= V h_t + X_{0,0}, \\
X_{1,1} &= V_\varphi h_t h_x - X_{0,0} + X_{0,1} + X_{1,0}, \\
X_{2,j} &= 2X_{1,j} - X_{0,j}, \\
f_j &= \Gamma [X_{0,j}, Y_j, L, F_0] F, \\
X_{3,j} &= [(M + m) g X_{0,j} - f_j l] \frac{\rho h_x^3}{MEI} + 3X_{2,j} + X_{0,j} - 3X_{1,j};
\end{aligned}$$

(b) Рассчитаем оставшиеся точки при $i = \overline{0, 3}$, $j = \overline{0, m}$:

$$\begin{aligned}
j &= 0 \dots m - 2, \\
Y_{j+2} &= \frac{F h_t^2}{m_p} + 2Y_{j+1} - Y_j, \\
f_j &= \Gamma [X_{0,j}, Y_j, L, F_0] F, \\
X_{0,j+2} &= \frac{h_t^2}{M} \left(f_j - m g \frac{X_{1,j} - X_{0,j}}{h_x} - EI \frac{3X_{1,j} - 3X_{2,j} + X_{3,j} - X_{0,j}}{h_x^3} \right) + \\
&+ 2X_{0,j+1} - X_{0,j}, \\
X_{1,j+2} &= \frac{h_t^2 h_x}{ml} \left[f_j - (M + m) \frac{X_{0,j+2} - 2X_{0,j+1} + X_{0,j}}{h_t^2} \right] - 2X_{0,j+1} + \\
&+ X_{0,j+2} + 2X_{1,j+1} + X_{0,j} - X_{1,j}, \\
X_{2,j+2} &= 2X_{1,j+2} - X_{0,j+2}, \\
X_{3,j+2} &= [(M + m) g X_{0,j+2} - f_j l] \frac{\rho h_x^3}{MEI} + 3X_{2,j+2} + X_{0,j+2} - \\
&- 3X_{1,j+2};
\end{aligned}$$

3. Обратный расчет

(a) Найдем $X_{i,j}$ при $i = \overline{4, n}$, $j = \overline{0, m}$:

$$\begin{aligned}
X_{i+4,j} &= \left(g \frac{X_{1,j} - X_{0,j}}{h_x} - \frac{X_{i,j+2} - 2X_{i,j+1} + X_{i,j}}{h_t^2} \right) \frac{\rho h_x^4}{EI} - \\
&- 6X_{i+2,j} + 4X_{i+1,j} + 4X_{i+3,j} - X_{i,j};
\end{aligned}$$

(b) Переопределим начальные параметры $X_{0,0}$, φ , V , V_φ ;

(c) Переопределим параметры управления:

$$\begin{aligned} e_1 &= \sum_{i=0}^n (X_{i+1,j} - X_{i,0}), \\ e_2 &= \sum_{i=0}^n \frac{X_{i,0} - X_{i,1} - X_{i+1,0} + X_{i+1,1}}{h_t}, \\ F &= k \cdot \text{sign}(ae_1 + e_2); \end{aligned}$$

(d) Перейти к шагу «Прямой расчет».

Заметим, что сила F пересчитывается на каждом новом временном интервале T (рис. 4.5), то есть каждый раз после переопределения параметров управления.

Полученная явная схема расчета обладает простотой реализации, однако не лишена недостатка всех явных схем – плохой сходимости и устойчивости при не оптимально выбранных параметрах расчета. Таким образом, при реализации данного алгоритма необходимо подбирать параметры n , m , h_x , h_t таким образом, чтобы обеспечить наилучшую сходимость и устойчивость. Другой способ обеспечения хорошей сходимости и устойчивости – применение неявной разностной схемы.

4.2.2 Неявная разностная схема

Для численного решения многих прикладных задач часто применяются неявные двух- и трехслойные разностные схемы [89–93]. Двухслойные неявные схемы обладают тем достоинством, что алгоритмы построения численного решения для всех временных слоев одинаковы, начиная с первого, который определяется по начальным данным. Алгоритмы численного решения задачи с применением трехслойных схем значительно сложнее в реализации. Важным достоинством двухслойных неявных схем является тот факт, что они не налагают жестких ограничений на соотношение между величинами шагов разностной сетки по временной и пространственной переменной, вследствие чего имеют лучшую сходимость и устойчивость по сравнению с аналогичными явными схемами.

Модифицируем систему уравнений (4.32) для использования неявной разностной схемы. Исключив второе уравнение из данной системы и учитывая равенство $m = \rho l$, получим

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{X} + \frac{EI}{m} X'''' = gX'(0, t), \\ (M + m)\ddot{X}(0, t) + ml\ddot{X}'(0, t) = f(t), \\ \frac{g}{l}(M + m)X(0, t) - \frac{MEI}{m} X'''(0, t) = f(t), \\ f(t) = \Gamma[X(0, t), Y(t), L, F_0]F, \\ m_p\ddot{Y}(t) = F, \\ F = k \cdot \text{sign}(ae_1 + e_2), \\ e_1 = \int_0^l X' dl, \\ e_2 = \int_0^l \dot{X}' dl. \end{array} \right. \quad (4.37)$$

Используем неявную двухслойную разностную схему для построения математической модели обратного гибкого маятника с гистерезисным управлением. Тогда система уравнений (4.37) в конечных разностях будет иметь следующий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{X_{i,j+1} - 2X_{i,j} + X_{i,j-1}}{h_t^2} + \frac{EI}{m} \frac{6X_{i,j+1} - 4X_{i-1,j+1} - 4X_{i+1,j+1} + X_{i+2,j+1} + X_{i-2,j+1}}{h_x^4} = g \frac{X_{1,j+1} - X_{0,j+1}}{h_x}, \\ (M + m) \frac{X_{0,j+1} - 2X_{0,j} + X_{0,j-1}}{h_t^2} + ml \frac{X_{1,j-1} - X_{0,j+1} + X_{1,j+1} + 2X_{0,j} - 2X_{1,j} - X_{0,j-1}}{h_x h_t^2} = f_j, \\ \frac{g}{l}(M + m)X_{0,j} - \frac{MEI}{m} \frac{3X_{1,j} - 3X_{2,j} + X_{3,j} - X_{0,j}}{h_x^3} = f_j, \\ f_j = \Gamma[X_{0,j}, Y_j, L, F_0]F_j, \\ m_p \frac{Y_{j+2} - 2Y_{j+1} + Y_j}{h_t^2} = F_j, \\ F_j = k \cdot \text{sign}(ae_{1j} + e_{2j}), \\ e_{1j} = \frac{X_{n,j} - X_{0,j}}{l}, \\ e_{2j} = \frac{e_{1,j} - e_{1,j-1}}{h_t}, \end{array} \right. \quad (4.38)$$

граничные условия:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{X_{1,0}-X_{0,0}}{h_x} = \alpha, \\ \frac{X_{2,j}-2X_{1,j}+X_{0,j}}{h_x^2} = 0, \\ \frac{X_{n-1,j}-2X_{n-2,j}+X_{n-3,j}}{h_x^2} = 0, \\ \frac{3X_{n-2,j}-3X_{n-1,j}+X_{n,j}-X_{n-3,j}}{h_x^3} = 0, \\ \frac{X_{i,1}-X_{i,0}}{h_t} = 0, \\ \frac{X_{i,2}-2X_{i,1}+X_{i,0}}{h_t^2} = 0. \end{array} \right. \quad (4.39)$$

Таким образом, для нахождения положения гибкого стержня на каждом временном слое, необходимо решить СЛАУ вида

$$B^{nn} \times X_j^n = C^n, \quad (4.40)$$

где

$$B^{nn} = \begin{pmatrix} b_0 & b_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_0 & b_1 & b_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_0 & b_1 & b_2 & b_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_0 & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_0 & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_0 & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & b_6 & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ b_0 & b_1 & 0 & b_{n-6} & b_{n-5} & b_{n-4} & b_{n-3} & b_{n-2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{n-3} & b_{n-2} & b_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{n-3} & b_{n-2} & b_{n-1} & b_n \end{pmatrix}, \quad (4.41)$$

$$X_j^n = \begin{pmatrix} X_{0,j} \\ X_{1,j} \\ X_{2,j} \\ X_{3,j} \\ X_{4,j} \\ X_{5,j} \\ \dots \\ X_{n-2,j} \\ X_{n-1,j} \\ X_{n,j} \end{pmatrix}, \quad (4.42)$$

$$C^n = \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ \dots \\ c_{n-2} \\ c_{n-1} \\ c_n \end{pmatrix}, \quad (4.43)$$

b_i – коэффициенты при неизвестных $X_{i,j}$, c_i – свободный член.

Следует заметить, что при решении задачи описанным способом, при выборе параметров разностной схемы и начальных данных, необходимо контролировать обусловленность матрицы (4.41), так как решение будет устойчивым только в том случае, если матрица не является вырожденной и число обусловленности принимает малые значения.

Докажем устойчивость относительно возмущения начальных данных применяемой разностной схемы (4.38) с помощью спектрального метода [94]. Так как устойчивость характеризуется изменением величины погрешности с течением времени, рассмотрим уравнения системы, содержащие

узлы из разных временных слоев. Учитывая тот факт, что наличие свободного члена не влияет на устойчивость, будем исследовать следующие уравнения:

$$(M + m) \frac{X_{0,j+1} - 2X_{0,j} + X_{0,j-1}}{h_t^2} + ml \frac{X_{1,j-1} - X_{0,j+1} + X_{1,j+1} + 2X_{0,j} - 2X_{1,j} - X_{0,j-1}}{h_x h_t^2} = 0, \quad (4.44)$$

$$\frac{X_{i,j+1} - 2X_{i,j} + X_{i,j-1}}{h_t^2} + \frac{EIl}{m} \frac{6X_{i,j+1} - 4X_{i-1,j+1} - 4X_{i+1,j+1} + X_{i+2,j+1} + X_{i-2,j+1}}{h_x^4} = 0. \quad (4.45)$$

Представим решение разностной схемы в виде гармоники

$$X_{k,p} = \lambda^p e^{i\alpha k}. \quad (4.46)$$

Подставив (4.46) в (4.44) и (4.45) и упростив выражения, получим

$$\frac{(\lambda - 1)^2}{\lambda h_t^2} \left(M + m + ml \frac{e^{i\alpha} - 1}{h_x} \right) = 0, \quad (4.47)$$

$$\frac{\lambda - 2 + \lambda^{-1}}{h_t^2} + \frac{EIl}{m} \frac{6 - 4e^{-i\alpha} - 4e^{i\alpha} + e^{2i\alpha} + e^{-2i\alpha}}{h_x^4} \lambda = 0. \quad (4.48)$$

Рассматриваемая разностная схема является устойчивой относительно возмущения начальных данных в случае выполнения необходимого спектрального условия Неймана:

$$|\lambda(\alpha)| \leq 1. \quad (4.49)$$

Из уравнения (4.47) следует, что

$$|\lambda(\alpha)| = 1, \forall \alpha. \quad (4.50)$$

Применяя формулу Эйлера к уравнению (4.48) получим

$$\frac{\lambda - 2 + \lambda^{-1}}{h_t^2} + \frac{EIl}{m} \frac{3 - 4 \cos \alpha + \cos 2\alpha}{h_x^4} \lambda = 0 \quad (4.51)$$

или

$$\frac{(\lambda - 1)^2}{\lambda^2 h_t^2} + \frac{4EIl}{m} \frac{(\cos \alpha - 1)^2}{h_x^4} = 0. \quad (4.52)$$

Пусть

$$\varphi(\alpha) = \sqrt{\frac{EI}{m} \frac{2h_t}{h_x^2}} (\cos \alpha - 1), \quad (4.53)$$

тогда равенство (4.52) будет иметь следующий вид

$$\frac{(\lambda - 1)^2}{\lambda^2} = -\varphi^2(\alpha) \quad (4.54)$$

или

$$\frac{\lambda - 1}{\lambda} = \pm i\varphi(\alpha). \quad (4.55)$$

Выразим λ через $\varphi(\alpha)$:

$$\lambda = \frac{1}{1 \mp i\varphi(\alpha)}, \quad (4.56)$$

$$|\lambda| = \frac{1}{1 + \varphi^2(\alpha)}. \quad (4.57)$$

Таким образом,

$$|\lambda(\alpha)| \leq 1, \forall \alpha. \quad (4.58)$$

Из (4.50) и (4.58) следует, что спектральное условие Неймана (4.49) выполняется и рассматриваемая разностная схема является абсолютно устойчивой.

Для решения нелинейных уравнений, вместо классических методов конечных элементов в виде явных или неявных разностных схем, возможно использовать и другие подходы, являющиеся совокупностью итерационных, рекуррентных и разностных методов. Одним из таких подходов является метод кусочно-линейной аппроксимации.

4.2.3 Метод кусочно-линейной аппроксимации

Линеаризуем исследуемую систему. С этой целью представим гибкий стержень исследуемого маятника как набор из n связанных элементов. При достаточно большой величине n , каждый отдельный элемент можно считать жестким стержнем длиной l/n . То есть, систему уравнений (4.37), описывающую динамику обратного маятника с люфтом, можно свести к

системе линейных дифференциальных уравнений, каждое из которых будет описывать поведения отдельного жесткого элемента из n -набора. Таким образом, решение данной системы уравнений сведется к решению задачи Коши для каждого элемента, при этом начальные условия первого элемента будут определяться первичной инициализацией, а начальное состояние каждого последующего элемента будет соответствовать состоянию предыдущего элемента на его верхнем конце.

Разобьем область значений пространственной переменной x функции $X = X(x, t)$ параллельными линиями с постоянным шагом $h = l/n$ как показано на рис. 4.6. Составим разностную схему для решения системы

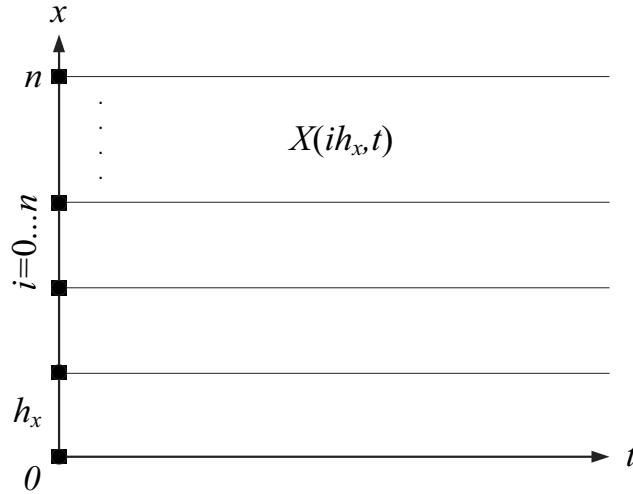


Рис. 4.6. Область расчета.

уравнений (4.37) методом кусочно-линейной аппроксимации. Уравнения в конечных разностях в этом случае будет иметь следующий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{X}_i = g \frac{X_1 - X_0}{h} - \frac{EI}{\rho} \frac{6X_i - 4X_{i-1} - 4X_{i+1} + X_{i+2} + X_{i-2}}{h^4}, \\ i = 3 \dots n - 2, \quad n = \frac{l}{h}, \\ \ddot{X}_0 = \frac{1}{M} \left[f - mg \frac{X_1 - X_0}{h} - EI \frac{3X_1 - 3X_2 + X_3 - X_0}{h^3} \right], \\ \ddot{X}_1 = h \frac{f - (M+m)\ddot{X}_0}{ml} + \ddot{X}_0, \\ f = \Gamma [X_0, Y, L, F_0] F, \\ m_p \ddot{Y} = F, \\ F = k \cdot \text{sign}(ae_1 + e_2), \\ e_1 = \frac{X_n - X_0}{l}, \\ e_2 = \dot{e}_1, \end{array} \right. \quad (4.59)$$

а граничные условия

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{X(0)_1 - X(0)_0}{h} = \alpha, \\ \frac{X_2 - 2X_1 + X_0}{h} = 0, \\ \frac{X_{n-1} - 2X_{n-2} + X_{n-3}}{h^2} = 0, \quad n = \frac{l}{h}, \\ \frac{3X_{n-2} - 3X_{n-1} + X_n - X_{n-3}}{h^3} = 0, \quad n = \frac{l}{h}, \\ \dot{X}(0) = 0, \\ \ddot{X}(0) = 0. \end{array} \right. \quad (4.60)$$

Составим алгоритм компьютерного моделирования поведения маятника с помощью метода кусочно-линейной аппроксимации.

Алгоритм решения

1. Расчет начального положения стержня

(a) $X_{0,0}$ – задается;

(b) $X_{1,0} = h\alpha + X_{0,0}$;

(c) $X_{2,0} = 2X_{1,0} - X_{0,0}$;

(d)

$$\begin{aligned} \frac{EI}{\rho} X''''(0,0) &= gX'(0,0) \Rightarrow \frac{EI}{\rho} X''''(0,0) = g\alpha, \\ \Rightarrow \frac{EI}{\rho} X'''(0,0) &= gX(0,0); \end{aligned}$$

(e)

$$\begin{aligned} X_{3,0} &= \frac{g\rho h^3 X_{0,0}}{EI} - 3X_{1,0} + 3X_{2,0} + X_{0,0}; \\ X_{i+2,0} &= \frac{g\alpha\rho h^4}{EI} - 6X_{i,0} + 4X_{i-1,0} + 4X_{i+1,0} - X_{i-2,0}, \\ i &= \overline{2 \dots n-2}, \quad n = \frac{l}{h}; \\ X_{n-1,0} &= 2X_{n-2,0} - X_{n-3,0}, \quad n = \frac{l}{h}; \\ X_{n,0} &= X_{n-3,0} + 3X_{n-1,0} - 3X_{n-2,0}, \quad n = \frac{l}{h}; \end{aligned}$$

2. Расчет динамики

(a)

$$\ddot{X}_{0,j} = \frac{1}{M} \left(f_j - mg \frac{X_{1,j} - X_{0,j}}{h} - EI \frac{3X_{1,j} - 3X_{2,j} + X_{3,j} - X_{0,j}}{h^3} \right),$$

$$j = \overline{0 \dots N};$$

$$\dot{X}_{0,j+1} = \sum_{m=1}^j \ddot{X}_{0,m} h t;$$

$$X_{0,j+1} = \sum_{m=1}^j \dot{X}_{0,m} h t + X_{0,0};$$

(b)

$$\ddot{X}_{1,j+1} = h \frac{f_j - (M+m)\ddot{X}_{0,j}}{ml} + \ddot{X}_{0,j};$$

$$\dot{X}_{1,j+1} = \sum_{m=1}^j \ddot{X}_{1,m} h t;$$

$$X_{1,j+1} = \sum_{m=1}^j \dot{X}_{1,m} h t + X_{1,0};$$

(c)

$$X_{2,j+1} = 2X_{1,j+1} - X_{0,j+1};$$

(d)

$$\ddot{X}_{i,j} = g \frac{X_{1,j} - X_{0,j}}{h} - \frac{EI}{\rho} \frac{6X_{i,j} - 4X_{i-1,j} - 4X_{i+1,j} + X_{i+2,j} + X_{i-2,j}}{h^4},$$

$$i = \overline{3 \dots n-2}, \quad n = \frac{l}{h};$$

$$\dot{X}_{i,j+1} = \sum_{m=1}^j \ddot{X}_{i,m} h t;$$

$$X_{i,j+1} = \sum_{m=1}^j \dot{X}_{i,m} h t + X_{i,0};$$

$$X_{n-1,j+1} = 2X_{n-2,j+1} - X_{n-3,j+1}, \quad n = \frac{l}{h};$$

$$X_{n,j+1} = X_{n-3,j+1} + 3X_{n-1,j+1} - 3X_{n-2,j+1}, \quad n = \frac{l}{h};$$

3. Расчет управления

(a)

$$e_{1,j} = \frac{X_{n,j} - X_{1,j}}{l}, \quad n = \frac{l}{h};$$

$$e_{2,j} = \frac{e_{1,j} - e_{1,j-1}}{h t};$$

(b)

$$F_j = k \cdot \text{sign}(ae_{1,j} + e_{2,j});$$

$$m_p \frac{Y_{j+2} - 2Y_{j+1} + Y_j}{h_t^2} = F_j;$$

$$f_j = \Gamma [X_0, Y_j, L, F_0] F_j.$$

Другой способ построения математической модели исследуемого маятника – решение системы уравнений (4.37) на основе разностной схемы (4.59) с помощью имитационного блочного моделирования динамических систем пакета Simulink, входящего в состав программных средств среды MATLAB. Блочная модель верхнего уровня, описывающая динамику обратного гибкого маятника с гистерезисным управлением, построенная с помощью метода кусочно-линейной аппроксимации в пакете Simulink приведена на рис. 4.7.

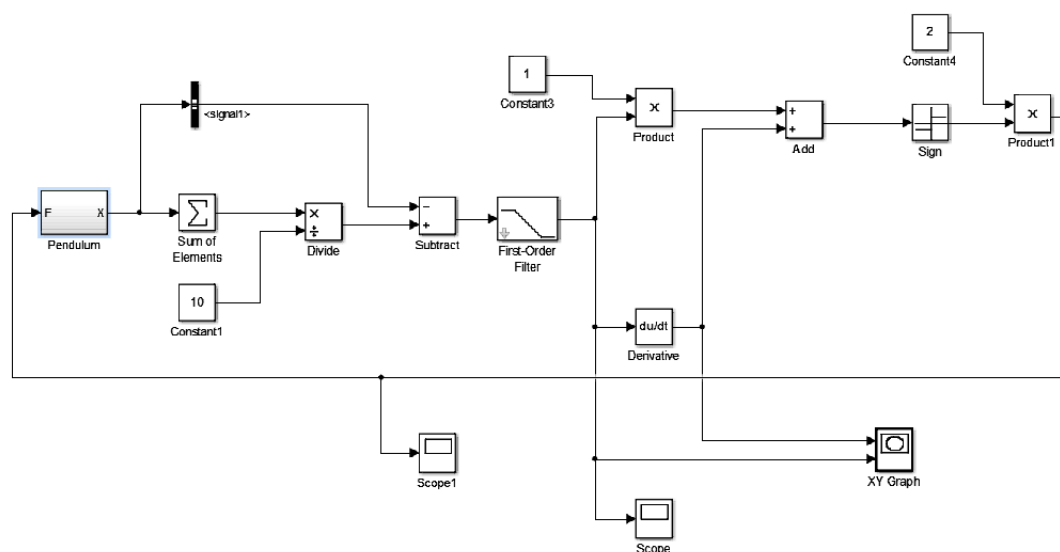


Рис. 4.7. Блок-схема расчета динамики маятника в пакете Simulink.

Достоинством описанного метода является простота реализации и большой выбор алгоритмов решения систем линейных дифференциальных уравнений. Недостатком метода кусочно-линейной аппроксимации, как и явной разностной схемы, является чувствительность метода к величине шага h , так как увеличение шага ведет к росту нелинейных свойств составных элементов системы, которые описываются линейными дифференциальными уравнениями. Таким образом при превышении величиной h некоторого порога, система перестанет быть устойчивой и решение начнет расходиться вследствие некорректной линеаризации.

4.3 Решение задачи оптимизации

Как было указано ранее, решение задачи стабилизации обратного гибкого маятника в окрестности вертикального положения будет заключаться в поиске оптимальных значений коэффициентов a и k из равенства (4.30). Таким образом, для корректного решения задачи стабилизации исследуемого маятника целесообразно применить методы оптимизации [97–105].

Под оптимизацией понимают процесс выбора наилучшего варианта из всех возможных. В процессе решения задачи оптимизации обычно необходимо найти оптимальные значения некоторых параметров, определяющих данную задачу. Выбор оптимального решения или сравнение двух альтернативных решений проводится с помощью некоторой зависимой величины (функции), определяемой исследуемыми параметрами. Эта величина называется целевой функцией или критерием качества. В процессе решения задачи оптимизации должны быть найдены такие значения исследуемых параметров, при которых целевая функция имеет минимум или максимум (в зависимости от контекста). Таким образом, целевая функция – это глобальный критерий оптимальности в математических моделях.

Во многих технических задачах требуется не только стабилизировать систему, но и добиться асимптотически оптимальных характеристик. В рассмотренной задаче этому соответствует минимизация функционала, определяющего отклонение маятника от вертикального положения.

Пусть задан функционал, который в дальнейшем будем называть целевым:

$$J(a, k) = \frac{1}{T} \int_0^T \left[\int_0^l (X')^2 dl + \int_0^l (\dot{X}')^2 dl \right] dt. \quad (4.61)$$

Здесь величина T – это временной интервал, на котором производится оптимизация.

При решении уравнений, описывающих динамику исследуемой механической системы, необходимо достичь минимизации функционала (4.61). Таким образом, на физическом уровне задача сводится к минимизации среднеквадратичного отклонения маятника от вертикального положения.

4.3.1 Градиентный метод дробления шага

Для оптимизации решения используем градиентный метод дробления шага, являющийся разновидностью методов градиентного поиска [106]. Данный метод обладает простотой реализации и достаточно высокой скоростью сходимости.

Алгоритм метода дробления шага

Шаг 0. Задать параметр точности ε , начальный шаг $h > 0$, выбрать начальный вектор $u^0 = \begin{bmatrix} k_0 \\ a_0 \end{bmatrix}$ и вычислить $J(u^0)$.

Шаг 1. Найти численно $\nabla J(u^0)$ и проверить критерий останова $\|\nabla J(u^0)\| < \varepsilon$. Если критерий останова выполнен, то вычисления завершить, полагая $u^* = u^0$, $J^* = J(u^0)$.

Шаг 2. Положить $u^1 = u^0 - h\nabla J(u^0)$, вычислить $J(u^1)$. Если $J(u^1) < J(u^0)$, то положить $u^0 = u^1$, а $J(u^0) = J(u^1)$ и перейти к шагу 1.

Шаг 3. Положить $h = h/2$ и перейти к шагу 2.

Достоинством данного метода является простота его реализации и невысокие требования к вычислительным ресурсам. Однако вследствие того, что рассматриваемая система содержит в себе нелинейное звено «люфт», дифференцирование ее уравнений крайне затруднительно. Таким образом, применять данный алгоритм целесообразно только к математической модели обратного гибкого маятника с жестким управлением. В случае же модели маятника с люфтом, необходимо воспользоваться другими альтернативными методами оптимизации, где отсутствует процедура дифференцирования в процессе нахождения оптимальных параметров, например методами построенными на основе бионических алгоритмов.

4.3.2 Бионический алгоритм адаптивного поискового поведения личинки ручейника

Учитывая тот факт, что решение поставленной задачи производилось пошагово с применением численных методов, для оптимизации по параметрам управляющего воздействия используем, активно развивающиеся в последнее время, бионические алгоритмы адаптации.

Подобные алгоритмы входят в направление исследований под названием «адаптивное поведение». Основной подход этого направления – изучение искусственных (в виде компьютерной программы или робота) организмов, которые называются аниматами, способных приспособливаться к внешней среде. Поведение аниматов имитирует поведение животных, при этом строятся именно такие модели, которые применимы к описанию поведения как реального животного, так и искусственного анимата.

Одно из актуальных направлений исследований в рамках анимат-подхода — имитация поискового поведения животных [107–120]. Рассмотрим подробнее бионическую модель адаптивного поискового поведения на примере личинок ручейников (*Chaetopteryx villosa*). В работе [121] приведена общая схема поискового поведения с механизмом переключения двух тактов поведения:

- двигаться в выбранном направлении (консервативная тактика),
- изменить направление движения случайным образом (поисковая стохастическая тактика).

Модель рассматривается для простого случая поиска максимума функции двух переменных. Предложенная модель состоит в следующем:

1. Рассматривается анимат, который может двигаться в двумерном пространстве x, y . Задача анимата – поиск максимума функции $f(x, y)$;
2. Анимат функционирует в дискретном времени $t = 0, 1, 2, \dots$, он может оценивать изменение текущего значения функции $f(x, y)$ по сравнению с предыдущим тактом времени $\Delta f(t) = f(t) - f(t - 1)$;

3. Каждый такт времени анимат совершает движение, при этом его координаты x и y изменяются на величины $\Delta x(t)$, $\Delta y(t)$ соответственно;
4. Анимат имеет две тактики поведения A) двигаться в выбранном направлении, B) изменить направление движения случайным образом.

Смещение анимата в следующий такт времени $\Delta x(t)$, $\Delta y(t)$ для этих тактик определяется различным образом. Переключение между тактами регулируется величиной $M(t)$, зависимость от времени которой определяется выражением

$$M(t) = k_1 M(t-1) + \xi(t) + I(t), \quad (4.62)$$

где k_1 – параметр, характеризующий инерционность переключения тактик ($0 < k_1 < 1$), $\xi(t)$ – нормально распределенная случайная величина со средним, равном нулю, и средним квадратическим отклонением σ , $I(t)$ – интенсивность раздражителя. Для величины интенсивности раздражителя $I(t)$ предусмотрены две возможности:

$$I(t) = k_2 \Delta f(t) \quad (4.63)$$

и

$$I(t) = \frac{k_2 \Delta f(t)}{f(t-1)}, \quad (4.64)$$

где $k_2 > 0$.

Согласно (4.63) и (4.64) интенсивность положительна, если шаг приводит к увеличению значения функции, и отрицательна – в противном случае. Формула (4.64) применяется при $f(t) > 0$ [121, 122].

Предполагаем, что при $M(t) > 0$, анимат придерживается тактики A), при $M(t) < 0$ – тактики B). Величину $M(t)$ можно рассматривать как мотивацию к выбору тактики A).

Учитывая вышесказанное, алгоритм поиска максимума функции будет выглядеть следующим образом:

Тактика А) При движении в выбранном направлении анимат смещается на величину R_0

$$\Delta x(t+1) = R_0 \cos(\varphi_0), \quad (4.65)$$

$$\Delta y(t+1) = R_0 \sin(\varphi_0), \quad (4.66)$$

где угол φ_0 характеризует сохраняющееся направление движения анимата,

$$\cos(\varphi_0) = \frac{\Delta x(t)}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}, \quad (4.67)$$

$$\sin(\varphi_0) = \frac{\Delta y(t)}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}. \quad (4.68)$$

Тактика Б) При случайном повороте анимат также смещается на некоторую величину r_0 , а направление его движения случайно варьируется

$$\Delta x(t+1) = r_0 \cos(\varphi), \quad (4.69)$$

$$\Delta y(t+1) = r_0 \sin(\varphi), \quad (4.70)$$

где $\varphi = \varphi_0 + w$, φ_0 – угол задающий направление движения в текущий такт времени t , величина w нормально распределена (среднее значение w равно нулю, среднее квадратическое отклонение равно w_0) φ – угол, характеризующий направление движения в такт времени $t + 1$.

Используем данный алгоритм для оптимизации управления в задаче стабилизации обратного гибкого маятника с люфтом. Учитывая вышеизложенные рассуждения, в качестве функции $f(x, y)$ возьмем функционал $J(a, k)$ (4.61), где коэффициенты a и k определяют характер управления рассматриваемой механической системой согласно равенству (4.30). Так как приведенный выше бионический алгоритм предназначен для поиска максимума функции двух переменных, будем рассматривать минимизацию функционала (4.61) как поиск коэффициентов a и k , при которых выполняется условие

$$-J(a, k) \rightarrow \max. \quad (4.71)$$

4.4 Стабилизация посредством нейроуправления

Рассмотрим метод стабилизации обратного гибкого маятника с помощью нейроконтроллера, описанного в разделе 3.4. Суть данного метода, как указывалось ранее, состоит в том, чтобы последовательно отклоняя значение управления в разные стороны, сравнивать полученные реакции объекта, и, в зависимости от того, какое из отклонений больше соответствует переходу в целевое состояние, генерировать сигнал ошибки для обучения нейронной сети. Схема нейроуправления по предлагаемому методу была показана на рис. 3.6.

В качестве управляющей нейросети используем двухслойную нейросеть с гистерезисной функцией активации, работа которой была описана в разделе 3.2, а ее архитектура представлена на рис. 3.2. Как и в случае метода кусочно-линейной аппроксимации (см. раздел 4.2.3), представим гибкий стержень исследуемого маятника как набор из m связанных элементов. На каждой итерации процесса управления будем определять значения отклонений относительно вертикальной оси каждого из m элементов и инициализировать ими вектор значений Y^m входного слоя нейросети. Выходной слой X^p будет содержать один нейрон, определяющий величину управляющего воздействия F (рис. 4.1). Количество нейронов в скрытом слое должно быть 30 – 50% от общего числа нейронов сети. В случае недостаточного количества нейронов процесс обучения перестанет сходиться, а в случае их переизбытка возможно появление эффекта переобучения нейросети (в этом случае сеть потеряет способность к обобщению и станет чувствительной к состояниям маятника, отличным от обучающей последовательности).

В качестве модели гистерезиса нейронов сети используем модель Прейсаха как наиболее удобную в реализации как на ПК, так и в реальных нейроконтроллерах на основе программируемых вентильных матриц FPGA [18]. Параметры модели и количество неидеальных реле из ее состава (рис. 2.6) будут определяться экспериментально в процессе компьютерного моделирования.

4.5 Результаты компьютерного моделирования

Выполним компьютерное моделирование динамики обратного гибкого маятника с применением неявной разностной схемы (см. пункт 4.2.2). Найдем оптимальные значения коэффициентов a и k с помощью бионического алгоритма адаптивного поискового поведения личинки ручейника (см. пункт 4.3.2). Проведем исследование динамики маятника для двух случаев – случая жесткого управления (маятник без люфта) и случая гистерезисного управления.

4.5.1 Обратный гибкий маятник без люфта

Характеристики исследуемой механической системы и начальные условия:

Материал стержня – сталь; $m = 1$ кг; $M = 10$ кг; $l = 1$ м;
 $\rho = 1,04$ кг/м; $E = 210 \cdot 10^9$ Па; $I = 0,087$ кг · м²; $\alpha = 0,06^\circ$.

В процессе оптимизации решения были найдены коэффициенты $a = 22$ и $k = 1,22$.

Оценим устойчивость системы в соответствие с критерием Ляпунова. В качестве функции Ляпунова возьмем

$$V = \int_0^l X'^2 dl + \int_0^l \dot{X}'^2 dl.$$

Фазовая траектория исследуемой системы, представляющая собой зависимость интегрального угла отклонения стержня от его интегральной угловой скорости, и соответствующая ей функция Ляпунова, показаны на рис. 4.8.

Как видно из рис. 4.8, функция Ляпунова на всем исследуемом интервале времени удовлетворяет следующему условию:

$$\dot{V}(t) < -kV.$$

Следовательно, рассматриваемый обратный маятник с течением времени стремится к устойчивому вертикальному положению.

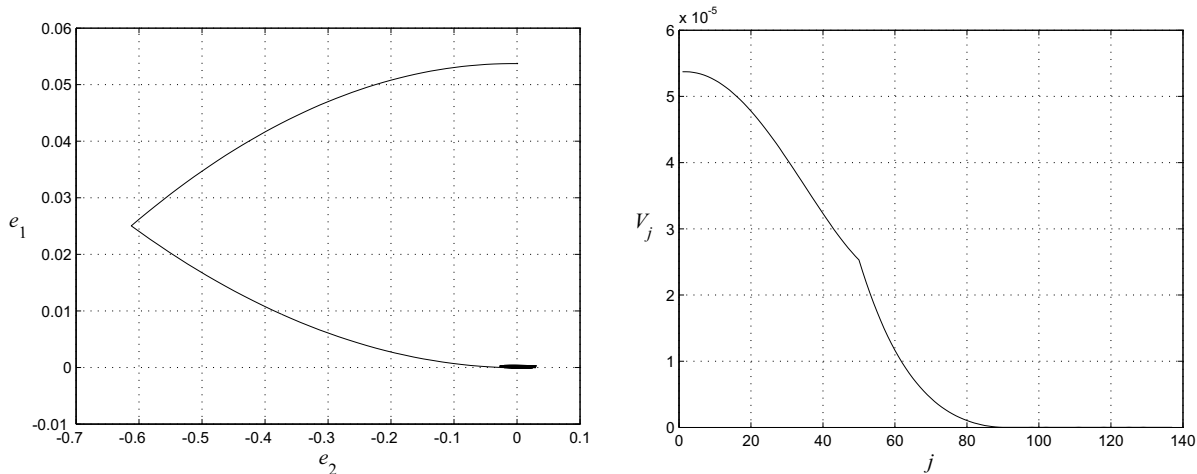


Рис. 4.8. Фазовая траектория (слева) и функция Ляпунова (справа) системы без люфта ($a = 22$, $k = 1.22$).

Изменим коэффициенты управления, пусть $a = 40$ и $k = 1$. График фазовой траектории и функции Ляпунова для этого случая приведены на рис. 4.9.

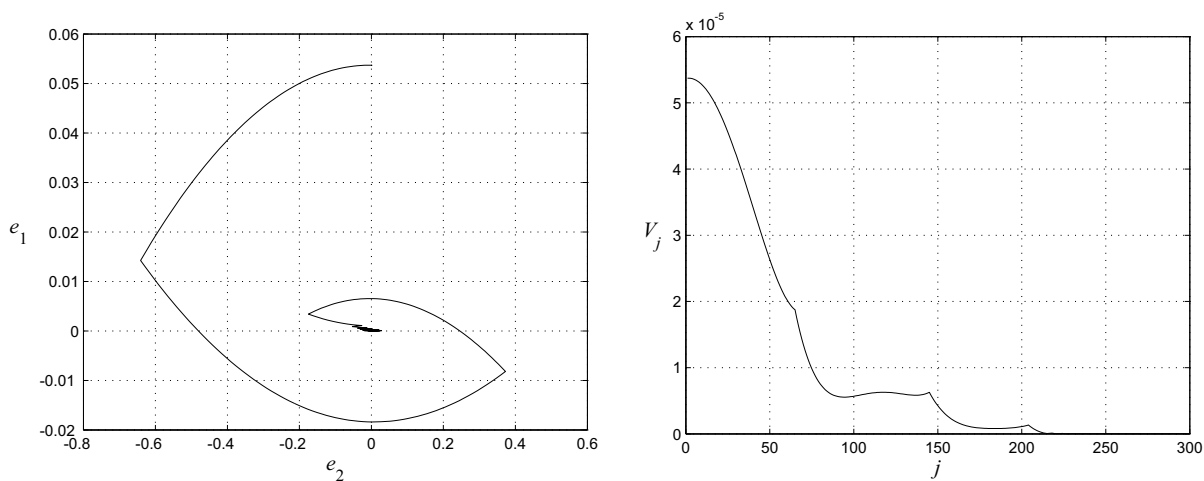


Рис. 4.9. Фазовая траектория (слева) и функция Ляпунова (справа) системы без люфта ($a = 40$, $k = 1$).

Как видно из рисунков, изменение коэффициентов, найденных с помощью бионического алгоритма, приводит к увеличению времени стабилизации. То есть найденные коэффициенты являются оптимальными, а их изменение приводит к ухудшению стабилизации системы.

4.5.2 Обратный гибкий маятник с люфтом

Добавим в модель механической системы люфт опоры стержня. Проведем исследование поведения такой системы при тех же параметрах. Найдем оптимальные коэффициенты управления с помощью бионического алгоритма. Поиск коэффициентов для такой системы дал следующий результат: $a = 8,4$, $k = 1,39$.

Пусть величина люфта $L = 0,01$ м, $m_p = 1$ кг. Фазовая траектория и функция Ляпунова такой системы показаны на рис. 4.10.

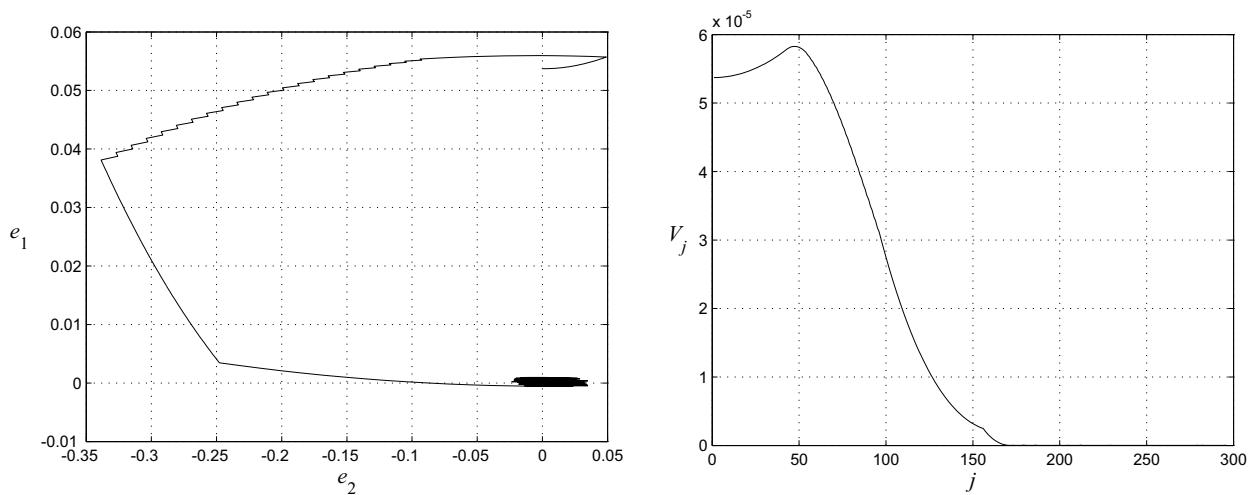


Рис. 4.10. Фазовая траектория (слева) и функция Ляпунова (справа) системы с люфтом $L = 0.01$ м ($a = 8,4$, $k = 1,39$).

Увеличим раствор цилиндра, пусть $L = 0,02$ м при тех же параметрах системы. Результаты моделирования приведены на рис 4.11.

Таким образом, как видно из результатов моделирования, механическая система, представляющая собой обратный гибкий маятник с люфтом в основании его крепления, при заданных параметрах так же с течением времени приходит в устойчивое состояние.

Изменим коэффициенты управления, пусть $a = 15$ и $k = 6$. Результат моделирования приведен на рис. 4.12.

Как и в случае с жестким управлением, изменение коэффициентов, найденных с помощью бионического алгоритма, приводит к увеличению времени стабилизации, что указывает на их оптимальность.

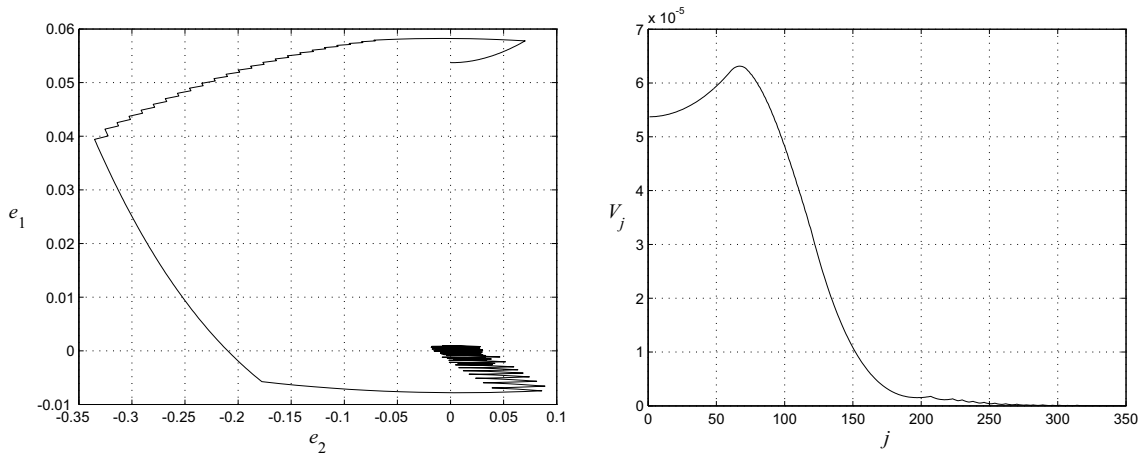


Рис. 4.11. Фазовая траектория (слева) и функция Ляпунова (справа) системы с люфтом $L = 0.02$ м ($a = 8, 4, k = 1, 39$).

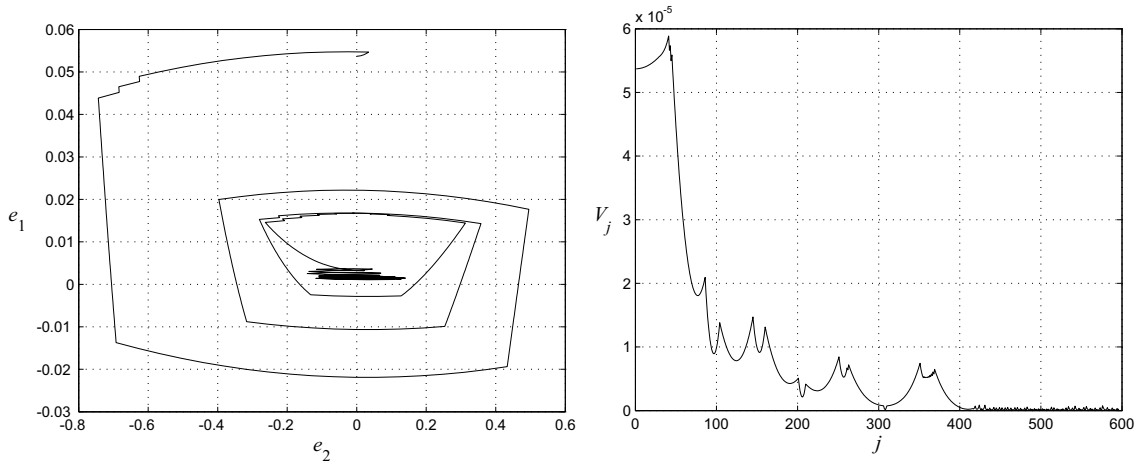


Рис. 4.12. Фазовая траектория (слева) и функция Ляпунова (справа) системы с люфтом $L = 0.02$ м ($a = 15, k = 6$).

4.5.3 Нейроуправление

Выполним компьютерное моделирование динамики обратного гибкого маятника с люфтом в случае его стабилизации с помощью нейроконтроллера на основе двухслойной ИНС с ГФА (см. раздел 3.4). Функции активации нейронов сети построим на основе модели Прейсаха. Характеристики механической системы и начальные условия, как и в случае с управление по принципу обратной связи:

Материал стержня – сталь; $m = 1$ кг; $M = 10$ кг; $l = 1$ м;

$$\rho = 1,04 \text{ кг/м}; E = 210 \cdot 10^9 \text{ Па}; I = 0,087 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \alpha = 0,06^\circ;$$

$$L = 0,01 \text{ м}; m_p = 1 \text{ кг}.$$

Параметры двухслойной нейросети с гистерезисом:

Количество нейронов во входном слое $m = 10$, в выходном слое $p = 1$, в скрытом слое $n = 4$. Вектор входных значений Y^m инициализируется отклонениями элементов стержня относительно вертикальной оси. Матрица весовых коэффициентов скрытого слоя W^{mn} и выходного слоя V^{np} инициализируются случайными значениями из диапазона $\{-3, 3\}$.

Параметры модели Прейсаха в функции активации нейронов сети:

Коэффициенты $a_{n'} = \{1\}$, $b_{n'} = \{1\}$, $k = 0,1$. Шаг изменения пороговых значений α и β , $h_{\alpha,\beta} = 0,1$, $n' = 231$.

Фазовая траектория и функция Ляпунова системы с нейроруправлением показаны на рис. 4.13.

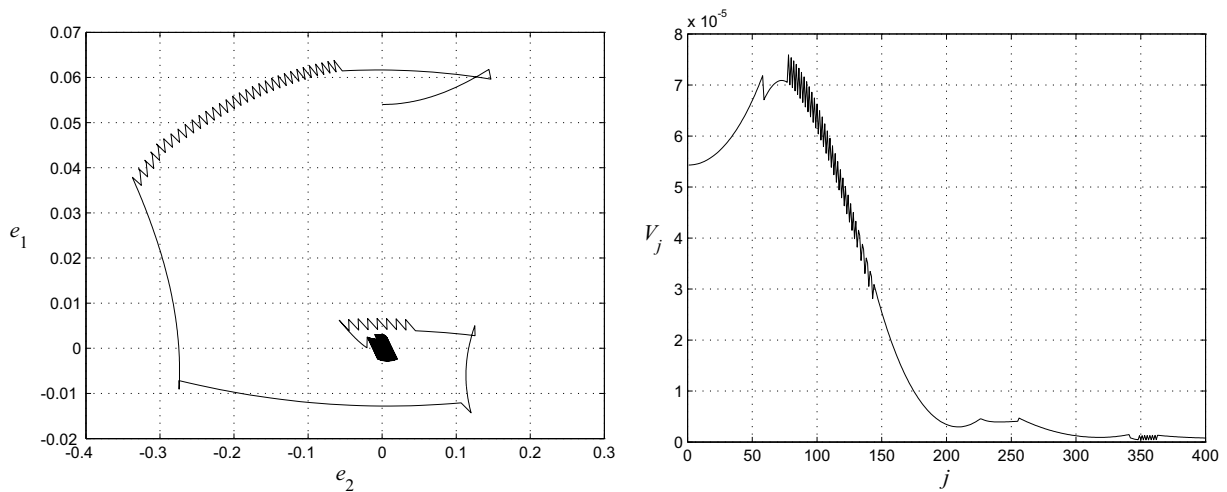


Рис. 4.13. Фазовая траектория (слева) и функция Ляпунова (справа) системы с нейроконтроллером.

Как видно из рисунка, обратный гибкий маятник с течением времени приходит в устойчивое вертикальное положение. Очевидно, что преимуществом использования нейроконтроллера является отсутствие коэффициентов управления и, как следствие, трудностей, сопряженных с поиском их оптимальных значений (как было в случае управления по принципу обратной связи). Однако, как видно из компьютерного моделирования, недостатком такого метода можно считать скачкообразное изменение управляющего воздействия, вследствие чего происходит увеличение времени стабилизации системы. Еще одним недостатком применения нейроконтроллера является увеличение требуемых вычислительных ресурсов.

Выводы

В данной главе

- Построена математическая модель обратного гибкого маятника с наличием люфта в основании его крепления.
- Предложены принципы управления и стабилизации маятника в окрестности вертикального положения. Рассматривалось управление по принципу обратной связи в случае, когда число управляющих воздействий меньше числа степеней свободы. В процессе компьютерного моделирования было показано, что данный алгоритм, обладая простотой реализации, достаточно эффективен для решения поставленной задачи.
- Разработаны алгоритмы численного моделирования на основе явной и неявной разностных схем, а также метода кусочно-линейной аппроксимации. Проведен сравнительный анализ данных алгоритмов на предмет устойчивости и сходимости решения. Было показано, что неявная схема обладает рядом преимуществ и является наиболее подходящей для использования ее в численном моделировании.
- Предложены методы решения задачи оптимизации по параметрам управляющего воздействия. Рассматривался градиентный метод дроб-

ления шага и бионический алгоритм адаптивного поискового поведения личинки ручейника. Проведен сравнительный анализ данных методов. Было показано, что бионический алгоритм обладает значительным преимуществом перед классическими методами в случае решения задачи оптимизации управляющего воздействия в системах с гистерезисными связями.

- Проведено компьютерное моделирование динамики обратного гибкого маятника с применением предложенной неявной схемы. Было показано, что выбранный метод управления обладает достаточной эффективностью, а результаты оптимизации управляющего воздействия с помощью бионического алгоритма полностью согласуются с результатами численного эксперимента.
- Проведено компьютерное моделирование динамики системы в случае применения нейроуправления. В качестве управляющей нейросети использовалась двухслойная ИНС с ГФА на основе модели Прейсаха. Проведен сравнительный анализ использования нейроконтроллера и управления по принципу обратной связи в результате которого было показано, что применение нейроуправления является достаточно эффективным и обладает рядом значимых преимуществ.

Глава 5

Вибрационный демпфер на основе материала Ишлинского

В настоящей главе выполняется построение математической модели механической системы с вынужденными колебаниями и демпфирующим звеном в качестве которого выступает вязкий или гистерезисный демпфер. В процессе компьютерного моделирования проводится исследование динамики данной механической системы и выполняется сравнительный анализ эффективности линейного вязкого, нелинейного вязкого и гистерезисного демпферов колебаний.

Демпфер представляет собой устройство, используемое для гашения (демпфирования) механических, электрических и других видов колебаний, возникающих в машинах и механизмах в процессе их работы. Демпфирование является актуальной задачей и имеет широкую область применения. Так, например, в гидравлических системах применяются гидравлические и пневматические демпферы – гасители пульсаций и гидроударов; в электрических машинах демпферная обмотка предотвращает резкое увеличение коммутационных токов; в подвесках автомобилей и других транспортных средств используются демпфирующие устройства – амортизаторы; в авионике демпфер аэроупругих колебаний летательного аппарата – борто-

вая электронная система, предназначенная для автоматического гашения короткопериодических колебаний самолета, неизбежно возникающих при изменении полетных режимов.

В случае колебаний механической системы [123–132] широкое распространение получило линейное вязкое демпфирование, основанное на диссипации энергии колебаний за счет вязкого трения. Однако такой вид демпфирования имеет существенный недостаток – низкую эффективность за пределами области резонанса системы. Одним из способов решения данной проблемы является использование нелинейного вязкого демпфера или демпфера с гистерезисными свойствами [133–142].

Целью данной работы являлось исследование динамики механической системы с вынужденными колебаниями в случае использования вязкого демпфирования, а также демпфера с гистерезисной нелинейностью. В качестве математической модели гистерезиса рассматривался преобразователь Ишлинского, являющийся одним из видов континуальных систем гистерезисов и представляющий собой систему параллельно соединенных нелинейных звеньев типа «упор» [10]. Материал, изложенный в настоящей главе подробно представлен в работах [159–161].

Глава построена следующим образом. В разделе 5.1 строится математическая модель, описывающая динамику механической системы с разными видами демпфирования – линейным вязким, нелинейным вязким и гистерезисным, а также вводится понятие передаточной функции силы и передаточной функции «перемещение-сила» как основных характеристик системы. В разделе 5.2 приводятся результаты компьютерного моделирования и выводы.

5.1 Математическая модель

Рассмотрим механическую систему с вынужденными колебаниями и наличием демпфирующего звена, приведенную на рис. 5.1. Данная механическая система состоит из цилиндра массой M , внутри которого находится груз массой m , прикрепленный к боковой стенке цилиндра с помощью пружины.

жины жесткостью k и демпфирующего звена D ,двигающийся без трения в горизонтальной плоскости. К цилиндру приложена сила $f(t)$ изменяющаяся по гармоническому закону. Для простоты будем считать, что данная система обладает одной степенью свободы.

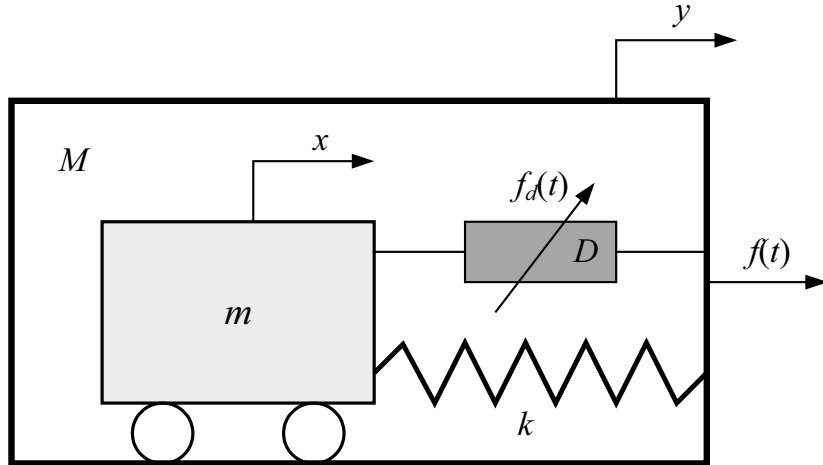


Рис. 5.1. Исследуемая механическая система.

Пусть закон изменения силы $f(t)$, приложенной к цилиндру M , задается следующим соотношением:

$$f(t) = Y\omega^2 \sin(\omega t), \quad (5.1)$$

где Y – амплитуда, ω – частота воздействия.

5.1.1 Вязкое демпфирование

Рассмотрим случай вязкого демпфирования [143], тогда сила, приложенная к грузу m определяется следующим образом:

$$f_d(t) = c(1 + z)^n \dot{z}, \quad n \geq 0, \quad (5.2)$$

где c – коэффициент демпфирования, $z = y - x$ – относительное перемещение, n – коэффициент, определяющий закон демпфирования. В случае, когда $n = 0$, D представляет собой линейный вязкий демпфер. Если $n > 0$, имеет место нелинейное демпфирование с нелинейностью n -го порядка.

Составим уравнения, описывающие динамику исследуемой системы:

$$\begin{cases} M \frac{d^2 y}{dt^2} + kz + c(1+z)^n \frac{dz}{dt} = Y\omega^2 \sin(\omega t), \\ m \frac{d^2 x}{dt^2} - kz - c(1+z)^n \frac{dz}{dt} = 0. \end{cases} \quad (5.3)$$

Исключив из уравнений системы (5.3) переменные x и y , получим

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{M+m}{m} \left[c(1+z)^n \frac{dz}{dt} + kz \right] = \frac{Y}{M} \omega^2 \sin(\omega t). \quad (5.4)$$

Так как исследование механической системы с демпфированием удобно производить в частотной области, а эффективность демпфера за пределами резонанса системы является одним из важных критериев его применимости, произведем замену переменных таким образом, чтобы перейти к относительной частоте. Пусть

$$\begin{aligned} u &= z, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{\mu}}, \quad \Omega = \frac{\omega}{\omega_0}, \quad \tau = \omega_0 t \\ \varsigma &= \frac{c}{2\omega_0 \mu}, \quad \mu = \frac{Mm}{M+m}, \quad A = \frac{Y}{M}, \end{aligned} \quad (5.5)$$

где ω_0 – частота резонанса системы.

Перепишем уравнение (5.4), учитывая произведенную замену (5.5):

$$\frac{d^2 u}{d\tau^2} + 2\varsigma(1+u)^n \frac{du}{d\tau} + u = A\Omega^2 \sin(\Omega\tau). \quad (5.6)$$

Уравнение (5.6) в относительных переменных u , τ и Ω описывает динамику механической системы (рис. 5.1) с наличием вязкого демпфирования.

5.1.2 Гистерезисное демпфирование

Рассмотрим случай гистерезисного демпфирования, тогда сила, приложенная к грузу m в относительных величинах (5.5), определяется следующим образом:

$$f_d(\tau) = W[\tau, z_j(\tau)] u, \quad j = \overline{1, N}, \quad (5.7)$$

где W – описанный в разделе 2.4 преобразователь Ишлинского (рис. 2.9), состояние которого определяется равенством (2.17). В этом случае, уравнение описывающее динамику исследуемой механической системы в относительных величинах будет иметь следующий вид:

$$\frac{d^2 u}{d\tau^2} + \alpha W [\tau, z_j(\tau)] u + u = A\Omega^2 \sin(\Omega\tau), \quad j = \overline{1, N}, \quad (5.8)$$

где коэффициент $\alpha = \frac{S}{k}$, S – площадь сечения демпфирующего материала, k – жесткость пружины.

Таким образом, уравнение (5.8) в относительных переменных u , τ и Ω описывает динамику механической системы (рис. 5.1) с наличием гистерезисного демпфирования.

5.1.3 Основные характеристики

Целью данной работы являлось исследование динамики механической системы с вынужденными колебаниями в случае использования вязкого демпфирования и демпфера с гистерезисной нелинейностью. Как указывалось ранее, подобное исследование удобно производить в частотной области. Рассмотрим основные характеристики, отражающие эффективность использования исследуемого демпфера в области резонанса системы и за ее пределами.

Передаточная функция силы, определяемая отношением силы, приложенной к цилиндру M и силы, приложенной к грузу m (рис. 5.1), отражает эффективность гашения внешнего воздействия по передаче силы от внешнего источника к грузу. Данная характеристика выражается следующим образом:

$$T_{ff} = \frac{\max \left| m\omega_0^2 \frac{d^2 x}{d\tau^2} \right|}{Y\omega^2}. \quad (5.9)$$

Из системы (5.3) и уравнения (5.6) T_{ff} можно выразить через переменную u следующим образом:

$$T_{ff} = \max \left| \frac{m}{(M + m) A\Omega^2} [A\Omega^2 \sin(\Omega\tau) - \ddot{u}] \right|. \quad (5.10)$$

Передаточная функция «перемещение-сила», определяемая отношением перемещения груза m относительно цилиндра M и силы, приложенной к цилиндру, отражает эффективность гашения колебаний по способности демпфера уменьшать относительное перемещение груза под воздействием внешних сил. Данная характеристика выражается как

$$T_{fd} = \frac{\max |x(\tau)|}{Y\omega^2}. \quad (5.11)$$

Из системы (5.3) и уравнения (5.6), используя интегрирование можно найти T_{fd} как функцию от u в следующем виде:

$$T_{fd} = \max \left| \frac{A \sin(\Omega\tau) + u}{(M + m) A\Omega^2\omega_0^2} \right|. \quad (5.12)$$

В процессе моделирования, используем эти характеристики для сравнения линейного вязкого, нелинейного вязкого и гистерезисного демпфирования.

5.2 Результаты компьютерного моделирования

Выполним компьютерное моделирование динамики исследуемой механической системы, используя численное решение уравнений (5.6) и (5.8). В этом случае, соответствующие им конечно-разностные уравнения будут иметь следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{u_{i+2} - 2u_{i+1} + u_i}{h_\tau^2} + 2\zeta(1 + u_{i+1})^n \frac{u_{i+1} - u_i}{h_\tau} + u_{i+1} = A\Omega^2 \sin(\Omega i h_\tau), \\ \frac{u_{i+2} - 2u_{i+1} + u_i}{h_\tau^2} + \alpha W [i h_\tau, z_j(i h_z)] u_{i+1} + u_{i+1} = A\Omega^2 \sin(\Omega i h_\tau), \\ i = \overline{0, T}, \quad j = \overline{1, N}, \end{cases} \quad (5.13)$$

где h_τ – шаг сетки по координате τ , T – временной интервал исследования, N – количество гистеронов в материале Ишлинского.

Данная разностная схема является явной. Таким образом, решение

уравнений (5.6), (5.8) будет определяться следующими соотношениям:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{i+2} = A\Omega^2 h_\tau^2 \sin(\Omega i h_\tau) - 2\zeta h_\tau (1 + u_{i+1})^n (u_{i+1} - u_i) - \\ - h_\tau^2 u_{i+1} + 2u_{i+1} - u_i, \\ u_{i+2} = A\Omega^2 h_\tau^2 \sin(\Omega i h_\tau) - \alpha h_\tau^2 W[ih_\tau, z_j(ih_\tau)] u_{i+1} - \\ - h_\tau^2 u_{i+1} + 2u_{i+1} - u_i, \\ i = \overline{0, T}, \quad j = \overline{1, N}. \end{array} \right. \quad (5.14)$$

Выполним моделирование динамики исследуемой механической системы с помощью разностной схемы (5.14). Построим график передаточной функции силы (5.10) и функции «перемещение-сила» (5.12) для случая вязкого демпфирования с параметром $n = \{0, 2, 4\}$ и гистерезисного демпфера.

В качестве гистерезисного демпфера используем материал Ишлинского W с параметрами $E = 10000$, $W_j[t_0, z_j(t_0)] = 0$, $\xi_j = 1$, $W_j : h = \{-j, j\}$, $j = 1, \dots, 50$ (шаг 0,1), $\alpha = 0,0001$. Характеристики механической системы: $M = 1$, $m = 1$, $\varsigma = 0,8$, $\omega_0 = 10$, внешнее воздействие с параметрами $A = 1$, $\omega = 0, \dots, 30$ (шаг 0,2), параметры разностной схемы: $h_\tau = 0,0167$, $T = 10000$.

Результаты моделирования приведены на рис. 5.2 и рис. 5.3. Как видно из графиков, линейный вязкий демпфер имеет высокую эффективность в области резонанса системы, однако способность к демпфированию за пределами резонанса резко уменьшается. Нелинейное вязкое демпфирование имеет более широкую область эффективного использования, однако проигрывает в эффективности линейному демпферу в области резонанса системы.

Гистерезисный демпфер на основе материала Ишлинского имеет высокую эффективность как в области резонанса так и за ее пределами, тем самым выигрывая по эффективности демпфирования по сравнению с вязким демпфером. Недостатком гистерезисного демпфера можно считать снижение способности уменьшать относительное перемещение груза под воздействием внешних сил за пределами области резонанса системы, что демонстрирует рис. 5.3.

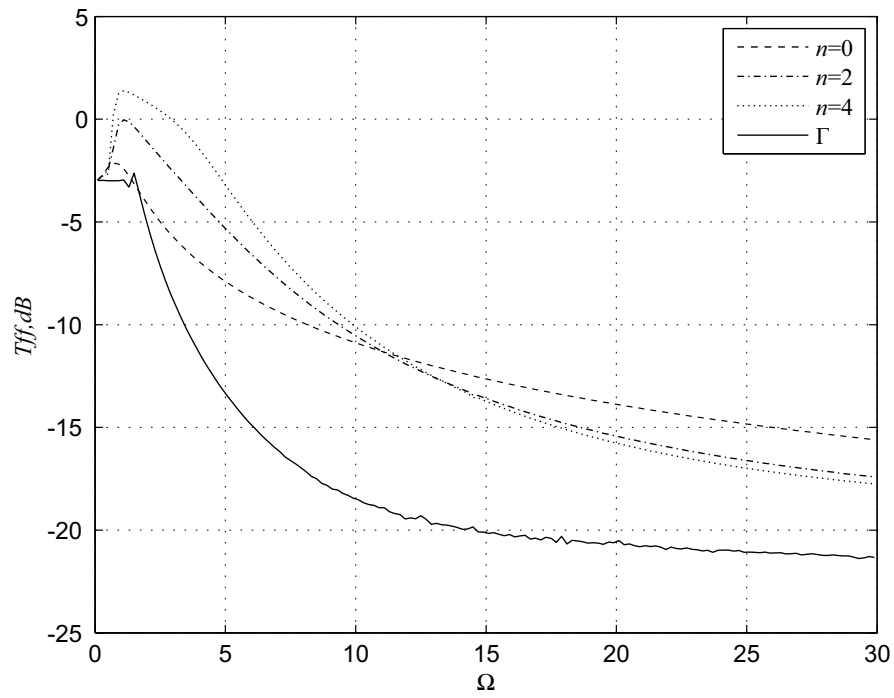


Рис. 5.2. Передаточная функция силы.

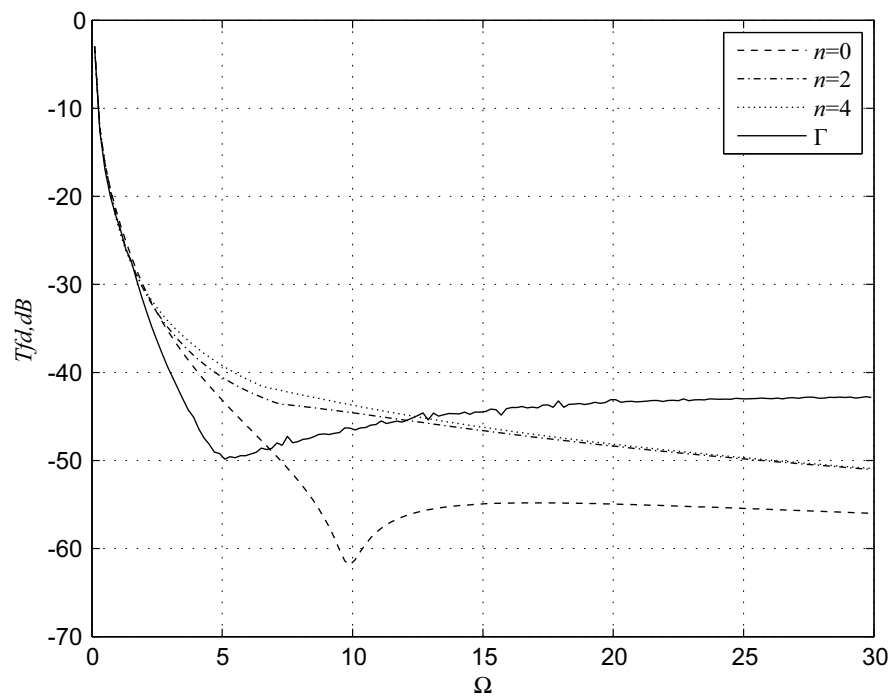


Рис. 5.3. Передаточная функция «перемещение-сила».

Рассмотрим фазовые траектории рассматриваемой системы. В качестве координат фазовой плоскости возьмем мгновенные значения перемещения груза внутри цилиндра $x(\tau)$ и его относительную скорость $\dot{x}(\tau)$. Из системы (5.3) и уравнения (5.6), используя интегрирование можно найти

$$\begin{cases} x(\tau) = -[A \sin(\Omega\tau) + u(\tau)] \frac{M}{M+m}, \\ \dot{x}(\tau) = -[A\Omega \cos(\Omega\tau) + \dot{u}(\tau)] \frac{M}{M+m}. \end{cases} \quad (5.15)$$

Фазовые портреты показаны на рис. 5.4 – 5.7.

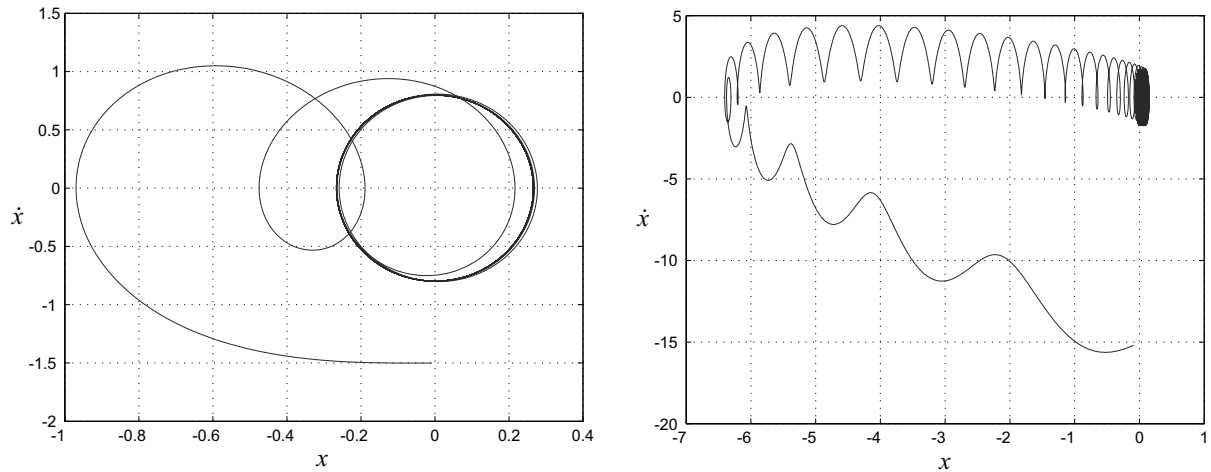


Рис. 5.4. Фазовый портрет для линейного вязкого демпфера при $n = 0$, $\Omega = 3$ (слева), $\Omega = 30$ (справа).

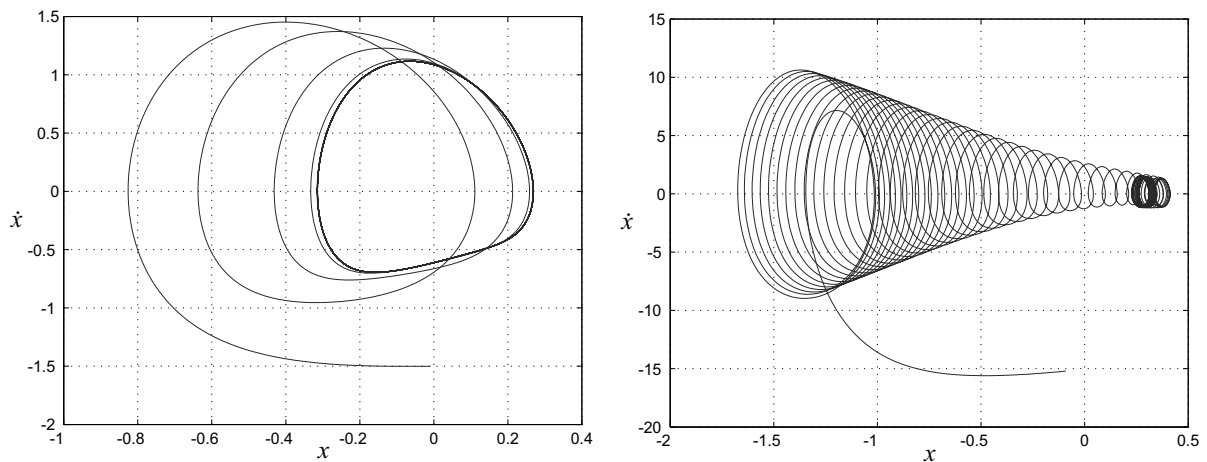


Рис. 5.5. Фазовый портрет для нелинейного вязкого демпфера при $n = 2$, $\Omega = 3$ (слева), $\Omega = 30$ (справа).

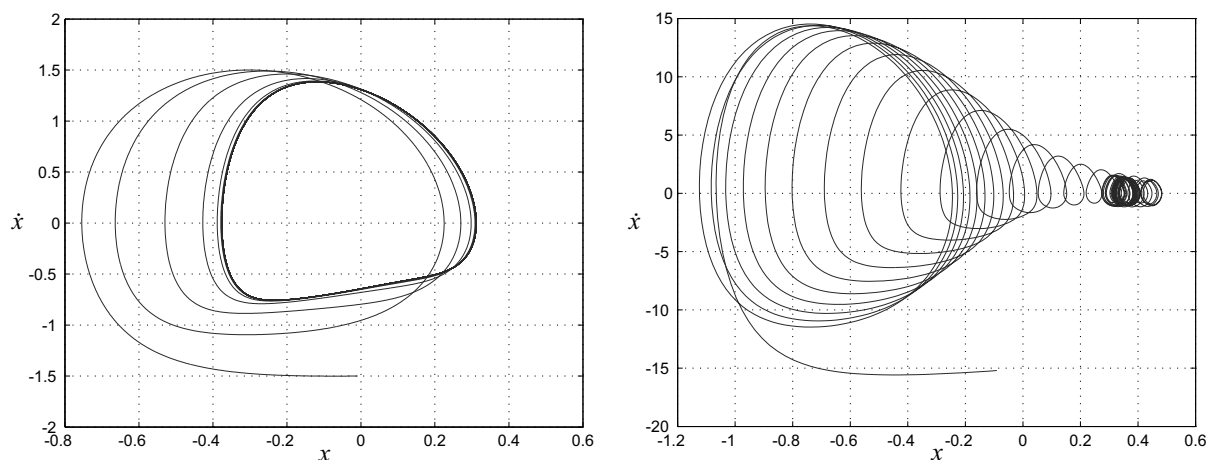


Рис. 5.6. Фазовый портрет для нелинейного вязкого демпфера при $n = 4$, $\Omega = 3$ (слева), $\Omega = 30$ (справа).

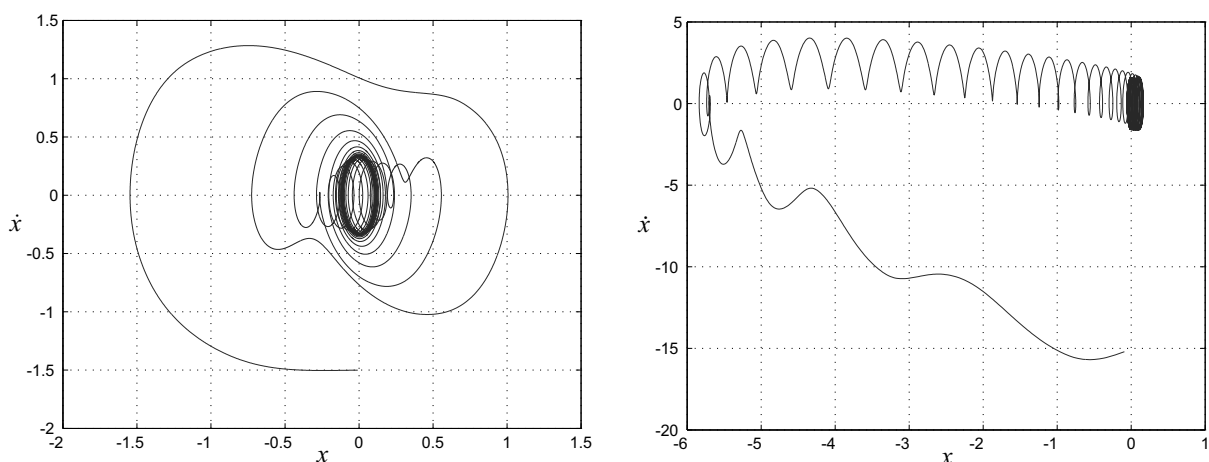


Рис. 5.7. Фазовый портрет для гистерезисного демпфера при $\Omega = 3$ (слева), $\Omega = 30$ (справа).

На рисунках представлены фазовые траектории динамики системы при использовании вязкого и гистерезисного демпфирования. Слева показаны фазовые портреты, соответствующие области резонанса, справа – дальней частотной области. Из рисунков видно, что по сравнению с вязким демпфированием, гистерезисный демпфер имеет большую эффективность как в области резонанса, так и за ее пределами.

Исследуем динамику системы при воздействии единичного импульса. В этом случае уравнение (5.4) для вязкого демпфирования будет иметь

следующий вид:

$$\frac{d^2z}{dt^2} + 2\zeta\omega_0(1+z)^n \frac{dz}{dt} + \omega_0^2 z = \delta(t), \quad (5.16)$$

для гистерезисного демпфера:

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \omega_0^2 (\alpha W z + z) = \delta(t), \quad (5.17)$$

где $\delta(t)$ – функция Дирака. В данном разделе рассмотрим классические решения уравнений 5.16 и 5.17, определенные при положительном значении аргумента.

На рис. 5.8 приведена реакция на единичный импульс системы с вязким и гистерезисным демпфированием.

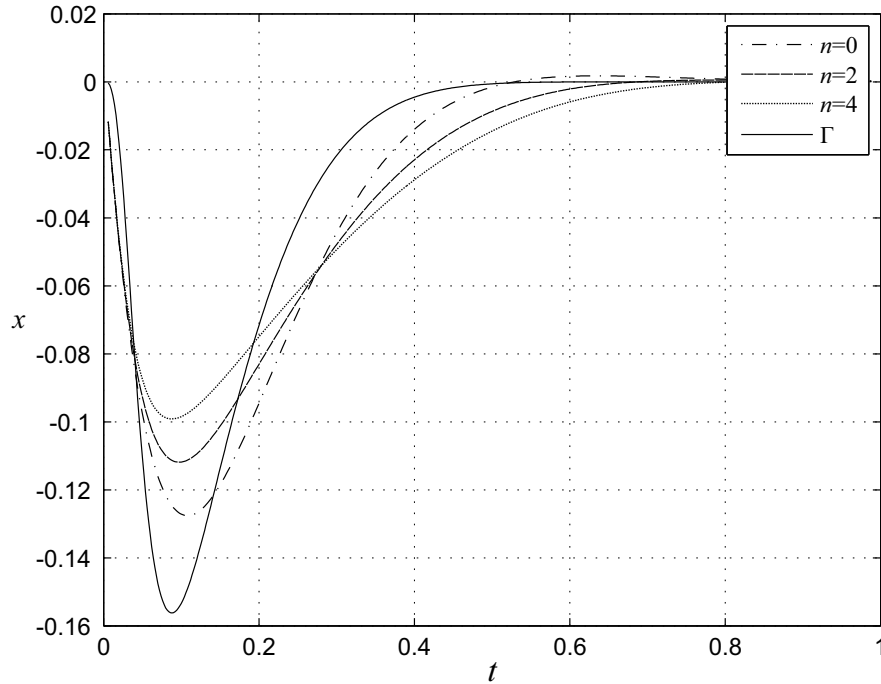


Рис. 5.8. Относительное перемещение груза $x(t)$ при воздействии единичного импульса.

Как видно из рисунка, при гистерезисном демпфировании, диссипация энергии колебаний происходит быстрее, чем при использовании линейного и нелинейного вязкого демпфера.

Выводы

В данной главе

- Построена математическая модель механической системы с вынужденными колебаниями и демпфирующим звеном на основе вязкого и гистерезисного демпферов.
- Выполнено исследование динамики данной механической системы и проведен сравнительный анализ эффективности линейного вязкого, нелинейного вязкого и гистерезисного демпфирования.
- В процессе компьютерного моделирования было показано, что линейный вязкий демпфер имеет высокую эффективность в области резонанса системы, однако способность к демпфированию за пределами резонанса резко уменьшается. Нелинейное вязкое демпфирование имеет более широкую частотную область его эффективного применения, однако проигрывает в эффективности линейному демпферу в области резонанса системы. Гистерезисный демпфер на основе материала Ишлинского имеет высокую эффективность как в области резонанса так и за ее пределами, тем самым выигрывая по эффективности демпфирования по сравнению с вязким демпфером. Недостатком гистерезисного демпфера является снижение способности уменьшать относительное перемещение груза под воздействием внешних сил за пределами области резонанса системы.

Заключение

Сформулируем основные результаты, изложенные в диссертации:

1. Проведен анализ математических моделей гистерезиса, таких как S -преобразователь, модель Прейсаха, преобразователь-люфт, материал Ишлинского. Предложены принципы построения их численной реализации в составе различных систем с гистерезисными связями.
2. Разработаны принципы построения функций активации нейронов ИНС с наличием гистерезиса на основе S -преобразователя и модели Прейсаха. Проведено исследование функционирования данных моделей. Разработаны принципы построения однослойной и двухслойной ИНС с ГФА на основе S -преобразователя и модели Прейсаха. Предложены алгоритмы их обучения. Проведено компьютерное моделирование процесса обучения однослойной и двухслойной ИНС с ГФА, которое показало, что ИНС с ГФА обладает большей помехоустойчивостью по сравнению с подобной ИНС построенной по стандартной схеме и может применяться в системах классификации образов, управления и т.п. с большим уровнем шумов и кратковременными помехами (например, при обработке видеопотока). Нейросети построенные на основе S -преобразователя и модели Прейсаха ведут себя идентично, однако отличаются по скорости работы и требуемым машинным ресурсам. Исследование показало, что ИНС с ГФА на основе модели Прейсаха имеет лучшее быстродействие, но требует значительно больших машинных ресурсов по сравнению с ИНС на основе S -преобразователя. Выполнено компьютерное моделирование работы ИНС с ГФА на примере решения задачи классификации образов. Проведено исследова-

ние динамики нейронов сети в процессе их функционирования. Анализ работы двухслойной ИНС с гистерезисом показал, что при обучении сети с помощью одинаково повторяющейся последовательности образов, сеть способна запоминать эту последовательность и в процессе работы реагировать на нее быстрее, чем на те же образы, поданные на вход в случайном порядке. Таким образом, данная ИНС обладает способностью к выделению из набора подаваемых на нее образов искомой последовательности. Другими словами, двухслойная ИНС с ГФА обладает свойством ассоциативной памяти. Разработаны принципы построения нейроконтроллера на основе ИНС с ГФА для управления неустойчивыми объектами. Предложены методы адаптивного функционирования такой нейросети в режиме самообучения.

3. Построена математическая модель обратного гибкого маятника с наличием люфта в основании его крепления. Предложены принципы управления и стабилизации маятника в окрестности вертикального положения. Предложено управление по принципу обратной связи в случае, когда число управляющих воздействий меньше числа степеней свободы. В процессе компьютерного моделирования было показано, что данный алгоритм, обладая простотой реализации, достаточно эффективен для решения поставленной задачи. Разработаны алгоритмы численного моделирования на основе явной и неявной разностных схем, а также метода кусочно-линейной аппроксимации. Проведен сравнительный анализ данных алгоритмов на предмет устойчивости и сходимости решения. Было показано, что неявная схема обладает рядом преимуществ и является наиболее подходящей для использования ее в численном моделировании. Предложены методы решения задачи оптимизации по параметрам управляющего воздействия. Описан бионический алгоритм адаптивного поискового поведения личинки ручейника. Было показано, что бионический алгоритм обладает значительным преимуществом перед классическими методами в случае решения задачи оптимизации управляющего воздействия для систем с гистерезисными связями. Проведено компьютерное моделиро-

вание динамики обратного гибкого маятника с гистерезисным управлением. Было показано, что выбранный метод управления обладает достаточной эффективностью, а результаты оптимизации управляющего воздействия с помощью бионического алгоритма полностью согласуются с результатами численного эксперимента. Проведено компьютерное моделирование динамики системы в случае применения гистерезисного нейроуправления. В качестве управляющей нейросети использовалась двухслойная сеть с ГФА на основе модели Прейсаха. Проведен сравнительный анализ использования нейроконтроллера и управления по принципу обратной связи в результате которого было показано, что применение гистерезисного нейроуправления является достаточно эффективным и обладает рядом значимых преимуществ.

4. Построена математическая модель механической системы с вынужденными колебаниями и демпфирующим звеном на основе вязкого и гистерезисного демпферов. Выполнено исследование динамики данной механической системы и проведен сравнительный анализ эффективности линейного вязкого, нелинейного вязкого и гистерезисного демпфирования. В процессе компьютерного моделирования было показано, что линейный вязкий демпфер имеет высокую эффективность в области резонанса системы, однако способность к демпфированию за пределами резонанса резко уменьшается. Нелинейное вязкое демпфирование имеет более широкую частотную область его эффективного применения, однако проигрывает в эффективности линейному демпферу в области резонанса системы. Гистерезисный демпфер на основе материала Ишлинского имеет высокую эффективность как в области резонанса так и за ее пределами, тем самым выигрывая по эффективности демпфирования по сравнению с вязким демпфером. Недостатком гистерезисного демпфера является снижение способности уменьшать относительное перемещение груза под воздействием внешних сил за пределами области резонанса системы.

Литература

- [1] *Попов, Е. П.* Теория нелинейных систем автоматического регулирования и управления / Е. П. Попов. — М.: Наука, 1988.
- [2] *Попов, Е. П.* Приближенные методы исследования нелинейных автоматических систем / Е. П. Попов, И. П. Пальтов. — М.: Физматгиз, 1960.
- [3] *Янкович, Б.* О возможной аппроксимации петли гистерезиса / Б. Янкович // Труды V международной конференции по нелинейным колебаниям. — Т. 4. — Киев: 1969. — С. 503.
- [4] *Бу, Р.* Математическая модель гистерезиса. Приложение к колебательному контуру с насыщаемым дросселем / Р. Бу // Труды V международной конференции по нелинейным колебаниям. — Т. 4. — Киев: 1969. — С. 100.
- [5] *Красносельский, М. А.* Оператор-гистерант / М. А. Красносельский // *ДАН СССР*. — 1970. — № 1. — С. 29–33.
- [6] *Красносельский, М. А.* Системы гистеронов / М. А. Красносельский, А. В. Покровский // *ДАН СССР*. — 1971. — Т. 200, № 4. — С. 733–736.
- [7] *Красносельский, М. А.* Периодические колебания в системах с релейными нелинейностями / М. А. Красносельский, А. В. Покровский // *ДАН СССР*. — 1974. — Т. 216, № 4. — С. 733–736.
- [8] *Красносельский, М. А.* Моделирование преобразователей с гистере-

- зисом континуальными системами реле / М. А. Красносельский, А. В. Покровский // *ДАН СССР*. — 1976. — Т. 227, № 3. — С. 547–550.
- [9] *Красносельский, М. А.* Правильные решения интегральных уравнений с разрывной нелинейностью / М. А. Красносельский, А. В. Покровский // *ДАН СССР*. — 1976. — Т. 226, № 3. — С. 506–509.
- [10] *Красносельский, М. А.* Системы с гистерезисом / М. А. Красносельский, А. В. Покровский. — М.: Наука, 1983. — 272 с.
- [11] *Lapshin, R. V.* Analytical model for the approximation of hysteresis loop and its application to the scanning tunneling microscope / R. V. Lapshin // *Rev. Sci. Instrum.* — 1995. — Vol. 66, no. 9.
- [12] *Mayergoyz, I. D.* Mathematical models of hysteresis / I. D. Mayergoyz // *IEEE Transaction On Magnetism*. — 1986. — Vol. MAG-22, no. 5.
- [13] *Mayergoyz, I. D.* Mathematical models of hysteresis and their applications / I. D. Mayergoyz // *Elsevier*. — 2003.
- [14] *Семенов, М. Е.* Модель равновесного ценообразования в условиях гистерезисной функции спроса / М. Е. Семенов, Т. В. Рудченко // *Вестник ВГУ*. — 2007. — Т. Физика, Математик, № 1. — С. 184–189.
- [15] *Angeli, D.* Detection of multistability, bifurcations, and hysteresis in a large class of biological positive-feedback systems / D. Angeli, J. E. Ferrell, E. D. Sontag // *Proceedings of the National Academy of Sciences*. — 2004. — Vol. 101. — Pp. 1822–1827.
- [16] *Dixit, A.* Hysteresis, import penetration, and exchange rate pass-through / A. Dixit // *The Quarterly Journal of Economics*. — 1989. — Vol. 14, no. 2. — Pp. 205–228.
- [17] *Iyer, R. V.* Hysteresis parameter identification with limited experimental data / R. V. Iyer, M. Shirley // *IEEE Transactions on Magnetism*. — 2004. — Vol. 40, no. 5. — Pp. 3227–3239.

- [18] *Janocha, H.* FPGA-based compensator of hysteretic actuator nonlinearities for highly dynamic applications / H. Janocha, D. Pesotski, K. Kuhnen // *Proceedings of the 10th International Conference on New Actuators*. — 2006. — Pp. 1013–1016.
- [19] *Brokate, M.* Hysteresis and phase transistions / M. Brokate, J. Sprekels. — N.Y.: Springer, 1996.
- [20] *Visitin, A.* Differential models of hysteresis / A. Visitin. — Berlin: Springer, 1994.
- [21] *Krejci, P.* Hysteresis, convexity and dissipation in hyperbolic equations / P. Krejci. — Tokyo: Gakkotosho, 1996.
- [22] *Cook, P. A.* Nonlinear Dynamics Systems / P. A. Cook. — London: Prentice-Hall International, 1986.
- [23] *Salvini, A.* Soft computing for the identification of the Jiles-Atherton model parameters / A. Salvini, F. Riganti // *IEEE Trans Magn.* — 2005. — Vol. 41, no. 3. — Pp. 1100–1108.
- [24] *Chwastek, K.* A direct search algorithm for estimation of Jiles-Atherton hysteresis model parameters / K. Chwastek, J. Szczyglowski, M. Najgebauer // *Mat. Sci. Eng. B.* — 2006. — Vol. 131. — Pp. 22–26.
- [25] *Hauser, H.* Hysteresis modeling and measurement for two-dimensional particle assemblies / H. Hauser, P. L. Fulmek, R. Grossinger // *J. of Magnetism and Magnetic Materials*. — 2002. — Vol. 242–245. — Pp. 1067–1069.
- [26] *Ikhouane, F.* On the hysteretic Bouc-Wen model / F. Ikhouane, J. Rodellar // *Nonlinear Dynamics*. — 2005. — no. 42. — Pp. 63–78.
- [27] *Kuczmann, M.* Dynamic Preisach hysteresis model / M. Kuczmann // *Journal of Advanced Research in Physics*. — 2010. — Vol. 1, no. 1.

- [28] *Iyer, R. V.* Approximate inversion of the Preisach hysteresis operator with application to control of smart actuators / R. V. Iyer // *IEEE Transactions On Automatic Control*. — 2005. — Vol. 50, no. 6.
- [29] *Рачинский, Д. И.* О естественных континуумах периодических решений систем с гистерезисом / Д. И. Рачинский // *Автоматика и телемеханика*. — 2003. — no. 3.
- [30] *Ortin, J.* Preisach modelin of hysteresis for a pseudoelastic Cu-Zn-Al single crystal / J. Ortin // *J. Appl. Phys.* — 1992. — Vol. 71, no. 3. — Pp. 1454–1461.
- [31] *Данилин, А. Н.* Модели гистерезиса: краткий обзор / А. Н. Данилин, А. А. Виноградов, Ю. Н. Карнет // *Механика композиционных материалов и конструкций*. — 2016. — Т. 22, № 2. — С. 295–308.
- [32] *Churchland, P. S.* The computational brain / P. S Churchland, T. J. Sejnowski. — Cambridge, Massachusetts: The MIT Press, 1992. — 377 pp.
- [33] *Levine, M.* Man and machine vision / M. Levine. — New York: McGraw-Hill, 1985. — 402 pp.
- [34] *Marr, D.* Vision / D. Marr. — New York: W.H. Freeman and Company, 1982. — 391 pp.
- [35] *Cover, T. M.* Geometrical and statistical properties of systems of linear inequalities with aplications in pattern recognition / T. M. Cover // *IEEE Transactions on Electronic Computers*. — 1965. — Vol. EC-14. — Pp. 326–334.
- [36] *Хайкин, С.* Нейронные сети: полный курс 2-е изд. / С. Хайкин. — М.: Вильямс, 2006. — 1104 с.
- [37] *Калан, Р.* Основные концепции нейронных сетей / Р. Калан. — М.: Вильямс, 2001. — 291 с.

- [38] *Круглов, В. В.* Искусственные нейронные сети. Теория и практика. 2-е изд. / В. В. Круглов, В. В. Борисов. — М.: Горячая линия – телеком, 2002. — 382 с.
- [39] *Рутковская, Д.* Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы / Д. Рутковская, М. Пилиньский, Л. Рутковский. — М.: Горячая линия-Телеком, 2006. — 193 с.
- [40] *Галушкин, А. И.* Нейрокомпьютеры и их применение / А. И. Галушкин. — М.: ИПРЖР, 2000. — 416 с.
- [41] *Барский, А. Б.* Нейронные сети: распознавание, управление, принятие решений / А. Б. Барский. — М.: Финансы и статистика, 2004. — 176 с.
- [42] *Аксенов, С. В.* Организация и использование нейронных сетей (методы и технологии) / С. В. Аксенов, В. Б. Новосельцев. — Томск: НТЛ, 2006. — 128 с.
- [43] *Джонс, М. Т.* Программирование искусственного интеллекта в приложениях / М. Т. Джонс. — М.: ДМК Пресс, 2004. — 312 с.
- [44] *Рассел, С.* Искусственный интеллект: современный подход, 2-е изд. / С. Рассел, П. Норвиг. — М.: Издательский дом «Вильямс», 2006. — 1408 с.
- [45] *Девятков, В. В.* Системы искусственного интеллекта: Учеб. пособие для вузов / В. В. Девятков. — М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. — 352 с.
- [46] *Лорьер, Ж. Л.* Системы искусственного интеллекта: Пер. с франц. / Ж. Л. Лорьер. — М.: Мир, 1991. — 568 с.
- [47] *Люгер, Д. Ф.* Искусственный интеллект: стратегия и методы решения сложных проблем, 4-е изд.: Пер. с англ. / Д. Ф. Люгер. — М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. — 864 с.

- [48] *Jang, Lyh-Shing Roger*. Neuro-Fuzzy and Soft Computing. A Computational Approach to Learning and Machine Intelligence / Lyh-Shing Roger Jang, Chuen-Tsai Sun, Eiji Mizutani. — Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ 07458, 1997. — 614 pp.
- [49] *Медведев, В. С.* Нейронные сети. МАТЛАБ 6 / В. С. Медведев, В. Г. Потемкин. — М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2002. — 496 с.
- [50] *Галушкин, А. И.* Теория нейронных сетей. Кн. 1: Учеб. пособие для вузов / А. И. Галушкин. — М.: ИПРЖР, 2000. — 416 с.
- [51] *Галушкин, А. И.* Нейрокомпьютеры. Кн. 3: Учеб. пособие для вузов / А. И. Галушкин. — М.: ИПРЖР, 2000. — 538 с.
- [52] *Галушкин, А. И.* Нейронные сети: история развития теории. Кн. 5: Учеб. пособие для вузов / А. И. Галушкин. — М.: ИПРЖР, 2001. — 840 с.
- [53] *Тоффоли, Т.* Машины клеточных автоматов: Пер. с англ. / Т. Тоффоли, Н. Марголус. — М.: Мир, 1991. — 280 с.
- [54] *Осовский, С.* Нейронные сети для обработки информации / С. Осовский. — М.: Финансы и статистика, 2002. — 344 с.
- [55] *Яхьяева, Г. Э.* Нечеткие множества и нейронные сети: Учебное пособие / Г. Э. Яхьяева. — М.: Интернет-Университет Информационных технологий: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. — 316 с.
- [56] *Котов, В. Е.* Сети Петри / В. Е. Котов. — М.: Наука, 1984. — 160 с.
- [57] *Churchland, P. S.* Neurophilosophy: Toward a Unified Science of the Mind / P. S. Churchland. — Cambridge: MIT Press, 1986.
- [58] *Cichocki, A.* Robust neural networks with on-line learning for blind identification and blind separation of sources / A. Cichocki, R. Unbehauen // *IEEE Transactions on Circuits and Systems-1: Fundamental Theory and Applications*. — 1996. — Vol. 43. — Pp. 894–906.

- [59] *Cohen, M. A.* The synthesis of arbitrary stable dynamics in nonlinear neural networks: Feedback and universality / M. A. Cohen // *International Joint Conference on Neural Networks*. — 1992. — Vol. 1. — Pp. 141–146.
- [60] The helmholtz machine / P. Dayan, G. E. Hinton, R. M. Neal, R. S. Zemel // *Neural Computation*. — 1995. — Vol. 7. — Pp. 889–904.
- [61] *Xia, Guangpu.* Hopfield neural network with hysteresis for maximum cut problem / Guangpu Xia, Zheng Tang, Yong Li // *Neural Information Processing – Letters and Reviews*. — 2004. — Vol. 4, no. 5.
- [62] *Li, Chunguang.* Chaos in a three-neuron hysteresis Hopfield-type neural network / Chunguang Li, Juebang Yu, Xiaofeng Liao // *Elsevier – Physics Letters A 285*. — 2001. — Pp. 368–372.
- [63] *Wang, Lipo.* Synchronous neural networks of nonlinear threshold elements with hysteresis / Lipo Wang, John Ross // *Neurobiology*. — 1990. — Vol. 87. — Pp. 988–992.
- [64] *Cooper, L. N.* A possible organization of animal memory and learning. Proceedings of the Nobel Symposium on Collective Properties of Physical Systems / L. N. Cooper. — New York: Academic Press, 1973. — Pp. 252–264.
- [65] *Sundararajan, N.* Neuro-controller design for nonlinear fighter aircraft maneuver using fully tuned rbf networks / N. Sundararajan, P. Saratchandran // *Automatica*. — 2001. — Vol. 37, no. 8. — Pp. 1293–1301.
- [66] Augmentation of an intelligent flight control system for a simulated C-17 aircraft / K. Gundy-Burlet, K. Krishnakumar, G. Limes, D. Bryant // *J. of Aerospace Computing, Information, and Communication*. — 2004. — Vol. 1, no. 12. — Pp. 526–542.

- [67] *Prokhorov, D.* Adaptive critic designs / D. Prokhorov, D. Wunsch // *IEEE Transactions on Neural Networks.* — 1997. — Vol. 8, no. 5. — Pp. 997–1007.
- [68] Нейронные сети в системах автоматизации / В. И. Архангельский, И. Н. Богаенко, Г. Г. Грабовский, Н. А. Рюмшин. — К.: Техника, 1999. — 234 с.
- [69] *Купін, А. І.* Інтелектуальна ідентифікація та керування в умовах процесів збагачувальної технології / А. І. Купін. — Кривий Ріг: КТУ, 2008. — 204 с.
- [70] *Терехов, В. А.* Нейросетевые системы управления / В. А. Терехов, Д. В. Ефимов, И. Ю. Тюкин. — М.: Учеб. пособие для вузов, 2002. — 183 с.
- [71] *Dias, F. M.* Comparison between different control strategies using neural networks / F. M. Dias, A. M. Mota // 9th Mediterranean Conference on Control and Automation. — Dubrovnik, Croatia: 2001.
- [72] *Venayagamoorthy, G. K.* Implementation of adaptive critic-based neurocontrollers for turbogenerators in a multimachine power system / G. K. Venayagamoorthy, R. G. Harley, D. C. Wunsch // *IEEE Transactions on Neural Networks.* — 2003. — Vol. 14, no. 5. — Pp. 1047–1064.
- [73] *D’Emilia, G.* Use of neural networks for quick and accurate auto-tuning of PID controller / G. D’Emilia, A. Marrab, Natalea E. // *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing.* — 2007. — Vol. 23. — Pp. 170–179.
- [74] Безмодельное прогнозирующее инверсное нейроуправление с регенерируемым эталонным переходным процессом / К. В. Змеу, Н. А. Марков, И. А. Шипитько, Б. С. Ноткин // *Интеллектуальные системы.* — 2009. — № 3. — С. 109–117.

- [75] *Markov, K.* Information Models of Knowledge / K. Markov, V. Velychko, O. Voloshin. — Sofia: ITHEA, 2010.
- [76] *Дзюба, Д. А.* Применение метода контролируемых возмущений для модификации нейроконтроллеров в реальном времени / Д. А. Дзюба, А. Н. Чернодуб // *Математичні машини і системи.* — 2011. — № 1. — С. 20–28.
- [77] *Дзюба, Д. А.* Обзор методов нейрорегулирования / Д. А. Дзюба, А. Н. Чернодуб // *Проблемы программирования.* — 2011. — № 2. — С. 79–94.
- [78] *Stephenson, A.* On an induced stability / A. Stephenson. — Phil.: Mag. 15, 1908. — 233 pp.
- [79] *Капица, П. Л.* Маятник с вибрирующим подвесом / П. Л. Капица // *УФН.* — 1951. — № 44. — С. 7–20.
- [80] *Капица, П. Л.* Динамическая устойчивость маятника при колеблющейся точке подвеса / П. Л. Капица // *ЖЭТФ.* — 1951. — № 21. — С. 588–597.
- [81] *Черноусько, Ф. Л.* Управление колебаниями / Ф. Л. Черноусько, Л. Д. Акуленко, Соколов Б. Н. — М.: Наука, 1980. — 383 с.
- [82] *Решмин, С. А.* Оптимальное по быстрдействию управление перевернутым маятником в форме синтеза / С. А. Решмин, Ф. Л. Черноусько // *Известия РАН. Теория и системы управления.* — 2006. — № 3. — С. 51–62.
- [83] Стабилизация перевернутого маятника вертикальными осцилляциями с помощью гистерезисного управления / М. Е. Семенов, Д. В. Шевлякова, О. И. Канищева, Д. В. Грачиков // *Наукоемкие технологии.* — 2012. — № 3.

- [84] *Xu, Chao*. Mathematical model of elastic inverted pendulum control system / Chao Xu, Xin Yu // *Journal of Control Theory and Applications*. — 2004. — Vol. 3. — Pp. 281–282.
- [85] *Dadios, E. P.* Genetic algorithm on line controller for the flexible inverted pendulum problem / E. P. Dadios, P. S. Fernandez, D. J. Williams // *Journal of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics*. — 2006. — Vol. 10, no. 2.
- [86] *Jiali, Tang*. Modeling and simulation of a flexible inverted pendulum system / Tang Jiali, Ren Gexue // *Tsinghua Science and Technology*. — 2009. — Vol. 14, no. S2.
- [87] *Luo, Zheng-Hua*. Shear force feedback control of a single-link flexible robot with a revolute joint / Zheng-Hua Luo, Bao-Zhu Guo // *IEEE Transaction On Automatic Control*. — 1997. — Vol. 42, no. 1.
- [88] A Lyapunov-based piezoelectric controller for flexible cartesian robot manipulators / Mohsen Dadfarnia, Nader Jalili, Bin Xian, Darren M. Dawson // *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*. — 2004. — Vol. 126/347.
- [89] *Самарский, А. А.* Теория разностных схем / А. А. Самарский. — М.: Наука, 1998.
- [90] *Бахвалов, Н. С.* Численные методы (анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения) / Н. С. Бахвалов. — М.: Наука, 1975. — 632 с.
- [91] *Бахвалов, Н. С.* Численные методы / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. — М.: Наука, 1987.
- [92] *Шалеев, В. П.* Неявная разностная схема с погрешностью аппроксимации (τ^4, h^8) для уравнения теплопроводности / В. П. Шалеев // *Вычислительные технологии*. — 2004. — Т. 9, № 5. — С. 114–121.

- [93] *Калиткин, Н. Н.* Численные методы / Н. Н. Калиткин. — М.: Наука, 1978. — 512 с.
- [94] *Годунов, С. К.* Разностные схемы / С. К. Годунов, В. С. Рябенский. — М.: Наука, 1977.
- [95] *Формальский, А. М.* Управление движением неустойчивых объектов / А. М. Формальский. — М.: Физматлит, 2012. — 232 с.
- [96] *Неймарк, Ю. И.* Динамические модели теории управления / Ю. И. Неймарк, Н. Я. Коган, В. П. Савельев. — М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1985. — 400 с.
- [97] *Васильев, Ф. П.* Методы оптимизации / Ф. П. Васильев. — М.: Факториал Пресс, 2002. — 824 с.
- [98] *Гончаров, В. А.* Методы оптимизации: учебное пособие / В. А. Гончаров. — М.: Высшее образование, 2009. — 191 с.
- [99] *Гилл, Ф.* Практическая оптимизация / Ф. Гилл, У. Мюррей, М. Райт. — М.: Мир, 1985.
- [100] *Штойер, Р.* Многокритериальная оптимизация: теория, вычисления и приложения / Р. Штойер. — М.: Радио и связь, 1992. — 504 с.
- [101] *Дэннис, Дж.* Численные методы безусловной оптимизации и решения нелинейных уравнений / Дж. Дэннис, Р. Шнабель. — М.: Мир, 1988. — 440 с.
- [102] *Рейзлин, В. И.* Численные методы оптимизации: учебное пособие / В. И. Рейзлин. — Томск: Томский политехнический университет, 2011. — 105 с.
- [103] *Азарнова, Т. В.* Методы оптимизации: Учебное пособие / Т. В. Азарнова, И. Л. Каширина, Г. Д. Чернышова. — Воронеж: ВГУ, 2003. — 86 с.

- [104] *Летова, Т. А.* Методы оптимизации в примерах и задачах / Т. А. Летова. — М.: Высшая школа, 2002. — 544 с.
- [105] *Лесин, В. В.* Основы методов оптимизации: Учебное пособие / В. В. Лесин. — М.: МАИ, 1998. — 344 с.
- [106] *Аттетков, А. В.* Методы оптимизации / А. В. Аттетков, С. В. Галкин, В. С. Зарубин. — М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003.
- [107] Synthesis of pheromone-oriented emergent behavior of a silkworm moth / Y. Kuwana, I. Shimoyama, Y. Sayama, H. Miura // Proc. IEEE/RSJ Internat. Conf. on Intelligent Robots and Systems. — Osaka, Japan: 1996. — Pp. 1722–17291.
- [108] *Pierce-Shimomura, J. T.* The fundamental role of pirouettes in *Caenorhabditis elegans* Chemotaxis / J. T. Pierce-Shimomura, T. M. Morse, Lockery S. R. // *Neuroscience*. — 1999. — Vol. 19, no. 21. — Pp. 9557–9569.
- [109] *Meyer, J. A.* From animals to animats / J. A. Meyer, S. W. Wilson // Proceedings of the First International Conference on Simulation of Adaptive Behavior. — Cambridge, London: The MIT Press, 1990.
- [110] *Непомнящих, В. А.* Аниматы как модель поведения животных / В. А. Непомнящих // IV Всероссийская науч.-техн. конф. "Нейроинформатика-2002". Матер. дискуссии "Проблемы интеллектуального управления – общесистемные, эволюционные и нейросетевые аспекты". — Москва: МИФИ, 2003. — С. 58–76.
- [111] *Непомнящих, В. А.* Поиск общих принципов адаптивного поведения живых организмов и аниматов / В. А. Непомнящих // *Новости искусственного интеллекта*. — 2002. — № 2. — С. 48–53.
- [112] *Цетлин, М. Л.* Исследования по теории автоматов и моделирование биологических систем / М. Л. Цетлин. — М.: Наука, 1969.

- [113] *Емельянов, В. В.* Теория и практика эволюционного моделирования / В. В. Емельянов, В. М. Курейчик, В. В. Курейчик. — М.: Физматлит, 2003.
- [114] *Редько, В. Г.* Эволюция, нейронные сети, интеллект. Модели и концепции эволюционной кибернетики / В. Г. Редько. — М.: УРСС, сер. «Синергетика: от прошлого к будущему», 2005.
- [115] *Sutton, R.* Reinforcement Learning: An Introduction / R. Sutton, A. Barto. — Cambridge: MIT Press, 1998.
- [116] *Nolfi, S.* From animals to animats / S. Nolfi, G. Baldassarre, R. Calabretta // The Ninth International Conference on Simulation of Adaptive Behavior, Proceedings. — Rome, Italy: Springer, 2006.
- [117] *Жданов, А. А.* Бионический метод автономного адаптивного управления. От моделей поведения к искусственному интеллекту / А. А. Жданов. — М.: УРСС, сер. «Науки об искусственном», 2006.
- [118] *Станкевич, Л. А.* Когнитивный подход к управлению гуманоидными роботами. От моделей поведения к искусственному интеллекту / Л. А. Станкевич. — М.: УРСС, сер. «Науки об искусственном», 2006.
- [119] *Анохин, К. В.* Проект «Мозг анимата»: разработка модели адаптивного поведения на основе теории функциональных систем / К. В. Анохин, М. С. Бурцев, И. Ю. Зарайская // Труды восьмой национальной конф. по искусственному интеллекту с международным участием. — Т. 2. — Москва: Физматлит, 2002. — С. 781–789.
- [120] *Попов, Е. Е.* Моделирование поискового поведения анимата на основе принципов спонтанной активности / Е. Е. Попов, В. Г. Редько, В. А. Непомнящих // Проблемы нейрокибернетики. Матер. 14-й международ. конф. по нейрокибернетике. — Т. 2. — Ростов-на-Дону: ООО «ЦВВР», 2005. — С. 142–143.

- [121] *Непомнящих, В. А.* Формирование упорядоченного поведения при случайной последовательности раздражителей у личинок ручейника *Chaetopteryx villosa* Fabr. (Limnephilidae: Trichoptera: Insecta) / В. А. Непомнящих, К. А. Подгорный // *Журн. общ. биологии.* — 1994. — Т. 55, № 3. — С. 328–336.
- [122] *Непомнящих, В. А.* Модели автономного поискового поведения. От моделей поведения к искусственному интеллекту / В. А. Непомнящих. — УРСС, сер. «Науки об искусственном», 2006.
- [123] Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т. / И. И. Артоболевский, А. Н. Боголюбов, В. В. Болотин и др. — М.: Машиностроение, 1978. — 352 с.
- [124] *Sinha, A.* Vibration of Mechanical Systems / A. Sinha. — Cambridge University Press, 2010. — 324 pp.
- [125] *Balachandran, Balakumar.* Vibrations / Balakumar Balachandran, E. B. Magrab. — Cengage Learning, 2008. — 736 pp.
- [126] *Dukkipati, R. V.* Solving Vibration Analysis Problems Using MATLAB / R. V. Dukkipati. — New Age Publications, 2007. — 236 pp.
- [127] *Ebrahimi, F.* Advances in Vibration Analysis Research / F. Ebrahimi. — InTech, 2011. — 456 pp.
- [128] *Kelly, S. G.* Fundamentals of Mechanical Vibrations. 2-nd edition / S. G. Kelly. — McGraw-Hill Education, 2000. — 672 pp.
- [129] *Sinha, J. K.* Vibration engineering and technology of machinery / J. K. Sinha // Proceedings of VETOMAC X 2014, held at the University of Manchester, UK, September 9-11, 2014.
- [130] *Weingarten, V. I.* Free vibration of thin cylindrical shells / V. I. Weingarten // *AIAA.* — 1964. — Vol. 2, no. 4. — Pp. 717–722.

- [131] *Коропец, П. А.* Динамика и устойчивость механических систем с трением / П. А. Коропец. — Lambert Academic Publishing, 2012. — 138 с.
- [132] *Троицкий, В. А.* Матричные методы расчета колебаний стержневых систем / В. А. Троицкий // *Динамика и прочность машин. Труды ЛПИ.* — 1960. — № 210. — С. 220–255.
- [133] *Milovanovic, Z.* On the displacement transmissibility of a base excited viscously damped nonlinear vibration isolator / Z. Milovanovic, I. Kovacic, M. J. Branan // *Vib. Acoust.* — 2009. — Vol. 131, no. 5. — Pp. 054502–054507.
- [134] Theoretical study of the effects of nonlinear viscous damping on vibration isolation of sdof systems / Z. Q. Lang, X. J. Jing, S. A. Billings et al. // *Vib. Acoust.* — 2009. — Vol. 323, no. 1-2. — Pp. 805–816.
- [135] Study of the effects of cubic nonlinear damping on vibration isolations using harmonic balance method / Z. K. Peng, G. Meng, Z. Q. Lang et al. // *Non-Linear Mech.* — 2012. — Vol. 47, no. 10. — Pp. 1073–1080.
- [136] *Tang, B.* A comparison of two nonlinear damping mechanism in a vibration isolator / B. Tang, M. J. Brennan // *Sound Vib.* — 2013. — Vol. 332, no. 3. — Pp. 510–520.
- [137] *Xiao, Z. L.* The transmissibility of vibration isolators with cubic nonlinear damping under both force and base excitations / Z. L. Xiao, X. J. Jing, L. Cheng // *Sound Vib.* — 2013. — Vol. 332, no. 5. — Pp. 1335–1354.
- [138] Study on the force transmissibility of vibration isolators with geometric nonlinear damping / J. Y. Sun, X. C. Huang, X. T. Liu et al. // *Nonlinear Dyn.* — 2013. — Vol. 74, no. 4. — Pp. 1103–1112.
- [139] *Jazar, G. N.* Frequency response and jump avoidance in a nonlinear passive engine mount / G. N. Jazar, A. and Golnaraghi M. F. Houim, R. and Narimani // *Vib. Control.* — 2006. — Vol. 12, no. 11. — Pp. 1205–1237.

- [140] Global existence and uniform stabilization of a generalized dissipative Klein–Gordon equation type with boundary damping / Z. Y. Zhang, Z. H. Liu, X. J. Miao, Y. Z. Chen // *Math. Phys.* — 2011. — Vol. 52. — P. 023502.
- [141] *Zhang, Z. Y.* Global existence and uniform decay for wave equation with dissipative term and boundary damping / Z. Y. Zhang, X. J. Miao // *Comput. Math. Appl.* — 2010. — Vol. 59. — Pp. 1003–1018.
- [142] *Zhu, S. J.* Analysis of non-linear dynamics of a two-degree-of-freedom vibration system with non-linear damping and non-linear spring / S. J. Zhu, Y. F. Zheng, Y. M. Wu // *Sound Vib.* — 2004. — Vol. 271, no. 1-2. — Pp. 15–24.
- [143] *Lv, Qibao.* Analysis of the effects of nonlinear viscous damping on vibration isolator / Qibao Lv, Zhiyuan Yao // *Nonlinear Dyn.* — 2015. — Vol. 79. — Pp. 2325–2332.
- [144] Искусственные нейронные сети с гистерезисной функцией активации / А. М. Соловьёв, М. Е. Семёнов, М. Ю. Мишин, Е. Г. Кабулова // *Теория и техника радиосвязи.* — 2013. — № 2. — С. 102.
- [145] Искусственные нейронные сети с гистерезисной функцией активации на основе преобразователя Прейсаха / М. Е. Семёнов, А. М. Соловьёв, М. Г. Матвеев, О. И. Канищева // *Вестник ВГУ: Системный анализ и информационные технологии.* — 2013. — № 2. — С. 171.
- [146] Синхронизация нейронных ансамблей при помощи МРК / Д. В. Грачиков, М. Е. Семёнов, О. И. Канищева, А. М. Соловьёв // *Современные технологии в задачах управления, автоматике и обработки информации: труды XXI Международного научно-технического семинара.* — г. Алушта: 2012. — С. 85.
- [147] Искусственные нейронные сети с гистерезисной функцией активации / А. М. Соловьёв, М. Е. Семёнов, М. Ю. Мишин, Е. Г. Кабу-

- лова // Современные технологии в задачах управления, автоматизации и обработки информации: труды XXII Международного научно-технического семинара. — г. Алушта: 2013. — С. 127.
- [148] Соловьёв, А. М. Искусственные нейронные сети с гистерезисной функцией активации / А. М. Соловьёв, М. Е. Семёнов // Нейроинформатика-2014. XVI Всероссийская научно-техническая конференция с международным участием. Сборник научных трудов. — Т. 1. — г. Москва: 2014. — С. 31.
- [149] Соловьёв, А. М. Однослойная искусственная нейронная сеть с гистерезисной функцией активации / А. М. Соловьёв, М. Е. Семёнов, Е. Г. Кабулова // Информатизация процессов формирования открытых систем на основе САПР, АСНИ, СУБД и систем искусственного интеллекта (ИНФОС-2013). Материалы 7-ой международной научно-технической конференции. — г. Волгоград: 2013. — С. 188–191.
- [150] Semenov, M. E. Elastic inverted pendulum with backlash in suspension: stabilization problem / M. E. Semenov, A. M. Solovyov, P. A. Meleshenko // *Nonlinear Dynamics*. — 2015. — Vol. 82. — Pp. 677–688.
- [151] Hysteretic nonlinearity in inverted pendulum problem / M. E. Semenov, P. A. Meleshenko, A. M. Solovyov, A. M. Semenov // *Springer Proceedings in Physics: Structural Nonlinear Dynamics and Diagnosis*. — 2015. — Vol. 168. — Pp. 463–506.
- [152] Semenov, M. E. Stabilization of elastic inverted pendulum with hysteresis / M. E. Semenov, A. M. Solovyov // *CEUR Workshop Proceedings*. — 2016. — Vol. 1638. — Pp. 650–657.
- [153] Соловьёв, А. М. Искусственная нейронная сеть с гистерезисной функцией активации: стабилизация неустойчивых объектов / А. М. Соловьёв, М. Е. Семёнов // *Теория и техника радиосвязи*. — 2016. — № 3. — С. 11.

- [154] *Соловьёв, А. М.* Стабилизация обратного гибкого маятника с помощью искусственной нейронной сети с гистерезисной функцией активации / А. М. Соловьёв, М. Е. Семёнов // Современные технологии в задачах управления, автоматике и обработки информации: труды XXIII международного научно-практического семинара. — г. Алушта: 2014. — С. 84.
- [155] *Соловьёв, А. М.* Искусственная нейронная сеть с гистерезисными свойствами в задаче стабилизации обратного гибкого маятника с наличием люфта в основании его крепления / А. М. Соловьёв // Нейроинформатика-2015. XVII Всероссийская научно-техническая конференция с международным участием. Сборник научных трудов. — г. Москва: 2015.
- [156] Elastic inverted pendulum under hysteretic nonlinearity in suspension: Stabilization and optimal control / M. E. Semenov, A. M. Solovyov, A. M. Semenov et al. // 5th ECCOMAS Thematic Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering, COMPDYN 2015. — Crete, Greece: 2015. — Pp. 2995–3003.
- [157] *Semenov, M. E.* Stabilization of elastic inverted pendulum with hysteresis / M. E. Semenov, A. M. Solovyov // Международная конференция и молодежная школа «Информационные технологии и нанотехнологии». — г. Самара: 2016.
- [158] *Соловьёв, А. М.* Стабилизация обратных связанных маятников / А. М. Соловьёв, М. Е. Семёнов // Современные технологии в задачах управления, автоматике и обработки информации: труды XXV международной научно-технической конференции. — г. Алушта: 2016.
- [159] *Соловьёв, А. М.* Моделирование динамики гистерезисного демпфера колебаний / А. М. Соловьёв, М. Е. Семёнов // Современные технологии в задачах управления, автоматике и обработки информации: труды XXIV международной научно-технической конференции. — г. Алушта: 2015.

- [160] *Соловьёв, А. М.* Модель динамики гистерезисного демфера / А. М. Соловьёв, М. Е. Семёнов, П. А. Мелешенко // Сборник трудов XVI международной конференции «Информатика: проблемы, методология, технологии». — г. Воронеж: 2016. — С. 489–493.
- [161] Hysteretic damper based on the ishlinsky-prandtl model / М. Е. Semenov, А. М. Solovyov, А. G. Rukavitsyn et al. // 3rd International Conference on Structural Nonlinear Dynamics and Diagnosis. — Morocco, Marrakech: 2016.