На правах рукописи

Аль–Кхазраджи Сундус Хатем Маджид

О компьютерном моделировании некоторых задач фильтрации в пористой среде

05.13.18 — Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени

кандидата физико–математических наук

Воронеж — 2017

Работа выполнена в Воронежском государственном университете

Научный руководитель: доктор физико–математических наук, профессор **Костин Владимир Алексеевич**.

Официальные оппоненты:

Пискарев Сергей Игоревич, доктор физико–математических наук, Московский государственный университет им. Ломоносова, Научно–исследовательский вычислительный центр, ведущий научный сотрудник,

Кретинин Александр Валентинович, доктор технических наук, профессор, Воронежский государственный технический университет, Факультет машиностроения и аэрокосмической техники, Кафедра нефтегазового оборудования и транспортировки, профессор

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Вологодский государственный университет"

Защита состоится 13.12.2017 г. в 15.10 на заседании диссертационного совета Д 212.038.20 при Воронежском государственном университете по адресу: 394018, г. Воронеж, Университетская пл., 1, ауд. 333.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Воронежского государственного университета, а также на сайте
http://www.science.vsu.ru/dissertations/5035/
Диссертация_Аль–Кхасранжи_С.Х..pdf

Автореферат разослан «5» октября 2017.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 212.038.20
кандидат физико–математических наук, доцент

Шабров Сергей
Александрович

Актуальность темы. Математическое моделирование диффузионных процессов связанных с экологическими проблемами находит все более широкое применение в геологических и геофизических задачах, где объектом исследования являются процессы движения грунтовых вод, газа и нефти в нефтяных слоях, радиоактивных и таксичных отходов происходящих в подземных хранилищах. Это приводит к необходимости модификации и разработки новых методов анализа, учитывающих структуры пористых сред и процессы фильтрации в таких средах.

Одному из интересных методов математического описания процессов нестационарной фильтрации сжимаемой жидкости в пористой среде с наличием проточных и застойных зон, указанному В.С. Голубевым посвящена настоящая диссертация.

Описывая фильтрационные потоки, В.С.Голубев показывает, что существует структура потока, зависящая от расхода жидкостей, которая при малом расходе, имея ламинарный поток, охватывает всю элементарную камеру (см. рис. 1а), а с увеличением расхода структура потока приобретает двойственный характер. В то время как в ядре потока (проточной зоне) жидкость движется от входа к выходу по прямолинейным траекториям, на периферии потока (в застойной зоне) она вовлекается в вихревое движение (рис. 1б). Такой не ламинарный (но и не турбулентный) режим характерен для течения жидкости в пористой среде.

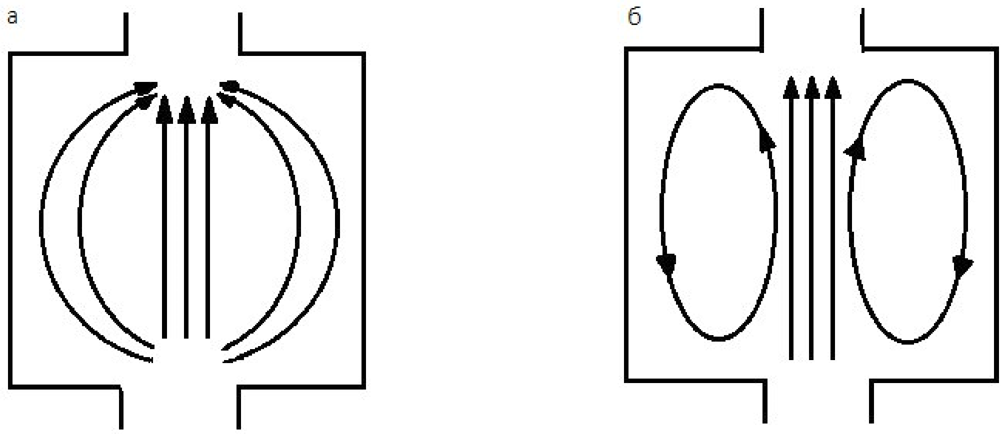

Рис. 1. Схематическое изображение траекторий частиц жидкости в областях ламинарного (а) и вихревого (б) массообмена между проточными и застойными зонами камеры.

В соответствии с В.С.Голубевым феноменологическое уравнение движения жидкости в таком случае имеет вид

$$a\frac{\partial^2 p(t,x)}{\partial x^2} = \nu\frac{\partial p(t,x)}{\partial t} + (1-\nu)\gamma p(t,x) -$$

$$-(1-\nu)\gamma^2\int_0^t e^{\gamma(s-t)}p(s,x)ds = \mathrm{L}_t p(t,x), \tag{1}$$

где $x \geq 0$, $t \geq 0$, ν-доля объема проточных зон, γ-константа массообмена между проточными и застойными зонами, a- коэффициент пьезопроводимости. Различные задачи для такого уравнения изучались многими авторами, в частности Ю.И.Бабенко, который, для уравнения (1) рассматривает задачу

$$p(0,x) = 0, \tag{2}$$

$$p(t,0) = q(t), \qquad \lim_{x\to 0} p(t,x) = 0. \tag{3}$$

Требуется найти градиент давления у границы области.

$$\left.\frac{\partial p(t,x)}{\partial x}\right|_{x=0} = \varphi(t). \tag{4}$$

Ответ дается в виде

$$\varphi(t) = \mathrm{L}_{\mathrm{t}}^{\frac{1}{2}} q(t) = \sqrt{\frac{a}{\nu}}e^{-\gamma t}Me^{\gamma t}, \tag{5}$$

где неограниченный оператор M формально выписывается в виде ряда сходимость которого не обсуждается.

Однако проблемы корректности и адекватности таких моделей проработаны недостаточно, что сдерживает фактически обоснованность применения различных процедур численного интегрирования и, в частности, их эффективности, с точки зрения объема использования памяти и быстродействия, особенно в условиях целенаправленного управления техническими и технологическими характеристиками гидродинамических элементов сложных технических систем.

По существу, основным аргументом для применения метода Ю.И. Бабенко является то, что этот метод не требует знания решения общей задачи (1)–(3), которое в этих работах не обсуждается.

Однако, учитывая, что параметры γ и ν являются важными характеристиками в описании потока, представляет интерес выяснения более детального их влияния на поведение решения уравнения (1), в частности решения задачи

(1)–(3). С этой целью в диссертации используется фундаментальный метод С.Г.Крейна исследования корректной разрешимости граничных задач. Этот метод также позволяет указать и алгоритм численной реализации приближенных решений к точному решению исследуемой задачи. Эти исследования соответствуют трем этапам решения ключевых вопросов в математическом моделировании, которое сформулировано в монографии А.А. Самарского и А.П. Михайлова.

На первом этапе происходит выбор эквивалента объекта, отображающий в математической форме законы и связи, которым объект подчиняется. Эта математическая модель исследуется теоретическими методами.

Второй этап— это выбор алгоритмов для реализации моделей на компьютере и их анализ с точки зрения корректной реализации, обеспечивающей сходимость и устойчивость приближенных решений к точному.

Третий этап заключается в создании и отладки программы.

Наряду с этим, в диссертации решается и обратная задача получения информации о коэффициентах уравнения (1) по результатам эксперимента, что в частности позволяет применить полученные результаты к возможности автоматического регулирования диффузионных процессов в конкретных технических магистралях.

Предлагаемый в настоящей работе метод и алгоритм численной реализации решения как задачи (1)–(3), так и вычисления функции $q(t)$ в (4), используют довольно общий метод С.Г. Крейна решения граничных задач для уравнений в банаховом пространстве.

В диссертации проведен анализ математической модели (1) для задачи Ю.И. Бабенко (1)–(3), а также для граничных задач на конечном интервале $[0, l]$, с начальным условием (2) и граничными условиями:

$$\frac{\partial p(t,0)}{\partial x} = \varphi_1(t), \qquad \frac{\partial p(t,l)}{\partial x} = \psi_1(t). \tag{2.5.1}$$

$$p(t,0) = g_1(t), \qquad p(t,l) = g_2(t), \tag{2.5.3}$$

Эти исследования приводят к необходимости введения дробных степеней оператора (в частности $A^{\frac{1}{2}}$), в терминах которого формулируются определения решений этих задач.

Этим и обусловливается актуальность темы. Диссертационное исследование выполнено в рамках г/б НИР ВГУ (№ ГР 01201266154) "Качественная теория некоторых классов дифференциальных уравнений и операторов в специальных функциональных пространствах". НИР в рамках госзадания Минобрнауки РФ 2012-2013гг.

Цели и задачи исследования. Разработка методов анализа математических моделей движения сжимаемых сред в пористых системах на основе установления корректности различных постановок нестационарных краевых задач. Развитие качественных и приближенных аналитических методов исследования математических моделей. Разработка новых математических методов и алгоритмов, интерпретации натурного эксперимента на основе математической модели.

С этой целью необходимо изучить феноменологическое уравнение движения жидкости на основе моделей пористой среды, состоящей из проточных и застойных зон, предложенное В.С. Голубевым; установить корректную разрешимость граничных задач для дифференциальных уравнений, описывающих эту модель, с целью обоснования нового численного метода реализации этих задач; применить полученные результаты к построению автоматического регулирования течения вязкой сжимаемой жидкости в пористой среде, с целью использования компьютерных технологий для реализации соответствующих алгоритмов управления.

Реализация цели исследования осуществляется решением следующих задач, как теоретического, так и прикладного характера:

1. Модификация модели В.С. Голубева движения жидкости в пористой среде с застойными зонами на случай конечной или бесконечной магистрали.

2. Разработка инструментария для анализа сформулированных краевых задач на основе установления корректности.

3. Оценка скорости затухания фильтрационного потока в модели С.В. Голубева в зависимости от доли проточных зон и коэффициента тепломассобмена.

4. Разработка предметно-ориентированной программы для реализации предлагаемого алгоритма.

5. Проведение вычислительного эксперимента и анализ результатов с практическими рекомендациями о продолжительности функционирования предлагаемой системы.

Объект исследования. Исследуется одна из основных задач теории тепломассопереноса— определение материальных и энергетических потоков с двойственной структурой в пористых магистралях и, в частности, на границе раздела сред. О важности этого понятия говорит то, что для гетерогенных процессов (межфазовые химические реакции, растворение, кристаллизация, испарение, конденсация и т.д.) производительность аппаратов в ряде случаев можно рассчитывать, зная интенсивность массообмена на межфазной границе. Эффективность теплообменных устройств также определяется тепловыми потоками на поверхности раздела.

Методы исследования. Разработанные в диссертационной работе методы исследования математических моделей задач фильтрации в пористой среде основаны на фундаментальных методах функционального анализа, теории корректных и некорректных задач с приложением к корректной разрешимости задач для математических моделей, описываемых интегро–дифференциальными уравнениями дробного порядка.

Основные положения, выносимые на защиту. На защиту выносится аналитические и численные методы исследования граничных задач для математических моделей, описывающих процесс фильтрации с двойственной структурой в пористой среде.

Научная новизна. 1. В диссертационной работе предлагаются новые подходы анализа математических моделей, основополагающим математическим объектом которых являются нестационарные задачи для эволюционных уравнений, описывающих движение жидкости с двойственной структурой, учитывающей зоны смешения в пористой среде.

2. Установлена корректная разрешимость решений рассматриваемых граничных задач, описывающих такие процессы.

3. Указан регуляризирующий алгоритм численной реализации градиента давления, в проточной зоне, на границе области.

4. Решается обратная задача вычисления коэффициентов доли проточных зон и коэффициента тепломассобмена по результатам эксперимента.

5. Построена модель автоматического регулирования течения вязкой сжимаемой жидкости в пористой среде.

6. Построен алгоритм, который реализован в среде программирования Delphi и даны соответствующие рекомендации.

Теоретическая и практическая значимость. Теоретическое значение работы заключается в применении методов функционального анализа, в частности, в теории линейных полугрупп преобразований к исследованию конкретных математических моделей, представляющих собой нестационарные задачи, описывающие явление тепломассопереноса. Получение их явного вида решений и установление корректной разрешимости, обеспечивающую сходимость приближенных решений к точному. Это позволяет также решить обратную задачу вычисления коэффициентов соответствующего уравнения.

Практическая значимость результатов и методов диссертационной работы заключается в возможности их использования в качестве инструментов для исследования математических моделей, описывающих процессы фильтрации в пористых средах, например, в трубопроводах с шероховатыми (фрактальными) стенками и проводить анализ изменения давления сжимаемой жидкости с помощью размещения датчиков давления жидкости вдоль магистралей и судить о структуре измеряемых данных.

Область исследования. Область исследования и содержание диссертации соответствует формуле специальности 05.13.18— Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (физико–математические науки), область исследования соответствует п. 2 "Развитие качественных и приближенных аналитических методов исследования математических моделей п. 4 "Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно–ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента п. 6. "Разработка новых математических методов и алгоритмов проверки адекватности математических моделей объектов на основе данных натурного эксперимента п. 7. "Разработка новых математических методов и алгоритмов интерпретации натурного эксперимента на основе его математических моделей".

Апробация работы. Материалы диссертации докладывались на Воронежской зимней математической школе в 2014 г., на Воронежской математической школе "Понтрягинские чтения"в 2013, 2014, 2017 гг., на Международной молодежной научной школе "Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач"в 2012 г., а также на семинарах ВГУ по математическому моделированию (рук.— проф. В.А. Костин) и нелинейному анализу (рук.— проф. Ю.И. Сапронов, проф. Б.М. Даринский).

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в работах [1]—[8]. В совместных публикациях [1],[2],[3],[4],[6],[7] в диссертацию вошли результаты, принадлежащие лично автору. Работы [1] ,[2], [3] опубликованы в журналах из перечня рецензируемых журналов и изданий, рекомендованных ВАК РФ. Свидетельство о регистрации программ для ЭВМ в Реестре программ для ЭВМ. № 2015661487.

Объем и структура диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав, разбитых на 18 параграфов, заключения и литературы из 60 наименований. Общий объем диссертации—105 стр. Работа содержит 11 рисунков.

Основное содержание работы. Во введении обосновывается актуальность темы, научная новизна, формулируются цели и задачи исследования. Проведён анализ математической модели изменения давления вязкой сжимаемой жидкости, движущейся в пористой жидкость–проводящей магистрали для обоснования рекомендаций: о местах размещения датчиков давления жидкости вдоль магистрали и о структуре измеряемых данных.

Предполагается, что управление течением жидкости осуществляется вычислительной машиной, оснащённой системой датчиков и специальных исполнительных механизмов. Измерение параметров давления жидкости и использование этих данных является содержанием одной из подсистем программного обеспечения в составе устройства автоматического управления течением вязкой жидкости.

Предполагается, что автоматическое управление изменениями давления вязкой сжимаемой жидкости, протекающей в пористой жидкость-проводящей магистрали, реализуется цифровой системой, структурная схема которой приводится на рисунке 2.

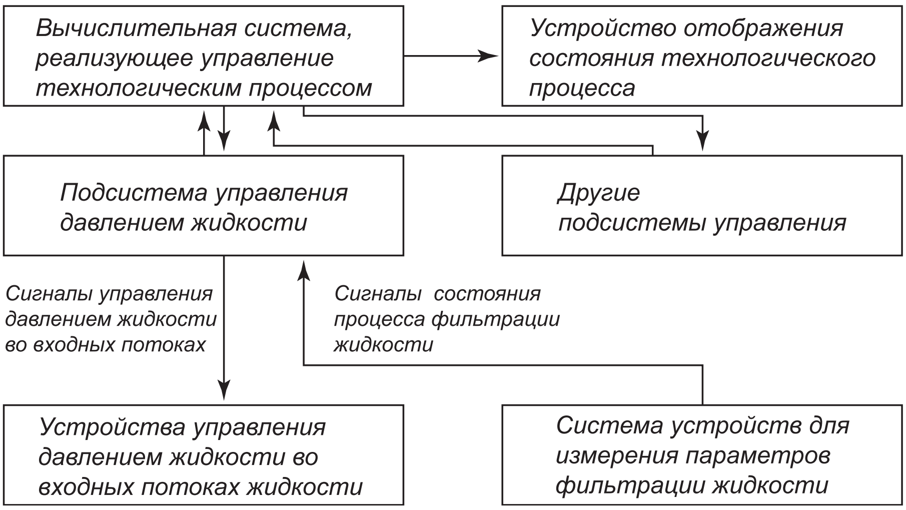

Рис. 2. Блок - схема системы управления течением жидкости в магистрали, имеющей пористую структуру.

Проводится анализ влияния параметров ν и γ на протекание диффузионного процесса.

Указываются методы общей теории полугрупп, линейных преобразований, применяемых к исследованию корректной разрешимости граничных задач, описывающих процессы фильтрации в пористой среде.

Первая глава диссертации содержит необходимую терминологию, понятия и общие фундаментальные факты, связанные с теорией корректно разрешимых задач для уравнений в банаховом пространстве.

Вводятся понятия сильно непрерывных полугрупп, их генераторов и их связи с корректной разрешимостью начально–краевых задач для уравнения (1).

Вводятся понятия решений этих уравнений и равномерно корректной разрешимости, граничных задач Дирихле и Неймана.

Далее, вводятся дробные степени для операторов A— таких, что $-A$ является генератором сильно непрерывной полугруппы класса C_0, что гарантирует корректную разрешимость, рассматриваемой задачи.

Также, в терминах дробных степеней операторов, формулируются критерии корректной разрешимости краевой задачи (1) — (3), которые формулируются в терминах квадратного корня $(A)^{\frac{1}{2}}$. В §1.6 приводится новый метод решения нестационарной задачи для одномерного параболического уравнения, особенность которой заключается в том, что пространственная переменная изменяется на всей положительной полуоси.

Вторая глава посвящена корректной разрешимости задач фильтрации. С этой целью вводятся необходимые факты из общей теории, которые используются для решения граничных задач, связанных с уравнением фильтрации (1).

В банаховом пространстве E рассматривается уравнение

$$\frac{d^2u}{dx^2} = Au(x), \qquad x \in [0, l], \tag{2.1.1}$$

где A- вообще говоря, неограниченный в E оператор с областью определения $D(A)$ такой, что оператор $-A$ является генератором сильно непрерывной полугруппы $U(t, -A)$,удовлетворяющей оценке

$$\|U(t, -A)\| \le Me^{-\omega t}, \qquad \omega \ge 0 \tag{2.1.2}$$

Далее вводятся необходимые определения решений граничных задач Дирихле и Неймана и их корректной разрешимости.

Указывается, что для установления корректной разрешимости исследуемых задач необходимо построить полугруппу $U(x, -A)$ и получить для нее оценку (2.1.2).

Далее, в банаховом пространстве $C_\delta[0, l]$ непрерывных функций $u(t)$, $t \in [0, l]$ с нормой

$$\|u\|_\delta = \sup_{t\in[0,l]} |e^{-\delta t}u(t)|, \qquad \delta > 0, \quad 0 < l \le \infty$$

вводятся операторы A_1, заданный выражением

$$lu(t) = \frac{\nu}{a}\frac{du(t)}{dt} + \frac{(1-\nu)\gamma}{a}u(t) \tag{2.3.1}$$

с областью определения $D(A_1) = \{u \in C_\delta,\, lu \in C_\delta,\, u(0) = 0\}$ и оператор A_2, заданный интегралом

$$A_2 u(t) = \frac{(1-\nu)\gamma^2}{a} \int_0^t e^{\gamma(s-t)} u(s) ds. \tag{2.3.2}$$

С использованием этих операторов уравнение (1) записывается в операторной форме

$$\frac{d^2 p(x)}{dx^2} = (A_1 + A_2) p(x) = A p(x).$$

Далее, учитывая, что операторы A_1 и A_2 коммутируют, в соответствии с результатами С.Г. Крейна по корректной разрешимости граничных задач с применением теории сильно непрерывных полугрупп преобразований строится полугруппа

$$U(x, -A) = U(x, -A_1) U(x, -A_2)$$

и устанавливается оценка

$$\|U(x, -A)\|_\delta \leq e^{-\omega x}, \tag{2.3.11}$$

где $\omega = \frac{\delta(\gamma+\delta\nu)}{a(\gamma+\delta)}$.

Из оценки (2.3.11) следует: а) задача (1)—(2) корректно разрешима в пространствах C_δ, б) оператор A имеет квадратный корень $A^{\frac{1}{2}}$, который является производящим оператором сильно непрерывной полугруппы $U(x, -A^{\frac{1}{2}})$, и решение задачи (1)—(2) имеет вид

$$p(x) = U(x, -A^{\frac{1}{2}}) q(t) \tag{2.4.5}$$

И, кроме того, из общей теории полугрупп и оценки (8), следует оценка на поведения решения

$$\|p(x)\|_\delta \leq e^{-\sqrt{\omega} x} \|q\|_\delta. \tag{2.4.6}$$

Заметим, что в оценке (2.3.11) существенно, что $\delta > 0$, так как при $\delta < 0$ корректность не имеет место.

Формула (2.3.11) позволяет выписать и явный вид решения задачи (1)—(2)

$$p(x) = U(x, -A^{\frac{1}{2}}) q(t) = \frac{x}{2\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{\exp\left(-\frac{x^2}{4s}\right)}{s^{\frac{3}{2}}} U(s, -A) q ds,$$

где

$$U(s, -A) q(t) = e^{-\frac{(1-\nu)\gamma}{a} x} \int_0^\infty I_1\left(2\gamma \sqrt{\frac{(1-\nu)\gamma}{a} x s}\right) e^{-\gamma s} q\left(t - s - \frac{\nu x}{a}\right) ds.$$

Здесь $I_1(z)$— функция Макдональда 1–го рода.

Из приведенных утверждений следует

Теорема 2.4.1. Задача

$$a\frac{\partial^2 p(t,x)}{\partial x^2} = \nu\frac{\partial p(t,x)}{\partial t} + (1-\nu)\gamma p(t,x) -$$

$$-(1-\nu)\gamma^2 \int_0^t e^{\gamma(s-t)} p(s,x)ds = \mathrm{L}_t p(t,x)$$

$$p(t,0) = q(t), \lim_{x\to\infty} p(t,x) = 0$$

имеет единственное решение, которое представимо в виде

$$p(t,x) = \frac{x}{2\sqrt{\pi}} \int_0^\infty s^{-\frac{3}{2}} e^{-\frac{x^2}{4s}} U(s,-A) q(t) ds. \tag{2.4.4}$$

Отметим, что из этого представления следует неравенство корректности

$$\sup_{t\in[0,\infty)} e^{-\delta x}|p(t,x)| \le e^{[-\frac{\delta(\gamma+\delta\nu)}{a(\gamma+\delta)}]^{\frac{1}{2}} x}\|q\|_\delta, \tag{2.4.6}$$

которая также показывает и порядок убывания давления в зависимости от параметров γ, ν, δ, a.

Третья глава диссертации посвящена анализу и численной реализации задачи фильтрации. Для этого строится разностная схема, особенностью которой является то, что число узлов по временной переменной увеличивается от слоя к слою. В результате, соответствующая разностная схема строится по следующей рекуррентной формуле

$$g^m_{n+1} = \frac{1}{\beta^2}\left[\frac{p^{-(n+1)} - p^{-2m}p^{(n+1)}}{(p^{-n} - p^{-2m}p^n)} + \right.$$

$$\left. + \frac{g^m_n(1-p^{-m}p^n)(p^{-(n+1)} - p^{-2m}p^{(n+1)})}{(p^{-n} - p^{-2m}p^n)} - g^m_n(1 - p^{-m}p^{(n+1)})\right], \tag{3.3.3}$$

где g^m_{n+1}—решение сеточной задачи в узле $((n+1)\Delta x, m\Delta t)$, Δx— шаг разностной схемы по переменно x, Δt— шаг разностной схемы по переменной t, $n, m = 1, 2, \dots$, $p = e^{\beta\Delta x}$, $\beta^2 = \frac{\nu}{a\Delta t}$.

Из неравенства корректности (2.4.6)следует устойчивость и сходимость разностных схем (3.3.3)

Для построения численного решения на отрезке полуоси, характер результатов приведен на рис. 6.

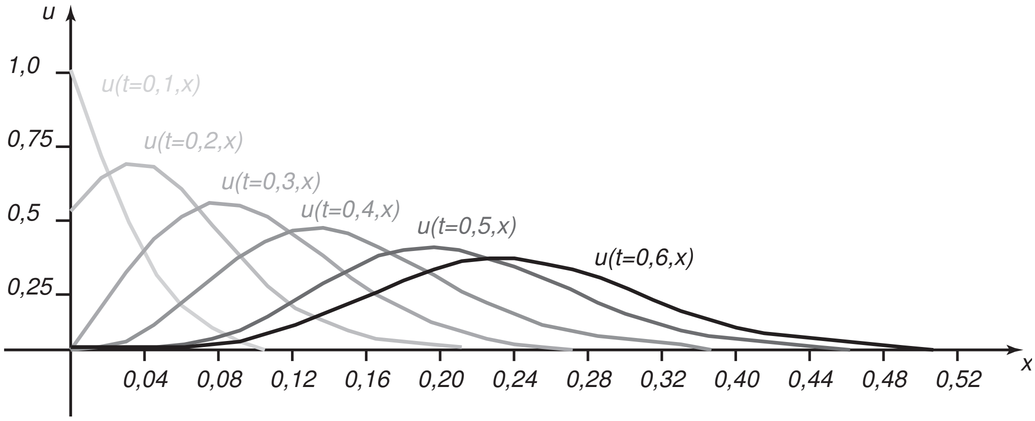

Рис. 6. Пример рассеяния импульса давления в жидкость проводящей магистрали, имеющей пористую структуру.

В четвертой главе проводится анализ уравнения (3.1.1), описывающего движение жидкости в пористой среде с проточными и застойными зонами. Показывается, что основными характеристиками этого процесса являются параметры γ— коэффициент массообмена между проточными и застойными зонами и ν— доля проточных зон в магистрали. В связи с этим, при исследовании движения жидкости в конкретном случае, например, связанного с промышленной эксплуатацией жидкопроводящей магистрали, интерес представляет задача определения параметров ν и γ исходя из эксперимента. Так в промышленном производстве используется жидкость проводящие магистрали, пропускающие жидкость с взвешенными мелкими твердыми частицами. Фрагмент продольного разреза такой магистрали изображен на рисунке 7.

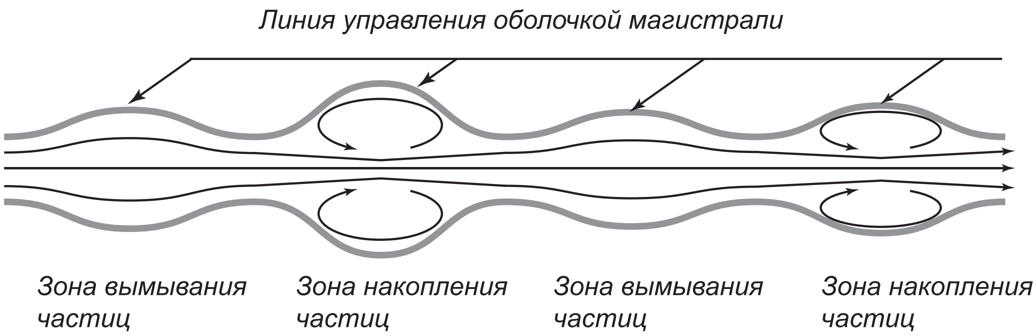

Рис 7. Схема управляемой жидкопроводящей магистрали

Далее, решается задача обратной связи с целью возможности автоматического регулирования процесса, то есть получение информации о параметрах ν и γ по результатам эксперимента. С этой целью используется, так называемый метод "промежуточной асимптотики" Баренблата–Зельдовича, когда в качестве асимптотик для решения задачи с начальными условиями берутся решения того же уравнения, что и без начальных условий, считая, что процесс начался так давно, что "начальные черты" начальных условий давно исчезли. Однако, чтобы решение представляло собой промежуточную асимптотику необходима корректность задачи. А так как последнее условие, в нашем случае, имеет место, то в качестве промежуточной асимптотики решения задачи Коши в диссертации рассматривается решение задачи без начального условия с периодичным граничным условием $\varphi(t) = A\cos\omega t$, которому соответствует решение

$$p(t,x) = A\exp\left(-\sqrt{\frac{\alpha+\rho}{2}}x\right)\cos\left(\omega t - \sqrt{\frac{\rho-\alpha}{2}}x\right), \tag{4.2.4}$$

где $\alpha = \frac{\omega^2(1-\nu)\gamma}{\gamma^2+\omega^2}$, $\rho = \frac{\omega}{a}\sqrt{\frac{\gamma^2+\omega^2\nu^2}{\gamma^2+\omega^2}}$.

Но, тогда формула (4.2.4) позволяет решить обратную задачу по закону $p(t,x) = V\cos(t - Sx)$ с известной амплитудой V и фазой S, получить значение параметров ν и γ, решая обратную задачу относительно ν и γ.

$$\rho = \ln^2 V + S^2, \qquad \alpha = \ln^2 - S^2. \tag{4.3.1}$$

Откуда следует соотношение

$$\gamma = \frac{\ln^2 V - S^2}{1 + 2\ln(VS)}, \qquad \nu = -2\ln(VS)\cdot(1+\gamma^2). \tag{4.3.2}$$

Следовательно, формулы (4.3.1), (4.3.2) позволяют осуществить обратную связь объекта с исследователем и применить полученные результаты к построению автоматического регулирования диффузионных процессов в корректных магистралях.

Заключение. В диссертации впервые фундаментальными методами функционального анализа дифференциальных уравнений исследуется корректная разрешимость нестационарной задачи для математической модели, описывающей процесс фильтрации жидкости в пористой среде. В этом случае при малом расходе жидкости имеется ламинарный поток, а при увеличении расхода—- его структура приобретает двойственный характер, связанный с появлением проточных и застойных зон в проводящей магистрали. Для таких потоков основными характеристиками являются: коэффициент соотношения между объемами проточных и застойных зон ν и показатель массы обмены между этими зонами γ. В связи с этим в диссертации решаются следующие задачи:

1. Научная задача. Выбор метода исследования корректной разрешимости прямой задачи нахождения решения математической модели с памятью, описываемой интегро–дифференциальным уравнением, предложенным В.С. Голубевым.

2. Прикладная задача. Построение и апробация алгоритмов компьютерного анализа изучаемой модели и его численная реализация.

3. Техническая задача. По результатам эксперимента определение параметров ν и γ с целью применения полученных результатов к построению автоматического регулирования для конкретных технических объектов с использованием компьютерных технологий. Все полученные результаты соответствуют специальности «05.13.18 — Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» физико - математическое направление. Дальнейшими перспективами в разработке темы диссертационной работы является применение разработанных теоретических методов и вычислительных алгоритмов к анализу математических моделей, описывающих процессы фильтрации, абсорбции, тепломассопереноса и др. во фрактальных средах с целью применения к ним автоматического регулирования.

Публикации автора по теме диссертации.

[1] Аль–Кхазраджи Сундус Х.М. Об одной задаче фильтрации в пористой среде / М.Н. Небольсина, С.Х.М. Аль–Кхазраджи // Вестник Воронежского государственного университета. Сер. Физика. Математика, Воронеж— 2014, № 3.— С. 129-135

[2] Аль–Кхазраджи Сундус Х.М. О корректной разрешимости некоторых задач фильтрации в пористой среде / М.Н. Небольсина, С.Х.М. Аль–Кхазраджи // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Сер. Математическое моделирование и программирование, Челябинск— 2014, Т. 7, № 3.— С. 60-68.

[3] С.Х.М. Аль–Кхазраджи. О компьютеоной реализации обратной задачи для уравнения движения жидкости в пористой среде с проточными и застойными зонами / М.В. Муковнин, С.Х.М. Аль–Кхазраджи, Д.А Фахад// Воронеж: Вестник ВГУ. Серия: Физика.Математика, №1— 2017.— С. 128–134.

[4] Аль–Кхазраджи Сундус Х.М. Об одной задаче движения сжимающей жидкости в пористой среде / Аль–Кхазраджи Сундус Хатем Маджид, В.А. Костин // Современные методы теории краевых задач : материалы Воронежской весенней математической школы "Понтрягинские чтения XXIV Воронеж— 201.— С. 13-14

[5] Аль–Кхазраджи Сундус Х.М. О способе построения фрактальной поверхности/ Аль–Кхазраджи Сундус Хатем Маджид// Современные методы теории функций и смежные проблемы: материалы Воронежской зимней математической школы— 2013.— С. 9

[6] Аль–Кхазраджи Сундус Х.М. О разностных методах решения одной задачи фильтрации/ Аль–Кхазраджи Сундус Хатем Маджид// "Воронежская зимняя математическая школа С.Г.Крейна 2014 Материалы международной конференции, Воронеж.— 2014.— С.25-26

[7] Аль–Кхазраджи Сундус Х.М. Об автоматическом регулировании течения вязкой сжимаемой жидкости в пористой среде/ Аль–Кхазраджи Сундус Х.М., Костин В.А., Фирсов В.Г.//«Актуальные направления научных исследований XXI века : теория и практика» : сб. науч. тр. по мат. межд. заочной науч.-практич. конф. «Современные проблемы математики. Методы, модели, приложения» (проведена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 14-31-10229)), г. Воронеж, 18-19 ноября 2014 г., ФГБОУ ВПО «Воронежская государственная лесотехническая академия» (ВГЛТА), Воронеж : УОП ФГБОУ ВПО «ВГЛТА»— 2014, № 5, Ч. 2 (10-2). — С. 8-19.

[8] С.Х.М. Аль–Кхазраджи. Устойчивые конечно-разностные схемы расчета течения жидкости в трубе с дискретной пористостью /С.Х.М. Аль–Кхазраджи// Воронеж: "Современные методы теории краевых задач - 2017". Материалы муждународной конференции Воронежская весенная математическая школа Понтрягинские чтения— 2017.— С. 14 – 16.

Свидетельства, полученные автором.

Свидетельство о регистрации программ для ЭВМ /Чехов С.А., Аль–Кхазраджи Сундус Хатем Маджид//Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ. № 2015661487 29.10.2015.