

Воронежский государственный университет

На правах рукописи

Козлов Сергей Владиславович

**ОБРАБОТКА ФАЗОМАНИПУЛИРОВАННЫХ ШИРОКОПОЛОСНЫХ
СИГНАЛОВ В УСЛОВИЯХ ВЗАИМНЫХ ПОМЕХ**

Специальность 01.04.03 – «Радиофизика»

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор технических наук,
профессор Нахмансон Г. С.

Воронеж – 2017

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	6
ГЛАВА 1. ОБРАБОТКА ФАЗОМАНИПУЛИРОВАННЫХ ШИРОКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ В СОВРЕМЕННЫХ СИСТЕМАХ РАДИОСВЯЗИ	13
1.1. Современное состояние методов анализа и обработки фазоманипулированных широкополосных сигналов в системах радиосвязи в условиях взаимных помех.....	14
1.1.1. Виды используемых фазоманипулированных широкополосных сигналов	14
1.1.2. Виды помех	18
1.1.3. Особенности приема в условиях взаимных помех.....	21
1.2. Формулировка цели и задачи исследования	26
Выводы.....	28
ГЛАВА 2. ОБРАБОТКА ФАЗОМАНИПУЛИРОВАННЫХ ШИРОКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ С БИНАРНОЙ ФАЗОВОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ В СИСТЕМАХ РАДИОСВЯЗИ В УСЛОВИЯХ ВЗАИМНЫХ ПОМЕХ.....	30
2.1. Обнаружение фазоманипулированного широкополосного сигнала с бинарной фазовой модуляцией	30
2.2. Выражения для вероятностей правильного обнаружения и ложной тревоги при преобладании у амплитуд сигналов регулярных составляющих	43

2.3. Выражения для вероятностей правильного обнаружения и ложной тревоги при преобладании у амплитуд сигналов флуктуационных составляющих.....	46
2.4. Анализ эффективности обнаружения фазоманипулированного широкополосного сигнала с бинарной фазовой модуляцией	48
2.5. Статистическое моделирование обнаружения фазоманипулированного широкополосного сигнала с бинарной фазовой модуляцией	53
Выводы.....	59
ГЛАВА 3. ОБРАБОТКА ФАЗОМАНИПУЛИРОВАННЫХ ШИРОКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ С КВАДРАТУРНОЙ ФАЗОВОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ В СИСТЕМАХ РАДИОСВЯЗИ В УСЛОВИЯХ ВЗАИМНЫХ ПОМЕХ.....	61
3.1. Обнаружение фазоманипулированного широкополосного сигнала с квадратурной фазовой модуляцией	61
3.2. Выражения для вероятностей правильного обнаружения и ложной тревоги при преобладании у амплитуд сигналов регулярных составляющих	71
3.3. Выражения для вероятностей правильного обнаружения и ложной тревоги при преобладании у амплитуд сигналов флуктуационных составляющих.....	74
3.4. Анализ эффективности обнаружения фазоманипулированного широкополосного сигнала с квадратурной фазовой модуляцией	77
3.5. Прием фазоманипулированного широкополосного сигнала с квадратурной фазовой модуляцией	82

3.6. Выражения для средней вероятности ошибки оценивания информационного символа при преобладании у амплитуд сигналов регулярных составляющих	89
3.7. Выражения для средней вероятности ошибки оценивания информационного символа при преобладании у амплитуд сигналов флуктуационных составляющих	93
3.8. Анализ средней вероятности ошибки оценивания информационного символа при приеме фазоманипулированного широкополосного сигнала с квадратурной фазовой модуляцией	95
Выводы.....	100
ГЛАВА 4. ВЛИЯНИЕ ПОЛОСОВОГО ФИЛЬТРА ПРИЕМНИКА НА ОБРАБОТКУ ФАЗОМАНИПУЛИРОВАННЫХ ШИРОКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ В УСЛОВИЯХ ВЗАИМНЫХ ПОМЕХ.....	102
4.1. Обнаружение фазоманипулированного широкополосного сигнала с учетом влияния полосового фильтра.....	102
4.2. Анализ эффективности обнаружения фазоманипулированного широкополосного сигнала с учетом влияния широкополосного фильтра .	120
4.3. Прием фазоманипулированного широкополосного сигнала с учетом влияния широкополосного фильтра	124
4.4. Анализ эффективности приема фазоманипулированного широкополосного сигнала с учетом влияния широкополосного фильтра .	135
Выводы.....	138
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	140
Список литературы	142

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. В современных системах радиосвязи (СРС) широко применяются фазоманипулированные широкополосные сигналы (ФМШПС). Такие СРС обладают рядом преимуществ: повышенной помехоустойчивостью, возможностью обеспечения многостанционного (множественного) доступа на основе кодового разделения каналов связи, высокой энергетической скрытностью. Среди сигналов с расширением спектра широкое распространение получили ФМШПС, получаемые путем непосредственной модуляции несущей частоты псевдослучайной последовательностью (ПСП).

Современные СРС с ФМШПС обычно работают в условиях многостанционного доступа, то есть прием ФМШПС осуществляется при наличии однотипных сигналов других СРС. Однотипные сигналы, излучаемые другими СРС, представляют специальный вид помех – взаимные помехи. Сигналы взаимных помех отличаются от сигналов, несущих полезную информацию, коэффициентами ПСП и влияют на процессы обнаружения и выделения передаваемой информации. Для эффективного анализа работы таких систем требуется методология расчета характеристик обнаружения и приема ФМШПС в условиях взаимных помех с учетом искажений сигналов в тракте приемника. Обычно для учета взаимных помех при приеме ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией используют гауссовскую аппроксимацию совокупности мешающих сигналов, либо методы статистического моделирования. Однако до настоящего момента отсутствуют методики, позволяющие проводить анализ процесса обнаружения ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией в условиях взаимных помех в общем случае приема полезного и помеховых сигналов,

содержащих регулярные и флуктуирующие составляющие, с учетом искажений сигналов во входных цепях приемника. Также отсутствуют методики, позволяющие проводить анализ приема ФМШПС в условиях взаимных помех с более сложными видами модуляции. Кроме того анализ влияния искажений, вносимых входным полосовым фильтром приемника, на прием ФМШПС выполнен с учетом только внутренних шумов аппаратуры, и отсутствуют результаты, учитывающие наличие взаимных помех. Поэтому задачу разработки методов анализа эффективности обработки ФМШПС в условиях взаимных помех следует считать актуальной.

Цель работы – разработка методов анализа и статистической обработки ФМШПС с бинарной и квадратурной фазовыми модуляциями в условиях взаимных помех в общем случае наличия у полезного и помеховых сигналов регулярных и флуктуирующих составляющих, с учетом искажений сигналов во входных цепях приемника.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие **задачи**:

1. Разработать методику анализа и статистической обработки ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией при обнаружении в условиях взаимных помех в общем случае наличия у полезного и помеховых сигналов регулярных и флуктуирующих составляющих;
2. Разработать математические модели взаимных помех, создаваемых при работе СРС, использующих ФМШПС;
3. Разработать методику анализа и статистической обработки ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией при обнаружении и приеме в условиях

взаимных помех в общем случае наличия у полезного и помеховых сигналов регулярных и флуктуирующих составляющих;

4. Исследовать влияние входного полосового фильтра на статистическую обработку ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией при их приеме в условиях взаимных помех в общем случае наличия у полезного и помеховых сигналов регулярных и флуктуирующих составляющих с учетом их искажений во входных цепях приемника;
5. Разработать алгоритмы и провести на их основе статистическое моделирование приема ФМШПС, в условиях многостанционного доступа для общего случая наличия у амплитуд полезного и помеховых сигналов регулярных и флуктуирующих составляющих.

Методы исследования. При проведении исследований использовались методы теории вероятностей и математической статистики, теории статистических решений, математического анализа, теории функций комплексного переменного, статистической радиофизики, математического моделирования.

Научная новизна полученных результатов:

1. Разработана методика анализа и статистической обработки процесса обнаружения ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией и получены новые аналитические выражения, отличающиеся от известных учетом влияния взаимных помех на процесс обнаружения ФМШПС и позволяющие рассчитывать вероятности правильного обнаружения ФМШПС и ложной тревоги в общем случае наличия у полезного и помеховых сигналов регулярных и флуктуирующих составляющих.

2. Разработаны новые математические модели взаимных помех, создаваемых при работе СРС для случаев использования:
 - ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией;
 - ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией с учетом искажений во входных цепях приемникав общем случае наличия у амплитуд полезного и помеховых сигналов регулярных и флуктуирующих составляющих.
3. Разработана методика анализа и статистической обработки ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией при обнаружении и оценке значений информационного символа и получены новые аналитические соотношения, отличающиеся от известных учетом влияния взаимных помех на процесс обнаружения ФМШПС и позволяющие рассчитывать вероятности правильного обнаружения, ложной тревоги и средней вероятности ошибки (СВО) оценивания информационного символа ФМШПС в общем случае наличия у полезного и помеховых сигналов регулярных и флуктуирующих составляющих.
4. Разработана методика анализа и статистической обработки ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией при его обнаружении и оценке информационного символа и получены новые аналитические соотношения, отличающиеся от известных учетом влияния взаимных помех с учетом искажений сигналов входным полосовым фильтром приемника и позволяющие рассчитывать вероятности правильного обнаружения, ложной тревоги и СВО оценивания информационного символа ФМШПС в общем случае наличия у полезного и помеховых сигналов регулярных и флуктуирующих составляющих.

5. Разработан алгоритм, на основании которого проведено статистическое моделирование обнаружения ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией квадратурным корреляционным приемником на фоне взаимных помех и внутренних шумов аппаратуры.

Достоверность полученных в работе новых результатов и выводов подтверждается: использованием методов, апробированных на решении подобных задач; соответствием сделанных выводов фундаментальным теоретическим представлениям; совпадением полученных результатов при переходе к частным случаям с известными; согласием результатов статистического моделирования с полученными аналитическим способом зависимостями.

Теоретическая значимость работы заключается в разработке новых моделей взаимных помех и развитии теории статистической обработки ФМШПС с бинарной и квадратурной фазовой модуляцией в условиях взаимных помех с учетом искажений сигналов во входных цепях приемника.

Практическая значимость работы заключается в возможности рассчитывать характеристики обнаружения ФМШПС и СВО оценивания значений его информационного символа в зависимости от величин баз сигналов, количества и мощности воздействующих взаимных помех, величин отношений сигнал/шум и соотношений между регулярными и флуктуирующими составляющими амплитуд принимаемых сигналов на основе полученных аналитических выражений. Результаты могут использоваться на этапе проектирования СРС для выбора их параметров в соответствии с задаваемыми требованиями при работе СРС в условиях взаимных помех.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Методика анализа и статистической обработки ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией при его обнаружении в условиях взаимных помех и новые аналитические соотношения для расчета их характеристик обнаружения.
2. Математические модели взаимных помех, создаваемых при работе СРС, использующих ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией и с бинарной фазовой модуляцией с учетом искажений во входных цепях приемника.
3. Методика анализа и статистической обработки ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией в условиях взаимных помех и аналитические соотношения для вероятностей правильного обнаружения, ложной тревоги и СВО оценивания информационного символа сигнала.
4. Методика анализа и статистической обработки ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией с учетом искажений сигналов входным полосовым фильтром приемника и аналитические соотношения для расчета его вероятностей правильного обнаружения, ложной тревоги и СВО оценивания информационного символа сигнала в условиях взаимных помех.
5. Алгоритм моделирования процесса обнаружения ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией квадратурным корреляционным приемником на фоне взаимных помех и внутренних шумов аппаратуры.

Апробация работы. Основные результаты, изложенные в диссертации, докладывались и обсуждались на XIX, XX, XXI, XXIII международных научно-технических конференциях «Радиолокация, навигация связь» (Воронеж, 2013, 2014, 2015, 2017); XIV научно-технической конференции

«Кибернетика и высокие технологии 21 века» (Воронеж, 2013); XXIII межвузовской научно-практической конференции Военно-научного общества курсантов и молодых ученых ВУНЦ ВВС «ВВА» им. проф. Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина (Воронеж, 2013); 26 международной конференции «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии» (Севастополь, 2016).

Личный вклад состоит в разработке и проведении теоретических исследований и статистического моделирования, а также анализе полученных результатов. Результаты, представленные в диссертации, получены при непосредственном участии автора на этапах постановки задач и разработки методов для их выполнения, анализа полученных результатов и написании публикаций.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 12 печатных работ общим объемом более 110 печатных страниц. Шесть работ опубликованы в изданиях, включенных в перечень ВАК ведущих рецензируемых журналов, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертации: «Известия вузов России. Радиоэлектроника», «Телекоммуникации», «Вестник ВГУ. Серия: Физика. Математика». Получено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ.

Структура и объем работы. Диссертация общим объемом 152 страницы машинописного текста состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы из 83 наименований. Работа содержит 22 рисунка.

ГЛАВА 1. ОБРАБОТКА ФАЗОМАНИПУЛИРОВАННЫХ ШИРОКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ В СОВРЕМЕННЫХ СИСТЕМАХ РАДИОСВЯЗИ

В современных системах радиосвязи (СРС) широкое распространение получили сигналы с расширенным спектром. Такие СРС обладают рядом преимуществ по сравнению с системами без расширения спектра: повышенной помехоустойчивостью, возможностью обеспечения многостанционного (множественного) доступа на основе кодового разделения каналов связи, высокой энергетической скрытностью. [1-9 и др.]

Методы расширения спектра могут базироваться на модуляции любого параметра сигнала: амплитуды, фазы, частоты, временной задержки сигнала в соответствии со специальным кодом, формируемым на основе ПСП. Одним из эффективных и распространённых методов расширения спектра является метод непосредственной модуляции несущей псевдослучайной последовательностью (ПСП). Типовой реализацией такого метода являются фазоманипулированные широкополосные сигналы (ФМШПС). В настоящее время при использовании СРС с ФМШПС важной задачей является обеспечение многостанционного доступа, то есть возможности СРС работать и принимать адресованные ей пакеты в условиях наличия однопольных сигналов других СРС в том же частотном диапазоне, что позволяет более эффективно использовать доступный диапазон частот за счет кодового разделения каналов. [1-4]

1.1. Современное состояние методов анализа и обработки фазоманипулированных широкополосных сигналов в системах радиосвязи в условиях взаимных помех

В связи с широким распространением СРС, использующих ФМШПС, большое внимание в литературе уделено вопросам поиска, обнаружения, различения, оценке параметров и эффективности приема ФМШПС [1-9]. В связи с тем, что обработка ФМШПС значительно усложняется в условиях априорной неопределенности относительно характеристик сигналов и помех, при учете искажений сигналов и помех в канале распространения, с учетом искажений сигналов и помех входными цепями приемника, при учете взаимных помех и других факторов, большое развитие получили методы статистического моделирования работы СРС с ФМШПС [29, 32, 33] и приближенные методы расчета характеристик эффективности приема [23-28]

1.1.1. Виды используемых фазоманипулированных широкополосных сигналов

Исторически, большое распространение получили ФМШПС с модуляцией фазы бинарной ПСП в силу простоты реализации схем обработки по сравнению с другими видами модуляции. [2] Для формирования ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией в настоящее время обычно используется генератор, блок-схема которого приведена на рис. 1.1.[2]

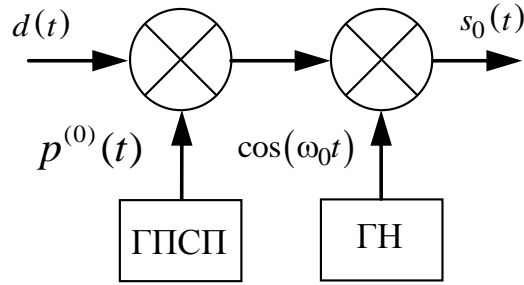


Рис. 1.1. Блок схема формирователя ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией

Последовательность информационных символов умножается на бинарную ПСП, генерируемую генератором ПСП (ГПСП). Затем полученное произведение умножается на высокочастотное колебание $\cos(\omega_0 t)$, и поступает в передатчик

$$s(t) = d^{(0)}(t) p^{(0)}(t) \cos(\omega_0 t), \quad (1.1)$$

где $\omega_0 = 2\pi f_0$, f_0 – несущая частота сигнала, $d^{(0)}(t)$ – информационная последовательность, символы которой принимают значения $\{-1, 1\}$,

$p^{(0)}(t) = \sum_{k=1}^L p_k^{(0)} \text{rect}[t - (k-1)\tau_k]$ – функция, расширяющая спектр информационного сигнала, представляющая собой непрерывную последовательность L прямоугольных импульсов

$$\text{rect}[t - (k-1)\tau_u] = \begin{cases} 1, & (k-1)\tau_u < t < k\tau_u, \\ 0, & t < (k-1)\tau_u, t > k\tau_u, \end{cases} \quad (1.2)$$

которые отличны от нуля на временном интервале τ_u . Коэффициенты $p_k^{(0)}$ принимают значения ± 1 и образуют ПСП, определяющую закон фазовой

модуляции. При этом $L\tau_u = T$, то есть ширина информационного сигнала в L раз меньше ширины спектра широкополосного сигнала.

После прохождения канала распространения сигнал, сформированный по закону (1.1), принимает вид

$$s(t) = ad^{(0)}(t)p^{(0)}(t)\cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (1.3)$$

где a – амплитуда сигнала, φ_0 – случайная начальная фаза.

В настоящее время находят активное применение ФМШПС с более сложными законами фазовой модуляции. Так, ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией обладает лучшими свойствами помехоустойчивости, однако худшими характеристиками эффективности обнаружения и приема по сравнению с ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией.

Формирование ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией осуществляется двумя кодовыми ПСП и квадратурными составляющими одной и той же несущей частоты. Широко применяемая схема формирования ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией, основанная на использовании последовательно-параллельного преобразователя информационной последовательности, приведена на рис. 1.2. [2]

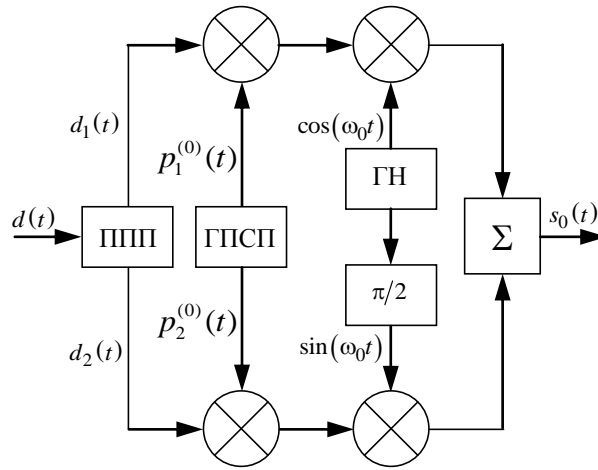


Рис. 1.2. Блок схема устройства формирования ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией

Символы последовательности $d(t)$, принимающие значения ± 1 , преобразуются в две параллельные информационные последовательности $d_1(t)$ и $d_2(t)$ в последовательно-параллельном преобразователе (ППП). Символы полученных последовательностей принимают значения: $d_1 = 1$, $d_2 = 0$, при $d = 1$, и $d_1 = 0$, $d_2 = 1$, при $d = -1$. Амплитудное моделирование высокочастотных колебаний $\cos(\omega_0 t)$ и $\sin(\omega_0 t)$, создаваемых генератором и фазовращателем, осуществляется информационными импульсами, умноженными на расширяющие спектры функций $p_1^{(0)}(t)$ и $p_2^{(0)}(t)$

Сумматор Σ окончательно формирует ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией

$$s_0(t) = d_1(t)p_1^{(0)}(t)\cos(\omega_0 t) + d_2(t)p_2^{(0)}(t)\sin(\omega_0 t), \quad (1.4)$$

где $p_1^{(0)}(t) = \sum_{k=1}^L p_{1k}^{(0)} \text{rect}[t - (k-1)\tau_k]$ и $p_2^{(0)}(t) = \sum_{k=1}^L p_{2k}^{(0)} \text{rect}[t - (k-1)\tau_k]$ –

функции, расширяющие спектры информационных посылок, являющиеся

непрерывными последовательностями L прямоугольных импульсов, принимающих отличные от нуля значения на временном интервале τ_u . Законы фазовой модуляции квадратурных составляющих ФМШПС определяются ПСП $\{p_{1k}^{(0)}\}$ и $\{p_{2k}^{(0)}\}$, коэффициенты которых принимают значения ± 1 . Автокорреляционные функции $p_1^{(0)}(t)$ и $p_2^{(0)}(t)$ одинаковы

$$\begin{aligned} \langle p_1^{(0)}(t)p_1^{(0)}(t-\tau) \rangle &= \langle p_2^{(0)}(t)p_2^{(0)}(t-\tau) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T p_1^{(0)}(t)p_1^{(0)}(t-\tau) dt = \frac{1}{T} \int_0^T p_2^{(0)}(t)p_2^{(0)}(t-\tau) dt = \\ &= K(\tau) = \begin{cases} 1 - \frac{|\tau|}{\tau_u}, & |\tau| < \tau_u, \\ \leq \frac{1}{L}, & |\tau| \geq \tau_u \end{cases}, \end{aligned} \quad (1.5)$$

А их взаимно корреляционная функция $\langle p_1^{(0)}(t)p_2^{(0)}(t-\tau) \rangle = 0$.

После прохождения канала распространения сигнал, сформированный по закону (1.4), принимает вид

$$s(t) = ap_1^{(0)}(t)d_1(t)\cos(\omega_0 t + \varphi_0) + ap_2^{(0)}(t)d_2(t)\sin(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (1.6)$$

где a и φ_0 – случайные амплитуда и начальная фаза сигнала.

1.1.2. Виды помех

Помехи, которые могут оказывать воздействие на работу СРС с ФМШПС, имеют разнообразный характер. Классификация помех по различным признакам проведена в работах [2-8]. Такими признаками могут быть природа возникновения, законы распределения, частотные характеристики, характер стационарности и другие.

По природе возникновения помехи различаются на естественные и искусственные, которые, в свою очередь, подразделяются на преднамеренные и непреднамеренные.

Типичным примером естественных помех является тепловой шум, спектральная плотность мощности которого равномерно распределена в большой полосе частот. Также, часто используется модель ограниченного по полосе (квазибелого) гауссовского шума. Спектральная плотность мощности белого шума постоянна на всех частотах, а автокорреляционная функция имеет вид $\langle n(t_1), n(t_2) \rangle = \frac{N_0}{2} \delta(t_1 - t_2)$, где N_0 – спектральная плотность мощности, $\delta(t)$ – дельта-функция Дирака. [6, 7]

В работе [12] рассмотрен прием ФМШПС с различными видами модуляции в условиях действия белого шума, предложены методы статистического моделирования для сравнения эффективности приема ФМШПС, использующих более сложные законы модуляции, с эффективностью приема ФМШПС с бинарной модуляцией фазы.

По ширине спектра помехи разделяют на узкополосные, у которых вся энергия сосредоточена в узкой полосе частот, и широкополосные, у которых энергия распределена в широкой полосе частот. [1, 2]

Задача приема ФМШПС на фоне часто встречающихся на практике шумов с неравномерной спектральной плотностью мощности рассмотрена в [2-5]. В частности, известна структура согласованного фильтра, состоящая из отбеливающего фильтра (фильтра приводящего шум с неравномерной спектральной плотностью мощности к шуму с равномерной спектральной мощностью) и фильтра, согласованного с сигналом [13].

Рассмотрение приема ФМШПС на фоне узкополосных помех в работах [14] показало, что построение оптимального приемника в этом случае физически затруднено. Широкое распространение получили субоптимальные приемники с устройствами защиты от сосредоточенных по спектру помех на основе аналоговых [14] и адаптивных цифровых фильтров, в большинстве основанных на предсказании последующих значений узкополосных помех [15-17]. Следует заметить, что при субоптимальном приеме происходит искажение корреляционной функции сигнала. Характер таких искажений подробно исследован в [14, 18].

По характеру стационарности помехи могут быть разделены на стационарные и нестационарные. Анализ помехоустойчивости СРС с ФМШПС при воздействии сосредоточенных по полосе, широкополосных, гармонических и псевдошумовых стационарных помех уделено большое внимание в работах [19-22]. Показано, что наихудшей с точки зрения эффективности приема ФМШПС с двоичной фазовой модуляцией является гармоническая помеха с частотой, равной центральной частоте расширенного спектра сигнала (не учитывая структурные помехи, при условии, что ПСП сигнала неизвестна постановщику помех) [20, 21].

Среди искусственных непреднамеренных помех важно выделить взаимные помехи – помехи, возникающие при работе СРС в многостанционном режиме. Многостанционный доступ – способность СРС принимать адресованные ей сигналы, несмотря на наличие сигналов, предназначенные другим аналогичным СРС в том же частотном диапазоне. [11] С точки зрения занимаемой полосы частот взаимные помехи для ФМШПС являются широкополосными, причем обычно спектры полезного

сигнала и взаимных помех перекрываются полностью, так как по сути своей взаимные помехи являются смесью ФМШПС других СРС такого же класса.

1.1.3. Особенности приема в условиях взаимных помех

В настоящее время в связи с необходимостью более эффективно использовать доступный диапазон частот СРС с ФМШПС работающие в режиме многостанционного доступа получили широкое распространение. При этом каждая СРС работает в условиях воздействия взаимных помех.

В СРС с ФМШПС взаимные помехи – сигналы однотипных СРС, имеющие различные ПСП, а также амплитуды, начальные фазы и временные задержки в точке приема [11]. Перекрываясь в точке приема по частоте и времени эти сигналы создают совокупность мешающих взаимных помех.

В СРС, использующих ФМШПС с модуляцией фазы бинарной ПСП, совокупность мешающих взаимных помех имеет вид

$$s_{\text{вз}}(t) = \sum_{i=1}^K a_i d^{(i)} U(t - \tau_i) p^{(i)}(t - \tau_i) \cos(\omega_0(t - \tau_i) + \varphi_i), \quad (1.7)$$

где a_i и φ_i – амплитуда и начальная фаза i -го мешающего сигнала, $p^{(i)}(t)$ – функция расширения спектра i -го помехового сигнала, отличающаяся от $p^{(0)}(t)$ коэффициентами $p_k^{(i)}$, $d^{(i)}$ – информационные последовательности помеховых сигналов, τ_i – время задержки i -го помехового сигнала относительно опорных, K – число воздействующих взаимных помех. [2, 11]

Аналізу ефективності приєму ФМШПС з бінарною фазовою модуляцією в умовах дії взаємних перешкоджань присвячено велике число робіт [2, 11, 23-37, 44-70]. Так, в роботі [23] розглянута

гауссовская аппроксимация взаимных помех, и путем усреднения по временным и фазовым задержкам получено приближенное выражение для средней вероятности ошибки (СВО) приема бита информации. Позднее в работе [24] была предложена улучшенная гауссовская аппроксимация, обладающая меньшей погрешностью по сравнению с [23]. В [25] метод улучшенной гауссовской аппроксимации получил дальнейшее развитие за счет применения метода выборки по значимости для улучшения сходимости случайных величин численным методом Монте-Карло.

В [2] приведены оценки выражения СВО приема бита информации на основании верхней границы Чернова. Аналогичные выражения, полученные на основании модифицированных верхней и нижней границ Чернова, приведены в [26]. Асимптотические оценки на основе метода перевала, применяемого для оценки контурных интегралов, получены в [27]. В рассмотренных работах распределение начальной фазы сигнала полагалось равномерным на интервале $[0, 2\pi]$, а амплитуда рассматривалась как детерминированная величина, либо случайная величина с Релеевской плотностью распределения вероятностей.

Предельные возможности обеспечения стабильного приема в СРС с ФМШПС при воздействии взаимных помех изложены в [28] на основе энергетических соотношений взаимных помех и полезного сигнала для одинаковых по мощности взаимных помех и одной помехи большой мощности.

В работе [29] с использованием среды математического моделирования «Matlab» проведено статистическое моделирование работы синхронных и асинхронных СРС с ФМШПС в условиях действия взаимных помех при

использовании различных кодовых последовательностей в качестве расширяющих спектр функций.

В [30] проанализирована задача приема ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией с учетом структуры взаимных помех. Получены выражения для СВО оценивания бита информации для различных соотношений регулярных и флуктуационных составляющих амплитуд сигналов. Однако не известно работ, посвященных решению задачи обнаружения ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией.

Статистическое моделирование работы СРС, использующих ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией различными кодовыми последовательностями, в многостанционном режиме проведено в работах [29, 32, 33]. Так, в работе [32] на основании проведенного моделирования приведены зависимости СВО оценивания бита информации при приеме ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией в условиях взаимных помех. В [33] с помощью методов статистического моделирования проведен сравнительный анализ классического корреляционного приемника с линейными детекторами, оптимизированными для приема ФМШПС в условиях взаимных помех, показан выигрыш использования специальных приемников.

Проблема обнаружения и приема слабого по мощности ФМШПС на фоне более сильной по мощности взаимной помехи (проблема «ближний-дальний», «сильный-слабый») рассмотрена в работах [2, 11, 34, 35-37], предложены пути решения: регулировка мощности в приемнике посредством отдельного канала связи, использование эффекта подавления слабого сигнала сильным при их совместном прохождении через полосовой ограничитель.

Обработка ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией в условиях взаимных помех рассмотрена в ряде работ [11, 29, 38].

Так, в работе [38] методами приближенных вычислений получены верхняя и нижняя границы СВО оценивания бита информации при приеме ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией для синхронных и асинхронных СРС при распространении сигналов и помех в Релеевском канале. При этом совокупность взаимных помех рассматривалась как помеха с гауссовским распределением аналогично асимптотике, предложенной в [11], а временные задержки помеховых сигналов относительно опорных полагались равными нулю.

В работах [32, 38] проведено статистическое моделирование приема ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией с учетом действия взаимных помех при распространении в Релеевском канале.

Из приведенного анализа современного состояния обработки ФМШПС в условиях взаимных помех видно, что большая часть работ рассматривающих СРС с использующие ФМШПС в условиях действия взаимных помех, направлена на получение приближенных оценок эффективности приема сигнала путем представления совокупности мешающих взаимных помех случайным процессом с гауссовской плотностью распределения вероятностей, без учета структурного характера взаимных помех. Другим подходом, получившим широкое применение с развитием ЭВМ, является статистическое моделирование работы СРС с ФМШПС – генерации сигнала, его распространения в канале, прием сигнала на фоне шума и взаимных помех. В большинстве работ распределение случайных начальных фаз сигнала и помех полагалось равномерным на интервале $[0, 2\pi]$, а амплитуды

рассматривались как детерминированные величины, либо случайные с распределением по закону Релея.

В [7] приведена совместная плотность распределения вероятностей амплитуды и начальной фазы сигнала в общем случае, когда амплитуда сигнала содержит регулярную и флуктуирующую составляющие

$$W(a, \varphi_0) = \frac{a}{2\pi\sigma_a^2} \exp\left(-\frac{a^2 + a_0^2 - 2aa_0 \cos \varphi_0}{2\sigma_a^2}\right), \quad (1.8)$$

где a_0 – регулярная составляющая амплитуды сигнала, σ_a^2 – дисперсия флуктуирующей составляющей амплитуды сигнала. Распределение (1.8) при отсутствии регулярной составляющей амплитуды сигнала $a_0 = 0$ хорошо описывает замирания (фединги) в СРС, при которых амплитуда флуктуирует по закону Релея, а случайная начальная фаза имеет равномерное распределение. Если $a_0 \neq 0$, $\sigma_a^2 \neq 0$, то распределение (1.8) соответствует СРС, принимающим полезный и помеховые сигналы, отраженные от ионосферы, содержащие регулярные и флуктуирующие составляющие, а при $\sigma_a^2 = 0$ соответствуют случаю, когда амплитуды принимаемых сигналов являются детерминированными [7].

Несмотря на общность совместной плотности распределения (1.8) и возможность использования выражений для эффективности приема ФМШПС, полученных на ее основе, и в отдельных частных случаях, ее использование в работах по анализу обработки ФМШПС ограничено [30], где рассмотрена СВО оценивания значения информационного символа, соответствующего биту передаваемой информации ФМШПС с бинарной модуляцией фазы в условиях действия взаимных помех.

На практике поиск и обнаружение полезного ФМШПС предшествуют процессу приема информации и во многом определяют его эффективность, однако недостаточное внимание уделено проблеме обнаружения ФМШПС в асинхронных СРС с многостанционным доступом.

Исследования обработки ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией в условиях взаимных помех базируются на проведении статистического моделирования работы СРС, либо на гауссовской аппроксимации совокупности взаимных помех с последующим получением выражений для оценки эффективности приема численными методами. Таким образом, отсутствуют математические модели взаимных помех для СРС, использующих ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией, и соотношения для эффективности приема и обнаружения ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией в условиях взаимных помех.

Отдельной важной задачей является исследование влияния искажений ФМШПС и взаимных помех входными цепями приемника на взаимно корреляционную функцию (ВКФ) и эффективность последующего обнаружения и приема ФМШПС. Без учета наличия взаимных помех такая задача рассматривалась в [31], однако не известны работы учитывающие ограничения спектра ФМШПС фильтрами приемника при наличии на входе взаимных помех.

1.2. Формулировка цели и задачи исследования

Изложенное выше позволяет сформулировать цель исследования.

Целью работы является: разработка методов анализа и статистической обработки ФМШПС с бинарной и квадратурной фазовыми модуляциями в

условиях взаимных помех в общем случае наличия у полезного и помеховых сигналов регулярных и флуктуирующих составляющих, с учетом искажений сигналов во входных цепях приемника.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие **задачи:**

1. Разработать методику анализа и статистической обработки ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией при обнаружении в условиях взаимных помех в общем случае наличия у полезного и помеховых сигналов регулярных и флуктуирующих составляющих;
2. Разработать математические модели взаимных помех, создаваемых при работе СРС, использующих ФМШПС;
3. Разработать методику анализа и статистической обработки ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией при обнаружении и приеме в условиях взаимных помех в общем случае наличия у полезного и помеховых сигналов регулярных и флуктуирующих составляющих;
4. Исследовать влияние входного полосового фильтра на статистическую обработку ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией при их приеме в условиях взаимных помех в общем случае наличия у полезного и помеховых сигналов регулярных и флуктуирующих составляющих с учетом их искажений во входных цепях приемника;
5. Разработать алгоритмы и провести на их основе статистическое моделирование приема ФМШПС, в условиях многостанционного доступа для общего случая наличия у амплитуд полезного и помеховых сигналов регулярных и флуктуирующих составляющих.

Выводы

Проведен обзор современного состояния обработки ФМШПС в условиях действия взаимных помех при обнаружении и оценивании СВО приема бита информации.

Представлены модели взаимных помех при работе СРС с ФМШПС с бинарной модуляцией фазы.

Сформулированы цели и задачи исследования.

Цель исследования: разработка методов анализа и статистической обработки ФМШПС с бинарной и квадратурной фазовыми модуляциями в условиях взаимных помех в общем случае наличия у полезного и помеховых сигналов регулярных и флуктуирующих составляющих, с учетом искажений сигналов во входных цепях приемника.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие **задачи:**

1. Разработать методику анализа и статистической обработки ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией при обнаружении в условиях взаимных помех в общем случае наличия у полезного и помеховых сигналов регулярных и флуктуирующих составляющих;
2. Разработать математические модели взаимных помех, создаваемых при работе СРС, использующих ФМШПС;
3. Разработать методику анализа и статистической обработки ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией при обнаружении и приеме в условиях взаимных помех в общем случае наличия у полезного и помеховых сигналов регулярных и флуктуирующих составляющих;

4. Исследовать влияние входного полосового фильтра на статистическую обработку ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией при их приеме в условиях взаимных помех в общем случае наличия у полезного и помеховых сигналов регулярных и флуктуирующих составляющих с учетом их искажений во входных цепях приемника;
5. Разработать алгоритмы и провести на их основе статистическое моделирование приема ФМШПС, в условиях многостанционного доступа для общего случая наличия у амплитуд полезного и помеховых сигналов регулярных и флуктуирующих составляющих.

ГЛАВА 2. ОБРАБОТКА ФАЗОМАНИПУЛИРОВАННЫХ ШИРОКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ С БИНАРНОЙ ФАЗОВОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ В СИСТЕМАХ РАДИОСВЯЗИ В УСЛОВИЯХ ВЗАИМНЫХ ПОМЕХ

В данной главе рассмотрено обнаружение ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией в условиях действия взаимных помех и внутренних шумов аппаратуры. Анализ проведен для общего случая, когда начальные фазы случайны, а амплитуды имеют регулярные и случайные составляющие. Для подтверждения аналитических результатов проведено статистическое моделирование процесса приема ФМШПС в условиях взаимных помех. Получены оценки значений вероятности правильного обнаружения для различных значений параметров СРС и принимаемых сигналов.

2.1. Обнаружение фазоманипулированного широкополосного сигнала с бинарной фазовой модуляцией

Формирование ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией обычно осуществляется схемой, приведенной на рис. 1.1. Тогда на вход приемника поступает аддитивная смесь сигнала, шума и взаимных помех

$$x(t) = s(t - \tau) + s_{\text{вз}}(t) + n(t), \quad (2.1)$$

где $s(t)$ определено в (1.3), τ – время задержки полезного сигнала относительно опорных ($|\tau| < \tau_u$), а $s_{\text{вз}}(t)$ определено в (1.7), $n(t)$ – внутренние шумы аппаратуры, аппроксимируемые белым гауссовским шумом со спектральной плотностью мощности N_0 с нулевым средним значением и функцией корреляции $\langle n(t_1), n(t_2) \rangle = \frac{N_0}{2} \delta(t_1 - t_2)$.

Прием ФМШПС при больших периодах ПСП и больших неопределенностях по времени задержки принимаемого сигнала осуществляется многоканальным приемником. Опорные сигналы в соседних каналах сдвинуты во времени на интервалы, не превышающие длительности элементарного импульса ПСП. При приеме полезного сигнала на выходах каналов обработки формируются выходные эффекты, пропорциональные функциям ВКФ опорных сигналов с принимаемым, с последующим сравнением с порогом в пороговом устройстве. При срабатывании порогового устройства на выходе канала, в котором выполняется условие высокой корреляции принимаемого сигнала с опорным, в качестве момента, соответствующего началу ПСП, выбирается время начала периода опорного сигнала в этом канале.

Прием ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией со случайной начальной фазой в канале обнаружения СРС осуществляет когерентный квадратурный приемник, блок-схема которого приведена на рис. 2.1.

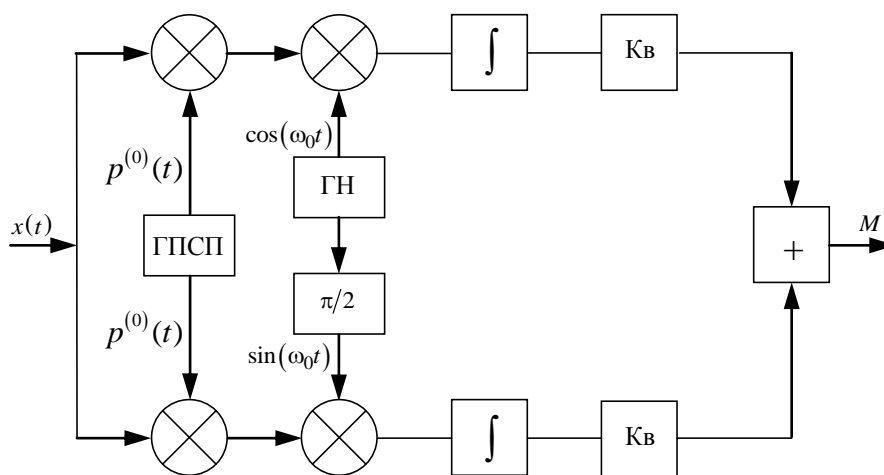


Рис. 2.1. Блок-схема квадратурного корреляционного приемника ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией

При приеме формируется выходной эффект пропорциональный

$$M(T) = \left[\int_0^T x(t) s_{onc}(t) dt \right]^2 + \left[\int_0^T x(t) s_{ons}(t) dt \right]^2, \quad (2.2)$$

где

$$\left. \begin{matrix} s_{onc}(t) \\ s_{ons}(t) \end{matrix} \right\} = U(t) p^{(0)}(t) \left\{ \begin{matrix} \cos(\omega_0 t) \\ \sin(\omega_0 t) \end{matrix} \right\}$$

– опорные сигналы квадратурных каналов, согласованные по форме с полезным сигналом. После подстановки в (2.2) выражение для выходного эффекта приемника можно привести к виду

$$M(T) = (A_c + J_c + N_c)^2 + (A_s + J_s - N_s)^2, \quad (2.3)$$

где

$$\left. \begin{matrix} A_c \\ A_s \end{matrix} \right\} = \frac{aT}{2} K(\tau) d^{(0)} \left\{ \begin{matrix} \cos \varphi_0 \\ \sin \varphi_0 \end{matrix} \right\}$$

– сигнальные составляющие на выходе линейной части квадратурных каналов приемника, $K(\tau) = 1 - \frac{|\tau|}{\tau_u}$, $|\tau| < \tau_u$ – ВКФ принимаемого и опорного

сигналов, учитывающая их рассогласование по времени задержки,

$$\left. \begin{matrix} J_c \\ J_s \end{matrix} \right\} = \frac{1}{2} d^{(0)} \sum_{i=1}^K a_i \nu_i R_i(\tau_i) \left\{ \begin{matrix} \cos \varphi_i \\ \sin \varphi_i \end{matrix} \right\}$$

– помеховые составляющие на выходе линейной части квадратурных каналов приемника, обусловленные наличием на его входе взаимных помех. $\nu_i = d^{(i)} / d^{(0)}$ – коэффициент, определяемый значением информационного элемента i -го помехового сигнала, нормированного на величину значения

информационного элемента полезного сигнала, равный $\nu_i = d^{(i)}$ при $d^{(0)} = 1$ и $\nu_i = -d^{(i)}$ при $d^{(0)} = -1$. Коэффициенты ν_i можно рассматривать как случайные величины, с возможными равновероятными значениями ± 1 .

$R_i(\tau_i) = \int_0^T p^{(0)}(t) p^{(i)}(t - \tau_i) dt$ ($i = 1, \dots, K$) – ВКФ ПСП полезного и i -го

помехового сигнала,

$$\left. \begin{matrix} N_c \\ N_s \end{matrix} \right\} = \int_0^T n(t) p^{(0)}(t) U(t) \begin{Bmatrix} \cos(\omega_0 t) \\ \sin(\omega_0 t) \end{Bmatrix} dt$$

– шумовые составляющие на выходе линейных частей квадратурных каналов, являющиеся нормальными некоррелированными случайными величинами с нулевыми средними значениями и дисперсиями $\sigma_n^2 = N_0 T / 4$.

При обнаружении принимаемого сигнала выходной эффект $M(T)$ подается на решающее устройство, в котором сравнивается с заранее установленным порогом M_{nor} . При $M \geq M_{nor}$ выносится решение о наличии ФМШПС на входе приемника, при $M < M_{nor}$ выносится обратное решение.

Характеристикой эффективности обнаружения сигналов, как известно, является вероятность правильного обнаружения, определяемая выражением [5, 7]

$$D = \int_{M_{nor}}^{\infty} W_1(M) dM, \quad (2.4)$$

где $W_1(M)$ – плотность распределения вероятностей выходного эффекта приемника при гипотезе наличия полезного сигнала в принимаемой смеси. Величина M_{nop} зависит от вероятности ложной тревоги, определяемой как

$$F = \int_{M_{nop}}^{\infty} W_0(M) dM, \quad (2.5)$$

где $W_0(M)$ – плотность распределения вероятностей выходного эффекта приемника при гипотезе отсутствия полезного сигнала в принимаемой смеси.

В соответствии с (2.4) и (2.5), нахождение выражений для вероятности правильного обнаружения и вероятности ложной тревоги ФМШПС требует знания плотностей распределения вероятностей $W_1(M)$ и $W_0(M)$. Для нахождения указанных плотностей распределения вероятностей воспользуемся методом характеристической функции [7].

Учитывая сказанное, характеристическую функцию можно записать как

$$\begin{aligned} \theta(u) = \langle \exp(juM) \rangle_{\vec{a}, \vec{\varphi}, \vec{\nu}, N_c, N_s} = \sum_{\nu_1=\pm 1}^{\infty} \int_0^{\infty} \dots \int_0^{\infty} d\vec{a} \int_{-\pi}^{\pi} \dots \int_{-\pi}^{\pi} d\vec{\varphi} W(\vec{a}, \vec{\varphi}) \int_{-\infty}^{\infty} W(N_c) dN_c \int_{-\infty}^{\infty} W(N_s) dN_s \cdot \\ \dots \\ \nu_K=\pm 1 \\ \bullet \exp \left[ju \left((A_c + J_c + N_c)^2 + (A_s + J_s - N_s)^2 \right) \right]. \end{aligned} \quad (2.6)$$

В (2.6) усреднение проводится по вектору начальных фаз $\vec{\varphi} = \{\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_K\}$ и вектору амплитуд $\vec{a} = \{a, a_1, \dots, a_K\}$ принимаемого и мешающих сигналов, по случайным коэффициентам $\vec{\nu} = \{\nu_1, \dots, \nu_K\}$, а также по шумовым составляющим выходных эффектов квадратурных каналов N_c и N_s .

В дальнейшем будем полагать, что совместное априорное распределение амплитуд и начальных фаз принимаемого и мешающих сигналов имеет вид [7]

$$W(\vec{a}, \vec{\varphi}) = \frac{a}{2\pi\sigma_a^2} \exp\left(-\frac{a^2 + a_0^2 - 2aa_0 \cos \varphi_0}{2\sigma_a^2}\right) \cdot \prod_{i=1}^K \frac{a_i}{2\pi\sigma_{ai}^2} \exp\left(-\frac{a_i^2 + a_{0i}^2 - 2a_i a_{0i} \cos \varphi_i}{2\sigma_{ai}^2}\right), \quad (2.7)$$

где $\vec{a} = \{a, a_1, \dots, a_K\}$, $\vec{\varphi} = \{\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_K\}$, $a_i \geq 0$, $-\pi < \varphi_i < \pi$, $i = 1, \dots, K$.

При $a_0 = 0$, $a_{0i} = 0$ ($i = 1, \dots, K$) распределение (2.7) хорошо подходит для описания замираний (федингов) в СРС, при которых амплитуды флуктуируют по закону Релея, а случайные начальные фазы распределены равномерно. Если $a_0 \neq 0$, $a_{0i} \neq 0$, $\sigma_a^2 \neq 0$, $\sigma_{ai}^2 \neq 0$ ($i = 1, \dots, K$), то распределение (2.7) соответствует СРС, принимающим полезный и помеховые сигналы, отраженные от ионосферы, содержащие регулярные и флуктуирующие составляющие, а при $\sigma_a^2 = 0$, $\sigma_{ai}^2 = 0$ ($i = 1, \dots, K$) соответствуют случаю, когда амплитуды принимаемых сигналов являются детерминированными [7].

Подставляя в (2.6) выражения для плотностей распределения вероятностей шумовых составляющих: $W(N_c) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left(-\frac{N_c^2}{2\sigma_n^2}\right)$,

$W(N_s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left(-\frac{N_s^2}{2\sigma_n^2}\right)$, несложно получить выражение

$$\begin{aligned}
\theta(u) = & \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left(-\frac{N_c^2}{2\sigma_n^2}\right) \exp\left[ju\left(N_c^2 + 2N_c(A_c + J_c)\right)\right] dN_c \bullet \\
& \bullet \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left(-\frac{N_s^2}{2\sigma_n^2}\right) \exp\left[ju\left(N_s^2 - 2N_s(A_s + J_s)\right)\right] dN_s \bullet \quad (2.8) \\
& \bullet \exp\left[ju\left((A_c + J_c)^2 + (A_s + J_s)^2\right)\right] >_{\vec{a}, \vec{\varphi}, \vec{v}}
\end{aligned}$$

Выполняя усреднение по шумовым составляющим в выражении (2.8), получим

$$\theta(u) = \frac{ju}{4Bu^2\sigma_n^4} \exp\left[B\left((A_c + J_c)^2 + (A_s + J_s)^2\right)\right] >_{\vec{a}, \vec{\varphi}, \vec{v}}, \quad (2.9)$$

где введено обозначение $B = \frac{ju}{1 - 2ju\sigma_n^2}$. Подставляя значения для сигнальных

и помеховых составляющих выходного эффекта и выполняя несложные преобразования, получим

$$\begin{aligned}
\theta(u) = & \frac{ju}{4Bu^2\sigma_n^4} e^{B\left(\frac{a^2T^2}{4}K^2(\tau) + 2\sum_{i=1}^K \frac{aT}{2}K(\tau)d^{(0)}\frac{a_iV_iR_i(\tau_i)}{2}\cos(\varphi_i - \varphi_0)\right)} \bullet \\
& \bullet e^{\frac{B}{4}\sum_{i,m=1}^K a_iV_iR_i(\tau_i)a_mV_mR_m(\tau_m)\cos(\varphi_i - \varphi_m)} >_{\vec{a}, \vec{\varphi}, \vec{v}} \quad (2.10)
\end{aligned}$$

Подставив в (2.10) выражение совместной плотности распределения вероятностей для амплитуды и начальной фазы сигнала из (2.7), выделим интеграл по φ_0

$$\theta(u) = \left\langle \frac{ju}{4Bu^2\sigma_n^4} \int_0^\infty da \int_{-\pi}^\pi e^{\frac{aa_0}{\sigma_a^2} \cos \varphi_0 + B \frac{aT}{2} K(\tau) d^{(0)} \sum_{i=1}^K \frac{a_i \nu_i R_i(\tau_i)}{2} \cos(\varphi_i - \varphi_0)} d\varphi_0 \right\rangle \bullet$$

$$\bullet \frac{a}{2\pi\sigma_a^2} e^{-\frac{a^2+a_0^2}{2\sigma_a^2}} e^{B \left(\frac{a^2 T^2}{4} K^2(\tau) + \frac{1}{4} \sum_{i,m=1}^K a_i \nu_i R_i(\tau_i) a_m \nu_m R_m(\tau_m) \cos(\varphi_i - \varphi_m) \right)} \Bigg\rangle_{\bar{a}, \bar{\varphi}, \bar{\nu}} \quad (2.11)$$

и произведем интегрирование с последующим выделением членов с a

$$\theta(u) = \left\langle \frac{ju}{4Bu^2\sigma_n^4} \int_0^\infty e^{-a^2 \left(\frac{1}{2\sigma_a^2} - B \frac{T^2}{4} \right)} I_0(-ja\sqrt{C}) \frac{a}{2\pi\sigma_a^2} da \right\rangle \bullet,$$

$$\bullet e^{B \frac{1}{4} \sum_{i,m=1}^K a_i \nu_i R_i(\tau_i) a_m \nu_m R_m(\tau_m) \cos(\varphi_i - \varphi_m)} e^{-\frac{a_0^2}{2\sigma_a^2}} \Bigg\rangle_{\bar{a}, \bar{\varphi}, \bar{\nu}} \quad (2.12)$$

где

$$C = \frac{a_0^2}{\sigma_a^4} - \frac{4Ba_0T^2}{4\sigma_a^2} \sum_{i=1}^K a_i \nu_i R_i(\tau_i) \cos \varphi_i +$$

$$+ 4B^2 \frac{T^2}{4} \sum_{i,m=1}^K a_i \nu_i R_i(\tau_i) a_m \nu_m R_m(\tau_m) \cos(\varphi_i - \varphi_m)$$

Проводя интегрирования в (2.12) с учетом $\int_0^\infty \frac{a}{\sigma_a^2} e^{-\mu a^2} I_0(\eta a) da = \frac{1}{\mu \sigma_a^2} e^{-\frac{\eta^2}{4\mu}}$

получим

$$\theta(u) = \left\langle \frac{ju}{4Bu^2\sigma_n^4} \frac{1}{1+b_0} \right\rangle \bullet$$

$$\bullet e^{-\frac{Ba_0T^2}{2(1+b_0)} \sum_{i=1}^K a_i \nu_i R_i(\tau_i) \cos \varphi_i - \frac{B}{1+b_0} \sum_{i,m=1}^K a_i \nu_i R_i(\tau_i) a_m \nu_m R_m(\tau_m) \cos(\varphi_i - \varphi_m) - \frac{a_0^2}{2\sigma_a^2} \frac{b_0}{1+b_0}} \Bigg\rangle_{\bar{a}, \bar{\varphi}, \bar{\nu}} \quad (2.13)$$

где $b_0 = \frac{1}{2} \sigma_a^2 B T^2$. Выполняя интегрирование для φ_1 и a_1 , аналогичным

образом получим выражение

$$\theta(u) = \left\langle \frac{ju}{4Bu^2\sigma_n^4} \frac{1}{1+b_0+b_1} e^{-\frac{2Ba_0\left(\frac{T}{2}+R_1\right)}{2(1+b_0+b_1)} \sum_{i=2}^K a_i v_i R_i(\tau_i) \cos \varphi_i} \right\rangle_{\vec{a}, \vec{\varphi}, \vec{v}},$$

$$\bullet e^{-\frac{B}{1+b_0+b_1} \sum_{i,m=2}^K a_i v_i R_i a_m v_m R_m \cos(\varphi_i - \varphi_m) - \frac{a_0^2 (\sqrt{b_0} + \sqrt{b_1})^2}{2\sigma_a^2 (1+b_0+b_1)}} >_{\vec{a}, \vec{\varphi}, \vec{v}}$$

где $b_1 = 2\sigma_a^2 BR_1^2$ и полагается, что временные задержки помеховых сигналов относительно опорного отсутствуют, то есть $\tau_i = 0$, $i = 1, \dots, K$, то, как показано в [5], функции корреляции помеховых и опорного сигналов достигают максимума $R_i(0) = R_i = T / \sqrt{L}$.

Заметив повторяющийся характер выражения для характеристической функции при интегрировании по каждой паре φ_i и a_i , несложно получить окончательное выражение после интегрирования по начальным фазам и амплитудам всех помеховых сигналов

$$\theta(u) = \left\langle \frac{ju}{4Bu^2\sigma_n^4} \frac{1}{1+b_0 + \sum_{i=1}^K b_i} \exp \left(-\frac{a_0^2 \left(\sqrt{b_0} + \sum_{i=1}^K \sqrt{b_i} \right)^2}{2\sigma_a^2 (1+b_0 + \sum_{i=1}^K b_i)} \right) \right\rangle_{\vec{v}}, \quad (2.14)$$

где $b_i = 2\sigma_a^2 BR_i^2$.

Учитывая, что $\vec{v} = \{v_1, \dots, v_K\}$ и то, что v_i можно рассматривать как дискретные случайные величины, с возможными равновероятными значениями ± 1 , окончательно получим выражение для искомой характеристической функции

$$\theta(u) = \sum_{\substack{v_1=\pm 1 \\ \dots \\ v_K=\pm 1}} \frac{1}{2^K (1 - 2ju\sigma_n^2 A)} \exp\left(\frac{juA_1^2(\vec{v})}{1 - 2ju\sigma_n^2 A}\right), \quad (2.15)$$

где введены обозначения $Q_{\phi 0} = \frac{\sigma_a^2 T}{N_0}$ – отношение сигнал/шум для флуктуирующей составляющей амплитуды полезного сигнала, $A = 1 + K^2(\tau)Q_{\phi 0} + \sum_{i=1}^K \frac{\sigma_{ai}^2 R_i^2}{4\sigma_n^2}$, $A_1(\vec{v}) = \gamma K(\tau)\sqrt{Q_{\phi 0}} + \sum_{i=1}^K v_i \gamma_i \frac{\sigma_{ai} R_i}{2\sigma_n}$, $\gamma = a_0 / \sigma_a$ и $\gamma_i = a_{0i} / \sigma_{ai}$ – отношения регулярных составляющих амплитуд к среднеквадратическим значениям их флуктуационных составляющих соответственно для принимаемого и i-го помехового сигналов.

Зная характеристическую функцию несложно определить плотность распределения вероятности выходного эффекта приемника, выполнив обратное преобразование Фурье

$$W_1(M) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \theta(u) \exp(-juM) du$$

$$W_1(M) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{\substack{v_1=\pm 1 \\ \dots \\ v_K=\pm 1}} \frac{1}{2^K (1 - 2ju\sigma_n^2 A)} \exp\left(\frac{juA_1^2(\vec{v})}{1 - 2ju\sigma_n^2 A}\right) \exp(-juM) du.$$

Точка $u = u_0 = -\frac{j}{2\sigma_n^2 A}$ является существенно особой точкой. Используя теорию вычетов [41], запишем выражение для плотности вероятности

$$W_1(M) = \frac{1}{2\pi} 2\pi j \text{Res}[f(u), u = u_0], \quad (2.16)$$

где

$$f(u) = \sum_{\substack{v_1=\pm 1 \\ \dots \\ v_K=\pm 1}} \frac{1}{2^K (1 - 2ju\sigma_n^2 A)} \exp\left(\frac{juA_1^2(\vec{v})}{1 - 2ju\sigma_n^2 A}\right) \exp(-juM). \quad (2.17)$$

Рассчитывая вычет, используя коэффициент разложения в ряд Лорана, получим

$$\text{Res}[f(u), u = u_0] = -j \sum_{\substack{v_1=\pm 1 \\ \dots \\ v_K=\pm 1}} \frac{1}{2^K} \frac{1}{2\sigma_n^2 A} \exp\left(-\frac{A_1(\vec{v})^2}{2A}\right) c_{-1}, \quad (2.18)$$

$$c_{-1} = \exp(-ju_0 M) I_0\left(\frac{\sqrt{M} A_1(\vec{v})}{\sigma_n A}\right), \quad (2.19)$$

где $I_0(x)$ – модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка от мнимого аргумента [42].

Подставляя выражения (2.19) и (2.18) в (2.16), получим окончательное выражение для плотности распределения вероятностей выходного эффекта корреляционного приемника

$$W_1(M) = \sum_{\substack{v_1=\pm 1 \\ \dots \\ v_K=\pm 1}} \frac{1}{2^K} \frac{1}{2\sigma_n^2 A} \exp\left(-\frac{M}{2\sigma_n^2 A}\right) \exp\left(-\frac{A_1(\vec{v})^2}{2A}\right) I_0\left(\frac{\sqrt{M} A_1(\vec{v})}{\sigma_n A}\right). \quad (2.20)$$

Вероятность правильного обнаружения ФМШПС, принимаемого в условиях воздействия взаимных помех и шумов аппаратуры соответственно можно записать как

$$D = \sum_{\substack{\nu_1=\pm 1 \\ \dots \\ \nu_K=\pm 1}} \frac{\exp\left(-\frac{A_1(\vec{\nu})^2}{2A}\right)}{2^{K+1}A} \int_{\hat{M}_{nop}}^{\infty} \exp\left(-\frac{x}{2A}\right) I_0\left(\frac{\sqrt{x}A_1(\vec{\nu})}{A}\right) dx, \quad (2.21)$$

где $\hat{M}_{nop} = M_{nop} / \sigma_n^2$ – величина порога, нормированного на уровень мощности шумовой составляющей на выходах линейных частей квадратурных каналов. Уровень порога выбирается исходя из заданного уровня вероятности ложной тревоги. Выражение для вероятности ложной тревоги F может быть получено из (2.21) при $a_0 = \sigma_a = 0$, то есть

$$F = \sum_{\substack{\nu_1=\pm 1 \\ \dots \\ \nu_K=\pm 1}} \frac{\exp\left(-\frac{B_1^2(\vec{\nu})}{2B}\right)}{2^{K+1}B} \int_{\hat{M}_{nop}}^{\infty} \exp\left(-\frac{x}{2B}\right) I_0\left(\frac{\sqrt{x}B_1(\vec{\nu})}{B}\right) dx, \quad (2.22)$$

где $B = 1 + \sum_{i=1}^K \frac{\sigma_{ai}^2 R_i^2}{4\sigma_n^2}$, $B_1(\vec{\nu}) = \sum_{i=1}^K \nu_i \gamma_i \frac{\sigma_{ai} R_i}{2\sigma_n}$.

В нашем случае (временные задержки помеховых сигналов относительно опорного отсутствуют) полученные аналитические выражения (2.21) и (2.22) позволяют получить нижние границы для характеристик обнаружения ФМШПС в условиях взаимных помех. Причем $\frac{\sigma_{ai}^2 R_i^2}{4\sigma_n^2} = \frac{Q_{\phi i}}{L}$, где

$Q_{\phi i} = \frac{\sigma_{ai}^2 T}{N_0}$ – отношение помеха/шум для флуктуационной составляющей

амплитуды помехового сигнала от i -го источника, $Q_{0i} = \gamma_i^2 Q_{\phi i} = \frac{a_{0i}^2 T}{N_0}$ –

отношение помеха/шум для регулярной составляющей амплитуды помехового сигнала от i -го источника в (2.21) и (2.22),

$$B = 1 + \frac{h^2}{K} \sum_{i=1}^K Q_{\phi_i}, \quad B_1(\vec{\nu}) = \frac{h}{\sqrt{K}} \sum_{i=1}^K \nu_i \gamma_i \sqrt{Q_{\phi_i}} = \frac{h}{\sqrt{K}} \sum_{i=1}^K \nu_i \sqrt{Q_{0i}},$$

$$A = 1 + K^2(\tau) Q_{\phi_0} + \frac{h^2}{K} \sum_{i=1}^K Q_{\phi_i} = K^2(\tau) Q_{\phi_0} + B,$$

$$A_1(\vec{\nu}) = \gamma K(\tau) \sqrt{Q_{\phi_0}} + \frac{h}{\sqrt{K}} \sum_{i=1}^K \nu_i \sqrt{Q_{\phi_i}} = \gamma K(\tau) \sqrt{Q_{\phi_0}} + B_1(\vec{\nu}), \quad (2.23)$$

где $h = \sqrt{\frac{K}{L}}$.

Выражения для вероятностей правильного обнаружения и ложной тревоги (2.21) и (2.22) с обозначениями (2.23) получены для общего случая, когда амплитуды принимаемого и помеховых ФМШПС содержат регулярные и флуктуирующие составляющие, и могут быть использованы для оценки характеристик обнаружения ФМШПС в условии взаимных помех для наиболее важных с практической точки зрения случаев при различных априорных сведений о количестве и уровне взаимных помех.

Дальнейший аналитический анализ зависимости эффективности обнаружения ФМШПС от параметров сигнала и СРС на основе выражений (2.21) и (2.22) в общем виде затруднен ввиду математической сложности полученных выражений. С помощью приближенных методов получим выражения для вероятности правильного обнаружения и вероятности ложной тревоги для практически важных частных случаев:

- у амплитуд принимаемого сигнала и помех преобладают регулярные составляющие, $\gamma \gg 1, \gamma_i \gg 1, i=1, \dots, K$;
- у амплитуд принимаемого сигнала и помех преобладают флуктуационные составляющие, $\gamma \ll 1, \gamma_i \ll 1, i=1, \dots, K$.

2.2. Выражения для вероятностей правильного обнаружения и ложной тревоги при преобладании у амплитуд сигналов регулярных составляющих

Рассмотрим случай преобладания у амплитуд сигналов регулярных составляющих $a_0 \gg \sigma_a$ и $a_{0i} \gg \sigma_{ai}, i=1, \dots, K: \gamma \gg 1, \gamma_{\Pi} \gg 1$. Заметим, что при $x \gg 1$ [7]

$$I_0(x) \approx \frac{\exp x}{\sqrt{2\pi x}}. \quad (2.24)$$

Тогда выражения для вероятности правильного обнаружения и вероятности ложной тревоги принимают вид

$$D = \sum_{\substack{v_1=\pm 1 \\ \dots \\ v_K=\pm 1}} \frac{\exp\left(-\frac{A_1(\vec{v})^2}{2A}\right)}{2^{K+1}A} \int_{\dot{M}_{\text{нор}}}^{\infty} \sqrt{\frac{A}{2\pi\sqrt{x}A_1(\vec{v})}} \exp\left(-\frac{x}{2A}\right) \exp\left(\frac{\sqrt{x}A_1(\vec{v})}{A}\right) dx, \quad (2.25)$$

$$F = \sum_{\substack{v_1=\pm 1 \\ \dots \\ v_K=\pm 1}} \frac{\exp\left(-\frac{B_1^2(\vec{v})}{2B}\right)}{2^{K+1}B} \int_{\dot{M}_{\text{нор}}}^{\infty} \sqrt{\frac{B}{2\pi\sqrt{x}B_1(\vec{v})}} \exp\left(-\frac{x}{2B}\right) \exp\left(\frac{\sqrt{x}B_1(\vec{v})}{B}\right) dx. \quad (2.26)$$

Выполняя интегрирования в выражениях (2.25) и (2.26), получим

$$D = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{1}{2^K} \sum_{\substack{v_1=\pm 1 \\ \dots \\ v_K=\pm 1}} \operatorname{erf} \frac{\sqrt{\hat{M}_{nop}} - A_1(\vec{v})}{\sqrt{2A}} \right], \quad (2.27)$$

$$F = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{1}{2^K} \sum_{\substack{v_1=\pm 1 \\ \dots \\ v_K=\pm 1}} \operatorname{erf} \frac{\sqrt{\hat{M}_{nop}} - B_1(\vec{v})}{\sqrt{2B}} \right]. \quad (2.28)$$

В настоящее время широко используются СПС с большими значениями база сигналов, для которых справедливо $h \ll 1$. [2] Как правило, амплитуды всех сигналов, поступающих на вход приемника, мало отличаются друг от друга. Поэтому, раскладывая (2.27) и (2.28) в ряд по h и проводя соответствующие преобразования с учетом соотношений

$$\sum_{\substack{v_1=\pm 1 \\ \dots \\ v_K=\pm 1}} \sqrt{\frac{1}{K}} \sum_{i=1}^K v_i \gamma_i \sqrt{Q_{\phi i}} = 0, \quad \sum_{\substack{v_1=\pm 1 \\ \dots \\ v_K=\pm 1}} \frac{1}{2^K} \left(\sqrt{\frac{1}{K}} \sum_{i=1}^K v_i \gamma_i \sqrt{Q_{\phi i}} \right)^2 = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \gamma_i^2 Q_{\phi i},$$

нетрудно убедиться, что

$$D \approx \frac{1}{2} \left(1 - \operatorname{erf} \frac{\hat{M}_0}{\sqrt{2}} \right) + \frac{h^2}{2\sqrt{2\pi}} \frac{\hat{M}_0}{1 + K^2(\tau) Q_{\phi 0}} \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K Q_{\phi i} (1 + \gamma_i^2) \exp\left(-\frac{\hat{M}_0^2}{2}\right), \quad (2.29)$$

$$F \approx \frac{1}{2} \left(1 - \operatorname{erf} \sqrt{\frac{\hat{M}_{nop}}{2}} \right) + \frac{h^2}{2\sqrt{2\pi}} \sqrt{\hat{M}_{nop}} \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K Q_{\phi i} (1 + \gamma_i^2) \exp\left(-\frac{\hat{M}_{nop}^2}{2}\right),$$

где $\hat{M}_0 = \frac{\left(\sqrt{\hat{M}_{nop}} - \gamma\sqrt{Q_{\phi 0}}K(\tau)\right)}{\sqrt{1+K^2(\tau)Q_{\phi 0}}}$.

Введем средний квадрат регулярных составляющих амплитуд $a_{0\Pi}^2 = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K a_{0i}^2$ и среднюю дисперсию флуктуационных составляющих амплитуд $\sigma_{a\Pi}^2 = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \sigma_{ai}^2$ помеховых сигналов. Тогда выражения (2.29) примут вид

$$D \approx \frac{1}{2} \left(1 - \operatorname{erf} \frac{\hat{M}_0}{\sqrt{2}} \right) + \frac{h^2}{2\sqrt{2\pi}} \frac{\hat{M}_0(Q_{\phi\Pi} + Q_{0\Pi})}{1+K^2(\tau)Q_{\phi 0}} \exp\left(-\frac{\hat{M}_0^2}{2}\right), \quad (2.30)$$

$$F \approx \frac{1}{2} \left(1 - \operatorname{erf} \sqrt{\frac{\hat{M}_{nop}}{2}} \right) + \frac{h^2}{2\sqrt{2\pi}} \sqrt{\hat{M}_{nop}} (Q_{\phi\Pi} + Q_{0\Pi}) \exp\left(-\frac{\hat{M}_{nop}^2}{2}\right).$$

В (2.30) $Q_{0\Pi} = \frac{a_{0\Pi}^2 T}{N_0}$ и $Q_{\phi\Pi} = \frac{\sigma_{a\Pi}^2 T}{N_0}$ – усредненные отношения помеха/шум с регулярными и флуктуационными амплитудами. Следует отметить, что для малых значений вероятности ложной тревоги, что соответствует нормальной работе СРС, значения нормированного «порога» $\hat{M}_{nop} \gg 1$. С учетом этого, выражение для вероятности ложной тревоги принимает вид

$$F \approx \frac{1 + \frac{1}{2} h^2 \hat{M}_{nop} (Q_{\phi\Pi} + Q_{0\Pi})}{\sqrt{2\pi \hat{M}_{nop}}} \exp\left(-\frac{\hat{M}_{nop}^2}{2}\right). \quad (2.31)$$

Если амплитуды сигналов являются регулярными ($\sigma_a^2 = \sigma_{a\Pi}^2 = 0$, $Q_{\phi 0} = Q_{\phi\Pi} = 0$), то выражения для вероятностей правильного обнаружения и ложной тревоги преобразуются в

$$D \approx \frac{1}{2} \left(1 - \operatorname{erf} \frac{\hat{M}_{01}}{\sqrt{2}} \right) + \frac{h^2}{2\sqrt{2\pi}} \hat{M}_{01} Q_{0\Pi} \exp \left(-\frac{\hat{M}_{01}^2}{2} \right), \quad (2.32)$$

$$F \approx \frac{1}{2} \left(1 - \operatorname{erf} \sqrt{\frac{\hat{M}_{nop}}{2}} \right) + \frac{h^2}{2\sqrt{2\pi}} \sqrt{\hat{M}_{nop}} Q_{0\Pi} \exp \left(-\frac{\hat{M}_{nop}}{2} \right), \quad (2.33)$$

где $Q_0 = \frac{a_0^2 T}{N_0}$ – отношение сигнал/шум для регулярной составляющей амплитуды полезного сигнала, $\hat{M}_{01} = \sqrt{\hat{M}_{nop}} - \sqrt{Q_0} K(\tau)$,

2.3. Выражения для вероятностей правильного обнаружения и ложной тревоги при преобладании у амплитуд сигналов флуктуационных составляющих

Если у амплитуд принимаемых ФМШПС преобладают флуктуационные составляющие $\sigma_a \gg a_0$ и $\sigma_{ai} \gg a_{0i}$, $i = 1, \dots, K$ и, что соответствует $\gamma \ll 1$, $\gamma_{\Pi} \ll 1$, то, путем разложения функции Бесселя в ряд с учетом первых двух членов $I_0(x) \approx 1 + \frac{x^2}{4}$ в (2.21) и (2.22), нетрудно убедиться, что выражения для вероятности правильного обнаружения и вероятности ложной тревоги можно записать следующим образом

$$D = \sum_{\substack{v_1=\pm 1 \\ \dots \\ v_K=\pm 1}} \frac{\exp\left(-\frac{A_1(\vec{v})^2}{2A}\right)}{2^{K+1}A} \int_{\hat{M}_{nop}}^{\infty} \exp\left(-\frac{x}{2A}\right) \left(1 + \frac{x A_1^2(\vec{v})}{4A^2}\right) dx, \quad (2.34)$$

$$F = \sum_{\substack{v_1=\pm 1 \\ \dots \\ v_K=\pm 1}} \frac{\exp\left(-\frac{B_1^2(\vec{v})}{2B}\right)}{2^{K+1}B} \int_{\hat{M}_{nop}}^{\infty} \exp\left(-\frac{x}{2B}\right) \left(1 + \frac{x B_1^2(\vec{v})}{4B^2}\right) dx. \quad (2.35)$$

Выполняя интегрирование в выражениях (2.34) и (2.35) получим

$$D \approx \left(1 + \frac{\hat{M}_{nop}}{4A^2} (K^2(\tau)Q_0 + h^2Q_{0\Pi})\right) \exp\left(\frac{-\hat{M}_{nop}}{2A}\right), \quad (2.36)$$

$$F \approx \left(1 + \frac{\hat{M}_{nop}}{4B^2} h^2Q_{0\Pi}\right) \exp\left(\frac{-\hat{M}_{nop}}{2B}\right), \quad (2.37)$$

где $Q_{0\Pi}$ и Q_0 определены в (2.30). Раскладывая выражения для D и F в ряд по h , получим

$$D \approx \left(1 + \frac{\hat{M}_{nop}}{4A_0^2} K^2(\tau)Q_0\right) \exp\left(\frac{-\hat{M}_{nop}}{2A_0}\right) + h^2 \frac{\hat{M}_{nop}}{2A_0^2} \left(Q_{\phi\Pi} + \frac{Q_{0\Pi}}{2} + \frac{K^2(\tau)Q_0}{4A_0^2} (\hat{M}_{nop} - 4A_0)\right) \exp\left(\frac{-\hat{M}_{nop}}{2A_0}\right), \quad (2.38)$$

$$F \approx \left(1 + h^2 \frac{\hat{M}_{nop}}{2} \left(Q_{\phi\Pi} + \frac{Q_{0\Pi}}{2} \right) \right) \exp \left(\frac{-\hat{M}_{nop}}{2} \right), \quad (2.39)$$

где $A_0 = 1 + K^2(\tau)Q_{\phi 0}$. При получении выражений (2.39) отброшены члены порядка $o(h^2, \gamma^2, \gamma_n^2)$.

Выражение для вероятности правильного обнаружения в случае отсутствия воздействующих помех принимает вид

$$D \approx \left\{ 1 - \frac{\gamma^2 Q_{\phi 0} K^2(\tau) \ln F}{2(1 + K^2(\tau)Q_{\phi 0})^2} \right\} F^{\frac{1}{1 + K^2(\tau)Q_{\phi 0}}}. \quad (2.40)$$

Вклад в увеличение вероятности правильного обнаружения показывает второе слагаемое. Оно соответствует незначительной регулярной составляющей амплитуды полезного сигнала ($\gamma = \frac{a_0}{\sigma_a} \ll 1$).

2.4. Анализ эффективности обнаружения фазоманипулированного широкополосного сигнала с бинарной фазовой модуляцией

При анализе эффективности обнаружения сигнала в СРС будем использовать зависимость вероятности правильного обнаружения от отношения сигнал/шум при заданном значении допустимой вероятности ложной тревоги.

На рис. 2.2-2.4 для иллюстрации полученных результатов приведены результаты расчетов вероятностей правильного обнаружения ФМШПС, принимаемых на фоне взаимных помех со случайными начальными фазами и

амплитудами, имеющих регулярные и флуктуационные составляющие, и внутренних шумов аппаратуры, при отсутствии временной задержки между принимаемым и опорным сигналами, при различном числе взаимных помех K , значениях вероятности ложной тревоги $F = 10^{-2}, 10^{-4}, 10^{-6}, 10^{-8}$, различных значениях параметров $\gamma = \frac{a_0}{\sigma_a} = \gamma_{\Pi} = \frac{a_{0\Pi}}{\sigma_{a\Pi}}$, то есть различных соотношениях регулярных и флуктуационных составляющих амплитуд принимаемого и помеховых сигналов в зависимости от отношения сигнал/шум для флуктуационной составляющей амплитуды $Q_{\phi 0}$ полезного сигнала. Величины баз полезного и помеховых ФМШПС при расчетах полагались равными $L = 127$.

Кружки на рис. 2.2-2.4 соответствуют результатам статистического моделирования, выполненного для тех же параметров СРС и ФМШПС и подробно описанного в параграфе 3.6 настоящей главы.

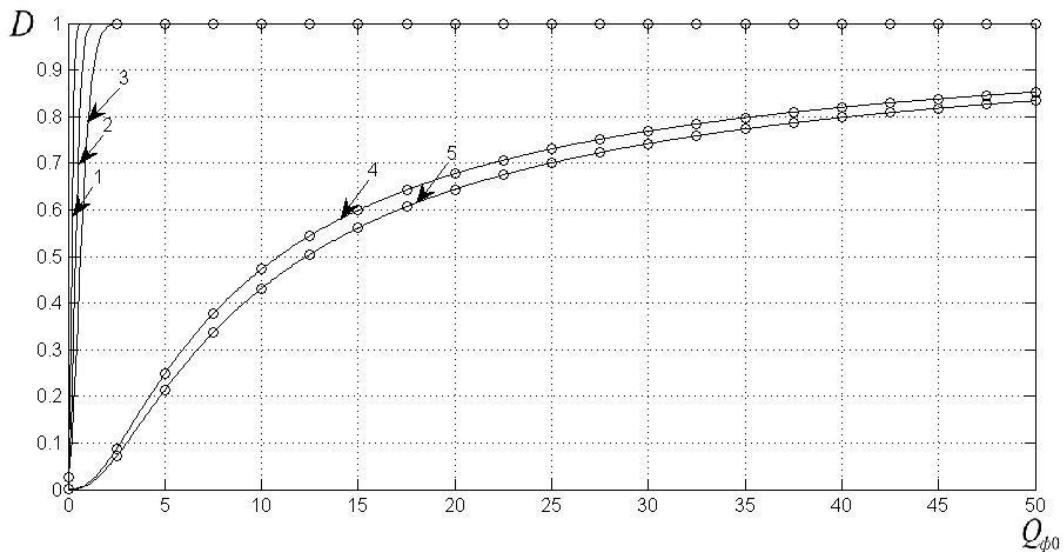


Рис. 2.2. Зависимость вероятности правильного обнаружения от отношения сигнал/шум для флуктуационной составляющей амплитуды при воздействии одной помехи ($K = 1$), $F = 10^{-4}$, $\tau = 0$.

Кривые на рис. 2.2 соответствуют результатам полученным для случая с заданной вероятности ложной тревоги СРС $F = 10^{-4}$, воздействия одной помехи ($K = 1$) и различных значений параметров γ и γ_{II} : кривая 1 соответствует $\gamma = \gamma_{II} = 10$, кривая 2 – $\gamma = \gamma_{II} = 5$, 3 – $\gamma = \gamma_{II} = 3$, 4 – $\gamma = \gamma_{II} = 0.5$ и 5 – $\gamma = \gamma_{II} = 0$. Кривые для $\gamma = 0$ и $\gamma = 0.5$ рассчитывались по формуле (2.39), а кривые для $\gamma = 3, 5$ и 10 – по формуле (2.30).

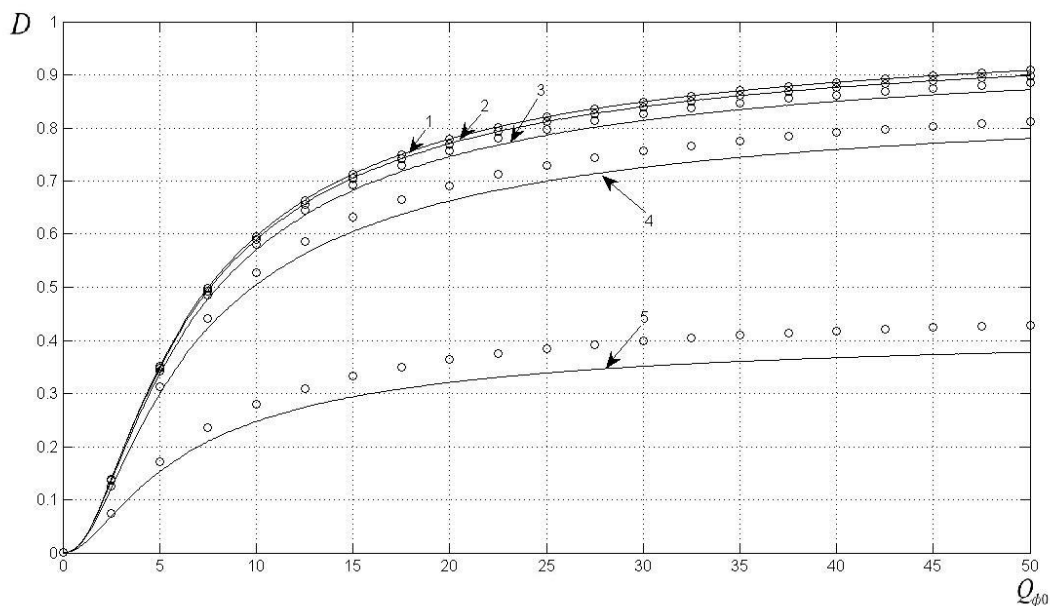


Рис. 2.3. Зависимость вероятности правильного обнаружения от отношения сигнал/шум для флуктуационной составляющей амплитуды для $\gamma = \gamma_n = 3$ и $F = 10^{-4}$. $\tau = 0$.

На рис. 2.3 представлены зависимости вероятностей правильного обнаружения для значения параметров $\gamma = \gamma_{II} = 3$ и вероятности ложной

тревоги $F = 10^{-4}$, а на рис. 2.4 при $\gamma = 0.5$ и количестве воздействующих помеховых сигналов $K = 10$. На рис. 2.3 кривая 1 соответствует случаю отсутствия помех, кривая 2 – воздействию пяти помеховых сигналов ($K = 5$), кривая 3 – $K = 10$, кривая 4 – $K = 20$, а на рис. 2.4 кривая 1 соответствует результатам при вероятности ложной тревоги $F = 10^{-2}$, кривая 2 – $F = 10^{-4}$, 3 – $F = 10^{-6}$ и 4 – $F = 10^{-8}$.

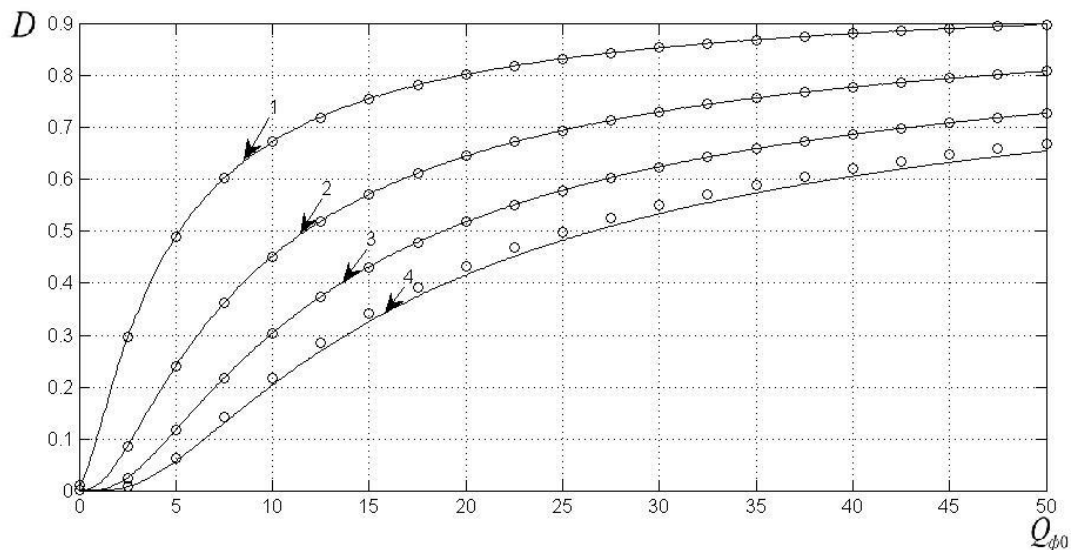


Рис. 2.4. Зависимость вероятности правильного обнаружения от отношения сигнал/шум для флуктуационной составляющей амплитуды при воздействии десяти помех ($K = 10$), при $\gamma = 0.5$, $\tau = 0$.

Анализ кривых на рис 2.2-2.4 показывает, что вероятность правильного обнаружения сигнала увеличивается с уменьшением количества взаимных помех и ростом отношения сигнал/шум $Q_{\phi 0}$. Первое приводит к увеличению отношения сигнал/(помеха плюс внутренний шум аппаратуры) на выходе линейной части приемника. Отметим, что величины D резко возрастают с увеличением параметра γ , то есть регулярных составляющих амплитуд сигналов по отношению к их флуктуационным составляющим.

Анализ поведения кривых на рис. 2.4 показывает, что уменьшение вероятности ложной тревоги, достигаемое увеличением значения порога в решающем устройстве, приводит к уменьшению вероятности правильного обнаружения полезного ФМШПС при сохранении значений остальных параметров.

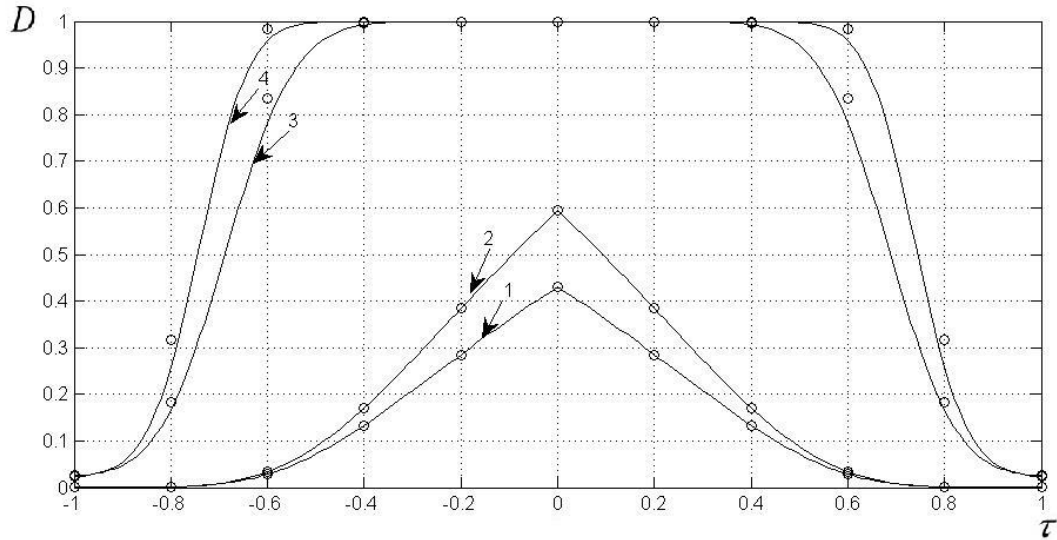


Рис. 2.5. Зависимость вероятности правильного обнаружения от нормированной временной задержки принимаемого сигнала относительно опорного при воздействии трех помех ($K = 3$), $F = 10^{-4}$.

При расчете значений вероятностей правильного обнаружения, приведенных на рис. 2.5, как функций нормированной на длительность элементарного импульса временной задержки принимаемого сигнала $\frac{\tau}{\tau_u}$ полагалось, что число взаимных помех $K = 3$, вероятность ложной тревоги $F = 10^{-4}$, отношения сигнал/шум и помеха/шум для флуктуирующих составляющих амплитуд сигнала и помех $Q_{\phi 0} = Q_{\phi \Pi} = 10$. Кривые 1

соответствуют $\gamma = \gamma_{II} = 3$, кривые 2 – $\gamma = \gamma_{II} = 2$, кривые 3 – $\gamma = \gamma_{II} = 1$, кривые 4 – $\gamma = \gamma_{II} = 0$.

Анализ кривых на рис. 2.5 показывает, что вероятность правильного обнаружения ФМШПС уменьшается с увеличением временной задержки относительно опорного сигнала $|\tau|$ при прочих равных условиях. Кроме того, из рис. 2.5 нетрудно увидеть, что уменьшение регулярных составляющих амплитуд полезного и помеховых сигналов приводит к сужению временных интервалов задержек принимаемого сигнала относительно опорного, при которых значения вероятности правильного обнаружения сигнала не опускается ниже задаваемого уровня.

2.5. Статистическое моделирование обнаружения фазоманипулированного широкополосного сигнала с бинарной фазовой модуляцией

Одним из эффективных способов подтверждения аналитических результатов является статистическое моделирование на ЭВМ. Проведение такого моделирования также позволяет оценить эффективность обнаружения ФМШПС для случаев, отличных от приведенных в данной работе.

Рассмотрим выражение для выходного эффекта приемника подробнее (2.3). Выполнив нормировку выходного эффекта приемника на выражение $\sigma_u = \sqrt{N_0 T / 4}$ – корень из дисперсии шумовых составляющих, получим выражение

$$\hat{M}(T) = \frac{M(T)}{\sqrt{N_0 T / 4}} = \left(x \sqrt{Q_{\phi_0}} \cos \phi_0 + (1 / \sqrt{L}) \sum_{i=1}^K v_i x_i \sqrt{Q_{\phi_i}} \cos \phi_i + \hat{N}_c \right)^2 + \left(x \sqrt{Q_{\phi_0}} \sin \phi_0 + (1 / \sqrt{L}) \sum_{i=1}^K v_i x_i \sqrt{Q_{\phi_i}} \sin \phi_i - \hat{N}_s \right)^2, \quad (2.41)$$

где \hat{N}_c и \hat{N}_s нормированные случайные величины с гауссовским распределением, нулевым средним значением и единичной дисперсией, некоррелированные между собой, $x = a / \sigma_a$ и $x_i = a_i / \sigma_{a_i}$ – нормированные значения амплитуд полезного и i -го мешающего сигналов.

С учетом (2.7) нормированная плотность распределения x, ϕ_0, x_i, ϕ_i имеет вид

$$W(\vec{x}, \vec{\phi}) = \frac{x}{2\pi} \exp\left(-\frac{x^2 + \gamma^2 - 2x\gamma \cos \phi_0}{2}\right) \cdot \prod_{i=1}^K \frac{x_i}{2\pi} \exp\left(-\frac{x_i^2 + \gamma_i^2 - 2x_i\gamma_i \cos \phi_i}{2}\right), \quad (2.42)$$

где $\vec{x} = \{x, x_1, \dots, x_K\}$, $\vec{\phi} = \{\phi_0, \phi_1, \dots, \phi_K\}$, γ и γ_i – отношения регулярных составляющих амплитуд к среднеквадратичным отклонениям их флуктуирующих составляющих для полезного и i -го помехового сигналов.

На рис 2.7 представлена блок-схема обобщенного алгоритма моделирования процесса обнаружения ФМШПС квадратурным корреляционным приемником, основанная на выражении (2.41)

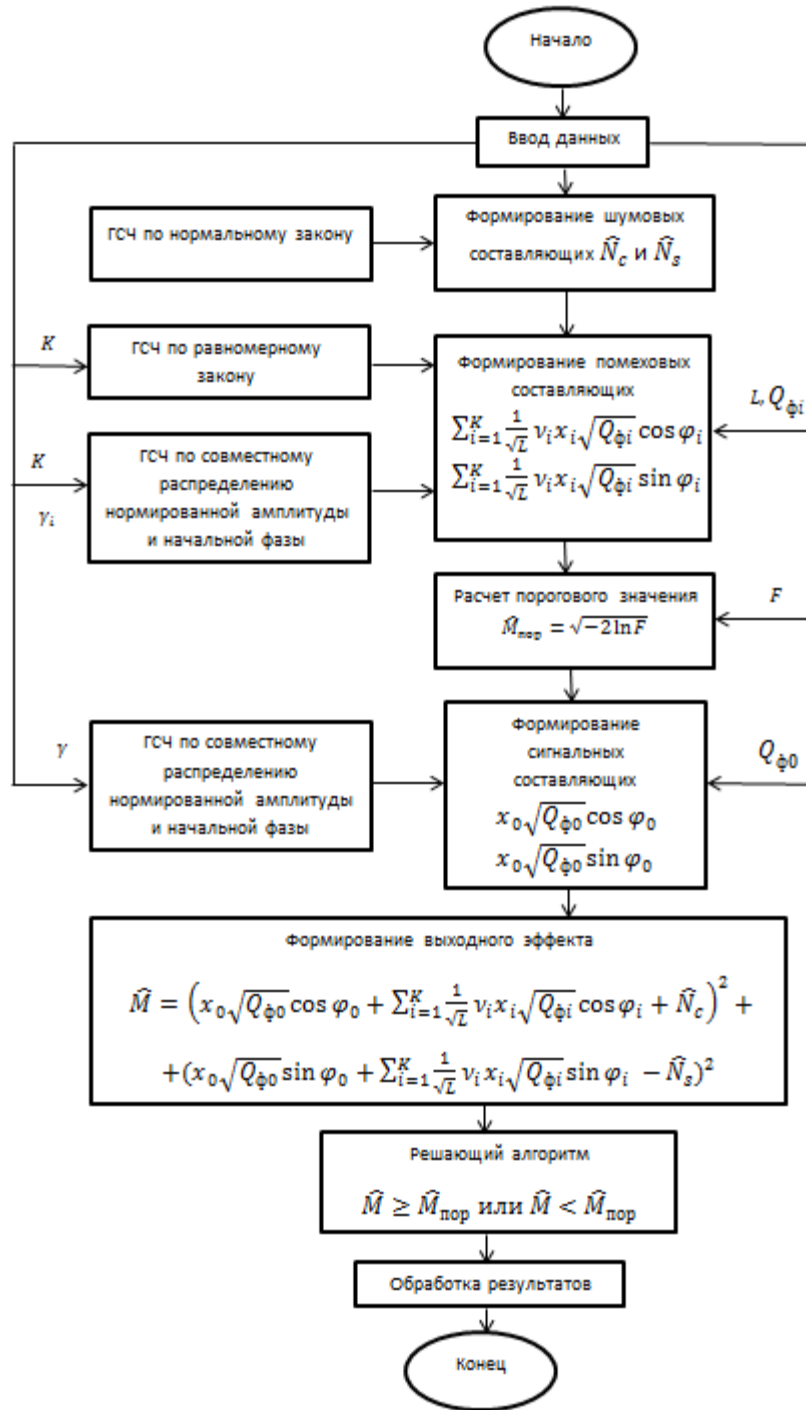


Рис. 2.7. Блок-схема алгоритма моделирования обнаружения ФМШПС
квадратурным корреляционным приемником

На этапе ввода данных необходимо задать параметры СРС, ФМШПС и априорные параметры совместного распределения, а именно число взаимных помех K , базу сигнала L , отношения сигнал-шум и помеха-шум Q_{ϕ_0} и Q_{ϕ_i} , $i=1, \dots, K$, значения соотношений регулярных и флуктуирующий составляющих полезного и помеховых сигналов γ и γ_i .

Для формирования шумовых составляющих \hat{N}_c и \hat{N}_s применяются генераторы случайных чисел (ГСЧ) на выходах квадратурных каналов, генерирующие значения согласно гауссовскому распределению с нулевыми средними значениями и дисперсиями $\sigma^2 = 1$. Для формирования помеховых составляющих выходного эффекта согласно их определению в выражении

$$(2.41) \quad X = \frac{1}{\sqrt{L}} \sum_{i=1}^K \gamma_i x_i \sqrt{Q_{\phi_i}} \cos \varphi_i \quad \text{и} \quad Y = \frac{1}{\sqrt{L}} \sum_{i=1}^K \gamma_i x_i \sqrt{Q_{\phi_i}} \sin \varphi_i,$$

используются генераторы пар случайных величин $\{x_i, \varphi_i\}$, $i=1, \dots, K$, задающих совместное распределение амплитуд и фаз помеховых сигналов.

Для синтеза генератора пар случайных чисел $\{x_i, \varphi_i\}$ был использован метод ступенчатой аппроксимации [4]. При этом, область значения переменных $0 \leq x_i < \infty$, $0 \leq \varphi_i \leq 2\pi$ была изменена на $0 \leq x_i < x_{i \max}$, $0 \leq \varphi_i \leq 2\pi$, а $x_{i \max}$ выбирается согласно неравенству

$$\int_{x_{i \max}}^{\infty} x_i e^{-\frac{x_i^2 + \gamma_i^2}{2}} I_0(x_i \gamma_i) dx_i \leq \Delta p_i, \quad (2.43)$$

где $\Delta p_i = p(x_i > x_{i \max})$ – вероятность появления значений x_i больших $x_{i \max}$, является задаваемой заранее малой величиной. При расчетах будет полагать, что $\Delta p_i = 10^{-6}$.

Поверхность $W(x_i, \varphi_i)$, для дискретизации, заменяется набором параллелепипедов с высотами $h_i^{(n, m)} = W(x_i^{(n)}, \varphi_i^{(m)})$, задаваемых в точках $x_i^{(n)} = n\Delta x_i$, $\varphi_i^{(m)} = m\Delta\varphi_i$, где n и m – целые числа, из интервалов $0 \leq n \leq N$, $0 \leq m \leq M$, где $N = \frac{x_{i \max}}{\Delta x_i}$ – количество равноотстоящих друг относительно друга точек вдоль оси x , на интервалы Δx_i , а $M = \frac{2\pi}{\Delta\varphi_i}$ – количество равноотстоящих друг относительно друга точек вдоль оси φ , на интервалы $\Delta\varphi_i$.

Сигнальные составляющие $S_c = x\sqrt{Q_{\varphi 0}} \cos \varphi_0$ и $S_s = x\sqrt{Q_{\varphi 0}} \sin \varphi_0$ формируются генератором пар случайных чисел $\{x, \varphi_0\}$, область изменения значений которых $0 \leq x < x_{\max}$, $0 \leq \varphi_0 \leq 2\pi$ задается условием по аналогии с выражением (2.43) путем выбора допустимого значения вероятности $\Delta p = p(x > x_{\max})$.

В процессе моделирования формируются значения выходного эффекта согласно (2.41) с последующим их сравнением с порогом $\hat{M}_{\text{пор}}$, рассчитываемым на основе заданной вероятности ложной тревоги F и мощности внутренних шумов аппаратуры. Впоследствии, в результате обработки формируются оценки значений вероятности правильного обнаружения ФМШПС

В ходе проведения моделирования процесса обнаружения ФМШПС в условиях взаимных помех квадратурным корреляционным приемником в каждой параметрической точке проводилось 100 серий по 100000 измерений.

Используя полученных данные строилась оценка вероятности правильного обнаружения: математические ожидания [5]

$$\langle D \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n D_i, \quad (2.44)$$

дисперсии

$$\sigma_D^2 = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n D_i^2 \right) - \langle D \rangle^2. \quad (2.45)$$

В (2.44) и (2.45) D_i – оценка вероятности правильного обнаружения сигнала, полученная в результате обработки данных i -ой серии.

На рис. 2.3-2.6 в виде кружков показаны средние значения оценок вероятности правильного обнаружения $\langle \hat{D} \rangle$, полученных в результате статистического моделирования.

Из рис. 2.3-2.6 видно, что результаты моделирования хорошо согласуются с расчетными кривыми, полученными при значениях параметров $\gamma = \gamma_{II} \leq 0,05$ и $\gamma = \gamma_{II} = 10$. Рассогласование результатов моделирования с кривыми соответствующими $\gamma = \gamma_{II} = 3$ и $\gamma = \gamma_{II} = 5$, объясняется отклонением значений указанных параметров от условий асимптотических разложений, при которых получено выражение (2.30). Это рассогласование уменьшается с увеличением γ . Относительная ошибка

оценивания вероятности правильного обнаружения $\frac{\sqrt{\langle \hat{D}^2 \rangle - \langle \hat{D} \rangle^2}}{\langle \hat{D} \rangle}$ при этом не превышала 0.03.

Выводы

1. Разработана методика анализа и статистической обработки ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией при обнаружении в условиях взаимных помех и получены новые аналитические соотношения для характеристик обнаружения ФМШПС квадратурным корреляционным приемником и внутренних шумов аппаратуры в общем случае наличия у амплитуд и фаз сигналов регулярных и флуктуационных составляющих. Результаты конкретизированы для частных случаев:

- превышения регулярными составляющими амплитуд сигналов их флуктуационных составляющих
- превышения флуктуационными составляющими амплитуд сигналов их регулярных составляющих

На основании анализа зависимостей вероятности правильного обнаружения ФМШПС от величин временной задержки принимаемого сигнала относительно опорного в канале обработки, количества и уровней взаимных помех, величины отношения сигнал/шум и соотношения между регулярными и флуктуирующими составляющими принимаемых сигналов показано, что полученные результаты могут быть использованы при выборе смещений временных задержек опорных сигналов в каналах многоканальной системы обработки принимаемых ФМШПС для обеспечения требуемой вероятности их правильного обнаружения.

2. Разработан алгоритм, на основании которого проведено статистическое моделирование обнаружения ФМШПС квадратурным корреляционным приемником на фоне взаимных помех и внутренних шумов

аппаратуры. Результаты моделирования подтверждают полученные теоретические результаты.

ГЛАВА 3. ОБРАБОТКА ФАЗОМАНИПУЛИРОВАННЫХ ШИРОКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ С КВАДРАТУРНОЙ ФАЗОВОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ В СИСТЕМАХ РАДИОСВЯЗИ В УСЛОВИЯХ ВЗАИМНЫХ ПОМЕХ

Данная глава посвящена обработке ФМШПС, у которых расширение спектра осуществляется на основе двух ортогональных ПСП, то есть ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией. Рассмотрены обнаружение и прием ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией ПСП в условиях взаимных помех и внутренних шумов аппаратуры.

3.1. Обнаружение фазоманипулированного широкополосного сигнала с квадратурной фазовой модуляцией

Формирование ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией обычно осуществляется приемником, структурная схема которого приведена на рис. 1.2. Тогда на вход приемника поступает аддитивная смесь сигнала, шума и взаимных помех

$$x(t) = s(t - \tau) + s_{\text{вз}}(t) + n(t), \quad (3.1)$$

где $s(t)$ определено в (1.8), τ – время задержки полезного сигнала относительно опорных ($|\tau| < \tau_u$), $n(t)$ – внутренние шумы аппаратуры, аппроксимируемые белым гауссовским шумом со спектральной плотностью мощности N_0 с нулевым средним значением и функцией корреляции

$$\langle n(t_1), n(t_2) \rangle = \frac{N_0}{2} \delta(t_1 - t_2).$$

В СРС, использующих ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией, формируемых по закону (1.4), совокупность мешающих взаимных помех имеет вид

$$s_{\text{вз}}(t) = \sum_{i=1}^K a_i d_1^{(i)}(t - \tau_i) p_1^{(i)}(t - \tau_i) \cos(\omega_0(t - \tau_i) + \varphi_i) + \\ + a_i d_2^{(i)}(t - \tau_i) p_2^{(i)}(t - \tau_i) \sin(\omega_0(t - \tau_i) + \varphi_i), \quad (3.2)$$

где a_i и φ_i – амплитуда и начальная фаза i -го мешающего сигнала, $p_1^{(i)}(t)$ и $p_2^{(i)}(t)$ – расширяющие спектр i -го помехового сигнала функции, отличающиеся от соответствующих функций полезного сигнала коэффициентами ПСП $\{p_{1k}^{(i)}\}$ и $\{p_{2k}^{(i)}\}$, $d_1^{(i)}(t)$ и $d_2^{(i)}(t)$ – информационные посылки i -го помехового сигнала, получаемые с помощью последовательно-параллельного преобразования из информационной последовательности $d^{(i)}(t)$ i -го помехового сигнала, τ_i – время задержки i -го помехового сигнала относительно полезного $s(t)$ ($\tau_i < T$).

Выходной эффект канала обнаружения корреляционного приемника, осуществляющего прием ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией, пропорционален

$$M(T) = \left[\int_0^T x(t) \left[-p_1^{(0)}(t) \sin(\omega_0 t) + p_2^{(0)}(t) \cos(\omega_0 t) \right] dt \right]^2 + \\ + \left[\int_0^T x(t) \left[p_1^{(0)}(t) \cos(\omega_0 t) + p_2^{(0)}(t) \sin(\omega_0 t) \right] dt \right]^2. \quad (3.3)$$

Принимаемая аддитивная смесь $x(t)$, вид которой приведен в (3.1), проходит через широкополосный фильтр (ШПФ), после чего поступает в

каналы квадратурной обработки, в которых перемножается с расширяющими спектр функциями $p_1^{(0)}(t)$ и $p_2^{(0)}(t)$, вырабатываемыми генератором ПСП (ГПСП), после чего перемножается с колебаниями на несущей частоте $\sin \omega_0 t$ и $\cos \omega_0 t$, которые формируются генератором ГН и фазовращателем, как следует из структурной схемы приемника (рис. 3.1). Выходной эффект $M(T)$ образуется суммированием возведенных в квадрат интегралов суммы и разности каналов обработки.

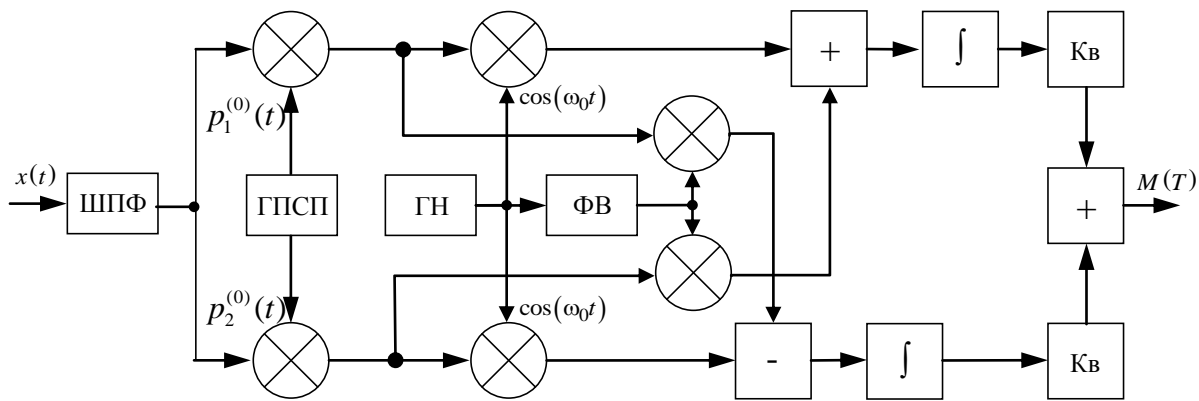


Рис. 3.1. Блок схема квадратурного корреляционного приемника ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией

Подставляя (3.1) в (3.3) и проводя интегрирование, несложно получить выражение

$$\begin{aligned}
 M = & \left[\frac{a_0 T}{2} K(\tau)(d_1 + d_2) \cos \varphi_0 + N_c^{(1)} + N_s^{(2)} + \right. \\
 & \left. + \sum_{i=1}^K \frac{a_i T}{2} (d_1^{(i)} + d_2^{(i)}) \rho_i(\tau_i) \cos(\varphi_i - \omega_0 \tau_i) \right]^2 + \\
 & \left[\frac{a_0 T}{2} K(\tau)(d_1 + d_2) \sin \varphi_0 + N_c^{(2)} - N_s^{(1)} + \right. \\
 & \left. + \sum_{i=1}^K \frac{a_i T}{2} (d_1^{(i)} + d_2^{(i)}) \rho_i(\tau_i) \sin(\varphi_i - \omega_0 \tau_i) \right]^2
 \end{aligned} \quad (3.4)$$

где $K(\tau)$ определено в (1.5),

$$\rho_i(\tau_i) = \frac{1}{T} \int_0^T p_1^{(0)}(t) p_1^{(i)}(t - \tau_i) dt = \frac{1}{T} \int_0^T p_2^{(0)}(t) p_2^{(i)}(t - \tau_i) dt \quad - \quad \text{ВКФ функций}$$

расширения спектра полезного и i -го мешающего сигналов из одного семейства ПСП. Для M -последовательностей $\rho_i(0) = \rho_i = \frac{1}{\sqrt{L}}$.

Подбор ПСП полагается таковым, что ВКФ последовательностей различных семейств ПСП имеют много меньшие значения по сравнению с функциями корреляции внутри одного семейства [2], то есть

$$\frac{1}{T} \int_0^T p_1^{(0)}(t) p_2^{(i)}(t - \tau_i) dt \sim 0. [2]$$

$$\left. \begin{matrix} N_s^{(i)} \\ N_c^{(i)} \end{matrix} \right\} = \int_{(T)} p_i^{(0)}(t) \left\{ \begin{matrix} \sin(\omega_0 t) \\ \cos(\omega_0 t) \end{matrix} \right\} dt, \quad i=1,2$$

– шумовые составляющие на выходе интеграторов в квадратурных каналах, представляющие нормальные случайные величины, некоррелированные друг с другом, с математическими ожиданиями равными нулю и дисперсиями $\sigma_H^2 = N_0 T / 4$. Так как всегда $d_1 + d_2 = 1$ и $d_1^{(i)} + d_2^{(i)} = 1$, $i=1, \dots, K$, то (3.4) можно как

$$M(T) = (A_c + J_c + N_1)^2 + (A_s + J_s - N_2)^2, \quad (3.5)$$

где

$$\left. \begin{matrix} A_c \\ A_s \end{matrix} \right\} = \frac{aT}{2} K(\tau) \left\{ \begin{matrix} \cos \varphi_0 \\ \sin \varphi_0 \end{matrix} \right\}$$

– сигнальные составляющие на выходе линейной части квадратурных каналов приемника,

$$\left. \begin{matrix} J_c \\ J_s \end{matrix} \right\} = \sum_{i=1}^K \frac{a_i T}{2} \rho_i(\tau_i) \left\{ \begin{matrix} \cos \varphi_i \\ \sin \varphi_i \end{matrix} \right\}$$

– помеховые составляющие на выходе линейной части квадратурных каналов приемника, обусловленные наличием на его входе взаимных помех, $N_1 = N_c^{(1)} + N_s^{(2)}$, $N_2 = N_s^{(1)} - N_c^{(2)}$ – гауссовские случайные величины с нулевым средним и дисперсией $\sigma^2 = 2\sigma_n^2 = \frac{N_0 T}{2}$.

Для нахождения характеристик обнаружения – вероятностей правильного обнаружения и ложной тревоги, Следуя методологии, изложенной в главе 2, воспользуемся методом характеристической функции. Характеристическая функция в данном случае записывается как [7,8]

$$\theta(u) = \langle \exp(juM) \rangle_{\vec{a}, \vec{\varphi}, N_c^{(1)}, N_s^{(1)}, N_c^{(2)}, N_s^{(2)}} \cdot$$

Усреднение выполняется по амплитудам $\vec{a} = \{a, a_1, \dots, a_K\}$, начальным фазам $\vec{\varphi} = \{\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_K\}$ полезного и помеховых сигналов, по всем шумовым составляющим $N_c^{(1)}, N_s^{(1)}, N_c^{(2)}, N_s^{(2)}$, таким образом характеристическая функция принимает вид

$$\theta(u) = \int_0^\infty \dots \int_0^\infty d\vec{a} \int_{-\pi}^\pi \dots \int_{-\pi}^\pi d\vec{\varphi} W(\vec{a}, \vec{\varphi}) \int_{-\infty}^\infty W(N_c^{(1)}) dN_c^{(1)} \int_{-\infty}^\infty W(N_s^{(1)}) dN_s^{(1)} \int_{-\infty}^\infty W(N_c^{(2)}) dN_c^{(2)} \cdot \\ \cdot \int_{-\infty}^\infty W(N_s^{(2)}) dN_s^{(2)} e^{juM}. \quad (3.6)$$

Совместное распределение амплитуд и начальных фаз полезного и помеховых сигналов $W(\vec{a}, \vec{\varphi})$ приведено в (2.7).

Подставляя в (3.6) выражения для плотностей распределения вероятностей шумовых составляющих: $W(N_1) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}\sigma_n} \exp\left(-\frac{N_1^2}{4\sigma_n^2}\right)$,

$W(N_2) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}\sigma_n} \exp\left(-\frac{N_2^2}{4\sigma_n^2}\right)$, несложно получить выражение

$$\begin{aligned} \theta(u) = & \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi}2\sigma_n} \exp\left(-\frac{N_1^2}{4\sigma_n^2}\right) \exp\left[ju(N_1^2 + 2N_1(A_c + J_c))\right] dN_1 \bullet \\ & \bullet \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi}2\sigma_n} \exp\left(-\frac{N_2^2}{4\sigma_n^2}\right) \exp\left[ju(N_2^2 - 2N_2(A_s + J_s))\right] dN_2 \bullet \\ & \bullet \exp\left[ju\left((A_c + J_c)^2 + (A_s + J_s)^2\right)\right] >_{\bar{a}, \bar{\varphi}} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Выполняя усреднение по шумовым составляющим в выражении (3.7), несложно получить выражение

$$\theta(u) = \left\langle \frac{ju}{16Bu^2\sigma_n^4} \exp\left[B\left((A_c + J_c)^2 + (A_s + J_s)^2\right)\right] \right\rangle_{\bar{a}, \bar{\varphi}}, \quad (3.8)$$

где введено обозначение $B = \frac{ju}{1 - 4ju\sigma_n^2}$. Подставляя значения для сигнальных

и помеховых составляющих выходного эффекта и выполняя несложные преобразования, получим

$$\begin{aligned} \theta(u) = & \left\langle \frac{ju}{16Bu^2\sigma_n^4} e^{B\left(\frac{a^2T^2}{4}K^2(\tau) + 2\sum_{i=1}^K \frac{a_iT}{2}K(\tau)d^{(0)}\frac{a_iT}{2}\rho_i(\tau_i)\cos(\varphi_i - \varphi_0)\right)} \right\rangle \bullet \\ & \bullet e^{\frac{B}{4}\sum_{i,m=1}^K \frac{a_iT}{2}\rho_i(\tau_i)\frac{a_mT}{2}\rho_m(\tau_m)\cos(\varphi_i - \varphi_m)} >_{\bar{a}, \bar{\varphi}} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Следуя методологии изложенной во второй главе, подставляя выражение совместной плотности распределения вероятностей для

амплитуды и начальной фазы сигнала из (2.7) и выполняя интегрирование по начальным фазам и амплитудам последовательно для полезного и помеховых сигналов, получим выражение

$$\theta(u) = \frac{ju}{16Bu^2\sigma_n^4} \frac{1}{1+b_0 + \sum_{i=1}^K b_i} \exp \left(-\frac{a_0^2}{2\sigma_a^2} \frac{\left(\sqrt{b_0} + \sum_{i=1}^K \sqrt{b_i} \right)^2}{1+b_0 + \sum_{i=1}^K b_i} \right), \quad (3.10)$$

где $b_0 = \frac{1}{2}\sigma_a^2 BT^2$, $b_i = 2\sigma_a^2 B\rho_i^2$. После проведения несложных преобразований, выражение (3.10) принимает вид

$$\theta(u) = \frac{1}{1-2jAu} \exp \left(\frac{ju \left(a_0 K(\tau) + \sum_{i=1}^K a_{0i} \rho_i \right)^2}{1-2jAu} \right), \quad (3.11)$$

где $A = 2\sigma_{II}^2 + T^2 \left(\sigma_a^2 K^2(\tau) + \sum_{i=1}^K \sigma_{ai}^2 \rho_i^2 \right) / 4$. Для удобства последующего анализа введем величины: $\gamma = a_0 / \sigma_a$ и $\gamma_i = a_{0i} / \sigma_{ai}$, $i = 1, \dots, K$ соответственно отношения регулярных составляющих амплитуд к среднеквадратическим значениям их флуктуационных составляющих для полезного и i -го помехового сигналов, $Q_{\phi 0} = \sigma_a^2 T / N_0$ – отношение сигнал/шум для флуктуационной составляющей амплитуды полезного сигнала, $Q_{\phi i} = \sigma_{ai}^2 T / N_0$, $i = 1, \dots, K$ – отношение помеха/шум для флуктуационной составляющей амплитуды i -го помехового сигнала.

Выражение для плотности распределения вероятностей величин выходного эффекта корреляционного приемника имеет вид

$$W_1(M) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \theta(u) \exp(-juM) du$$

$$W_1(M) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{\substack{v_1=\pm 1 \\ \dots \\ v_K=\pm 1}} \frac{1}{2^K (1-4ju\sigma_n^2 A)} \exp\left(\frac{juA_1^2(\vec{v})}{1-4ju\sigma_n^2 A}\right) \exp(-juM) du.$$

Точка $u = u_0 = -\frac{j}{4\sigma_n^2 A}$ является существенно особой точкой. Используя теорию вычетов [41], запишем выражение для плотности вероятности

$$W_1(M) = \frac{1}{2\pi} 2\pi j \operatorname{Res}[f(u), u = u_0], \quad (3.12)$$

где

$$f(u) = \sum_{\substack{v_1=\pm 1 \\ \dots \\ v_K=\pm 1}} \frac{1}{2^K (1-4ju\sigma_n^2 A)} \exp\left(\frac{juA_1^2(\vec{v})}{1-4ju\sigma_n^2 A}\right) \exp(-juM). \quad (3.13)$$

Рассчитывая вычет, используя коэффициент разложения в ряд Лорана, получим

$$\operatorname{Res}[f(u), u = u_0] = -j \sum_{\substack{v_1=\pm 1 \\ \dots \\ v_K=\pm 1}} \frac{1}{2^K} \frac{1}{4\sigma_n^2 A} \exp\left(-\frac{A_1(\vec{v})^2}{2A}\right) c_{-1}, \quad (3.14)$$

$$c_{-1} = \exp(-ju_0 M) I_0\left(\frac{\sqrt{M} A_1(\vec{v})}{\sqrt{2}\sigma_n A}\right), \quad (3.15)$$

где $I_0(x)$ – модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка от мнимого аргумента [42].

Подставляя выражения (3.14) и (3.15) в (3.12), получим окончательное выражение для плотности распределения вероятностей выходного эффекта приемника

$$W_1(M) = \frac{1}{2\sigma_{\Pi}^2 B_D} \exp\left(-\frac{\frac{M}{\sigma_{\Pi}^2} + A_D^2}{2B_D}\right) I_0\left(\frac{\sqrt{M} A_D}{\sigma_{\Pi}^2 B_D}\right), \quad (3.16)$$

где $A_D = \gamma \sqrt{Q_{\phi 0}} K(\tau) + \sum_{i=1}^K \sqrt{Q_{\phi i}} \rho_i \gamma_i$, $B_D = 2 + Q_{\phi 0} K^2(\tau) + \sum_{i=1}^K Q_{\phi i} \rho_i^2$.

Учитывая (2.4), выражение для вероятности правильного обнаружения ФМШПС (3.16), принимаемого в условиях действия взаимных помех, можно записать в виде

$$D = \frac{1}{2B_D} \int_{\hat{M}_{\text{нор}}}^{\infty} \exp\left(-\frac{\hat{M} + A_D^2}{2B_D}\right) I_0\left(\frac{\sqrt{\hat{M}} A_D}{B_D}\right) d\hat{M}, \quad (3.17)$$

где $\hat{M}_{\text{нор}} = M_{\text{нор}} / \sigma_{\Pi}^2$ – величина порога, нормированного на уровень мощности шумовых составляющих на выходах линейных частей квадратурных каналов. Положив полезный сигнал равным нулю, на основании (3.17) получим следующее соотношение для вероятности ложной тревоги

$$F = \frac{1}{2B_F} \int_{\hat{M}_{\text{нор}}}^{\infty} \exp\left(-\frac{\hat{M} + A_F^2}{2B_F}\right) I_0\left(\frac{\sqrt{\hat{M}} A_F}{B_F}\right) d\hat{M}, \quad (3.18)$$

где $A_F = \sum_{i=1}^K \sqrt{Q_{\phi i}} \rho_i \gamma_i$, $B_F = 2 + \sum_{i=1}^K Q_{\phi i} \rho_i^2$.

Как и ранее, будем считать, что временные задержки помеховых сигналов относительно опорных отсутствуют ($\tau_i = 0$, $i = 1, \dots, K$), то есть имеет место наиболее сильное воздействие взаимных помех. В этом случае $\rho_i = 1/\sqrt{L}$, $i = 1, \dots, K$.

Удобно ввести усредненные мощности для регулярных и флуктуационных составляющих амплитуд помеховых сигналов:

$$a_{0\Pi}^2 = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K a_{0i}^2, \quad \sigma_{a\Pi}^2 = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \sigma_{ai}^2$$

и усредненные отношения помеха/шум для указанных составляющих

$$Q_{\Pi} = \frac{a_{\Pi}^2 T}{N_0} \quad \text{и} \quad Q_{\phi\Pi} = \frac{\sigma_{a\Pi}^2 T}{N_0},$$

а также $\gamma_{\Pi}^2 = a_{\Pi}^2 / \sigma_{a\Pi}^2$, причем $Q_{\Pi} = \gamma_{\Pi}^2 Q_{\phi\Pi}$, тогда

$$A_D = \gamma K(\tau) \sqrt{Q_{\phi 0}} + \gamma_{\Pi} \sqrt{\frac{K}{L}} \sqrt{Q_{\phi\Pi}}, \quad A_F = \gamma_{\Pi} \sqrt{\frac{K}{L}} \sqrt{Q_{\phi\Pi}},$$

$$B_D = 2 + K^2(\tau) Q_{\phi 0} + \frac{K}{L} Q_{\phi\Pi}, \quad B_F = 2 + \frac{K}{L} Q_{\phi\Pi}.$$

Используя Q-функцию Маркума 1-го рода [42]

$$Q_1(x, y) = \int_y^{\infty} z \exp\left(-\left(z^2 + x^2\right)/2\right) I_0(zx) dz,$$

выражения (3.17) и (3.18) можно представить в удобном для расчетов в прикладных математических пакетах виде

$$D = Q_1 \left(\frac{A_D}{\sqrt{B_D}}, \frac{\sqrt{\hat{M}}}{\sqrt{B_D}} \right) \text{ и } F = Q_1 \left(\frac{A_F}{\sqrt{B_F}}, \frac{\sqrt{\hat{M}}}{\sqrt{B_F}} \right). \quad (3.19)$$

Полученные соотношения (3.19) для вероятности правильного обнаружения и вероятности ложной тревоги ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией справедливы для общего случая наличия у амплитуд сигналов регулярных и флуктуирующих составляющих.

Дальнейший аналитический анализ зависимости эффективности обнаружения ФМШПС от параметров сигнала и СРС на основе выражений (3.19) затруднен ввиду математической сложности полученных выражений. Преобразуем выражения для вероятности правильного обнаружения и ложной тревоги для практически важных частных случаев:

- у амплитуд принимаемого сигнала и помех преобладают регулярные составляющие;
- у амплитуд принимаемого сигнала и помех преобладают флуктуационные составляющие.

3.2. Выражения для вероятностей правильного обнаружения и ложной тревоги при преобладании у амплитуд сигналов регулярных составляющих

Рассмотрим случай преобладания у амплитуд сигналов регулярных составляющих $a_0 \gg \sigma_a$ и $a_{0i} \gg \sigma_{ai}$, $i = 1, \dots, K$: $\gamma \gg 1$, $\gamma_{\Pi} \gg 1$. Заметим, что при $x \gg 1$ [7]

$$I_0(x) \approx \frac{\exp x}{\sqrt{2\pi x}}. \quad (3.20)$$

Выполняя подстановку (3.20) в (3.17) и (3.18) выражения для вероятностей правильного обнаружения и ложной тревоги можно записать в виде

$$D \approx \frac{1}{2B_D} \int_{\hat{M}_{nop}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi \frac{\sqrt{\hat{M}} A_D}{B_D}}} \exp\left(-\frac{\hat{M} + A_D^2}{2B_D}\right) \exp\left(\frac{\sqrt{\hat{M}} A_D}{B_D}\right) d\hat{M}, \quad (3.21)$$

$$F \approx \frac{1}{2B_F} \int_{\hat{M}_{nop}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi \frac{\sqrt{\hat{M}} A_F}{B_F}}} \exp\left(-\frac{\hat{M} + A_F^2}{2B_F}\right) \exp\left(\frac{\sqrt{\hat{M}} A_F}{B_F}\right) d\hat{M}. \quad (3.22)$$

С учетом того, что при $\gamma \gg 1$

$$\frac{x}{\sqrt{2\pi x \gamma}} \exp\left(-\frac{(x-\gamma)^2}{2}\right) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\gamma)^2}{2}\right), \quad -\infty < x < \infty, [7]$$

выражения (3.21) и (3.22) преобразуются к виду

$$D \approx \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \frac{\sqrt{\hat{M}_{nop}} - A_D}{\sqrt{2B_D}} \right], \quad (3.23)$$

$$F \approx \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \frac{\sqrt{\hat{M}_{nop}} - A_F}{\sqrt{2B_F}} \right], \quad (3.24)$$

$\operatorname{erf} x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$ – интеграл ошибок [42].

Если амплитуды принимаемых сигналов являются чисто регулярными ($\sigma_a^2 = \sigma_{a\Pi}^2 = 0, Q_{\phi 0} = Q_{\phi\Pi} = 0$), то выражения для A_D, B_D, A_F, B_F переходят в $A_D = K(\tau)\sqrt{Q_0} + \sqrt{K/L}\sqrt{Q_\Pi}, A_F = \sqrt{K/L}\sqrt{Q_\Pi}, B_D = 2 + K^2(\tau)Q_0 + Q_\Pi K/L$ и $B_F = 2 + Q_\Pi K/L$, где $Q_0 = a_0^2 T / N_0$ – отношение сигнал/шум для регулярной составляющей сигнала. С учетом этого соотношения (3.23) и (3.24) принимают вид

$$D \approx \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \frac{\sqrt{\hat{M}_{\text{нор}}} - K(\tau)\sqrt{Q_0} + \sqrt{\frac{K}{L}}\sqrt{Q_\Pi}}{\sqrt{2\left(2 + K^2(\tau)Q_0 + \frac{K}{L}Q_\Pi\right)}} \right], \quad (3.25)$$

$$F \approx \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \frac{\sqrt{\hat{M}_{\text{нор}}} - \sqrt{\frac{K}{L}}\sqrt{Q_\Pi}}{\sqrt{2\left(2 + \frac{K}{L}Q_\Pi\right)}} \right]. \quad (3.26)$$

В настоящее время широко используются СРС, использующие ФМШПС с большими базами, поэтому справедливо соотношение $h = \sqrt{K/L} \ll 1$. Поэтому, раскладывая выражения (3.25) и (3.26) в ряд по h , нетрудно убедиться, что

$$D \approx \frac{1}{2} \left(1 - \operatorname{erf} \frac{\sqrt{\hat{M}_0}}{\sqrt{2}} \right) + \frac{h}{2\sqrt{2\pi}} \frac{\gamma_\Pi \sqrt{Q_{\phi\Pi}}}{2 + K^2(\tau)Q_{\phi 0}} \exp\left(-\frac{\hat{M}_0}{2}\right), \quad (3.27)$$

$$F \approx \frac{1}{2} \left(1 - \operatorname{erf} \sqrt{\frac{\hat{M}_{\text{нор}}}{4}} \right) + \frac{h}{4\sqrt{2\pi}} \gamma_\Pi \sqrt{Q_{\phi\Pi}} \exp\left(-\frac{\hat{M}_{\text{нор}}}{4}\right), \quad (3.28)$$

где $\sqrt{\hat{M}_0} = \frac{(\sqrt{\hat{M}_{nop}} - \gamma\sqrt{Q_{\phi 0}}K(\tau))}{\sqrt{2 + K^2(\tau)Q_{\phi 0}}}$.

Заметим, что для малых значений вероятности ложной тревоги (что соответствует нормальному режиму работы СРС) величина нормированного «порога» $\hat{M}_{nop} \gg 1$. Поэтому, на основании асимптотического представления

интеграла ошибок для больших значений аргументов $\text{erf } x \approx \frac{1 - \exp(-x^2)}{x\sqrt{\pi}}$ [42],

выражение для вероятности ложной тревоги можно записать как

$$F \approx \frac{2 + \frac{1}{4\sqrt{2}} h\gamma_n \hat{M}_{nop} \sqrt{Q_{\phi n}}}{\sqrt{\pi \hat{M}_{nop}}} \exp\left(-\frac{\hat{M}_{nop}^2}{4}\right). \quad (3.29)$$

3.3. Выражения для вероятностей правильного обнаружения и ложной тревоги при преобладании у амплитуд сигналов флуктуационных составляющих

Если у амплитуд принимаемых сигналов преобладают флуктуирующие составляющие $\gamma \ll 1$, $\gamma_{\Pi} \ll 1$, то есть $\sigma_a \gg a_0$ и $\sigma_{ai} \gg a_{0i}$, $i = 1, \dots, K$, тогда после разложения функции Бесселя в ряд в выражениях (3.17) и (3.18) с сохранением первых двух членов $I_0(x) \approx 1 + \frac{x^2}{4}$, нетрудно убедиться, что выражения для вероятности правильного обнаружения и вероятности ложной тревоги можно записать следующим образом

$$D = \frac{1}{2B_D} \int_{\hat{M}_{nop}}^{\infty} \left(1 + \frac{\hat{M} A_D^2}{4B_D^2}\right) \exp\left(-\frac{\hat{M} + A_D^2}{2B_D}\right) d\hat{M}, \quad (3.30)$$

$$F = \frac{1}{2B_F} \int_{\hat{M}_{nop}}^{\infty} \left(1 + \frac{\hat{M} A_F^2}{B_F^2} \right) \exp\left(-\frac{\hat{M} + A_F^2}{2B_F} \right) d\hat{M}. \quad (3.31)$$

Выполняя интегрирование в выражениях (3.30) и (3.31), получим

$$D \approx \left(1 + \frac{\hat{M}_{nop} A_D^2}{4B_D^2} \right) \exp\left(-\frac{\hat{M}_{nop}}{2B_D} \right), \quad (3.32)$$

$$F \approx \left(1 + \frac{\hat{M}_{nop} A_F^2}{4B_F^2} \right) \exp\left(-\frac{\hat{M}_{nop}}{2B_F} \right). \quad (3.33)$$

При выводе выражений (3.32) и (3.33) были отброшены члены порядка $o(\gamma^2)$. Раскладывая выражения (3.32) и (3.33) в ряд по $h = \sqrt{K/L}$, получим

$$D \approx \left\{ 1 + \frac{\hat{M}_{nop}}{4B_0^2} K^2(\tau) Q_0 + h^2 \frac{\hat{M}_{nop}}{2B_0^2} \left[Q_{\phi\Pi} + \frac{Q_{\Pi}}{2} + \frac{K^2(\tau) Q_0}{4B_0^2} (\hat{M}_{nop} - 4B_0) \right] \right\} \exp\left(-\frac{\hat{M}_{nop}}{2B_0} \right), \quad (3.34)$$

$$F \approx \left[1 + h^2 \frac{\hat{M}_{nop}}{2} \left(Q_{\phi\Pi} + \frac{Q_{\Pi}}{2} \right) \right] \exp\left(-\frac{\hat{M}_{nop}}{2} \right). \quad (3.35)$$

В (3.34) $B_0 = 2 + K^2(\tau) Q_{\phi 0}$. При получении выражений (3.34) и (3.35) отброшены члены порядка $o(h^2)$.

Логарифмируя выражение (3.35) и учитывая, что для малых значений аргумента $\ln(1+x) \approx x$, нетрудно показать, что

$$\hat{M}_{пор} = -\frac{4 \ln F}{1 - h^2 \left(Q_{\phi\Pi} + \frac{Q_{0\Pi}}{2} \right)}. \quad (3.36)$$

С учетом этого выражение для вероятности правильного обнаружения принимает вид

$$D \approx \left\{ 1 - \ln F \frac{C_0}{B_0} \left[\frac{K^2(\tau)Q_0}{2} + h^2 \left(Q_{\phi\Pi} + \frac{Q_{0\Pi}}{2} - \frac{K^2(\tau)Q_0}{2B_0} (C_0 \ln F + 2) \right) \right] \right\} F^{C_0}, \quad (3.37)$$

где $C_0 = \left\{ B_0 \left[1 - h^2 \left(Q_{\phi\Pi} + \frac{Q_{0\Pi}}{2} \right) \right] \right\}^{-1}$.

Из соотношений (3.34) и (3.35) видно, что при преобладании у амплитуд флуктуирующих составляющих для заданной вероятности ложной тревоги уровень «порога» $\hat{M}_{пор}$, соответствующий F , зависит от усредненного отношения помеха/шум $Q_{0\Pi} + Q_{\phi\Pi}$ и отношения количества воздействующих помех к базе полезного сигнала $h^2 = K/L$. Величина порога возрастает с увеличением усредненных отношений помеха/шум и числа воздействующих помех, что вызывает необходимость повышения отношения сигнал/шум для обеспечения заданной вероятности правильного обнаружения.

В случае отсутствия взаимных помех выражение (3.37) принимает вид

$$D \approx \left\{ 1 - \frac{\gamma^2 Q_{\phi 0} K^2(\tau) \ln F}{2(2 + K^2(\tau) Q_{\phi 0})^2} \right\} F^{\frac{1}{2 + K^2(\tau) Q_{\phi 0}}}. \quad (3.38)$$

Вклад в увеличение вероятности правильного обнаружения незначительной регулярной составляющей амплитуды полезного сигнала вносится вторым слагаемым в скобках ($\gamma = a_0 / \sigma_a \ll 1$).

3.4. Анализ эффективности обнаружения фазоманипулированного широкополосного сигнала с квадратурной фазовой модуляцией

При анализе эффективности обнаружения сигнала в СРС часто используют зависимость вероятности правильного обнаружения от отношения сигнал/шум при заданном значении допустимой вероятности ложной тревоги. Для иллюстрации полученных результатов на рис. 3.2-3.5 приведены кривые зависимостей вероятностей правильного обнаружения ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией, при различном числе помеховых сигналов K , различных значениях задаваемой вероятности ложной тревоги, различных соотношениях регулярных и флуктуирующих составляющих амплитуд принимаемого и помеховых сигналов $\gamma = a_0 / \sigma_a = \gamma_n = a_{0П} / \sigma_{aП}$, и различных значениях временной задержки принимаемого сигнала относительно опорного как функции отношения сигнал/шум для флуктуационной составляющей амплитуды $Q_{\phi 0}$ полезного сигнала. При проведении расчетов величины баз полезного и помеховых сигналов полагались равными $L = 127$.

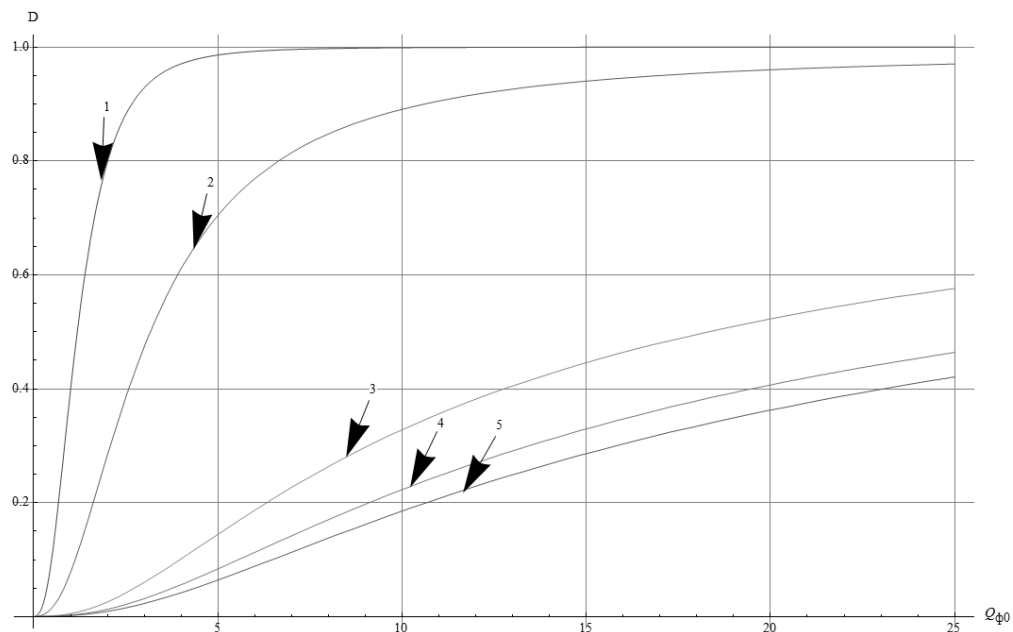


Рис. 3.2. Зависимости вероятности правильного обнаружения от отношения сигнал/шум при различных значениях отношений регулярной составляющей амплитуды к флуктуирующей 1 – $\gamma = \gamma_{\Pi} = 5$, 2 – $\gamma = \gamma_{\Pi} = 3$, 3 – $\gamma = \gamma_{\Pi} = 1$, 4 – $\gamma = \gamma_{\Pi} = 0.5$ и 5 – $\gamma = \gamma_{\Pi} = 0$.

На рис. 3.2 кривые соответствуют результатам, полученным для воздействия $K = 3$ взаимных помех с заданной вероятностью ложной тревоги $F = 10^{-4}$ и различных значениях соотношений регулярных и флуктуационных составляющих амплитуд полезного и помеховых сигналов: кривая 1 соответствует $\gamma = \gamma_{\Pi} = 5$, кривая 2 – $\gamma = \gamma_{\Pi} = 3$, 3 – $\gamma = \gamma_{\Pi} = 1$, 4 – $\gamma = \gamma_{\Pi} = 0.5$ и 5 – $\gamma = \gamma_{\Pi} = 0$.

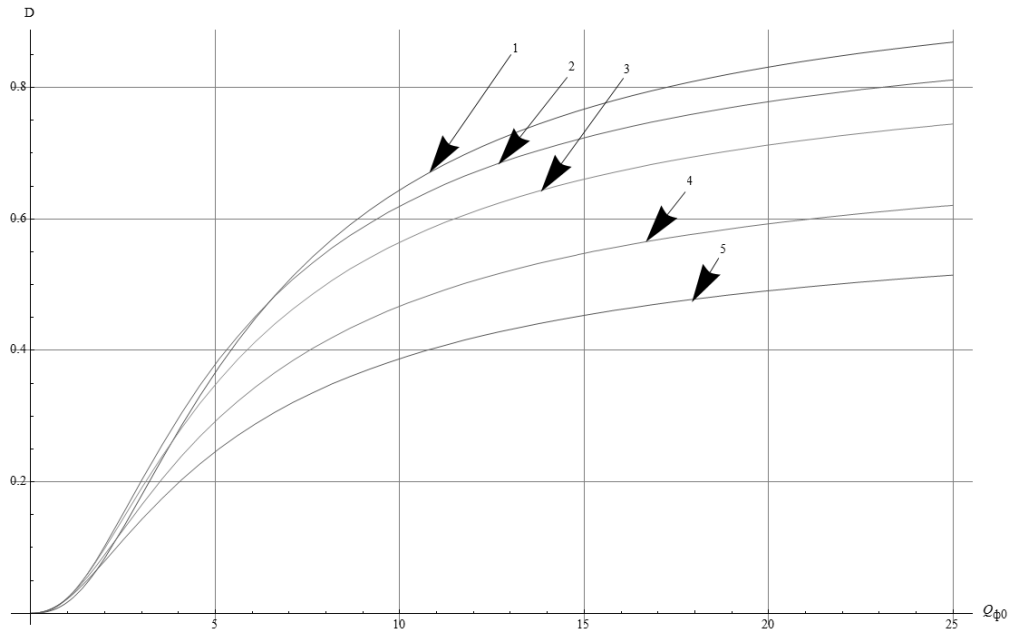


Рис. 3.3. Зависимости вероятности правильного обнаружения от отношения сигнал/шум при различных количествах воздействующих помех 1 – $K = 0$, 2 – $K = 5$, 3 – $K = 10$, 4 – $K = 20$, 5 – $K = 30$.

Кривые на рис. 3.3 приведены для $\gamma = \gamma_{II} = 2$ с заданной вероятностью ложной тревоги $F = 10^{-4}$ при различном количестве воздействующих помех. Кривая 1 соответствует случаю отсутствия помех, кривая 2 – воздействию пяти помеховых сигналов ($K = 5$), кривая 3 – $K = 10$, кривая 4 – $K = 20$, кривая 5 – $K = 30$.

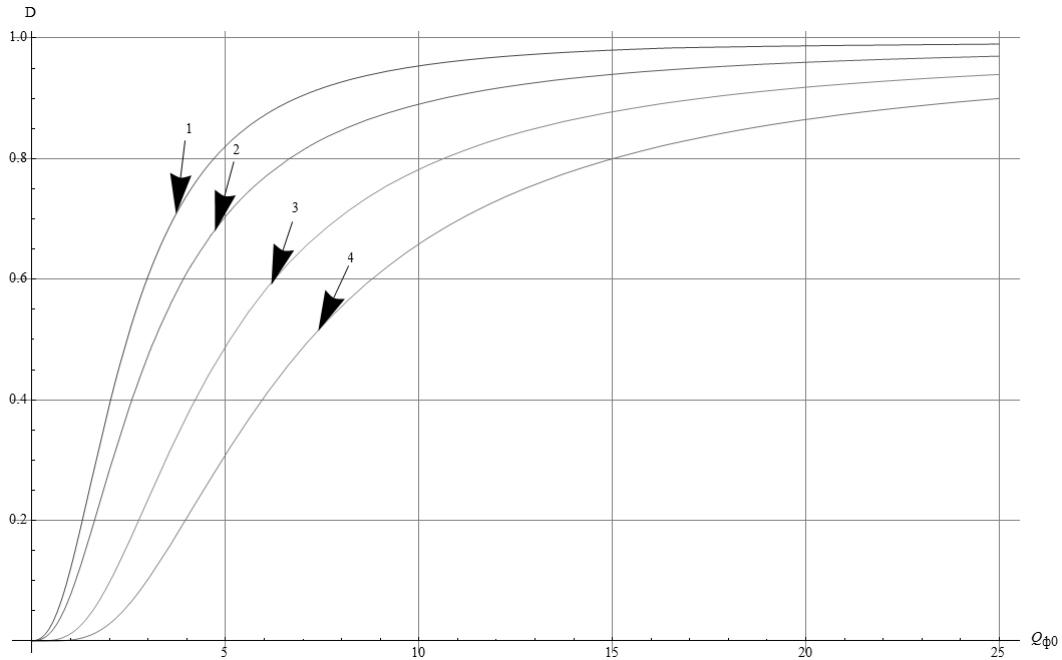


Рис. 3.4. Зависимости вероятности правильного обнаружения от отношения сигнал/шум при различных значениях вероятности ложной тревоги 1 – $F = 10^{-2}$, 2 – $F = 10^{-4}$, 3 – $F = 10^{-6}$ и 4 – $F = 10^{-8}$.

На рис. 3.4 представлены кривые зависимостей вероятности правильного обнаружения для различных заданных значений вероятности ложной тревоги. При проведении расчетов полагалось, что число взаимных помех $K = 3$, а $\gamma = \gamma_{II} = 3$. Кривая 1 соответствует результатам при $F = 10^{-2}$, кривая 2 – $F = 10^{-4}$, 3 – $F = 10^{-6}$ и 4 – $F = 10^{-8}$.

Анализ ходы кривых на рис. 3.2-3.4 показывает, что вероятность правильного обнаружения принимаемого сигнала увеличивается с уменьшением количества взаимных помех, ростом отношения сигнал/шум $Q_{\phi 0}$. Следует заметить, что величина D резко возрастает с увеличением регулярных составляющих амплитуд сигналов по отношению к их

флуктуирующим составляющим, то есть с увеличением γ и γ_{II} (рис. 3.2). Это несложно объяснить, записав выражения для отношения сигнал/шум

$$Q = \frac{a_0^2 + \sigma_a^2}{N_0} T = (\gamma^2 + 1) Q_{\phi 0} \approx \begin{cases} Q_{\phi 0}, & \gamma \ll 1, \\ Q_0, & \gamma \gg 1 \end{cases}$$

возрастает с увеличением γ по отношению к $Q_{\phi 0}$ пропорционально γ^2 при $\gamma \gg 1$.

Анализ хода кривых на рис. 3.4 показывает, что вероятность правильного обнаружения полезного сигнала возрастает при увеличении вероятности ложной тревоги при сохранении значений остальных параметров неизменными из-за уменьшения значения порога в решающем устройстве.

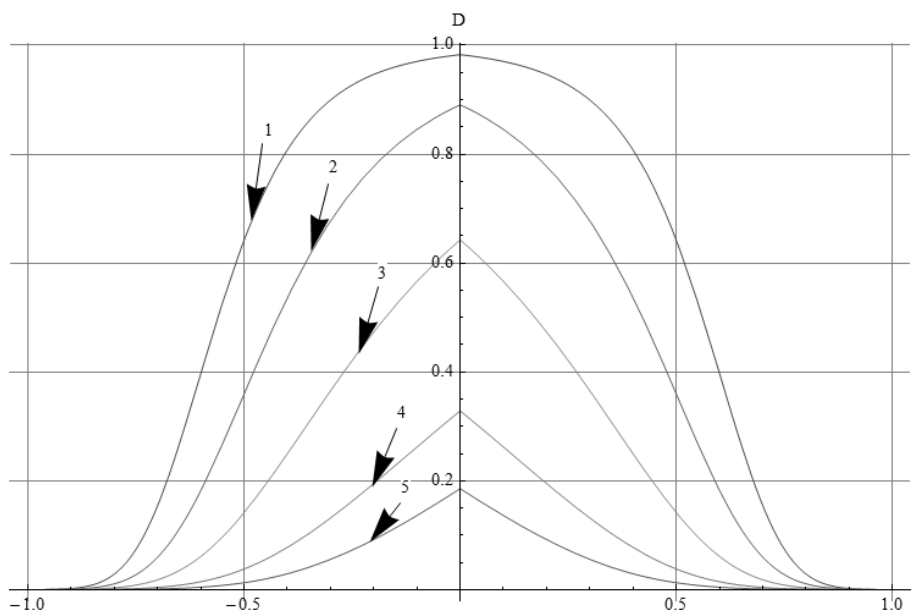


Рис. 3.5. Зависимости вероятности правильного обнаружения от нормированной временной задержки принимаемого сигнала относительно опорного при различных значениях отношений регулярной составляющей

амплитуды к флуктуационной $1 - \gamma = \gamma_{\Pi} = 4$, $2 - \gamma = \gamma_{\Pi} = 3$, $3 - \gamma = \gamma_{\Pi} = 2$, $4 - \gamma = \gamma_{\Pi} = 1$, $5 - \gamma = \gamma_{\Pi} = 0$.

При расчете зависимостей вероятности правильного обнаружения, приведенных на рис. 3.5, как функций нормированной на длительность элементарного импульса временной задержки принимаемого сигнала τ / τ_u , число воздействующих помех полагалось равным трем $K = 3$, отношения сигнал/шум и помеха/шум для флуктуирующих составляющих амплитуд сигнала и помех $Q_{\phi 0} = Q_{\phi \Pi} = 10$, вероятность ложной тревоги $F = 10^{-4}$. Кривая 1 соответствует $\gamma = \gamma_{\Pi} = 4$, кривая 2 – $\gamma = \gamma_{\Pi} = 3$, кривая 3 – $\gamma = \gamma_{\Pi} = 2$, кривая 4 – $\gamma = \gamma_{\Pi} = 1$, кривая 5 – $\gamma = \gamma_{\Pi} = 0$.

Анализ хода кривых на рис. 3.5 показывает, что рост регулярных составляющих амплитуд принимаемых сигналов приводит к уширению интервалов временных задержек принимаемого сигнала относительно опорного, при которых вероятность правильного обнаружения не опускается ниже задаваемого уровня.

3.5. Прием фазоманипулированного широкополосного сигнала с квадратурной фазовой модуляцией

При оценивании значений информационного символа принимаемого ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией прием сигнала осуществляется с помощью когерентного приемника с фазовой автоподстройкой частоты (ФАПЧ) (рис. 3.6).

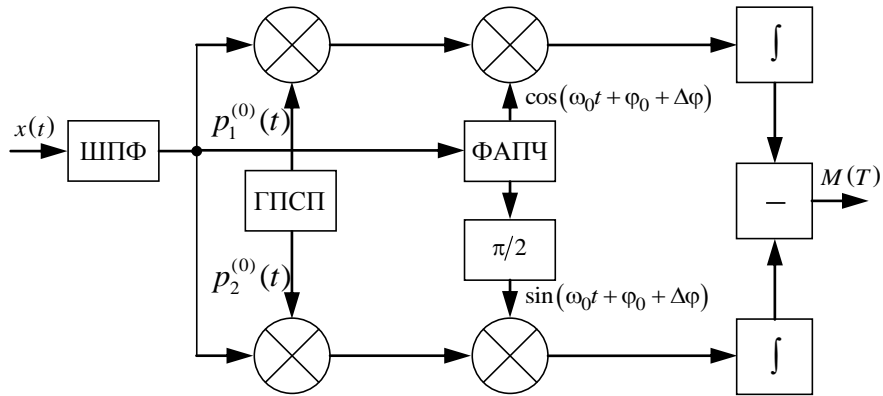


Рис. 3.6. Блок схема корреляционного приемника ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией

Выходной эффект такого приемника пропорционален

$$M(T) = \int_0^T x(t) p_1^{(0)}(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \Delta\varphi) dt - \int_0^T x(t) p_2^{(0)}(t) \sin(\omega_0 t + \varphi_0 + \Delta\varphi) dt, \quad (3.39)$$

где $\Delta\varphi$ – флуктуационная составляющая фазы высокочастотного колебания на выходе системы фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ), описываемая плотностью распределения вероятностей [7]

$$W(\Delta\varphi) = \frac{1}{2\pi I_0(D)} \exp(D \cos \Delta\varphi), \quad -\pi \leq \Delta\varphi \leq \pi, \quad (3.40)$$

где D – константа, зависящая от отношения сигнал/шум, причем $D \gg 1$.

При приеме одного бита информации выходной эффект приемника (3.39) можно представить как

$$M(T) = \frac{aT}{2} d \cos \Delta\varphi + \sum_{i=1}^K \frac{a_i T}{2} d^{(i)} \rho_i(\tau_i) \cos(\Delta\varphi + \varphi_0 - \varphi_i) + N_c - N_s, \quad (3.41)$$

где сохранены те же обозначения и допущения относительно ВКФ ПСП, что и в (3.5).

$$\left. \begin{matrix} N_s \\ N_c \end{matrix} \right\} = \int_{(T)} n(t) p_i^{(0)}(t) \begin{cases} \sin(\omega_0 t + \Delta\varphi + \varphi_0) \\ \cos(\omega_0 t + \Delta\varphi + \varphi_0) \end{cases} dt, \quad i = 1, 2$$

– шумовые составляющие на выходе интеграторов в квадратурных каналах, являющиеся нормальными некоррелированными между собой случайными величинами с математическим ожиданием равным нулю и значением дисперсии $\sigma_{II}^2 = \frac{N_0 T}{4}$.

Решающее устройство рассматриваемого приемника на основе сформированного выходного эффекта $M(T)$ принимает решение: $d = 1$, если $M(T) \geq 0$ и $d = -1$, если $M(T) < 0$. Принимаемые решения будут ошибочны, если $M(T) > 0$ при $d = -1$ или $M(T) \leq 0$ при $d = 1$.

Эффективность приема характеризуется вероятностями ошибочных решений. Так как обычно принято считать, что априорные вероятности ошибок первого и второго рода одинаковы и равны 0.5, и выражение для СВО принимает вид

$$P_{ош} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^0 W(M / d = 1) dM + \frac{1}{2} \int_0^{\infty} W(M / d = -1) dM, \quad (3.42)$$

где $W(M / d = 1)$ и $W(M / d = -1)$ – плотности распределения вероятностей значений выходного эффекта приемника $M(T)$ при условии, что информационный символ принимает значение $d = 1$ и $d = -1$ соответственно.

Для определения СВО найдем плотности распределения вероятностей значений выходного эффекта приемника при различных значениях информационного символа, для чего воспользуемся методом характеристической функции. В данном случае характеристическую функцию можно записать как

$$\theta(u) = \langle \exp(juM) \rangle_{\vec{a}, \vec{\varphi}, N_c, N_s, \Delta\varphi, d^{(i)}},$$

где усреднение проводится по вектору начальных фаз $\vec{\varphi} = \{\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_K\}$, вектору амплитуд $\vec{a} = \{a, a_1, \dots, a_K\}$, шумовым составляющим N_c, N_s , а также по флуктуационной составляющей фазы опорного сигнала $\Delta\varphi$ и по $\{d^{(i)}\}$, $i = 1, \dots, K$. С учетом сказанного выражение для характеристической функции принимает вид

$$\begin{aligned} \theta(u) = & \int_0^\infty \dots \int_0^\infty d\vec{a} \int_{-\pi}^\pi \dots \int_{-\pi}^\pi d\vec{\varphi} W(\vec{a}, \vec{\varphi}) \int_{-\infty}^\infty dN_c W(N_c) \int_{-\infty}^\infty dN_s W(N_s) \int_{-\pi}^\pi d\Delta\varphi W(\Delta\varphi) \bullet \\ & \bullet \left\langle \exp \left[ju \left(\frac{aT}{2} d \cos \Delta\varphi + \sum_{i=1}^K \frac{a_i T}{2} d^{(i)} \rho_i(\tau_i) \cos(\Delta\varphi + \varphi_0 - \varphi_i) + N_c - N_s \right) \right] \right\rangle_{d^{(i)}} \end{aligned} \quad (3.43)$$

Совместное распределение амплитуд и начальных фаз полезного и помеховых сигналов $W(\vec{a}, \vec{\varphi})$ приведено в (2.7).

Проводя усреднение в (3.43) по шумовым составляющим N_c, N_s , получим

$$\begin{aligned} \theta(u) = & \int_0^\infty \dots \int_0^\infty d\vec{a} \int_{-\pi}^\pi \dots \int_{-\pi}^\pi d\vec{\varphi} W(\vec{a}, \vec{\varphi}) \int_{-\pi}^\pi d\Delta\varphi W(\Delta\varphi) \exp(-u^2 \sigma_{II}^2) \bullet \\ & \bullet \left\langle \exp \left[ju \left(\frac{aT}{2} d \cos \Delta\varphi + \sum_{i=1}^K \frac{a_i T}{2} d^{(i)} \rho_i(\tau_i) \cos(\Delta\varphi + \varphi_0 - \varphi_i) \right) \right] \right\rangle_{d^{(i)}} \end{aligned} \quad (3.44)$$

Следуя методологии изложенной во второй главе, подставляя выражение совместной плотности распределения вероятностей для амплитуды и начальной фазы сигнала из (2.7) и выполняя интегрирование по начальным фазам и амплитудам последовательно для помеховых сигналов, получим выражение

$$\begin{aligned} \theta(u) = & \exp(-\alpha u^2) \frac{1}{2\pi 2^K I_0(D)} \sum_{\substack{v_1=\pm 1 \\ \vdots \\ v_K=\pm 1}}^{\infty} \int_0^{\infty} da \int_{-\pi}^{\pi} d\varphi_0 \bullet \\ & \bullet \int_{-\pi}^{\pi} d(\Delta\varphi) \frac{a}{2\pi\sigma_a^2} \exp\left(-\frac{a^2 + a_0^2 - 2aa_0 \cos \varphi_0}{2\sigma_a^2}\right) \bullet, \quad (3.45) \\ & \bullet \exp\left[D \cos(\Delta\varphi) + ju \frac{aT}{2} d \cos \Delta\varphi + ju \frac{\sigma_{\Pi}}{2} \sum_{i=1}^K \gamma_i v_i \beta_i \cos(\Delta\varphi + \varphi_0) \right] \end{aligned}$$

где $\alpha = \sigma_{\Pi}^2 \left(1 + \frac{1}{8} \sum_{i=1}^K \beta_i^2\right)$, $\beta_i = \frac{\sigma_{ai} \rho_i(\tau_i) T}{\sigma_{\Pi}}$.

Осуществляя интегрирование в (3.45) по $\Delta\varphi$, получим

$$\begin{aligned} \theta(u) = & \exp(-\alpha u^2) \frac{1}{2\pi 2^K I_0(D)} \sum_{\substack{v_1=\pm 1 \\ \vdots \\ v_K=\pm 1}}^{\infty} \int_0^{\infty} dx \int_{-\pi}^{\pi} d\varphi_0 x \exp\left(-\frac{x^2 + \gamma^2 - 2x\gamma \cos \varphi_0}{2}\right) \bullet \\ & \bullet I_0 \left[\sqrt{D^2 + ju\sigma_{\Pi} D z_{\vec{v}} - \frac{u^2 \sigma_{\Pi}^2}{4} z_{\vec{v}}^2 - \frac{u^2 \sigma_{\Pi}^2}{4} \left(\sum_{i=1}^K \gamma_i v_i \beta_i \sin \varphi_0\right)^2} \right] \bullet, \quad (3.46) \end{aligned}$$

где $z_{\vec{v}} = 2x\sqrt{Q_{\varphi_0}}d + \sum_{i=1}^K \gamma_i v_i \beta_i \cos \varphi_0$, $\vec{v} = \{v_1, \dots, v_K\}$.

Величина параметра D , входящего в аргументы функций Бесселя I_0 , должна быть велика ($D \gg 1$), иначе когерентный прием невозможен.

Поэтому функцию Бесселя можно заменить ее асимптотическим приближением [42]:

$$I_0(x) \approx \frac{\exp(x)}{\sqrt{2\pi x}} \left(1 + \frac{1}{8x}\right).$$

С учетом сказанного, выражение (3.46) принимает вид

$$\begin{aligned} \theta(u) = & \exp(-\alpha u^2) \frac{1}{2\pi 2^K} \sum_{\substack{v_1=\pm 1 \\ \vdots \\ v_K=\pm 1}} \int_0^\infty dx \int_{-\pi}^\pi d\varphi_0 x \exp\left(-\frac{x^2 + \gamma^2 - 2x\gamma \cos \varphi_0}{2}\right) \bullet \\ & \bullet \exp\left(\frac{ju\sigma_{\Pi}}{2} z_{\rightarrow v}\right) \left\{ 1 - \frac{1}{2D} \left[ju\sigma_{\Pi} z_{\rightarrow v} + \frac{u^2 \sigma_{\Pi}^2}{4} \left(\sum_{i=1}^K \gamma_i v_i \beta_i \sin \varphi_0 \right)^2 \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.47)$$

Выражение для плотности распределения вероятностей величин выходного эффекта приемника можно записать как

$$\begin{aligned} W(M) = & \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty du \exp(-juM) \frac{1}{2\pi 2^K} \sum_{\substack{v_1=\pm 1 \\ \vdots \\ v_K=\pm 1}} \int_0^\infty dx \int_{-\pi}^\pi d\varphi_0 x \bullet \\ & \bullet \exp\left(-\frac{x^2 + \gamma^2 - 2x\gamma \cos \varphi_0}{2}\right) \exp(-\alpha u^2) \exp\left(\frac{ju\sigma_{\Pi}}{2} z_{\rightarrow v}\right) \bullet \quad (3.48) \\ & \bullet \left\{ 1 - \frac{1}{2D} \left[ju\sigma_{\Pi} z_{\rightarrow v} + \frac{u^2 \sigma_{\Pi}^2}{4} \left(\sum_{i=1}^K \gamma_i v_i \beta_i \sin \varphi_0 \right)^2 \right] \right\} \end{aligned}$$

Выполняя интегрирование по u в (3.48), получим выражение

$$\begin{aligned}
W(M) = & \frac{1}{2\pi 2^K 2\sqrt{\pi\alpha}} \sum_{\substack{v_1=\pm 1 \\ \dots \\ v_K=\pm 1}} \int_0^\infty dx \int_{-\pi}^\pi d\varphi_0 x \exp\left(-\frac{x^2 + \gamma^2 - 2x\gamma \cos \varphi_0}{2}\right) \bullet \\
& \bullet \exp\left(-\frac{\left(2M - \sigma_{\Pi z_{\rightarrow v}}\right)^2}{16\alpha}\right) \left\{ 1 - \frac{1}{8D\alpha} \left[\sigma_{\Pi z_{\rightarrow v}} \left(2M - \sigma_{\Pi z_{\rightarrow v}}\right) + \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{\sigma_{\Pi}^2}{2} \left(\sum_{i=1}^K \gamma_i v_i \beta_i \sin \varphi_0 \right)^2 \left(1 - \frac{\left(2M - \sigma_{\Pi z_{\rightarrow v}}\right)^2}{8\alpha} \right) \right] \right\} \quad (3.49)
\end{aligned}$$

Как и ранее, будем рассматривать случай, когда взаимно-корреляционные функции $\rho_i(\tau_i)$ достигают максимума ($\tau_i = 0$), то есть влияние взаимных помех на СВО максимально, тогда, $\rho_i(0) = \frac{1}{\sqrt{L}}$,

$$\beta_i = \frac{2\sqrt{Q_{\phi i}}}{\sqrt{L}}.$$

Подставляя выражение (3.49) в (3.42) и выполняя интегрирование по M , получим выражение для СВО оценивания значений информационных символов при приеме ФМШПС в условиях взаимных помех

$$\begin{aligned}
P_{ou} = & \frac{1}{4\pi 2^K} \sum_{\substack{v_1=\pm 1 \\ \dots \\ v_K=\pm 1}} \int_0^\infty dx \int_{-\pi}^\pi d\varphi_0 x \exp\left(-\frac{x^2 + \gamma^2 - 2x\gamma \cos \varphi_0}{2}\right) \bullet \\
& \bullet \left[1 - \operatorname{erf} \frac{z_{\rightarrow}}{2} + \frac{z_{\rightarrow}}{D\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{z_{\rightarrow}^2}{4}\right) \left(1 + \frac{H_{\rightarrow}^2}{4} \right) \right] \quad (3.50)
\end{aligned}$$

где
$$z_{1\nu} = \frac{x\sqrt{Q_{\phi_0}} + h\beta_{\nu} \cos \varphi_0}{\sqrt{1 + \frac{1}{2}h^2 Q_{\phi\Pi}}}, \quad H_{\nu} = h\beta_{\nu} \sin \varphi_0, \quad \beta_{\nu} = \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{i=1}^K \gamma_i \sqrt{Q_{\phi_i}} \nu_i,$$

$$Q_{\phi\Pi} = \sigma_{a\Pi}^2 T / N_0$$
 и $\sigma_{a\Pi}^2 = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \sigma_{a_i}^2$ определены в выражениях (3.19).

Дальнейший аналитический анализ СВО оценивания значений информационных символов при приеме ФМШПС от параметров сигнала и СРС на основе выражения (3.50) затруднен ввиду его математической сложности. С помощью приближенных методов получим выражения для вероятности правильного обнаружения и ложной тревоги для практически важных частных случаев:

- у амплитуд принимаемого сигнала и помех преобладают регулярные составляющие;
- у амплитуд принимаемого сигнала и помех преобладают флуктуационные составляющие.

3.6. Выражения для средней вероятности ошибки оценивания информационного символа при преобладании у амплитуд сигналов регулярных составляющих

Рассмотрим случай преобладания у амплитуд сигналов регулярных составляющих $a_0 \gg \sigma_a$ и $a_{0i} \gg \sigma_{a_i}$, $i=1, \dots, K$: $\gamma \gg 1$, $\gamma_{\Pi} \gg 1$. Заметим, что

$$\exp(x\gamma \cos \varphi_0) = \sum_{\nu=0}^{\infty} \varepsilon_{\nu} I_{\nu}(\gamma x) \cos \nu \varphi_0, \quad \varepsilon_{\nu} = \begin{cases} 1, \nu = 0 \\ 2, \nu \neq 0 \end{cases} \quad (3.51)$$

и в первом приближении $I_\nu(x) \approx \frac{\exp(x)}{\sqrt{2\pi x}}$. В [7] показано, что

$$\frac{x}{\sqrt{2\pi x\gamma}} \exp\left(-\frac{(x-\gamma)^2}{2}\right) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\gamma)^2}{2}\right), \quad -\infty \leq x \leq \infty. \quad (3.52)$$

С учетом (3.51), (3.52) и [42] в выражении для СВО оценивания информационного символа (3.50) удается выполнить интегрирование

$$P_{ош} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4\pi 2^K} \sum_{\substack{\nu_1=\pm 1 \\ \dots \\ \nu_K=\pm 1}} \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\pi}^{\pi} d\varphi_0 \sum_{m=0}^{\infty} \cos m\varphi_0 \left[\operatorname{erf} \frac{z_{\nu}^2}{2} - \frac{1 + \frac{H_{\nu}^2}{4}}{\sqrt{\pi D}} \frac{z_{\nu}^2 \left(1 + h^2 \frac{Q_{\phi\Pi}}{2}\right)}{1 + \frac{Q_{\phi 0}}{2} + h^2 \frac{Q_{\phi\Pi}}{2}} \exp\left(-\frac{z_{\nu}^2}{4}\right) \right] \quad (3.53)$$

где $z_{\nu} = \frac{\sqrt{Q_0} + h\beta_{\nu} \cos \varphi_0}{\sqrt{1 + \frac{Q_{\phi 0}}{2} + h^2 \frac{Q_{\phi\Pi}}{2}}}$, $Q_0 = a_0^2 T / N_0$ – отношение сигнал/шум для

регулярной составляющей принимаемого сигнала.

В современных СРС широко применяются ФМШПС с большими значениями баз, для которых справедливо соотношение $h = \sqrt{K/L} \ll 1$. Тогда, раскладывая (3.53) в ряд по h , отбрасывая члены $o(h^2)$ и учитывая, что

$$\sum_{\substack{\nu_1=\pm 1 \\ \dots \\ \nu_K=\pm 1}} \beta_{\nu} = \sum_{\nu_1=\pm 1} \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{i=1}^K \gamma_i \sqrt{Q_{\phi i}} \nu_i = 0,$$

$$\sum_{\substack{v_1=\pm 1 \\ \dots \\ v_K=\pm 1}} \beta_{\vec{v}}^2 = \sum_{\substack{v_1=\pm 1 \\ \dots \\ v_K=\pm 1}} \left(\frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{i=1}^K \gamma_i \sqrt{Q_{\phi i}} v_i \right)^2 = 2^K Q_{0\Pi},$$

где $Q_{0\Pi} = a_{0\Pi}^2 T / N_0$ – отношение сигнал/шум для усредненной регулярной

составляющей помеховых сигналов, $a_{0\Pi} = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{i=1}^K a_{ai}^2}$ – усредненная

амплитуда регулярных составляющих помеховых сигналов, выражение для СВО несложно привести к виду

$$P_{ош} = \frac{1}{2} \left(1 - \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{Q}}{2} \right) \right) + \frac{\sqrt{Q}}{2\sqrt{\pi}D \left(1 + \frac{Q_{\phi 0}}{2} \right)} \exp \left(-\frac{Q}{4} \right) +$$

$$+ \frac{h^2 \sqrt{Q}}{32\sqrt{\pi} \left(1 + \frac{Q_{\phi 0}}{2} \right)} \exp \left(-\frac{Q}{4} \right) \cdot \quad , \quad (3.54)$$

$$\bullet \left[\left(4Q_{\phi 0} + 3Q_{0\Pi} \right) \left(1 + \frac{Q-6}{2D \left(1 + \frac{Q_{\phi 0}}{2} \right)} \right) + \frac{8Q_{\phi 0} + Q_{0\Pi}}{D} \right]$$

где $Q = \frac{Q_0}{1 + \frac{Q_{\phi 0}}{2}}$.

При отсутствии флуктуаций амплитуд сигналов в каналах связи ($\sigma_a = \sigma_{a\Pi} = 0$) выражение (3.54) переходит в

$$P_{ош} = \frac{1}{2} \left(1 - \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{Q_0}}{2} \right) \right) + \frac{\sqrt{Q_0}}{2\sqrt{\pi}D} \exp \left(-\frac{Q_0}{4} \right) + \frac{h^2 \sqrt{Q_0} Q_{0П}}{32\sqrt{\pi}} \exp \left(-\frac{Q_0}{4} \right) \left(3 + \frac{3Q_0 - 16}{2D} \right). \quad (3.55)$$

При идеальной синхронизации ($D \rightarrow \infty$) выражение для СВО преобразуется в

$$P_{ош} = \frac{1}{2} \left(1 - \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{Q_0}}{2} \right) \right) + \frac{3\sqrt{Q_0}}{32\sqrt{\pi}} \frac{KQ_{0П}}{L} \exp \left(-\frac{Q_0}{4} \right). \quad (3.56)$$

Второе слагаемое в (3.56) учитывает влияние взаимных помех на СВО оценивания значений информационного импульса и пропорционально количеству и уровню воздействующих помеховых сигналов $KQ_{0П}$, и обратно пропорционально величине базы принимаемого сигнала L .

При отсутствии взаимных помех и флуктуаций амплитуд сигналов в каналах связи выражение (3.54) принимает вид

$$P_{ош} = \frac{1}{2} \left(1 - \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{Q_0}}{2} \right) \right) + \frac{\sqrt{Q_0}}{2\sqrt{\pi}D} \exp \left(-\frac{Q_0}{4} \right). \quad (3.57)$$

Сравнение выражения (3.42) с аналогичным выражением, полученным в [30] для случая приема ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией, показывает, что СВО оценивания значений информационных импульсов при приеме ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией больше, чем при приеме ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией, что объясняется увеличением уровня шума за счет наличия двух каналов обработки принимаемого сигнала в когерентном приемнике.

3.7. Выражения для средней вероятности ошибки оценивания информационного символа при преобладании у амплитуд сигналов флуктуационных составляющих

Если у амплитуд принимаемых сигналов преобладают флуктуационные составляющие $\gamma \ll 1$, $\gamma_{\Pi} \ll 1$, то есть $\sigma_a \gg a_0$ и $\sigma_{a_i} \gg a_{0i}$, $i=1, \dots, K$, то, выражения для СВО оценивания информационного символа можно представить в виде

$$P_{ош} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\sqrt{Q_{\phi 0}}}{\sqrt{2} \sqrt{1 + \frac{Q_{\phi 0}}{2} + h^2 \frac{Q_{\phi \Pi}}{2}}} \right) + \frac{\sqrt{Q_{\phi 0}}}{2\sqrt{2}} \frac{1 + h^2 \frac{Q_{\phi \Pi}}{2}}{\left(1 + \frac{Q_{\phi 0}}{2} + h^2 \frac{Q_{\phi \Pi}}{2}\right)^{3/2}} \left(\frac{1}{D} + \frac{\gamma^2}{4D} \frac{1 - \frac{Q_{\phi 0}}{2} + h^2 \frac{Q_{\phi \Pi}}{2}}{1 + \frac{Q_{\phi 0}}{2} + h^2 \frac{Q_{\phi \Pi}}{2}} - \frac{\gamma^2}{4} \right) + o(\gamma^2) \quad (3.58)$$

При $h = \sqrt{K/L} \ll 1$ раскладываем выражение (3.58) в ряд по h^2 и ограничиваемся первыми двумя членами

$$P_{ош} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\sqrt{Q_{\phi 0}}}{\sqrt{2} \sqrt{1 + \frac{Q_{\phi 0}}{2}}} \right) + \frac{\sqrt{Q_{\phi 0}}}{2\sqrt{2} \left(1 + \frac{Q_{\phi 0}}{2}\right)^{3/2}} \cdot \left[\frac{1}{D} + \frac{Q_{0\Pi} h^2}{16} + \frac{Q_{\phi \Pi} h^2 - \gamma^2}{4} \left(1 + \frac{1}{D} \frac{Q_{\phi 0} - 1}{1 + \frac{Q_{\phi 0}}{2}} \right) \right] \quad (3.59)$$

Из (3.59) видно, что, как и в случае $\gamma \gg 1$, увеличение количества воздействующих помех (увеличение K и, соответственно, h), регулярных и флуктуационных составляющих амплитуд (увеличение $Q_{0П}$ и $Q_{\phiП}$), ухудшение качества синхронизации (уменьшение параметра D) приводит к возрастанию СВО оценивания значения информационного символа принимаемого ФМШПС. Увеличение регулярной составляющей амплитуды полезного сигнала (увеличение γ) приводит к уменьшению СВО за счет увеличения отношения сигнал/шум.

В случае отсутствия регулярных составляющих у амплитуд сигналов ($\gamma \rightarrow 0$, $\gamma_{П} \rightarrow 0$) и взаимных помех ($K = 0, h = 0$), выражение (3.59) преобразуется в

$$P_{ош} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\sqrt{Q_{\phi 0}}}{\sqrt{2} \sqrt{1 + \frac{Q_{\phi 0}}{2}}} \right) + \frac{\sqrt{Q_{\phi 0}}}{2\sqrt{2}D \left(1 + \frac{Q_{\phi 0}}{2} \right)^{3/2}}, \quad (3.60)$$

а при идеальной синхронизации ($D \rightarrow \infty$)

$$P_{ош} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\sqrt{Q_{\phi 0}}}{\sqrt{2} \sqrt{1 + \frac{Q_{\phi 0}}{2}}} \right) = \frac{1}{2\sqrt{1 + \frac{Q_{\phi 0}}{2}} \left(\sqrt{1 + \frac{Q_{\phi 0}}{2}} + \sqrt{\frac{Q_{\phi 0}}{2}} \right)}. \quad (3.61)$$

Сравнение выражения (3.61) с соответствующим выражением для СВО оценивания значения информационного символа при приеме ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией [30] показывает, что «платой» за

использование ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией является незначительное увеличение СВО оценивания информационного символа.

3.8. Анализ средней вероятности ошибки оценивания информационного символа при приеме фазоманипулированного широкополосного сигнала с квадратурной фазовой модуляцией

Для иллюстрации зависимости СВО оценивания значений информационных символов при приеме ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией на фоне внутренних шумов аппаратуры и взаимных помех от отношения сигнал/шум, числа помеховых сигналов, параметра синхронизации, соотношения регулярных и флуктуирующих составляющих амплитуд сигнала и помех приведены графики на рис. 3.7-3.10.

Представленные на рис. 3.7, 3.8 зависимости СВО от отношения сигнал/шум для регулярной составляющей амплитуды сигнала $Q_0 = a_0^2 T / N_0$, рассчитанные по формуле (3.54), соответствуют случаю преобладания у амплитуд сигналов регулярных составляющих. Данные графики рассчитаны для значений $\gamma = \gamma_{II} = 10$ при различном числе помеховых сигналов $K = 0, 5, 10, 15$. Кривые на рис. 3.7 рассчитаны при значении параметра, характеризующего качество синхронизации, $D = 10$, а на рис. 3.8 – при идеальной синхронизации ($D \rightarrow \infty$). На обоих рисунках точечные кривые 1 соответствуют случаю отсутствия помех, кривые 2 – воздействию пяти источников помех ($K = 5$), кривые 3 – воздействию 10 источников помех ($K = 10$), кривые 4 – воздействию 15 источников помех ($K = 15$).

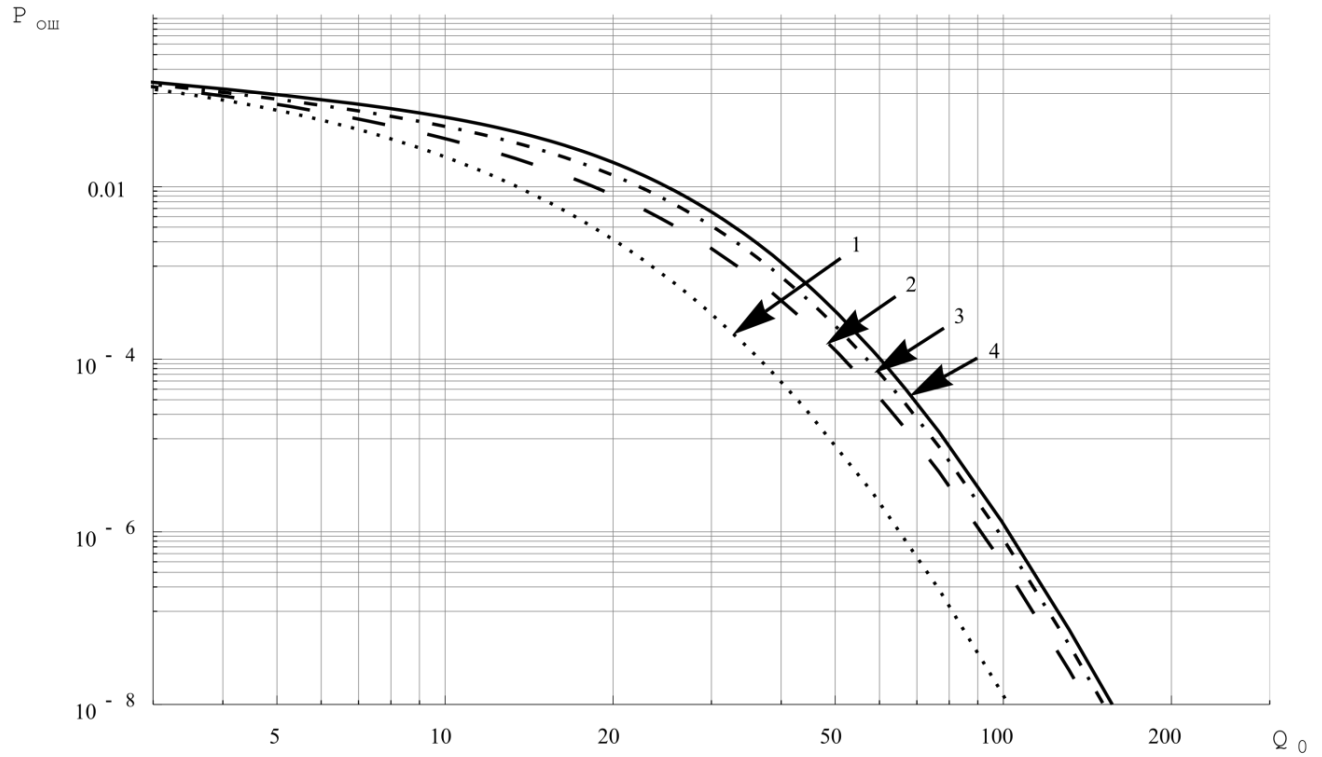


Рис. 3.7. Зависимость СВО оценивания бита информации от отношения сигнал/шум при $\gamma = \gamma_{\text{п}} = 10$, $D = 10$ при различном количестве помеховых сигналов $K = 0, 5, 10, 15$

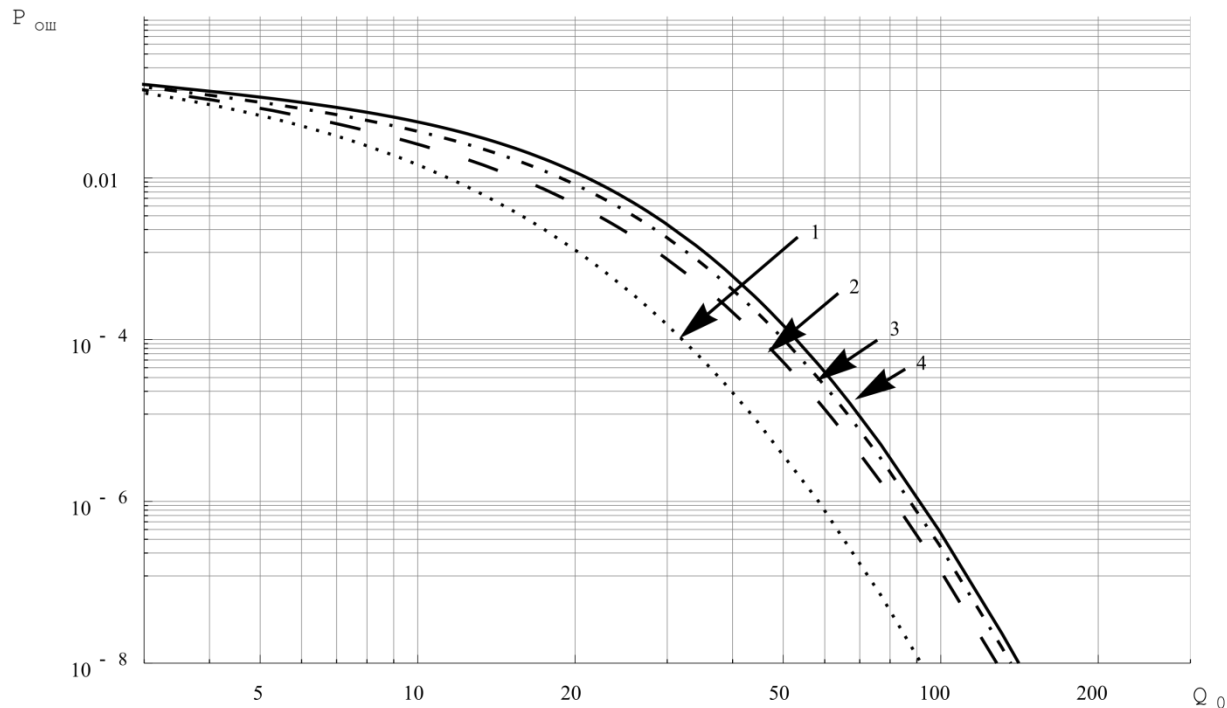


Рис. 3.8. Зависимость СВО оценивания бита информации от отношения сигнал/шум при $\gamma = \gamma_{II} = 10$ и идеальной синхронизации при различном количестве помеховых сигналов $K = 0, 5, 10, 15$

Анализ хода кривых на рис. 3.7, 3.8 показывает, что СВО оценивания значения информационного символа ФМШПС уменьшается с улучшением качества синхронизации (увеличением параметра D) и увеличением отношения сигнал/шум. Минимальная СВО достигается при отсутствии помех ($K = 0$) и возрастает с увеличением числа воздействующих взаимных помех.

На рис. 3.9, 3.10 приведены зависимости СВО оценивания значений информационных символов, несущих бит информации, от отношения сигнал/шум $Q_{\phi 0}$ для флуктуационной составляющей амплитуды сигнала при различных значениях отношений регулярных и флуктуационных

составляющих амплитуд сигналов $\gamma = \gamma_{II} = 0$ (кривые 1), 1 (кривые 2), 4 (кривые 3), 6 (кривые 4) при значении параметра синхронизации $D=10$. Кривые на рис. 3.9 рассчитаны для случая воздействия одного помехового сигнала $K=1$, а на рис. 3.10 – десяти помеховых сигналов $K=10$. Кривые, соответствующие значениям параметра $\gamma = \gamma_{II} = 0, 1$, рассчитаны с использованием выражения (3.59), а кривые, соответствующие значениям $\gamma = \gamma_{II} = 4, 6$ – с использованием выражения (3.54).

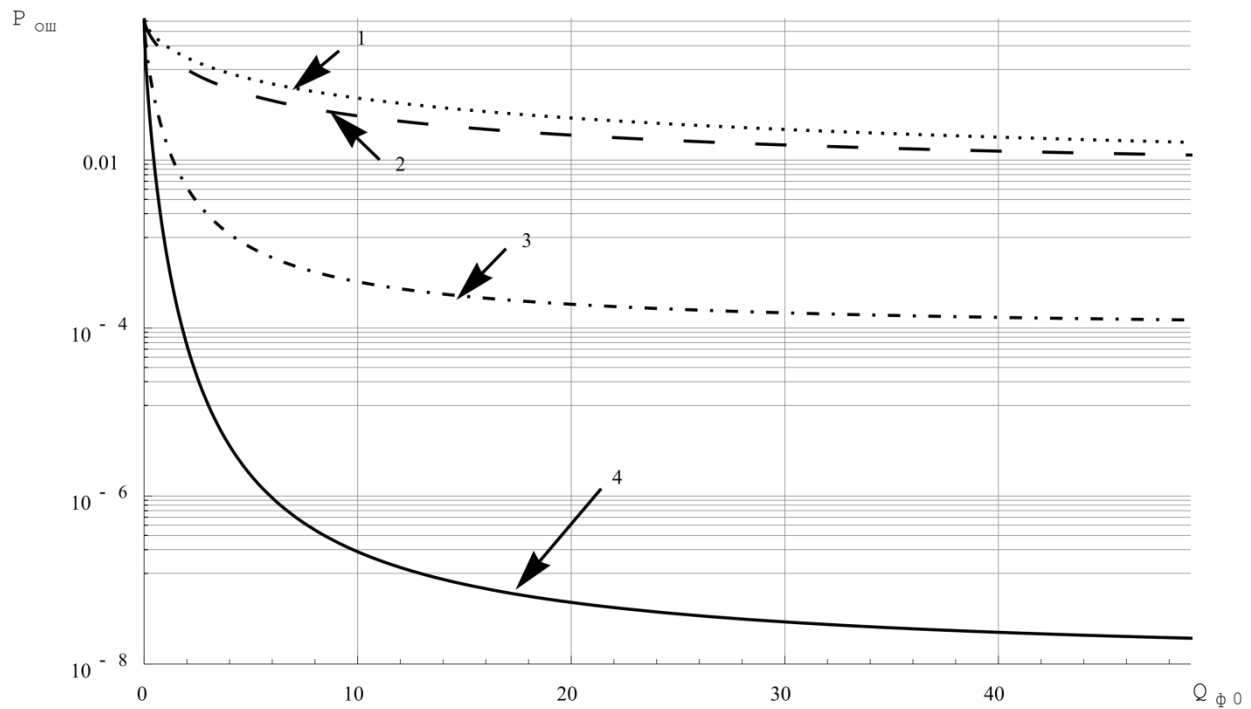


Рис. 3.9. Зависимость СВО оценивания бита информации от отношения сигнал/шум при различных значениях параметра $\gamma = \gamma_{II} = 0, 1, 4, 6$, одной воздействующей помехе $K=1$ и параметре синхронизации $D=10$

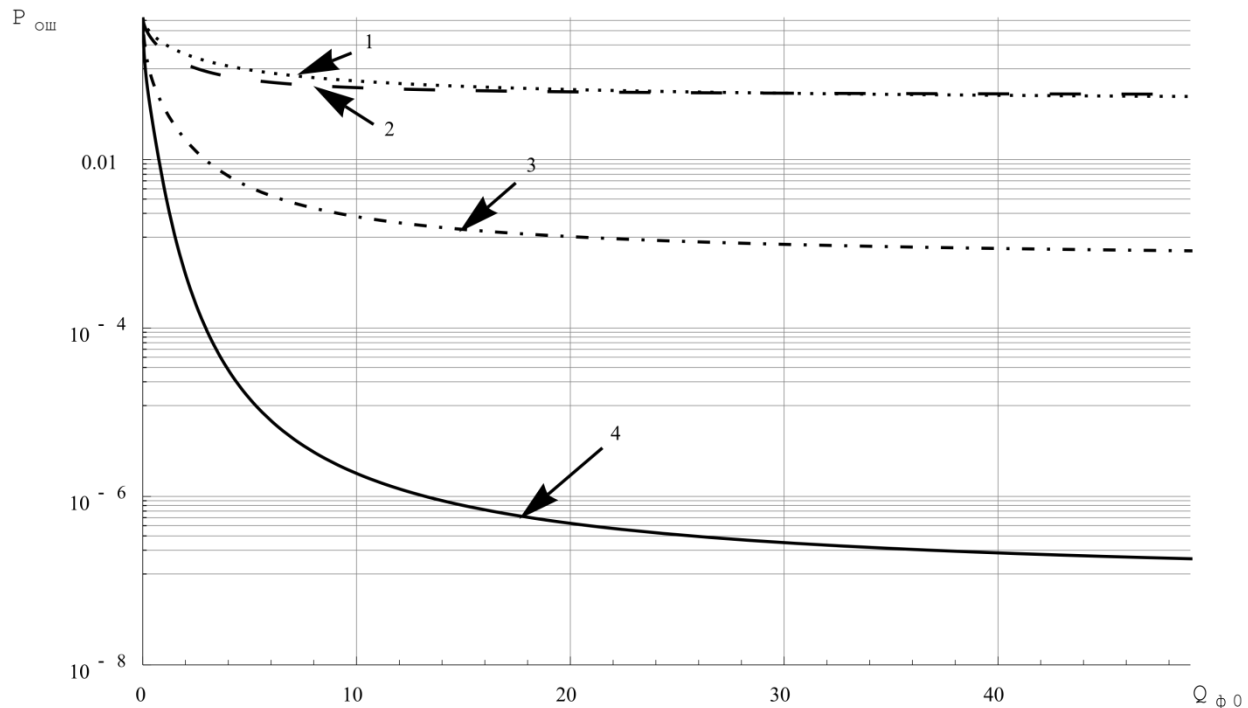


Рис. 3.10. Зависимость СВО оценивания бита информации от отношения сигнал/шум при различных значениях параметра $\gamma = \gamma_{II} = 0, 1, 4, 6$, при десяти воздействующих помехах $K = 10$ и параметре синхронизации $D = 10$

Из хода кривых видно, что значения СВО оценивания бита информации уменьшаются с ростом отношения регулярной составляющей амплитуды сигнала к флуктуационной (увеличением параметра γ). При больших значениях отношения сигнал/шум значения СВО стремятся к пределу, определяемому величиной K/L – отношением числа воздействующих взаимных помех к величине базы сигнала.

Все расчеты на рис. 3.7-3.10 проводились при значениях баз сигналов $L = 63$.

Значения СВО оценивания информационного символа в зависимости от отношения сигнал/шум для частного случая – Релеевского распределения

амплитуд ($\gamma = \gamma_{II} = 0$) при наличии 2 помеховых сигналов с базой 120 хорошо совпадают с результатами, полученными в [38], что подтверждает корректность используемой методологии.

Сравнение результатов, представленных на рис. 3.7-3.10 и выражений для СВО оценивания бита информации при когерентном приеме ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией (3.54) и (3.59), с аналогичными выражениями и результатами расчетов, приведенными в [30] для когерентного приема ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией показывает, что увеличение СВО при использовании квадратурной фазовой модуляции объясняется увеличением уровня шумов, обусловленным наличием квадратурных каналов в приемнике ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией.

Выводы

Разработана математическая модель взаимных помех, создаваемых при работе СРС, использующих ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией.

Разработана методика анализа и статистической обработки ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией в условиях взаимных помех и получены новые аналитические соотношения для расчета характеристик обнаружения ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией в общем случае наличия у амплитуд сигналов регулярных и флуктуационных составляющих. Соотношения позволяют рассчитывать зависимости вероятности правильного обнаружения ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией от количества и уровня воздействующих взаимных помех, соотношений между регулярными и флуктуирующими составляющими амплитуд полезного и помеховых сигналов, величин баз сигналов, величин отношений сигнал/шум

и величин временных задержек принимаемого сигнала относительно опорного. Полученные результаты могут быть использованы на практике для определения временных задержек между опорными сигналами в каналах многоканальной системы обнаружения ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией для выполнения предъявляемых к СРС требований по допустимым значениям вероятности правильного обнаружения.

Получены новые аналитические выражения для СВО оценивания значения информационного символа, при приеме в условиях взаимных помех и внутренних шумов аппаратуры, справедливые в общем случае, когда начальные фазы сигналов являются случайными, а амплитуды имеют регулярные и флуктуационные составляющие. Соотношения позволяют рассчитывать зависимости СВО от величин отношений сигнал/шум, количества и уровня воздействующих взаимных помех, величин баз сигналов, качества синхронизации и соотношений между регулярными и флуктуирующими составляющими амплитуд полезного и помеховых сигналов.

ГЛАВА 4. ВЛИЯНИЕ ПОЛОСОВОГО ФИЛЬТРА ПРИЕМНИКА НА ОБРАБОТКУ ФАЗОМАНИПУЛИРОВАННЫХ ШИРОКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ В УСЛОВИЯХ ВЗАИМНЫХ ПОМЕХ

При прохождении полосового фильтра ФМШПС, у которого расширение спектра осуществляется при помощи бинарной фазовой модуляции по законам ПСП, возникают отклики элементарных импульсов ПСП, что приводит к межсимвольной интерференции на выходе полосового фильтра.

В данной главе рассмотрено влияние полосового фильтра приемника на характеристики обнаружения и приема ФМШПС в условиях воздействия взаимных помех. Как и в предыдущих главах, анализ приведен для общего случая, когда амплитуды сигналов имеют регулярные и флуктуирующие составляющие, а начальные фазы случайные.

4.1. Обнаружение фазоманипулированного широкополосного сигнала с учетом влияния полосового фильтра

Генерация ФМШПС с бинарной модуляцией фазы описана во втором параграфе второй главы. Описание процесса обнаружения ФМШПС со случайной начальной фазой многоканальным квадратурным корреляционным приемником и блок схема такого приемника также приведены в главе 2. Как и ранее, будем полагать, что на вход приемника поступает входная смесь ФМШПС, шума и взаимных помех (2.1).

Далее будем считать, что полосовой фильтр приемника имеет амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) прямоугольной формы с

полосой пропускания Δf_ϕ , то есть импульсная характеристика фильтра определяется соотношением

$$h(t) = \frac{\Delta\omega_\phi}{\pi} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta\omega_\phi}{2}t\right) \cos(\omega_0 t), \quad (4.1)$$

где $\Delta\omega_\phi = 2\pi\Delta f_\phi$. [7,8] После прохождения полосового фильтра сигнал и помехи можно представить как

$$x_\phi(t) = \int_0^t (s(\tau - \tau_s) + s_{\text{вз}}(\tau) + n(\tau)) h(t - \tau) d\tau. \quad (4.2)$$

При приеме ФМШПС квадратурный корреляционный приемник формирует выходной эффект пропорциональный [2]

$$M(\tau_s) = \left[\int_0^T x_\phi(t) s_{\text{onc}}(t) dt \right]^2 + \left[\int_0^T x_\phi(t) s_{\text{ons}}(t) dt \right]^2. \quad (4.3)$$

В (4.3)

$$\left. \begin{array}{l} s_{\text{onc}}(t) \\ s_{\text{ons}}(t) \end{array} \right\} = U(t) p^{(0)}(t) \left\{ \begin{array}{l} \cos(\omega_0 t) \\ \sin(\omega_0 t) \end{array} \right\} -$$

опорные сигналы квадратурных каналов, согласованные по форме с полезным сигналом. После прохождения полосового фильтра входная смесь сигнала и помех поступает в квадратурные каналы, перемножается с опорными сигналами, усредняется по интервалу наблюдения, возводится в квадрат и суммируется, образуя выходной эффект приемника, как показано на рис. 2.2.

После подстановки (4.2) в (4.3) получим выражение для выходного эффекта приемника

$$M(T) = (A_c + J_c + N_c)^2 + (A_s + J_s + N_s)^2, \quad (4.4)$$

где $\left. \begin{matrix} A_c \\ A_s \end{matrix} \right\} = \int_0^T \int_0^t s(\tau - \tau_3) h(t - \tau) d\tau p^{(0)}(t) \begin{Bmatrix} \cos \omega_0 t \\ \sin \omega_0 t \end{Bmatrix} dt$ – сигнальные составляющие,

$\left. \begin{matrix} J_c \\ J_s \end{matrix} \right\} = \int_0^T \int_0^t s_{\text{сз}}(\tau) h(t - \tau) d\tau p^{(0)}(t) \begin{Bmatrix} \cos \omega_0 t \\ \sin \omega_0 t \end{Bmatrix} dt$ – помеховые составляющие и

$\left. \begin{matrix} N_c \\ N_s \end{matrix} \right\} = \int_0^T \int_0^t n(\tau) h(t - \tau) d\tau p^{(0)}(t) \begin{Bmatrix} \cos \omega_0 t \\ \sin \omega_0 t \end{Bmatrix} dt$ – шумовые составляющие

выходного эффекта приемника. N_c и N_s – нормальные случайные величины

с нулевым средним и дисперсией $\sigma_n^2 = \frac{N_0 T}{4} \beta$,

$$\beta = \frac{1}{\pi^2 b} \left[h_1(2h - h_1 - 2) + bh^2 + \frac{h - h_1}{b} (\cos 2b - \cos b) + (h + h_1) \cos b - 2 \sin b \int_0^b \frac{\sin^2 x}{x} dx \right]$$

$$, h = \int_0^b \sin cx dx, \quad h_1 = \int_b^{2b} \sin cx dx \quad \text{и} \quad b = \frac{\Delta \omega_\phi \tau_u}{2} = \pi \Delta f_\phi \tau_u. \quad [4]$$

Используя временные диаграммы смещения принимаемого и опорного сигналов, изображенные на рис. 4.1, запишем выражения для сигнальных составляющих выходного эффекта приемника для случаев, когда

- принимаемый сигнал отстает от опорного на $\tau_3 \leq \tau_u$,
- принимаемый сигнал опережает опорный на $\tau_3 \leq \tau_u$,
- принимаемый сигнал опережает опорный на $\tau_u + \tau_3$, где $\tau_3 \leq \tau_u$.

$$A_c = \begin{cases} A_{c1}, & 0 \leq \tau_3 \leq \tau_u \\ A_{c2}, & -\tau_u \leq \tau_3 < 0 \\ A_{c3}, & -2\tau_u \leq \tau_3 < -\tau_u \end{cases} \quad \text{и} \quad A_s = \begin{cases} A_{s1}, & 0 \leq \tau_3 \leq \tau_u \\ A_{s2}, & -\tau_u \leq \tau_3 < 0 \\ A_{s3}, & -2\tau_u \leq \tau_3 < -\tau_u \end{cases}, \quad (4.5)$$

где

$$\begin{aligned}
\left. \begin{matrix} A_{c1} \\ A_{s1} \end{matrix} \right\} &= a_0 d^{(0)} \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} p_{i-1}^{(0)} \int_{(i-1)\tau_u - \tau_3}^{(i-1)\tau_u} \int_{(i-2)\tau_u}^t d\tau \left\{ \begin{matrix} X_{c1}(t, \tau, \varepsilon) \\ X_{s1}(t, \tau, \varepsilon) \end{matrix} \right\} dt + \\
&+ a_0 d^{(0)} \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} \sum_{k=1}^{i-2} p_k^{(0)} \int_{(i-1)\tau_u - \tau_3}^{(i-1)\tau_u} \int_{(k-1)\tau_u}^{k\tau_u} \left\{ \begin{matrix} X_{c1}(t, \tau, \varepsilon) \\ X_{s1}(t, \tau, \varepsilon) \end{matrix} \right\} d\tau dt + \\
&+ a_0 d^{(0)} \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} p_i^{(0)} \int_{(i-1)\tau_u}^{i\tau_u - \tau_3} \int_{(i-1)\tau_u}^t \left\{ \begin{matrix} X_{c1}(t, \tau, \varepsilon) \\ X_{s1}(t, \tau, \varepsilon) \end{matrix} \right\} d\tau dt + \\
&+ a_0 d^{(0)} \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} \sum_{k=1}^{i-1} p_k^{(0)} \int_{(i-1)\tau_u}^{i\tau_u - \tau_3} \int_{(k-1)\tau_u}^{k\tau_u} \left\{ \begin{matrix} X_{c1}(t, \tau, \varepsilon) \\ X_{s1}(t, \tau, \varepsilon) \end{matrix} \right\} d\tau dt,
\end{aligned} \tag{4.6}$$

$$\begin{aligned}
\left. \begin{matrix} A_{c2} \\ A_{s2} \end{matrix} \right\} &= a_0 d^{(0)} \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} p_i^{(0)} \int_{(i-1)\tau_u + \tau_3}^{i\tau_u} \int_{(i-1)\tau_u}^t \left\{ \begin{matrix} X_{c2}(t, \tau, \varepsilon) \\ X_{s2}(t, \tau, \varepsilon) \end{matrix} \right\} d\tau dt + \\
&+ a_0 d^{(0)} \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} \sum_{k=1}^{i-1} p_k^{(0)} \int_{(i-1)\tau_u + \tau_3}^{i\tau_u} \int_{(k-1)\tau_u}^{k\tau_u} \left\{ \begin{matrix} X_{c2}(t, \tau, \varepsilon) \\ X_{s2}(t, \tau, \varepsilon) \end{matrix} \right\} d\tau dt + \\
&+ a_0 d^{(0)} \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} p_{i+1}^{(0)} \int_{i\tau_u}^{i\tau_u + \tau_3} \int_{i\tau_u}^t \left\{ \begin{matrix} X_{c2}(t, \tau, \varepsilon) \\ X_{s2}(t, \tau, \varepsilon) \end{matrix} \right\} d\tau dt + \\
&+ a_0 d^{(0)} \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} \sum_{k=1}^i p_k^{(0)} \int_{i\tau_u}^{i\tau_u + \tau_3} \int_{(k-1)\tau_u}^{k\tau_u} \left\{ \begin{matrix} X_{c2}(t, \tau, \varepsilon) \\ X_{s2}(t, \tau, \varepsilon) \end{matrix} \right\} d\tau dt,
\end{aligned} \tag{4.7}$$

$$\begin{aligned}
\left. \begin{array}{l} A_{c3} \\ A_{s3} \end{array} \right\} &= a_0 d^{(0)} \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} p_{i+1}^{(0)} \int_{i\tau_u + \tau_3}^{(i+1)\tau_u} \int_{i\tau_u}^t \left\{ \begin{array}{l} X_{c3}(t, \tau, \varepsilon) \\ X_{s3}(t, \tau, \varepsilon) \end{array} \right\} d\tau dt + \\
&+ a_0 d^{(0)} \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} \sum_{k=1}^i p_k^{(0)} \int_{i\tau_u + \tau_3}^{(i+1)\tau_u} \int_{(k-1)\tau_u}^{k\tau_u} \left\{ \begin{array}{l} X_{c3}(t, \tau, \varepsilon) \\ X_{s3}(t, \tau, \varepsilon) \end{array} \right\} d\tau dt + \\
&+ a_0 d^{(0)} \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} p_{i+2}^{(0)} \int_{(i+1)\tau_u}^{(i+1)\tau_u + \tau_3} \int_{(i+1)\tau_u}^t \left\{ \begin{array}{l} X_{c3}(t, \tau, \varepsilon) \\ X_{s3}(t, \tau, \varepsilon) \end{array} \right\} d\tau dt + \\
&+ a_0 d^{(0)} \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} \sum_{k=1}^{i+1} p_k^{(0)} \int_{(i+1)\tau_u}^{(i+1)\tau_u + \tau_3} \int_{(k-1)\tau_u}^{k\tau_u} \left\{ \begin{array}{l} X_{c3}(t, \tau, \varepsilon) \\ X_{s3}(t, \tau, \varepsilon) \end{array} \right\} d\tau dt,
\end{aligned} \tag{4.8}$$

$$\left. \begin{array}{l} X_{c1}(t, \tau, \varepsilon) \\ X_{s1}(t, \tau, \varepsilon) \end{array} \right\} = \cos(\omega_0 \tau + \varphi_0) h(t - \tau) \left\{ \begin{array}{l} \cos(\omega_0 t + \omega_0 \varepsilon) \\ \sin(\omega_0 t + \omega_0 \varepsilon) \end{array} \right\},$$

$$\left. \begin{array}{l} X_{c2}(t, \tau, \varepsilon) \\ X_{s2}(t, \tau, \varepsilon) \end{array} \right\} = \cos(\omega_0 \tau + \varphi_0) h(t - \tau) \left\{ \begin{array}{l} \cos(\omega_0 t - \omega_0 \varepsilon) \\ \sin(\omega_0 t - \omega_0 \varepsilon) \end{array} \right\},$$

$$\left. \begin{array}{l} X_{c3}(t, \tau, \varepsilon) \\ X_{s3}(t, \tau, \varepsilon) \end{array} \right\} = \cos(\omega_0 \tau + \varphi_0) h(t - \tau) \left\{ \begin{array}{l} \cos(\omega_0 t - \omega_0 \tau_u - \omega_0 \varepsilon) \\ \sin(\omega_0 t - \omega_0 \tau_u - \omega_0 \varepsilon) \end{array} \right\}.$$

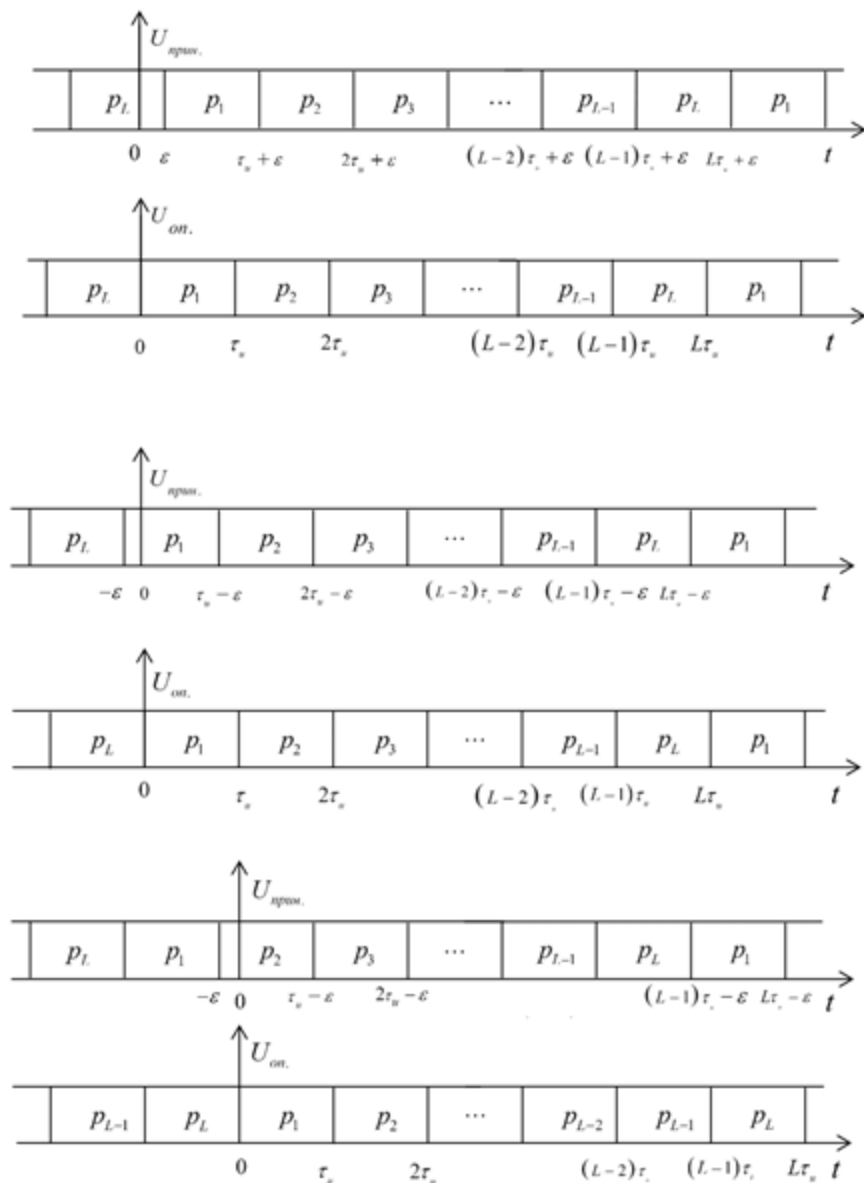


Рис 4.1. Временные диаграммы смещения принимаемого и опорного сигналов

Наихудшим с точки зрения качества приема случаем является отсутствие временных задержек воздействующих помеховых сигналов по сравнению с опорными, так как функции взаимной корреляции ПСП опорного и помехового сигналов достигают максимального значения при

нулевом сдвиге. С учетом этого выражение для помеховых составляющих выходного эффекта приемника принимает вид

$$\left. \begin{aligned} J_c \\ J_s \end{aligned} \right\} = \sum_{j=1}^K a_j d^{(j)} \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} p_{i-1}^{(j)} \int_{(i-1)\tau_u}^{i\tau_u} \int_{(i-1)\tau_u}^t h(t-\tau) \begin{Bmatrix} \cos(\omega_0 t) \\ \sin(\omega_0 t) \end{Bmatrix} \cos(\omega_0 \tau + \varphi_j) d\tau dt + \\ + \sum_{j=1}^K a_j d^{(j)} \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} \sum_{k=1}^i p_k^{(j)} \int_{(i-1)\tau_u}^{i\tau_u} \int_{(k-1)\tau_u}^{k\tau_u} h(t-\tau) \begin{Bmatrix} \cos(\omega_0 t) \\ \sin(\omega_0 t) \end{Bmatrix} \cos(\omega_0 \tau + \varphi_j) d\tau dt \quad (4.9)$$

Заметим, что выражения (4.5) можно выразить через интегралы

$$\left. \begin{aligned} Y_c(A, B, C) \\ Y_s(A, B, C) \end{aligned} \right\} = \iint_{AC}^{Bt} \cos(\omega_0 \tau + \varphi_0) h(t-\tau) \begin{Bmatrix} \cos(\omega_0 \varepsilon - \varphi_0) \\ \sin(\omega_0 \varepsilon - \varphi_0) \end{Bmatrix} d\tau dt, \quad (4.10)$$

$$\left. \begin{aligned} Z_c(A, B, C, D) \\ Z_s(A, B, C, D) \end{aligned} \right\} = \iint_{AC}^{BD} \cos(\omega_0 \tau + \varphi_0) h(t-\tau) \begin{Bmatrix} \cos(\omega_0 \varepsilon - \varphi_0) \\ \sin(\omega_0 \varepsilon - \varphi_0) \end{Bmatrix} d\tau dt. \quad (4.11)$$

Проведем интегрирование Y_c , для чего произведем замену переменной $\tau \rightarrow \xi: \xi = t - \tau$

$$Y_c(A, B, C) = \int_A^B \cos(\omega_0 t + \omega_0 \varepsilon) \int_0^{t-C} \cos(\omega_0 t - \omega_0 \xi + \varphi_0) h(\xi) d\xi dt. \quad (4.12)$$

Подставляя выражение для импульсной характеристики фильтра (4.1) в (4.12), несложно получить

$$\begin{aligned} Y_c(A, B, C) = & \frac{\Delta \omega_\phi}{\pi} \int_A^B \cos(\omega_0 t + \omega_0 \varepsilon) \bullet \\ & \bullet \int_0^{t-C} \cos(\omega_0 t - \omega_0 \xi + \varphi_0) \operatorname{sinc} \left(\frac{\Delta \omega_\phi}{2} \xi \right) \cos(\omega_0 \xi) d\xi dt \end{aligned} \quad (4.13)$$

Преобразуя произведение косинусов и отбрасывая высокочастотную составляющую, получим выражение

$$Y_c(A, B, C) = \frac{\Delta\omega_\phi}{2\pi} \int_A^B \cos(\omega_0 t + \omega_0 \varepsilon) \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \int_0^{t-C} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta\omega_\phi}{2} \xi\right) d\xi dt. \quad (4.14)$$

Повторяя последнее действие для оставшегося произведения косинусов, получим

$$Y_c(A, B, C) = \frac{\Delta\omega_\phi}{4\pi} \cos(\omega_0 \varepsilon - \varphi_0) \int_A^{Bt-C} \int_0 \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta\omega_\phi}{2} \xi\right) d\xi dt. \quad (4.15)$$

Вводя обозначение $Y(A, B, C) = \frac{\Delta\omega_\phi}{4} \int_A^{Bt-C} \int_0 \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta\omega_\phi}{2} \xi\right) d\xi dt$ и выполняя

интегрирование,

$$\begin{aligned} Y(A, B, C) = & -\cos(b(C-A)) + \cos(b(C-B)) - \\ & -b(C-A)\operatorname{Si}(b(C-A)) + b(C-B)\operatorname{Si}(b(C-B)), \end{aligned} \quad (4.16)$$

несложно получить

$$\left. \begin{aligned} Y_c(A, B, C) \\ Y_s(A, B, C) \end{aligned} \right\} = \frac{1}{\Delta\omega_\phi \pi} \left\{ \begin{aligned} \cos(\omega_0 \varepsilon - \varphi_0) \\ \sin(\omega_0 \varepsilon - \varphi_0) \end{aligned} \right\} Y(A, B, C). \quad (4.17)$$

В выражении (4.11) произведем замену переменной $\tau \rightarrow \xi: \xi = t - \tau$

$$Z_c(A, B, C, D) = \int_A^B \cos(\omega_0 t + \omega_0 \varepsilon) \int_{t-D}^{t-C} \cos(\omega_0 t - \omega_0 \xi + \varphi_0) h(\xi) d\xi dt. \quad (4.18)$$

Следуя преобразованиям, изложенным в (4.12)-(4.15), несложно получить

$$Z_c(A, B, C, D) = \frac{\Delta\omega_\phi}{4\pi} \cos(\omega_0\varepsilon - \varphi_0) \int_{At-D}^{Bt-C} \int \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta\omega_\phi}{2}\xi\right) d\xi dt. \quad (4.19)$$

Вводя обозначение $Z(A, B, C, D) = \frac{\Delta\omega_\phi}{4} \int_{At-D}^{Bt-C} \int \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta\omega_\phi}{2}\xi\right) d\xi dt$ и учитывая, что

$$\begin{aligned} Z(A, B, C, D) = & -\cos((C-A)b) + \cos((C-B)b) + \cos((D-A)b) - \\ & -\cos((D-B)b) - (C-A)b\operatorname{Si}((C-A)b) + (C-B)b\operatorname{Si}((C-B)b) + \\ & +(D-A)b\operatorname{Si}((D-A)b) - (D-B)b\operatorname{Si}((D-B)b) \end{aligned} \quad (4.20)$$

окончательно получим

$$\left. \begin{array}{l} Z_c(A, B, C, D) \\ Z_s(A, B, C, D) \end{array} \right\} = \frac{1}{\Delta\omega_\phi\pi} \left\{ \begin{array}{l} \cos(\omega_0\varepsilon - \varphi_0) \\ \sin(\omega_0\varepsilon - \varphi_0) \end{array} \right\} Z(A, B, C, D), \quad (4.21)$$

Используя выражения (4.17) и (4.21), запишем выражения для сигнальных составляющих выходного эффекта приемника

$$\left. \begin{array}{l} A_{c1} \\ A_{s1} \end{array} \right\} = \frac{aT}{2} d^{(0)} g_1(\varepsilon) \left\{ \begin{array}{l} \cos(\omega_0\tau_u\varepsilon + \varphi_0) \\ \sin(\omega_0\tau_u\varepsilon + \varphi_0) \end{array} \right\}, \quad (4.22)$$

$$\begin{aligned} g_1(\varepsilon) = & \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} p_{i-1}^{(0)} Y((i-1)\tau_u - \tau_s, (i-1)\tau_u, (i-2)\tau_u) + \\ & + \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} \sum_{k=1}^{i-2} p_k^{(0)} Z((i-1)\tau_u - \tau_s, (i-1)\tau_u, (k-1)\tau_u, k\tau_u) + \\ & + \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} p_i^{(0)} Y((i-1)\tau_u, i\tau_u - \tau_s, (i-1)\tau_u) + \\ & + \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} \sum_{k=1}^{i-1} p_k^{(0)} Z((i-1)\tau_u, i\tau_u - \tau_s, (k-1)\tau_u, k\tau_u) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{matrix} A_{c2} \\ A_{s2} \end{matrix} \right\} = \frac{aT}{2} d^{(0)} g_2(\varepsilon) \left\{ \begin{matrix} \cos(\omega_0 \tau_u \varepsilon - \varphi_0) \\ \sin(\omega_0 \tau_u \varepsilon - \varphi_0) \end{matrix} \right\}, \quad (4.23)$$

$$\begin{aligned} g_2(\varepsilon) = & \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} p_i^{(0)} Y((i-1)\tau_u + \tau_3, i\tau_u, (i-1)\tau_u) + \\ & + \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} \sum_{k=1}^{i-1} p_k^{(0)} Z((i-1)\tau_u + \tau_3, i\tau_u, (k-1)\tau_u, k\tau_u) + \\ & + \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} p_{i+1}^{(0)} Y(i\tau_u, i\tau_u + \tau_3, i\tau_u) + \\ & + \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} \sum_{k=1}^i p_k^{(0)} Z(i\tau_u, i\tau_u + \tau_3, (k-1)\tau_u, k\tau_u) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{matrix} A_{c3} \\ A_{s3} \end{matrix} \right\} = \frac{aT}{2} d^{(0)} g(\varepsilon) \left\{ \begin{matrix} \cos(\omega_0 \tau_u + \omega_0 \tau_u \varepsilon - \varphi_0) \\ \sin(\omega_0 \tau_u + \omega_0 \tau_u \varepsilon - \varphi_0) \end{matrix} \right\}, \quad (4.24)$$

$$\begin{aligned} g_3(\varepsilon) = & \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} p_{i+1}^{(0)} Y(i\tau_u + \tau_3, (i+1)\tau_u, i\tau_u) + \\ & + \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} \sum_{k=1}^i p_k^{(0)} Z(i\tau_u + \tau_3, (i+1)\tau_u, (k-1)\tau_u, k\tau_u) + \\ & + \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} p_{i+2}^{(0)} Y((i+1)\tau_u, (i+1)\tau_u + \tau_3, (i+1)\tau_u) + \\ & + \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} \sum_{k=1}^{i+1} p_k^{(0)} Z((i+1)\tau_u, (i+1)\tau_u + \tau_3, (k-1)\tau_u, k\tau_u) \end{aligned}$$

где $\varepsilon = \frac{\tau_3}{\tau_u}$ – нормированная на длительность элементарного импульса

задержка принимаемого сигнала относительно опорных,

$$g(\varepsilon) = \frac{\Delta\omega}{\pi} \left\{ \begin{matrix} g_1(\varepsilon), 0 \leq \varepsilon \leq 1 \\ g_2(\varepsilon), -1 \leq \varepsilon < 0 \\ g_3(\varepsilon), -2 \leq \varepsilon < -1 \end{matrix} \right. , \quad (4.25)$$

– величина, зависящая от ширины полосы пропускания фильтра и времени задержки принимаемого сигнала относительно опорного и учитывающая вклад откликов импульсов сигнала и помех после прохождения полосового фильтра, $g_0 = g(0)$.

Поступая аналогичным образом, запишем выражения для помеховых составляющих выходного эффекта приемника

$$\left. \begin{matrix} J_c \\ J_s \end{matrix} \right\} = \frac{1}{2} d^{(0)} \sum_{i=1}^K a_i v_i R_i(\tau_i) g_0 \left\{ \begin{matrix} \cos \varphi_i \\ \sin \varphi_i \end{matrix} \right\}. \quad (4.26)$$

Важной особенностью выражения (4.25) является возможность учитывать вклад любого наперед заданного числа откликов, то есть учитывать влияние искажений сигнала полосовым фильтром с требуемой точностью. Это возможно благодаря тому, что выражения $Y(A, B, C)$ и $Z(A, B, C, D)$ зависят только от разностей своих аргументов. Таким образом, слагаемые $i\tau_u$, присутствующие во всех аргументах выражений сокращаются, и получившиеся выражения не зависят от i . При построении графиков в данной главе будем учитывать первые два отклика, так как они вносят основной вклад в искажение сигнала.

Как и в предыдущих главах, будем рассматривать процесс обнаружения в общем случае, когда случайные фазы и амплитуды принимаемого и мешающих сигналов распределены согласно (2.7).

Следуя методологии изложенной во второй главе, получим выражения для характеристик обнаружения сигнала: вероятностей правильного обнаружения ложной тревоги. В нашем случае характеристическая функция определяется как

$$\theta(u) = \langle \exp(juM) \rangle_{\vec{a}, \vec{\varphi}, \vec{v}, N_c, N_s} = \sum_{\substack{v_1=\pm 1 \\ \dots \\ v_K=\pm 1}} \int_0^\infty \dots \int_0^\infty d\vec{a} \int_{-\pi}^\pi \dots \int_{-\pi}^\pi d\vec{\varphi} W(\vec{a}, \vec{\varphi}) \int_{-\infty}^\infty W(N_c) dN_c \int_{-\infty}^\infty W(N_s) dN_s \bullet \\ \bullet \exp \left[ju \left((A_c + J_c + N_c)^2 + (A_s + J_s + N_s)^2 \right) \right]. \quad (4.27)$$

Здесь сигнальные и помеховые составляющие определены в (4.22)-(4.26) и, в отличие от аналогичных выражений в главе 2, получены с учетом искажений, вносимых полосовым фильтром приемника.

Выполняя усреднение по шумовым составляющим N_c и N_s , имеющим гауссовскую плотность распределения вероятностей, несложно получить

$$\theta(u) = \langle \int_{-\infty}^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_n}} \exp\left(-\frac{N_c^2}{2\sigma_n^2}\right) \exp\left[ju(N_c^2 + 2N_c(A_c + J_c))\right] dN_c \bullet \\ \bullet \int_{-\infty}^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_n}} \exp\left(-\frac{N_s^2}{2\sigma_n^2}\right) \exp\left[ju(N_s^2 - 2N_s(A_s + J_s))\right] dN_s \bullet \quad , \quad (4.28) \\ \bullet \exp \left[ju \left((A_c + J_c)^2 + (A_s + J_s)^2 \right) \right] \rangle_{\vec{a}, \vec{\varphi}, \vec{v}}$$

где, в отличие от аналогичного выражения главы 2, дисперсия шума рассчитана с учетом искажений, вызванных прохождением полосового

фильтра приемника $\sigma_n^2 = \frac{N_0 T}{4} \beta$.

Проводя интегрирование по N_c и N_s , получим

$$\theta(u) = \langle \frac{ju}{4Bu^2\sigma_n^4} \exp \left[B \left((A_c + J_c)^2 + (A_s + J_s)^2 \right) \right] \rangle_{\vec{a}, \vec{\varphi}, \vec{v}}, \quad (4.29)$$

где введено обозначение $B = \frac{ju}{1 - 2ju\sigma_n^2}$. Следуя методологии изложенной во

второй главе, подставляя выражение совместной плотности распределения вероятностей для амплитуды и начальной фазы сигнала из (2.7) и выполняя интегрирование по начальным фазам и амплитудам последовательно для полезного и помеховых сигналов, получим выражение

$$\theta(u) = \left\langle \frac{ju}{4Bu^2\sigma_n^4} \frac{1}{1 + b_0 + \sum_{i=1}^K b_i} \exp \left(-\frac{a_0^2}{2\sigma_a^2} \frac{\left(\sqrt{b_0} + \sum_{i=1}^K \sqrt{b_i} \right)^2}{1 + b_0 + \sum_{i=1}^K b_i} \right) \right\rangle_{\vec{v}}, \quad (4.30)$$

где $b_i = 2\sigma_a^2 BR_i^2$. Учитывая, что $\vec{v} = \{v_1, \dots, v_K\}$ и то, что v_i можно представить как случайную величину с двумя возможными равновероятными значениями ± 1 , окончательно получим выражение для искомой характеристической функции

$$\theta(u) = \sum_{\substack{v_1 = \pm 1 \\ \dots \\ v_K = \pm 1}} \frac{1}{2^K (1 - 2ju\sigma_n^2 A)} \exp \left(\frac{juA_1^2(\vec{v})}{A} \right), \quad (4.31)$$

где $A = 1 + g^2(\varepsilon) Q_{\phi_0} + g_0^2 \sum_{i=1}^K \frac{\sigma_{ai}^2 R_i^2}{4\sigma_n^2}$, $A_1(\vec{v}) = \gamma g(\varepsilon) \sqrt{Q_{\phi_0}} + g_0 \sum_{i=1}^K v_i \gamma_i \frac{\sigma_{ai} R_i}{2\sigma_n}$,

$Q_{\phi_0} = \frac{\sigma_a^2 T}{\beta N_0}$ – отношение сигнал/шум для флуктуационной составляющей

амплитуды полезного сигнала на выходе системы обработки, $\gamma = a_0 / \sigma_a$ и

$\gamma_i = a_{0i} / \sigma_{ai}$ – отношения регулярных составляющих амплитуд к

среднеквадратическим значениям их флуктуационных составляющих

соответственно для принимаемого и i -го мешающего сигналов.

Зная характеристическую функцию, несложно определить плотность распределения вероятностей выходного эффекта приемника

$$W_1(M) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \theta(u) \exp(juM) du,$$

$$W_1(M) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{\substack{v_1=\pm 1 \\ \dots \\ v_K=\pm 1}} \frac{1}{2^K (1 - 2ju\sigma_n^2 A)} \exp\left(\frac{juA_1^2(\vec{v})}{1 - 2ju\sigma_n^2 A}\right) \exp(-juM) du. \quad (4.32)$$

Точка $u = u_0 = -\frac{j}{2\sigma_n^2 A}$ является существенно особой точкой. Используя теорию вычетов [41], запишем выражение для плотности распределения вероятностей выходного эффекта приемника

$$W_1(M) = \frac{1}{2\pi} 2\pi j \operatorname{Res}\left[f(u), u = u_0\right], \quad (4.33)$$

где

$$f(u) = \sum_{\substack{v_1=\pm 1 \\ \dots \\ v_K=\pm 1}} \frac{1}{2^K (1 - 2ju\sigma_n^2 A)} \exp\left(\frac{juA_1^2(\vec{v})}{1 - 2ju\sigma_n^2 A}\right) \exp(-juM). \quad (4.34)$$

Рассчитав значение вычета согласно методологии, изложенной во второй главе, несложно получить выражение

$$W_1(M) = \sum_{\substack{v_1=\pm 1 \\ \dots \\ v_K=\pm 1}} \frac{1}{2^K} \frac{1}{2\sigma_n^2 A} \exp\left(-\frac{M}{2\sigma_n^2 A}\right) \exp\left(-\frac{A_1(\vec{v})^2}{2A}\right) I_0\left(\frac{\sqrt{M} A_1(\vec{v})}{\sigma_n A}\right)$$

и, соответственно, выражение для вероятности правильного обнаружения ФМШПС, принимаемого в условиях взаимных помех и шумов аппаратуры

$$D = \sum_{\substack{v_1=\pm 1 \\ \dots \\ v_K=\pm 1}} \frac{\exp\left(-\frac{A_1(\vec{v})^2}{2A}\right)}{2^{K+1}A} \int_{\hat{M}_{nop}}^{\infty} \exp\left(-\frac{x}{2A}\right) I_0\left(\frac{\sqrt{x}A_1(\vec{v})}{A}\right) dx, \quad (4.35)$$

где $\hat{M}_{nop} = M_{nop} / \sigma_n^2$ – величина порога, нормированного на уровень мощности шумовой составляющей на выходах линейных частей квадратурных каналов. Уровень порога выбирается исходя из заданного уровня вероятности ложной тревоги. Выражение для вероятности ложной тревоги F может быть получено из (4.35) при $a_0 = \sigma_a = 0$, то есть

$$F = \sum_{\substack{v_1=\pm 1 \\ \dots \\ v_K=\pm 1}} \frac{\exp\left(-\frac{B_1^2(\vec{v})}{2B}\right)}{2^{K+1}B} \int_{\hat{M}_{nop}}^{\infty} \exp\left(-\frac{x}{2B}\right) I_0\left(\frac{\sqrt{x}B_1(\vec{v})}{B}\right) dx, \quad (4.36)$$

где $B = 1 + g_0^2 \sum_{i=1}^K \frac{\sigma_{ai}^2 R_i^2}{4\sigma_n^2}$, $B_1(\vec{v}) = g_0 \sum_{i=1}^K v_i \gamma_i \frac{\sigma_{ai} R_i}{2\sigma_n}$.

Выражения (4.35) и (4.36) для вероятностей правильного обнаружения и ложной тревоги получены для общего случая, когда амплитуды полезного и помеховых сигналов содержат как регулярные, так и флуктуирующие составляющие с учетом ограничения спектров принимаемых сигналов полосовым фильтром. Из сравнения (4.35) и (4.36) с аналогичными выражениями из второй главы, видно, что учет влияния искажений вносимых полосовым фильтром приемника привел к появлению дополнительных

множителей $g(\varepsilon)$, g_0 , β у сигнальных, помеховых и шумовых составляющих.

Как показано в [2], $R_i(0) = T / \sqrt{L}$, тогда $\frac{\sigma_{ai}^2 R_i^2}{4\sigma_n^2} = \frac{Q_{\phi i}}{L}$, где $Q_{\phi i} = \frac{\sigma_{ai}^2 T}{\beta N_0}$ – отношение помеха/шум для флуктуационной составляющей амплитуды помехового сигнала от i -го источника, $Q_{0i} = \gamma_i^2 Q_{\phi i} = \frac{a_{0i}^2 T}{\beta N_0}$ – отношение помеха/шум для регулярной составляющей амплитуды помехового сигнала от i -го источника.

Так как полученные общие выражения (4.35) и (4.36) являются сложными для анализа, удобно получить отдельные выражения для важных на практике частных случаев: преобладания регулярных составляющих у амплитуд принимаемых сигналов, то есть $\gamma \gg 1$, $\gamma_i \gg 1$, $i = 1, \dots, K$, и преобладания флуктуационных составляющих, то есть $\gamma \ll 1$, $\gamma_i \ll 1$, $i = 1, \dots, K$.

Рассмотрим случай преобладания у амплитуд сигналов регулярных составляющих, то есть $\gamma \gg 1$, $\gamma_i \gg 1$, $i = 1, \dots, K$. Заметим, что при $x \gg 1$ [7]

$$I_0(x) \approx \frac{\exp x}{\sqrt{2\pi x}}.$$

Тогда выражения для вероятностей правильного обнаружения и ложной тревоги принимают вид

$$D = \sum_{\substack{v_1=\pm 1 \\ \dots \\ v_K=\pm 1}} \frac{\exp\left(-\frac{A_1(\vec{v})^2}{2A}\right)}{2^{K+1}A} \int_{\hat{M}_{nop}}^{\infty} \sqrt{\frac{A}{2\pi\sqrt{x}A_1(\vec{v})}} \exp\left(-\frac{x}{2A}\right) \exp\left(\frac{\sqrt{x}A_1(\vec{v})}{A}\right) dx, \quad (4.37)$$

$$F = \sum_{\substack{v_1=\pm 1 \\ \dots \\ v_K=\pm 1}} \frac{\exp\left(-\frac{B_1^2(\vec{v})}{2B}\right)}{2^{K+1}B} \int_{\hat{M}_{nop}}^{\infty} \sqrt{\frac{B}{2\pi\sqrt{x}B_1(\vec{v})}} \exp\left(-\frac{x}{2B}\right) \exp\left(\frac{\sqrt{x}B_1(\vec{v})}{B}\right) dx. \quad (4.38)$$

Выполняя интегрирование в выражениях (4.37) и (4.38) с последующим разложением в ряд по h ($h \ll 1$ то есть величина базы сигнала много больше числа воздействующих помех, что справедливо для большинства современных СРС с ФМШПС) согласно методологии изложенной во второй главе, получим

$$D \approx \frac{1}{2} \left(1 - \operatorname{erf} \frac{\hat{M}_0}{\sqrt{2}}\right) + \frac{h^2}{2\sqrt{2\pi}} \frac{\hat{M}_0 g_0^2 (Q_{\phi n} + Q_{0n})}{1 + g^2(\varepsilon) Q_{\phi 0}} \exp\left(-\frac{\hat{M}_0^2}{2}\right), \quad (4.39)$$

$$F \approx \frac{1}{2} \left(1 - \operatorname{erf} \sqrt{\frac{\hat{M}_{nop}}{2}}\right) + \frac{h^2}{2\sqrt{2\pi}} \sqrt{\hat{M}_{nop}} g_0^2 (Q_{\phi n} + Q_{0n}) \exp\left(-\frac{\hat{M}_{nop}^2}{2}\right), \quad (4.40)$$

где $\hat{M}_0 = \frac{(\sqrt{\hat{M}_{nop}} - \gamma g(\varepsilon) \sqrt{Q_{\phi 0}})}{\sqrt{1 + g^2(\varepsilon) Q_{\phi 0}}}$, $h = \sqrt{\frac{K}{L}}$, $Q_{0n} = \frac{a_{0n}^2 T}{\beta N_0}$ и $Q_{\phi n} = \frac{\sigma_{an}^2 T}{\beta N_0}$ –

усредненные отношения помеха/шум с регулярными и флуктуирующими амплитудами, $a_{0n}^2 = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K a_{0i}^2$ – средний квадрат регулярных составляющих

амплитуд, $\sigma_{an}^2 = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \sigma_{ai}^2$ – средняя дисперсия флуктуационных составляющих амплитуд помеховых сигналов.

Для случая преобладания у амплитуд сигналов флуктуационных составляющих, то есть при $\gamma \ll 1$, $\gamma_i \ll 1$, $i=1, \dots, K$, раскладывая функцию Бесселя в ряд и ограничиваясь первыми двумя членами $I_0(x) \approx 1 + \frac{x^2}{4}$ в (4.35) и (4.36) нетрудно получить выражения

$$D = \sum_{\substack{\nu_1=\pm 1 \\ \dots \\ \nu_K=\pm 1}} \frac{\exp\left(-\frac{A_1(\vec{\nu})^2}{2A}\right)}{2^{K+1}A} \int_{\hat{M}_{nop}}^{\infty} \exp\left(-\frac{x}{2A}\right) \left(1 + \frac{x A_1^2(\vec{\nu})}{4A^2}\right) dx, \quad (4.41)$$

$$F = \sum_{\substack{\nu_1=\pm 1 \\ \dots \\ \nu_K=\pm 1}} \frac{\exp\left(-\frac{B_1^2(\vec{\nu})}{2B}\right)}{2^{K+1}B} \int_{\hat{M}_{nop}}^{\infty} \exp\left(-\frac{x}{2B}\right) \left(1 + \frac{x B_1^2(\vec{\nu})}{4B^2}\right) dx. \quad (4.42)$$

Выполняя интегрирование в выражениях (4.37) и (4.38) с последующим разложением в ряд по h согласно методологии изложенной во второй главе, получим

$$D \approx \exp\left(\frac{-\hat{M}_{nop}}{2A_0}\right) \left[1 + \frac{\hat{M}_{nop}}{4A_0^2} g^2(\varepsilon) Q_0 + \right. \\ \left. + h^2 \frac{\hat{M}_{nop}}{2A_0^2} \left(g_0^2 Q_{\phi n} + \frac{g_0^2 Q_{0n}}{2} + \frac{g^2(\varepsilon) Q_0}{4A_0^2} (\hat{M}_{nop} - 4A_0) \right) \right], \quad (4.43)$$

$$F \approx \left(1 + h^2 \frac{\hat{M}_{nop}}{2} g_0^2 \left(Q_{\phi n} + \frac{Q_{0n}}{2} \right) \right) \exp \left(\frac{-\hat{M}_{nop}}{2} \right), \quad (4.44)$$

где $A_0 = 1 + g^2(\varepsilon) Q_{\phi 0}$.

4.2. Анализ эффективности обнаружения фазоманипулированного широкополосного сигнала с учетом влияния широкополосного фильтра

В качестве демонстрации полученных результатов на рис. 4.2 и 4.3 приведены графики зависимостей вероятности правильного обнаружения принимаемого в условиях взаимных помех ФМШПС как функции нормированной временной задержке принимаемого сигнала относительно опорного. Как и предыдущих главах в качестве характеристики эффективности обнаружения приведена зависимость вероятности правильного обнаружения от отношения сигнал/шум при заданном значении допустимой вероятности ложной тревоги.

При проведении расчетов база полагалась равной $L = 127$, вероятность ложной тревоги $F \sim 10^{-4}$, отношение сигнал/шум для регулярной составляющей сигнала $Q_0 = \frac{a_0^2 T}{\beta N_0} = 20$, количество помеховых сигналов $K = 10$.

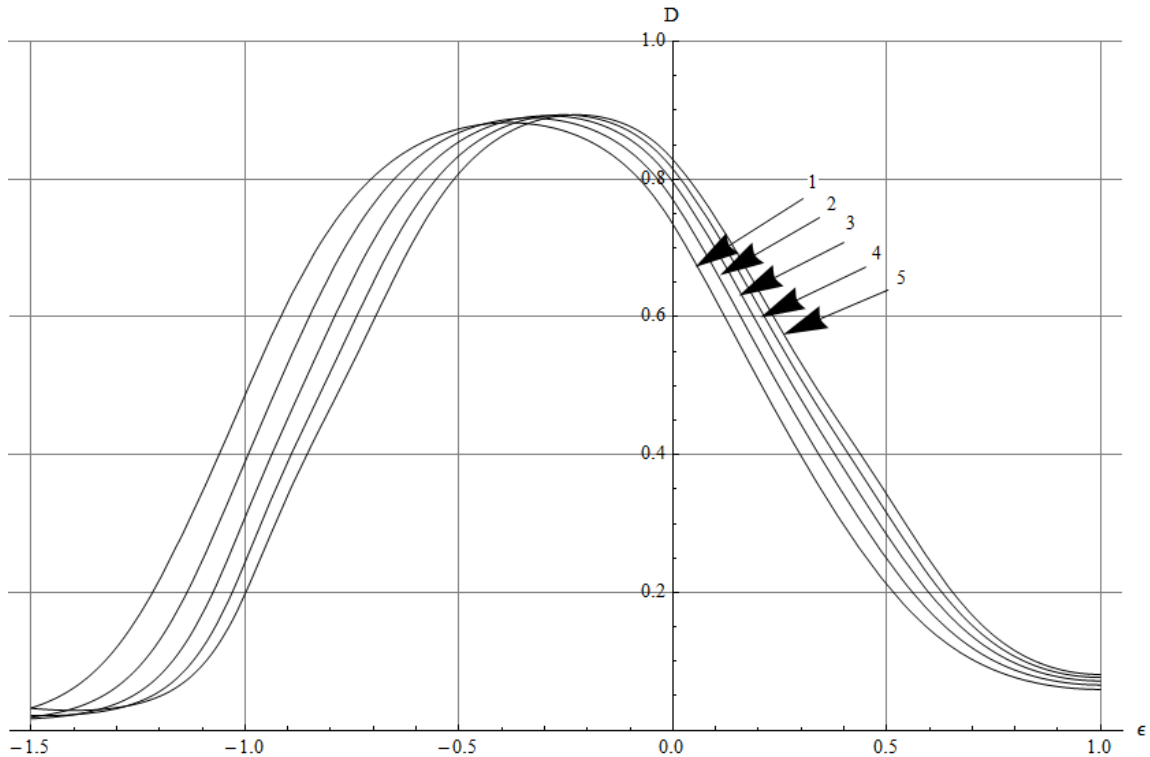


Рис. 4.2. Зависимость вероятности правильного обнаружения D от

временной задержки $\varepsilon = \frac{\tau_z}{\tau_u}$, нормированной на длительность элементарного

импульса, для различных значений параметра b

На рис. 4.2 приведены кривые зависимости вероятности правильного обнаружения D от временной задержки принимаемого сигнала относительно опорного, нормированной на длительность элементарного импульса $\varepsilon = \frac{\tau_z}{\tau_u}$

для различных значениях параметра $b / \pi = \frac{\Delta f_\phi}{\Delta f_u}$ (b – нормированная на

активную ширину спектра элементарного импульса полоса входного фильтра). На рис 4.2 кривая 1 – $b / \pi = 0.8$, кривая 2 – $b / \pi = 0.9$, кривая 3 –

$b / \pi = 1$, кривая 4 – $b / \pi = 1.1$, кривая 5 – $b / \pi = 1.2$. Кривые на рис. 4.2

приведены для $\gamma = 4$.

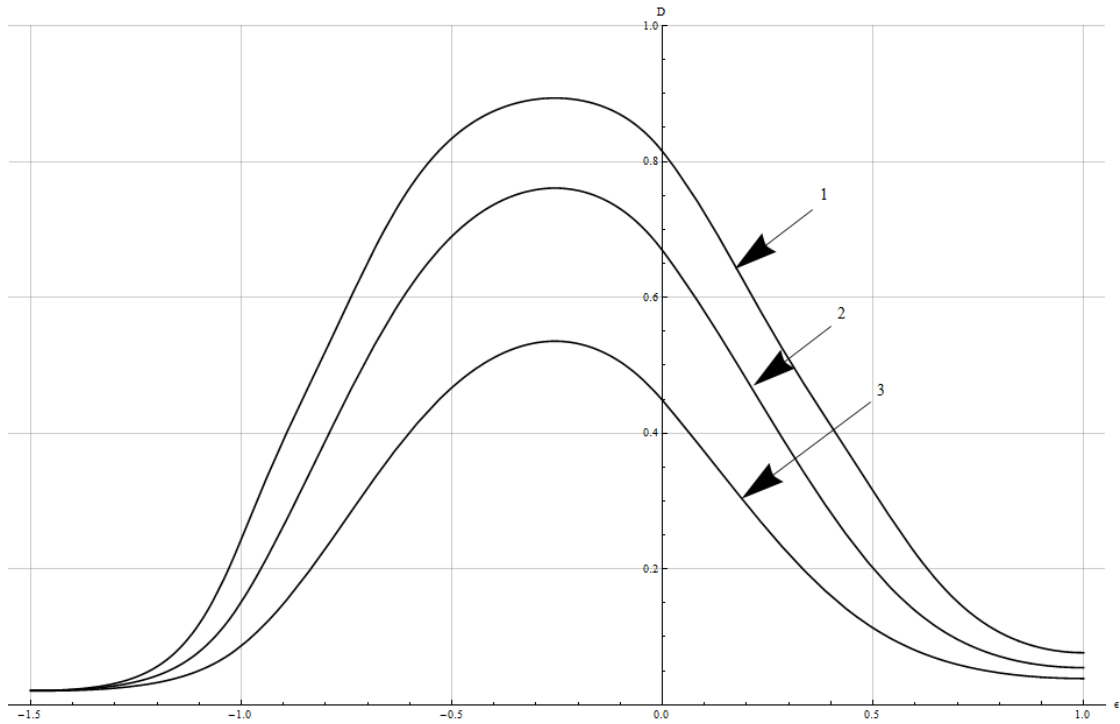


Рис. 4.3. Зависимость вероятности правильного обнаружения D от временной задержки $\varepsilon = \frac{\tau_3}{\tau_u}$, нормированной на длительность элементарного импульса, для различных значений параметра γ

На рис. 4.3 кривые зависимостей вероятности правильного обнаружения приведены для различных значений параметра $\gamma = a_0 / \sigma_a$, определяемого как отношение регулярной составляющей амплитуда принимаемого сигнала к среднеквадратическому отклонению его флуктуационной составляющей (кривая 1 – $\gamma = 4$, кривая 2 – $\gamma = 3$, кривая 3 – $\gamma = 2$). Нормированная полоса пропускания входного фильтра полагалась

$$b / \pi = \frac{\Delta f_\phi}{\Delta f_u} = 1.1.$$

Анализ хода кривых на рисунках 4.2-4.3 показывает, что в отличие от случая оптимального приема максимальное значение вероятности правильного обнаружения достигается при опережении принимаемым сигналом опорного на $0.25\tau_u - 0.4\tau_u$, то есть при временных задержках отличных от нуля. При этом с уменьшением полосы пропускания входного фильтра модуль времени запаздывания опорного сигнала относительно принимаемого, при котором достигается максимальное значение вероятности правильного обнаружения, возрастает. Так, при $\frac{\Delta f_\phi}{\Delta f_u} = 1.1$ максимальные значения вероятности обнаружения достигают $D = 0.89$ при $\varepsilon = -0.25$ по сравнению с $D = 0.81$ при $\varepsilon = 0$.

Уменьшение регулярной составляющей амплитуды сигнала (уменьшение γ) также приводит к уменьшению вероятности правильного обнаружения. Так, максимальное значение вероятности правильного обнаружения достигает $D = 0.89$ при $\gamma = 4$ и уменьшается до $D = 0.53$ при $\gamma = 2$.

Действительно, при сужении полосы пропускания фильтра длительности его откликов увеличиваются, что в случае опережения принимаемым сигналом опорного приводит к наибольшему совпадению по времени импульсов опорного сигнала, поступающих на вход коррелятора, и откликов импульсов принимаемого сигнала, которые соответствуют одинаковым элементам ПСП. Последнее приводит к достижению максимальных значений вероятности правильного обнаружения при отличной от нуля временной задержке опорного сигнала относительно принимаемого.

В остальном, поведение характеристик обнаружения сигналов в рассматриваемых случаях не отличается от результатов, приведенных во второй главе. Увеличение уровня «порога» в решающем устройстве, соответствующее уменьшению задаваемых значений вероятности ложной тревоги, приводит к уменьшению вероятности правильного обнаружения. Вероятности обнаружения сигналов со случайными амплитудой и начальной фазой меньше, чем при приеме сигналов со случайной начальной фазой.

4.3. Прием фазоманипулированного широкополосного сигнала с учетом влияния широкополосного фильтра

После прохождения полосового фильтра приемника входную смесь полезного сигнала, шума и взаимных помех можно представить выражением (4.2), также полагая, что входной полосовой фильтр имеет АЧХ прямоугольной формы с полосой пропускания Δf_ϕ (4.1).

При приеме ФМШПС когерентный приемник формирует выходной эффект пропорциональный [2,7]

$$M = \int_0^T x_\phi(t) s_{оп}(t) dt, \quad (4.45)$$

где $s_{оп}(t) = U(t) p^{(0)}(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \Delta\varphi)$ – опорный сигнал приемника, $\Delta\varphi$ – флуктуационная составляющая фазы высокочастотного колебания на выходе системы ФАПЧ. Как и в главе 3, будем полагать, что флуктуационная составляющая фазы описывается распределением

$$W(\Delta\varphi) = \frac{1}{2\pi I_0(D)} \exp(D \cos \Delta\varphi), \quad -\pi \leq \Delta\varphi \leq \pi, \quad (4.46)$$

где D – константа, зависящая от отношения сигнал/шум, причем $D \gg 1$.

При приеме одного бита информации выходной эффект приемника (4.45) можно представить как

$$M(T) = A + J + N, \quad (4.47)$$

где $A = \int_0^T \int_0^t s(\tau) h(t-\tau) d\tau p^{(0)}(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \Delta\varphi) dt$ – сигнальная составляющая выходного эффекта приемника,

$J = \int_0^T \int_0^t s_{\text{вз}}(\tau) h(t-\tau) d\tau p^{(0)}(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \Delta\varphi) dt$ – помеховая составляющая

и $N = \int_0^T \int_0^t n(\tau) h(t-\tau) d\tau p^{(0)}(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \Delta\varphi) dt$ – шумовая составляющая.

Используя представление сигнала через сумму элементарных импульсов, как показано на рис. 4.4, запишем выражения для сигнальной и помеховой составляющих выходного эффекта приемника

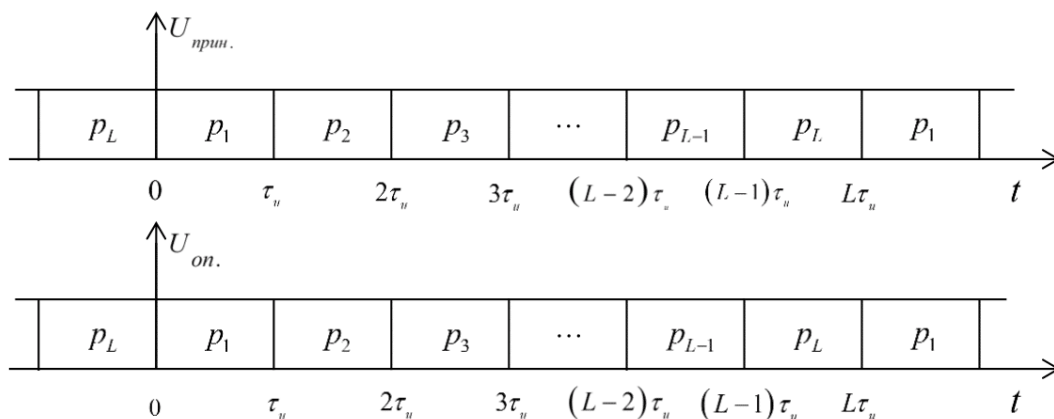


Рис. 4.4. Временная диаграмма принимаемого и опорного сигналов

$$\begin{aligned}
A &= ad^{(0)} \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} p_i^{(0)} \int_{(i-1)\tau_u}^{i\tau_u} \int_{(i-1)\tau_u}^t \cos(\omega_0\tau + \varphi_0) h(t-\tau) \cos(\omega_0t + \varphi_0 + \Delta\varphi) d\tau dt + \\
&+ ad^{(0)} \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} \sum_{k=1}^{i-1} p_k^{(0)} \int_{(i-1)\tau_u}^{i\tau_u} \int_{(k-1)\tau_u}^{k\tau_u} \cos(\omega_0\tau + \varphi_0) h(t-\tau) \cos(\omega_0t + \varphi_0 + \Delta\varphi) d\tau dt,
\end{aligned} \tag{4.48}$$

$$\begin{aligned}
J &= \sum_{j=1}^K a_j d^{(j)} \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} p_i^{(j)} \int_{(i-1)\tau_u}^{i\tau_u} \int_{(i-1)\tau_u}^t \cos(\omega_0\tau + \varphi_j) h(t-\tau) \bullet \\
&\bullet \cos(\omega_0t + \varphi_0 + \Delta\varphi) d\tau dt + \\
&+ \sum_{j=1}^K a_j d^{(j)} \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} \sum_{k=1}^{i-1} p_k^{(j)} \int_{(i-1)\tau_u}^{i\tau_u} \int_{(k-1)\tau_u}^{k\tau_u} \cos(\omega_0\tau + \varphi_j) h(t-\tau) \bullet \\
&\bullet \cos(\omega_0t + \varphi_0 + \Delta\varphi) d\tau dt
\end{aligned} \tag{4.49}$$

Преобразуем выражение для сигнальной составляющей выходного эффекта

$$\begin{aligned}
A_1 &= ad^{(0)} \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} p_i^{(0)} \int_{(i-1)\tau_u}^{i\tau_u} \int_{(i-1)\tau_u}^t \cos(\omega_0\tau + \varphi_0) h(t-\tau) \cos(\omega_0t + \varphi_0 + \Delta\varphi) d\tau dt = \\
&= ad^{(0)} \sum_{i=1}^L \int_{(i-1)\tau_u}^{i\tau_u} \int_0^{t-(i-1)\tau_u} \cos(\omega_0\tau + \omega_0t + \varphi_0) \frac{\Delta\omega_\phi}{\pi} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta\omega_\phi}{2}\tau\right) \cos(\omega_0\tau) \cos(\omega_0t + \varphi_0 + \Delta\varphi) d\tau dt = \\
&= ad^{(0)} \sum_{i=1}^L \frac{\Delta\omega_\phi}{2\pi} \int_{(i-1)\tau_u}^{i\tau_u} \int_0^{t-(i-1)\tau_u} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta\omega_\phi}{2}\tau\right) \cos(\omega_0t + \varphi_0) \cos(\omega_0t + \varphi_0 + \Delta\varphi) d\tau dt = \\
&= ad^{(0)} \sum_{i=1}^L \frac{\Delta\omega_\phi}{4\pi} \cos(\Delta\varphi) \int_{(i-1)\tau_u}^{i\tau_u} \int_0^{t-(i-1)\tau_u} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta\omega_\phi}{2}\tau\right) d\tau dt = ad^{(0)} \frac{L\tau_u}{2\pi b} \cos(\Delta\varphi) (-1 + \cos b + b\operatorname{Si}(b)),
\end{aligned}$$

где b определено в (4.4).

$$\begin{aligned}
A_2 &= ad^{(0)} \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} \sum_{k=1}^{i-1} p_k^{(0)} \int_{(i-1)\tau_u}^{i\tau_u} \int_{(k-1)\tau_u}^{k\tau_u} \cos(\omega_0\tau + \varphi_0) h(t-\tau) \cos(\omega_0t + \varphi_0 + \Delta\varphi) d\tau dt = \\
&= ad^{(0)} \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} \sum_{k=1}^{i-1} p_k^{(0)} \frac{\Delta\omega_\phi}{4\pi} \cos(\Delta\varphi) \int_{(i-1)\tau_u}^{i\tau_u} \int_{t-k\tau_u}^{t-(k-1)\tau_u} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta\omega_\phi}{2}\tau\right) d\tau dt.
\end{aligned}$$

Проводя такие же преобразования для помеховой составляющей, получим выражение для выходного эффекта приемника

$$M(T) = \frac{aT}{2} d^{(0)} g \cos \Delta \varphi + \sum_{i=1}^K \frac{a_i T}{2} d^{(i)} g \rho_i(0) \cos(\Delta \varphi + \varphi_0 - \varphi_i) + N, \quad (4.50)$$

$$g = \frac{1}{\pi b} \left[-1 + \cos b + b \text{Si}(b) + \right. \\ \left. + \frac{\Delta \omega_\phi^2}{L} \left(\sum_{i=1}^L p_i^{(0)} \sum_{k=1}^{i-1} p_k^{(0)} \int_{(i-1)\tau_u}^{i\tau_u} \int_{t-k\tau_u}^{t-(k-1)\tau_u} \text{sinc} \left(\frac{\Delta \omega_\phi}{2} \tau \right) d\tau dt \right) \right]. \quad (4.51)$$

Как и для задачи обнаружения сигнала для расчетов будем учитывать только первые два отклика каждого импульса, тогда

$$A_2 = ad^{(0)} \frac{\Delta \omega_\phi}{4\pi} \cos(\Delta \varphi) \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} \sum_{k=1}^{i-1} p_k^{(0)} \cdot \\ \cdot \left(\int_{(i-1)\tau_u}^{i\tau_u} \int_{t-(i-1)\tau_u}^{t-(i-2)\tau_u} \text{sinc} \left(\frac{\Delta \omega_\phi}{2} \tau \right) d\tau dt + \int_{(i-1)\tau_u}^{i\tau_u} \int_{t-(i-2)\tau_u}^{t-(i-3)\tau_u} \text{sinc} \left(\frac{\Delta \omega_\phi}{2} \tau \right) d\tau dt \right) = \\ = ad^{(0)} \frac{L\tau_u}{2\pi b} \cos(\Delta \varphi) \frac{1}{L} (-1 + \cos b + \cos(2b) - \cos(3b) + b \text{Si}(b) + 2b \text{Si}(2b) - 3b \text{Si}(3b))$$

и, соответственно,

$$g = \frac{1}{\pi b} \left[-1 + \cos b + b \text{Si}(b) + \right. \\ \left. + \frac{1}{L} (-1 + \cos b + \cos(2b) - \cos(3b) + b \text{Si}(b) + 2b \text{Si}(2b) - 3b \text{Si}(3b)) \right]$$

Шумовая составляющая на выходе приемника описывается выражением

$$N = \frac{\Delta\omega_\phi}{\pi} \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} \int_{(i-1)\tau_u}^{i\tau_u} \int_0^t n(\tau) \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta\omega_\phi}{2}(t-\tau)\right) \bullet \cos(\omega_0(t-\tau)) \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \Delta\varphi) d\tau dt. \quad (4.52)$$

и имеет нулевое среднее значение $\langle N \rangle = 0$. Преобразовывая произведение косинусов в сумму и пренебрегая слагаемыми с интегралом от высокочастотных косинусов, получим

$$N = \frac{\Delta\omega_\phi}{2\pi} \sum_{i=1}^L p_i^{(0)} \int_{(i-1)\tau_u}^{i\tau_u} \int_0^t n(\tau) \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta\omega_\phi}{2}(t-\tau)\right) \cos(\omega_0\tau + \varphi_0 + \Delta\varphi) d\tau dt. \quad (4.53)$$

Для нахождения дисперсии шумовой составляющей проведем в (4.53) замену порядка интегрирования по τ и t . Тогда, выражение для дисперсии шумовой составляющей принимает вид

$$\sigma_{II}^2 = \frac{N_0}{\Delta\omega_\phi \pi^2} \left(\sum_{i=1}^L \int_0^{(i-1)b} d\tau \left(\int_\tau^{\tau+b} \operatorname{sinc} x dx \right)^2 + \sum_{i=1}^L \int_0^b d\tau \left(\int_0^\tau \operatorname{sinc} x dx \right)^2 + \right. \\ \left. + 2 \sum_{i=1}^L \sum_{k=1}^{i-1} p_i^{(0)} p_k^{(0)} \int_0^b d\tau \int_0^\tau \operatorname{sinc} x dx \int_{(i-k-1)b+\tau}^{(i-k)b+\tau} \operatorname{sinc} z dz \right). \quad (4.54)$$

Аппроксимируя внутренний интеграл в последнем слагаемом его максимально возможным значением согласно теореме о среднем, несложно получить

$$\sigma_{\Pi}^2 \leq \frac{N_0 T}{2} \frac{1}{\pi^2} \left(\text{Si}^2 b + \frac{2}{b} \cos b \text{Si} b - \frac{1}{b} \text{Si}(2b) + \right. \\ \left. + \frac{1}{Lb} \sum_{i=1}^L \int_0^{(i-1)b} (\text{Si}^2(\tau + b) - 2\text{Si}(\tau + b)\text{Si} \tau + \text{Si}^2 \tau) d\tau + \right. \\ \left. + \frac{1}{Lb} \text{Si} \pi \sum_{i=1}^L \sum_{k=1}^{i-1} p_i^{(0)} p_k^{(0)} \int_0^b \int_{(i-k-1)b+\tau}^{(i-k)b+\tau} \text{sinc} z dz d\tau \right).$$

Будем рассматривать худший с точки зрения приема случай, то есть принимать верхнюю оценку дисперсии шумовой составляющей за ее значение. Тогда, применяя теорему о среднем к интегралу произведения интегральных синусов, получим

$$\sigma_{\Pi}^2 \approx \frac{N_0 T}{2} \eta, \quad (4.55)$$

$$\eta = \frac{1}{\pi^2} \left(\text{Si}^2 b + \frac{2}{b} \cos b \text{Si} b - \frac{1}{b} \text{Si}(2b) + \right. \\ \left. + \frac{1}{Lb} \sum_{i=1}^L (\alpha(b) - \alpha(ib) + 2 \cos((i-1)b) \text{Si}((i-1)b) + ((i-1)b) \text{Si}^2((i-1)b) + \right. \\ \left. + \text{Si}(2b - 2ib) - 2\text{Si} \pi (-\cos b + \cos bi - b \text{Si} b + bi \text{Si}(bi))) + \right. \\ \left. + \frac{1}{Lb} \text{Si} \pi \sum_{i=1}^L \sum_{k=1}^{i-1} p_i^{(0)} p_k^{(0)} (\beta((i-k-1)b) - 2\beta((i-k)b) + \beta((i-k+1)b)) \right),$$

где $\alpha(x) = -2 \cos x \text{Si} x - \text{Si}^2 x + \text{Si}(2x)$, $\beta(x) = \cos x + x \text{Si}(x)$.

При построении графиков будем учитывать только первые два отклика каждого импульса,

$$\eta = \frac{1}{\pi^2 b} \left(b \text{Si}^2 b + 2 \cos b \text{Si} b - \text{Si}(2b) - \frac{1}{L} \text{Si} \pi (1 - \beta(b) - \beta(2b) + \beta(3b)) + \right. \\ \left. + \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L (\alpha(b) - \alpha(ib) + 2 \cos((i-1)b) \text{Si}((i-1)b) + ((i-1)b) \text{Si}^2((i-1)b) + \right. \\ \left. + \text{Si}(2b - 2ib) - 2 \text{Si} \pi (-\cos b + \cos bi - b \text{Si} b + bi \text{Si}(bi))) \right),$$

В дальнейшем будем полагать, что амплитуды и начальные фазы полезного и помеховых сигналов подчиняются распределению (2.7)

Решающее устройство рассматриваемого приемника на основе сформированного выходного эффекта $M(T)$ принимает решение: $d = 1$, если $M(T) \geq 0$ и $d = -1$, если $M(T) < 0$. Принимаемые решения будут ошибочны, если $M(T) > 0$ при $d = -1$ или $M(T) \leq 0$ при $d = 1$.

Эффективность приема характеризуется вероятностями ошибочных решений. Обычно принято считать, что априорные вероятности ошибок первого и второго рода одинаковы и равны 0.5, и выражение для СВО принимает вид

$$P_{ош} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^0 W(M / d = 1) dM + \frac{1}{2} \int_0^{\infty} W(M / d = -1) dM, \quad (4.56)$$

где $W(M / d = 1)$ и $W(M / d = -1)$ – плотности распределения вероятностей значений выходного эффекта приемника $M(T)$ при условии, что информационный символ принимает значение $d = 1$ и $d = -1$ соответственно.

Следуя методологии изложенной в третьей главе, получим выражения для СВО оценивания информационного символа. В нашем случае характеристическая функция определяется как

$$\theta(u) = \langle \exp(juM) \rangle_{\vec{a}, \vec{\varphi}, N_c, N_s, \Delta\varphi, \vec{d}^{(i)}},$$

где усреднение проводится по вектору амплитуд $\vec{a} = \{a, a_1, \dots, a_K\}$, начальных фаз $\vec{\varphi} = \{\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_K\}$ принимаемого и мешающих сигналов, шумовым составляющим N_c, N_s , а также по флуктуационной составляющей фазы опорного сигнала $\Delta\varphi$ и по $\{d^{(i)}\}$, $i=1, \dots, K$. С учетом сказанного, характеристическая функция принимает вид

$$\begin{aligned} \theta(u) = & \int_0^\infty \dots \int_0^\infty d\vec{a} \int_{-\pi}^\pi \dots \int_{-\pi}^\pi d\vec{\varphi} W(\vec{a}, \vec{\varphi}) \int_{-\infty}^\infty dN W(N) \int_{-\pi}^\pi d\Delta\varphi W(\Delta\varphi) \bullet \\ & \bullet \left\langle \exp \left[ju \left(\frac{aT}{2} g^{(0)} d^{(0)} \cos \Delta\varphi + N + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. + \sum_{i=1}^K \frac{a_i T}{2} g^{(i)} d^{(i)} \rho_i(0) \cos(\Delta\varphi + \varphi_0 - \varphi_i) \right) \right] \right\rangle_{\vec{d}^{(i)}}. \end{aligned} \quad (4.57)$$

Проводя усреднение в (4.57) по шумовой составляющей N , получим

$$\begin{aligned} \theta(u) = & \int_0^\infty \dots \int_0^\infty d\vec{a} \int_{-\pi}^\pi \dots \int_{-\pi}^\pi d\vec{\varphi} W(\vec{a}, \vec{\varphi}) \int_{-\pi}^\pi d\Delta\varphi W(\Delta\varphi) \exp \left(-\frac{u^2 \sigma_{II}^2}{2} \right) \bullet \\ & \bullet \left\langle \exp \left[ju \left(\frac{aT}{2} g^{(0)} d^{(0)} \cos \Delta\varphi + \sum_{i=1}^K \frac{a_i T}{2} g^{(i)} d^{(i)} \rho_i(0) \cos(\Delta\varphi + \varphi_0 - \varphi_i) \right) \right] \right\rangle_{\vec{d}^{(i)}}. \end{aligned} \quad (4.58)$$

При этом плотность вероятностей выражается как

$$W(M) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty \theta(u) \exp(-juM) du. \quad (4.59)$$

Воспользовавшись методологией, изложенной в [30], проведем усреднение в (4.57) по N , амплитудам $\vec{a} = \{a, a_1, \dots, a_K\}$ и фазам

$\vec{\varphi} = \{\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_K\}$ и с учетом распределений (2.7) и (4.46) получим окончательное выражение для СВО оценивания значений информационных символов при приеме ФМШПС в условиях взаимных помех

$$P_{out} = \frac{1}{2\pi 2^K} \sum_{\substack{v_1=\pm 1 \\ \dots \\ v_K=\pm 1}} \int_0^\infty dx \int_{-\pi}^\pi d\varphi_0 x \exp\left(-\frac{x^2 + \gamma^2 - 2x\gamma \cos \varphi_0}{2}\right) \cdot \\ \cdot \left[1 - \operatorname{erf} \frac{z_{1v} \rightarrow}{\sqrt{2}} + \frac{z_{1v} \rightarrow}{D\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{z_{1v}^2 \rightarrow}{2}\right) \left(1 + h^2 \beta_v^2 \sin^2 \varphi_0\right) \right], \quad (4.60)$$

где $z_{1v} \rightarrow = \frac{x\sqrt{g^{(0)}}\sqrt{Q_{\varphi_0}} + h\beta_v \cos \varphi_0}{\sqrt{1 + h^2 g Q_{\varphi\Pi}}}$, $Q_{\varphi_0} = \frac{\sigma_a^2 T}{N_0 \eta}$ – отношение сигнал/шум для

флуктуационной составляющей амплитуды полезного сигнала,

$\beta_v = \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{i=1}^K \gamma_i \sqrt{g^{(i)}} \sqrt{Q_{\varphi_i}} v_i$, $Q_{\varphi_i} = \frac{\sigma_{ai}^2 T}{N_0 \eta}$ – отношение помеха/шум для

флуктуационной составляющей амплитуды помехового сигнала от i -го

источника, $Q_{\varphi\Pi} = \frac{\sigma_{a\Pi}^2 T}{N_0 \eta}$ – отношение сигнал/шум для усредненных

флуктуационных составляющих помеховых сигналов, $\sigma_{a\Pi}^2 = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \sigma_{ai}^2$ –

средняя мощность флуктуационной составляющей помеховых сигналов.

Конкретизируем выражение (4.60), для случаев, когда

- у амплитуд принимаемого сигнала и помех преобладают регулярные составляющие, $\gamma \gg 1$, $\gamma_i \gg 1$, $i = 1, \dots, K$;

- у амплитуд принимаемого сигнала и помех преобладают флуктуационные составляющие, $\gamma \ll 1$, $\gamma_i \ll 1$, $i = 1, \dots, K$.

Если у амплитуд принимаемых сигналов преобладают регулярные составляющие, то есть $\gamma \gg 1$, $\gamma_i \gg 1$, $i = 1, \dots, K$, то с учетом

$$\exp(x\gamma \cos \varphi_0) = \sum_{\nu=0}^{\infty} \varepsilon_{\nu} I_{\nu}(\gamma x) \cos \nu \varphi_0, \quad \varepsilon_{\nu} = \begin{cases} 1, \nu = 0 \\ 2, \nu \neq 0 \end{cases},$$

$$I_{\nu}(x) \approx \frac{\exp(x)}{\sqrt{2\pi x}},$$

$$\frac{x}{\sqrt{2\pi x\gamma}} \exp\left(-\frac{(x-\gamma)^2}{2}\right) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\gamma)^2}{2}\right), \quad -\infty \leq x \leq \infty.$$

выражение (4.60) можно преобразовать к виду [30]

$$\begin{aligned} P_{ou} = & \frac{1}{2} \left(1 - \operatorname{erf} \left(\frac{\gamma \sqrt{Q}}{\sqrt{2}} \right) \right) + \frac{\gamma}{2\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\gamma^2}{2} Q\right) \cdot \\ & \cdot \left(h^2 (1 + \gamma^2) Q^{3/2} + \frac{1}{D} \frac{\sqrt{Q}}{(1 + gQ_{\phi_0})} + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2D} h^2 \frac{Q^{3/2}}{(1 + gQ_{\phi_0})} (\gamma^2 (1 + \gamma^2) Q - 3\gamma^2 + 2gQ_{\phi_0} - 1) \right) \end{aligned}, \quad (4.61)$$

где $Q = \frac{gQ_{\phi_0}}{1 + gQ_{\phi_0}}$. В выражении (4.61) полагается, что мощность полезного и

помеховых сигналов одинаковы $\sigma_{a1}^2 = \dots = \sigma_{aK}^2 = \sigma_{\phi}^2$, $\sigma_{a\Pi}^2 = \sigma_{a\phi}^2$ и $Q_{\phi\Pi} = Q_{\phi_0}$ и

$h \ll 1$ (величина базы сигнала много больше числа воздействующих помех),

что справедливо для большинства современных СРС с ФМШПС.

При отсутствии взаимных помех и флуктуационных составляющих амплитуд сигналов, то есть при $\sigma_a = 0$, $K = 0$, выражение для СВО принимает вид

$$P_{oui} = \frac{1}{2} \left(1 - \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{Q_0}}{\sqrt{2}} \right) \right) + \frac{\sqrt{Q_0}}{2D\sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{Q_0}{2} \right), \quad (4.62)$$

где $Q_0 = \frac{a_0^2 T}{N_0 \eta}$ – отношение сигнал шум для принимаемого сигнала с постоянной амплитудой a_0 .

Если у амплитуд принимаемых сигналов преобладают флуктуационные составляющие, то есть $\gamma \ll 1$, $\gamma_i \ll 1$, $i = 1, \dots, K$, то, раскладывая выражение (4.60) в ряд по γ и h и учитывая, что

$$I_\nu(x) \approx \frac{\exp(x)}{\sqrt{2\pi x}},$$

несложно получить выражение [30]

$$P_{oui} = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{Q} \left(1 + \frac{\gamma^2}{4} \frac{1}{1 + gQ_{\phi 0}} - \frac{h^2}{2} Q \right) + \frac{\sqrt{Q}}{D(1 + gQ_{\phi 0})} \left(1 + \frac{1}{2} \left(h^2 Q_{\phi 0} - \frac{\gamma^2}{2} \right) \frac{2gQ_{\phi 0} - 1}{1 + gQ_{\phi 0}} \right) \right), \quad (4.63)$$

где, как и ранее, полагалось, что мощность полезного и помеховых сигналов одинаковы $\sigma_{a1}^2 = \dots = \sigma_{aK}^2 = \sigma_\phi^2$, $\sigma_{a\Pi}^2 = \sigma_{a\phi}^2$ и $Q_{\phi\Pi} = Q_{\phi 0}$.

При отсутствии взаимных помех и регулярных составляющих амплитуд сигналов, то есть при $\gamma \rightarrow 0$, $K = 0$, выражение для СВО принимает вид

$$P_{ош} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + gQ_{\phi 0}}} \frac{1}{\sqrt{gQ_{\phi 0} + \sqrt{1 + gQ_{\phi 0}}}} + \frac{\sqrt{gQ_{\phi 0}}}{2D(1 + gQ_{\phi 0})^{3/2}} \right). \quad (4.64)$$

Второе слагаемое определяет вклад канала синхронизации в СВО оценивания бита информации.

4.4. Анализ эффективности приема фазоманипулированного широкополосного сигнала с учетом влияния широкополосного фильтра

Для иллюстрации полученных результатов были проведены расчеты СВО оценивания информационного символа при приеме ФМШПС в условиях взаимных помех и внутренних шумов аппаратуры.

При проведении расчетов база полагалась равной $L = 127$, количество помеховых сигналов $K = 10$, параметр синхронизации $D = 100$.

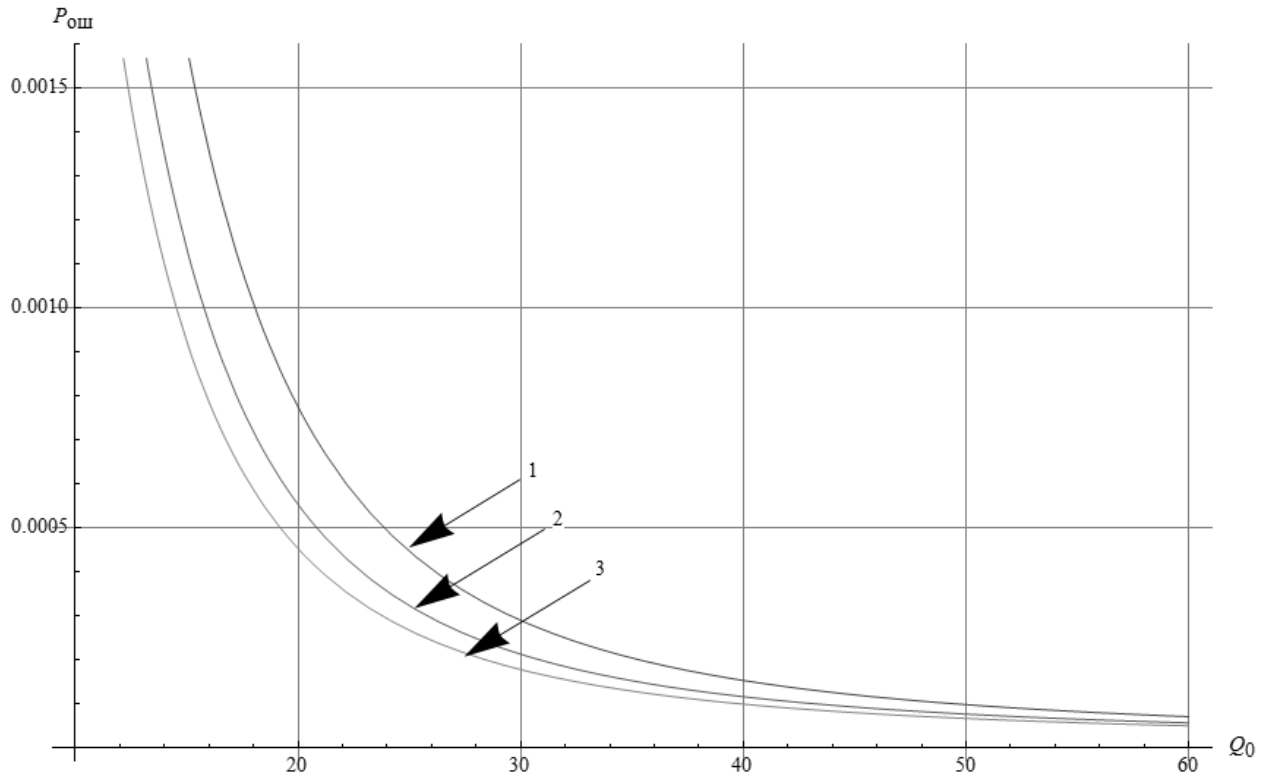


Рис. 4.5. Зависимости СВО оценивания значений информационных символов, как функция отношения сигнал/шум для регулярной составляющей

амплитуды сигнала $Q_0 = \frac{a_0^2 T}{N_0 \eta}$ для различных значений нормированной

$$\text{полосы входного фильтра } b / \pi = \frac{\Delta f_\phi}{\Delta f_u}.$$

Зависимости СВО оценивания значений информационных символов в зависимости от отношения сигнал/шум для регулярной составляющей

амплитуды сигнала $Q_0 = \frac{a_0^2 T}{N_0 \eta}$ для различных значений нормированной на

активную ширину спектра элементарного импульса полосы входного

фильтра $b / \pi = \frac{\Delta f_\phi}{\Delta f_u}$ приведены на рис 4.5. Кривая 1 соответствует значению

параметра $b/\pi = 0.8$, кривая 2 – $b/\pi = 1$, кривая 3 – $b/\pi = 1.2$. Кривые на рис. 4.5 рассчитаны для $\gamma = 5$ по формуле (4.61).

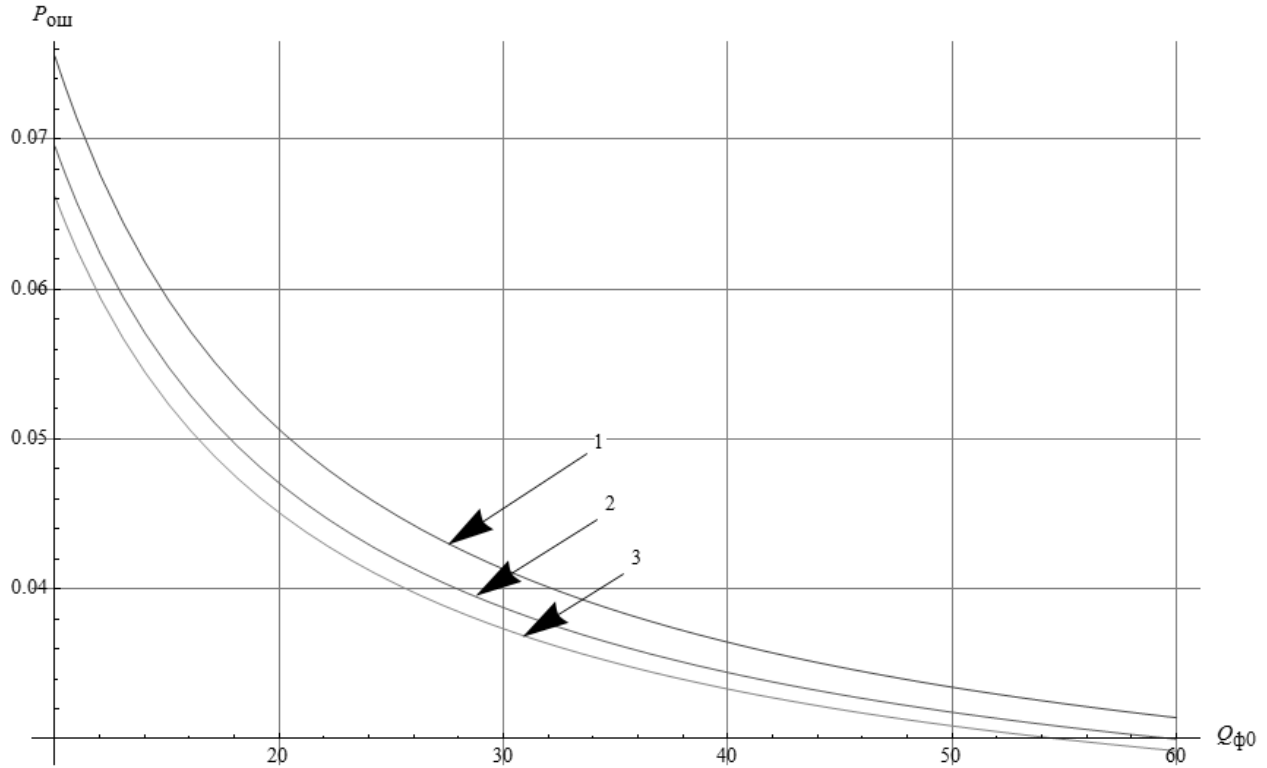


Рис. 4.6. Зависимости СВО оценивания значений информационных символов, как функция отношения сигнал/шум для флуктуационной составляющей

амплитуды сигнала $Q_{\phi 0} = \frac{\sigma_a^2 T}{N_0 \eta}$ для различных значений нормированной

полосы входного фильтра $b/\pi = \frac{\Delta f_{\phi}}{\Delta f_u}$.

Зависимости СВО оценивания значений информационных символов в зависимости от отношения сигнал/шум для флуктуационной составляющей

амплитуды сигнала $Q_{\phi 0} = \frac{\sigma_a^2 T}{N_0 \eta}$ для различных значений нормированной на

активную ширину спектра элементарного импульса полосы входного

фильтра $b / \pi = \frac{\Delta f_{\phi}}{\Delta f_u}$ приведены на рис. 4.6. Кривая 1 соответствует значению $b / \pi = 0.8$, кривая 2 – $b / \pi = 1$, кривая 3 – $b / \pi = 1.2$. Кривые на рис. 4.6 рассчитаны для $\gamma = 0.1$ по формуле (4.63).

Из хода кривых на рисунках 4.5 и 4.6 следует, что сужение полосы пропускания фильтра относительно эффективной ширины спектра элементарного импульса приводит к увеличению СВО оценивания значений информационных символов. Действительно, сужение полосы пропускания фильтра приводит к увеличению длительности его откликов, что увеличивает влияние межсимвольной интерференции на снижение эффективности приема ФМШПС.

Из сравнения рисунков 4.5 и 4.6 видно, что уменьшение регулярной составляющей амплитуды сигнала (уменьшение γ) также приводит к уменьшению СВО оценивания значений информационных символов.

Выводы

Разработана математическая модель взаимных помех, создаваемых при работе СРС, использующих ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией, с учетом искажений во входных цепях приемника.

Разработана методика анализа и статистической обработки ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией с учетом искажений сигналов входным полосовым фильтром приемника и получены новые аналитические выражения для вероятности правильного обнаружения и вероятности ложной тревоги и СВО оценивания информационного символа в условиях взаимных помех. Показано, что в случае наличия полосового фильтра максимальные

значения вероятности правильного обнаружения достигаются при ненулевых значениях временной задержки принимаемого сигнала относительно опорного.

Получены новые аналитические результаты для СВО оценивания значений информационных символов при приеме ФМШПС с учетом искажений принимаемых сигналов полосовым фильтром приемника. Показано, что сужение полосы пропускания фильтра приводит к увеличению значений СВО оценивания значений информационных символов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты работы состоят в следующем:

1. Разработана методика анализа и статистической обработки ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией при обнаружении в условиях взаимных помех и получены новые аналитические соотношения, позволяющие рассчитывать вероятности правильного обнаружения и ложной тревоги для различных параметров СРС и канала связи: отношения сигнал/шум, отношений помеха/шум, числа мешающих сигналов, соотношения регулярных и флуктуирующих составляющих амплитуд сигналов. Показан количественный рост вероятности правильного обнаружения принимаемого ФМШПС, в зависимости от увеличения отношения сигнал/шум $Q_{\phi 0}$, уменьшения количества взаимных помех, увеличения отношения регулярной составляющей амплитуды к флуктуационной.
2. Разработаны математические модели взаимных помех, создаваемых при работе СРС, использующих ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией и с бинарной фазовой модуляцией с учетом искажений во входных цепях приемника.
3. Разработана методика анализа и статистической обработки ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией в условиях взаимных помех и получены новые аналитические соотношения для вероятностей его правильного обнаружения и ложной тревоги и СВО оценивания информационного символа ФМШПС для различных параметров СРС и канала связи: отношения сигнал/шум, отношений помеха/шум, числа мешающих сигналов, соотношения регулярных и флуктуирующих составляющих амплитуд сигналов, различном качестве синхронизации опорных сигналов. Анализ, проведенный на основе полученных

результатов, показал, что ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией имеют худшие характеристики эффективности обнаружения по сравнению с ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией. Показано количественное уменьшение СВО оценивания значения информационного символа с улучшением качества синхронизации и увеличением отношения сигнал/шум. При больших значениях отношения сигнал/шум значения СВО стремятся к пределу, определяемому отношением числа воздействующих взаимных помех к величине базы сигнала.

4. Разработана методика анализа и статистической обработки ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией с учетом искажений сигналов входным полосовым фильтром приемника и получены новые аналитические соотношения для вероятностей правильного обнаружения и ложной тревоги и СВО оценивания информационного символа в условиях взаимных помех. Показано, что вероятность правильного обнаружения достигает наибольшего значения при отличных от нуля временных задержках, при этом модуль величины запаздывания опорного сигнала относительно принимаемого, соответствующей максимальному значению вероятности правильного обнаружения сигнала, возрастает с уменьшением полосы пропускания входного фильтра.
5. Разработан алгоритм моделирования процесса обнаружения ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией квадратурным корреляционным приемником на фоне взаимных помех и внутренних шумов аппаратуры. Результаты моделирования, проведенного на основе разработанного алгоритма, хорошо согласуются с полученными аналитическими результатами.

Список литературы

1. Помехозащищенность радиосистем со сложными сигналами./Тузов Г. И., Сивов В. А., Прытков В. В. и др.; Под ред. Г. И. Тузова. М.: Радио и связь, 1985, 264 с.
2. Помехозащищенность систем радиосвязи с расширением спектра сигналов модуляцией несущей псевдослучайной последовательностью. /Борисов В. И., Зинчук В. М., Лимарев А. Е. и др.; Под ред. В. И. Борисова. М.: Радио и связь, 2003, 640 с.
3. Ziemer R. E., Peterson R. L. Introduction to spread spectrum communications. New Jersey, USA: Prentice Hall, 1995. 689 p.
4. Torrieri D. J. Principles of military communication systems. – Dedham MA.: Artech House Inc., 1981, 200 p.
5. Spread spectrum communication./ Simon M. K., Omura J. K., Scholtz R. A., Levitt B. K. – Vol. 3, Rockwille, MD: Computer Science Press, 1985.
6. Феер К. Беспроводная цифровая связь. Методы модуляции и расширения спектра. Пер. с англ./ Под ред. В. И. Журавлева. М.: Радио и связь, 2000, 380 с.
7. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. М.: Советское радио, 1966, 680 с.
8. Варакин Л. Е. Системы связи с шумоподобными сигналами. М.: Радио и связь, 1986, 384 с.
9. Шумоподобные сигналы в системах передачи информации. /Пестряков В. Б., Афанасьев В. П., Гурвиц В. Л. и др.; Под ред. В. Б. Пестрякова. М.: Советское радио, 1973, 424 с.
10. Д. Миддлтон. Введение в статистическую теорию связи. М.: Советское радио, 1961, т. 1, 781 с.

- 11.Персли М. Б. Расширение спектра сигналов в пакетных радиосетях // ТИИЭР. 1987. Т. 75, № 1. С. 140–162.
- 12.Deshmukh S., Bhosle U. Performance Evaluation of Spread Spectrum System Using Different Modulation Schemes. Zurich, Switzerland: Procedia Computer Science, Vol. 108.
- 13.И. С. Гоноровский. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Радио и связь, 1986 г.
- 14.Малышев И.И. Субоптимальная обработка сложных сигналов при действии гауссовского шума и сосредоточенных по спектру помех.// И.И. Малышев, В.М. Зинчук, В.И. Шестопалов и др. Вопросы радиоэлектроники. Серия ТРС, 1973, вып. 3, с. 14- 24.
- 15.Алгоритмы адаптивной цифровой фильтрации шумоподобных сигналов на фоне узкополосных помех и флуктуационного шума./ Зинчук В. М., Лимарев А. Е., Мухин Н. П. и др. – Зарубежная радиоэлектроника 1992, №9, с. 84-98.
- 16.Зинчук В.М. Адаптивная цифровая фильтрация шумоподобных сигналов в радиотехнических системах. / В.М. Зинчук, Ю.Г. Сосулин, А.Е. Лимарев, Н.П. Мухин. // Цифровая обработка сигналов, 2000, №1, с. 4-18.
- 17.Alexander S. T. Adaptive Signal Processing Theory and Applications N.Y.: Springer-Verlaq. 1986, 179 p.
- 18.Перьков В.В. Влияние режекции участков спектра широкополосных сигналов различной структуры на взаимно корреляционную функцию. / В.В. Перьков, В.В. Селянинов // Труды учебн. институтов связи. ЛЭИС. Л.: 1977, №84, с.105-112.

19. Бархота В.А., Горшков В.В., Журавлев В.И. Системы связи с расширением спектра сигналов.// Итоги науки и техники. Связь - М.: ВИНТИ, 1990, т.5, сс.186-227.
20. Pickholtz R.L., Schilling m... Milstein LB. Theory of spread-spectrum communication IEEE Trans. Com, 1982, vol.COM-30, N95, 1217.855-884.
21. Помехоустойчивость систем радиосвязи с расширением спектра сигналов// В. И. Борисов, В. М. Зинчук, Н. П. Мухин и др. - Теория и техника радиосвязи, 1993, вып.1, ссд-38.
22. Кларк Дж., Кейн Джа Кодирование с исправлением ошибок в системах цифровой связи/ Пер. с англ. под ред. Б. С. Цыбайкова. М.: Радио и связь, 1987. —392 с.
23. Pursley M.B. Performance evaluation for phase-coded spread spectrum multiple access communications Pan 1: System analysis.// IEEE Trans. Comm, 1977, vol.COM—25, NQB, pp.795-799.
24. Holtzman J. M. A Simple. Accurate Method to Calculate Spread-Spectrum Multiple-Access Error Probabilities./ IEEE Trans. Comm., 1992, Vol. 3: pp. 461-464.
25. Khaled B. L. Efficient evaluation of the error probabilities of spread-spectrum multiple access communications./ IEEE Trans. Comm., 1997, Vol. 45: pp. 239-246.
26. Advanced digital communications./ Feher K. N.-Y. Prentice Hall Inc. 1987, 736 p.
27. Борисов В.И., Зинчук В.М., Лимарев А.Е., Мухин Н.П. Методы оценки помехоустойчивости систем радиосвязи с широкополосными сигналами в условиях взаимных помех//Теория и техника радиосвязи, 1997, вып.1.

28. Weber C. L., Huth G. H., Batson B. H. Performance considerations of code division multiple-access systems. IEEE Transaction on vehicular technology. Vol. 30, 1981, pp. 3-10.
29. Glen M. G. Multiple access interference characterization for direct-sequence spread-spectrum communications using chip waveform shaping. Ohio, USA. Air force institute of technology, 2004, 78 p.
30. Нахмансон Г. С., Стародубцева Е. А. Вероятность ошибки оценивания информационного символа в системах радиосвязи с фазоманипулированными широкополосными сигналами в условиях взаимных помех. Радиотехника и электроника. 2013, т. 58, №2, с. 154-162.
31. Нахмансон, Г. С., Бакаева Г. А. Обнаружение фазоманипулированного широкополосного сигнала на фоне шумов квадратурным приемником с входным полосовым фильтром. Изв. вузов. Радиоэлектроника. 2008. Т. 51, №9.
32. Rojas L. S. Simulated Assessment of Interference Effects in Direct Sequence Spread Spectrum QPSK Receiver. Ohio, USA. Air force institute of technology, 2014, 95 p.
33. Shahzadi M. Multiuser Detection in DSSS Systems. Saarbrucken, Germany. LAP Lambert Academic Publishing, 2014, 72p.
34. Meel J. I. Spread spectrum introduction. Rotselaar, Belgium Sirius Communications, 1999, 33 p.
35. Howlader M.M.K., Woener B. D. Direct-sequence spread-spectrum with multiuser detection for peer to peer packet radio.// IEEE, Milcom798, Vol.2, Session 22, Proc.22.6.

36. Varanasi M.K., Aazhang B. Multistage detection in asynchronous code-division multiple access communications.// IEEE Trans. Commun., 1990, vol.COM-38, N94, pp.509-519.
37. Pietsch W., Goiser A.M. A new receiver operating in multiple access interference related to the near far problem.// IEEE, Milcom»90, Vol.2, pp.47.3.1-47.3.4.
38. Shweta S. A. Quadrature phase shift keying-direct sequence spread spectrum-code division multiple access with disparate quadrature chip and data rates. Ohio University, Ohio, USA, 2006, 111 p.
39. Карасев И. П. Теория функций комплексного переменного. М.: Издательство физико-математической литературы, 2008, 200с.
40. Двайт Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы. М.: Наука, 1983, 228 с.
41. Электромагнитная совместимость радиоэлектронных средств и систем./ Владимиров В.И., Докторов А.Л., Елизаров Ф.В. М.: Радио и связь, 1985, 272 с.
42. Справочник по радиоэлектронным системам. В двух томах. Том 1. В.Н. Захаров, Б.Х. Кривицкий, Н.С. Мамаев, А.П. Мановцев, В.И. Матов, О.А. Николаев, М.И. Пелехатый. Под редакцией Б.Х. Кривицкого. Москва: Издательство «Энергия», 1979, 354 с.
43. Справочник по радиоэлектронным системам. В двух томах. Том 2. В.Н. Захаров, Б.Х. Кривицкий, Н.С. Мамаев, А.П. Мановцев, В.И. Матов, О.А. Николаев, М.И. Пелехатый. Под редакцией Б.Х. Кривицкого. Москва: Издательство «Энергия», 1979, 368 с.
44. Электромагнитная совместимость радиоэлектронных средств./ Н. А. Малков, А. П. Пудков. Тамбов: издательство ТГТУ, 2007, 86 с.

45. Помехозащищенность систем связи с псевдослучайной перестройкой рабочей частоты./ С. И. Макаренко, М. С. Иванов, С. А. Попов. С.-П.: 2013, 166 с.
46. I. Demirkiran, D.D. Weiner, P. Varshney. A simple method for generalizing the analysis of multiple-access interference in direct-sequence spread spectrum systems/ Electromagnetic Compatibility, Chicago, IL, USA, 2005, 14 p.
47. K. Yao. Error probability of asynchronous spread spectrum multiple access communication systems./ IEEE Trans. Commun., vol. COM-25, pp. 803-809, 1977.
- 48.R. K. Morrow, J. S. Lehnert. Bit-to-bit error dependence in slotted DS/SSMA packet systems with random signature sequences./ IEEE Trans. Commun., vol. COM-37, pp. 1052-1061, 1989.
- 49.J. S. Lehnert, M. B. Pursley. Error probabilities for binary direct-sequence spread spectrum communications with random signature sequences./ IEEE Trans. Commun., vol. COM-35, pp. 87-98, 1987.
- 50.M. B. Pursley, F. D., Garber, J. S., Lehnert. Analysis of generalized quadriphase spread-spectrum communications./ Conf. Rec. IEEE Int. Conf. Commun., vol. 1, pp. 15.3.1-15.3.6, 1980.
- 51.D. Laforgia, A. Luvison, V. Zingarelli. Exact bit error probability with application to spread-spectrum multiple access communications./ Conf. Rec. IEEE Int. Conf. Commun., vol. 4, pp. 76.5.1-76.5.5, 1981.
- 52.J. W. Matthews. Sharp Error Bounds for Intersymbol Interference./ IEEE Trans. on Infor. Theory, vol. IT-19, pp. 440-447, 1973.
- 53.R. Gold. Study of Correlation Properties of Binary Sequences./ vol. Tech. Rpt., 1966.

- 54.R. Gold. Optimal Binary Sequences for Spread Spectrum Multiplexing./ IEEE Trans. on Infor. Theory, vol. IT-13, pp. 619-621, 1967.
- 55.Sun Ke-Hui, Zhou Jia-Ling, Mou Jun. Design and performance analysis of multi-user chaotic sequence spread-spectrum communication system./ Journal of Electronics and Information Technology, Vol. 29, No. 10, pp. 2436-2440, 2007.
- 56.Haiyang Ding, Yanhua Zhang, Xuemei Wu. Error Analysis of DS-BPSK UWB Systems in the Presence of Multiple-Access Interference./ Information and Communication Technologies 2006. ICTTA '06. 2nd, vol. 2, pp. 2279-2286, 2006.
- 57.S.-S. Tan, A. Nallanathan, B. Kannan. Performance of DS-UWB multiple-access systems with diversity reception in dense multipath environments. Vehicular Technology IEEE Transactions on, vol. 55, pp. 1269-1280, 2006.
- 58.Chi-Kin Chan, Wong-Hing Lam. A simplified aperiodic cross-correlation model for direct-sequence spread-spectrum multiple-access communication systems./ Communications 1994. ICC '94 SUPERCOMM/ICC '94 Conference Record 'Serving Humanity Through Communications.' IEEE International Conference on, pp. 1516-1520 vol.3, 1994.
- 59.E.S. Sousa. The effect of clock and carrier frequency offsets on the performance of a direct-sequence spread-spectrum multiple-access system./ Selected Areas in Communications IEEE Journal on, vol. 8, pp. 580-587, 1990.
- 60.D.J. Torrieri. Performance of direct-sequence systems with long pseudonoise sequences./ Selected Areas in Communications IEEE Journal on, vol. 10, pp. 770-781, 1992.

61. A.R. Akinniyi, J.S. Lehnert. Characterization of noncoherent spread-spectrum multiple-access communications./ *Communications IEEE Transactions on*, vol. 42, pp. 139-148, 1994.
62. Khalid Mahmood, Syed Muhammad Asad, Muhammad Moinuddin, Azzedine Zerguine, Lahouari Cheded. Multiple access interference in MIMO-CDMA systems under Rayleigh fading: statistical characterization and applications./ *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, vol. 2016, pp. , 2016.
63. K. Hamdi, L. Wuttisittikuljit, P. Sedtheetorn. Accurate packet error rate analysis of variable spreading gain-code division multiaccess and multicode-code division multiaccess wireless communication networks./ *IET Communications*, vol. 5, pp. 2407, 2011.
64. K.B. Letaief. Efficient simulation of direct-sequence spread-spectrum multiple-access communications systems./ *Singapore ICCS '94. Conference Proceedings.*, vol. 2, pp. 374-378 vol.2, 1994.
65. K. T. Wu, D. L. Neuhoff. Average error probability for direct sequence spread-spectrum multiple access communication systems./ *Proc. 18th Annu. Allerton Conf. Commun. Contr. Comput.*, pp. 359-368, 1980.
66. B. Hu, N.C. Beaulieu. Precise performance analysis of DS-UWB systems on additive white Gaussian noise channels in the presence of multiuser interference./ *IET Communications*, vol. 1, pp. 977, 2007.
67. M.W. Twiggs, D.B. Koch. Performance of a direct sequence code division multiple access cellular network./ *Southeastcon '93 Proceedings. IEEE*, pp. 4 p.-, 1993.
68. A. Mantravadi, V.V. Veeravalli. Multiple-access interference-resistant acquisition for band-limited CDMA systems with random sequences./

- Selected Areas in Communications IEEE Journal on, vol. 18, pp. 1203-1213, 2000.
69. M. Haspel. Families of spreading sequences for multiuser asynchronous SS/CDMA communication./ Advanced Communication Technology 2005 ICACT 2005. The 7th International Conference on, vol. 1, pp. 213-218, 2005.
70. Guerino Giancola, Maria-Gabriella Di Benedetto. A novel approach for estimating multi-user interference in impulse radio UWB networks: The pulse collision model./ Signal Processing, vol. 86, pp. 2185, 2006.
71. Нахмансон Г. С., Козлов С. В. Статистическое моделирование алгоритмов обнаружения фазоманипулированных широкополосных сигналов в системах радиосвязи в условиях взаимных помех. Вестник ВГУ. Серия: Физика. Математика. 2012, №2, с. 58-65.
72. Нахмансон Г. С., Козлов С. В. Обнаружение фазоманипулированного широкополосного сигнала с квадратурной фазовой модуляцией в условиях взаимных помех и внутренних шумов аппаратуры. Известия вузов России. Радиоэлектроника. 2014, №2, с. 21-29.
73. Нахмансон Г. С., Козлов С. В. Эффективность приема фазоманипулированного широкополосного сигнала с квадратурной фазовой модуляцией в условиях взаимных помех и внутренних шумов аппаратуры. Известия вузов России. Радиоэлектроника. 2015, №2, с. 10-18.
74. Нахмансон Г. С., Козлов С. В. Обнаружение фазоманипулированного широкополосного сигнала, принимаемого в условиях взаимных помех. Часть 1. Телекоммуникации. 2015, №10, с. 13-18.

- 75.Нахмансон Г. С., Козлов С. В. Обнаружение фазоманипулированного широкополосного сигнала, принимаемого в условиях взаимных помех. Часть 2. Телекоммуникации. 2015, №11, с. 10-18.
- 76.Нахмансон Г. С., Козлов С. В. Эффективность обнаружения фазоманипулированного широкополосного сигнала, принимаемого в условиях взаимных помех и внутренних шумов аппаратуры. РЛНС. 2013, Том 1, с. 327-339.
- 77.Нахмансон Г. С., Козлов С. В. Влияние искажений фазоманипулированных широкополосных сигналов полосовыми фильтрами в квадратурном приемнике на их обнаружение в условиях взаимных помех. Вестник ВГУ. Серия: Физика. Математика. 2017, №2, с. 32-44.
- 78.Нахмансон Г. С., Козлов С. В. Моделирование процедуры обнаружения фазоманипулированных широкополосных сигналов в системах радиосвязи в условиях взаимных помех. Кибернетика и высокие технологии XXI века. 2013, Том 1, с. 327-339.
- 79.Козлов С. В. Эффективность приема фазоманипулированных широкополосных сигналов на фоне взаимных помех и внутренних шумов аппаратуры. XXIII Межвузовская научно-практическая конференция Военно-научного общества курсантов и молодых ученых ВУНЦ ВВС «ВВА» им. проф. Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина. 2013.
- 80.Нахмансон Г. С., Козлов С. В. Эффективность обнаружения фазоманипулированного широкополосного сигнала с квадратурной фазовой модуляцией в условиях взаимных помех и внутренних шумов аппаратуры. РЛНС. 2014, Том 1, с. 88-98.

- 81.Нахмансон Г. С., Козлов С. В. Эффективность приема фазоманипулированного широкополосного сигнала с квадратурной фазовой модуляцией в условиях взаимных помех и внутренних шумов аппаратуры. РЛНС. 2015, Том 1, с. 33-42.
- 82.Нахмансон Г. С., Козлов С. В. Влияние искажения фазоманипулированного широкополосного сигнала полосовым фильтром квадратурного приемника на его обнаружение в условиях взаимных помех. 26-я Международная Крымская конференция «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии». 2016. с. 516-522.
- 83.Нахмансон Г. С., Козлов С. В. Обнаружение фазоманипулированного широкополосного сигнала приемником с полосовым фильтром в условиях взаимных помех. РЛНС. 2017, Том 3, с. 1079-1087.