

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи

Титов Константин Дмитриевич

**СИНТЕЗ И АНАЛИЗ АЛГОРИТМОВ ОБРАБОТКИ  
СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫХ КВАЗИРАДИОСИГНАЛОВ С  
НЕИЗВЕСТНОЙ ДЛИТЕЛЬНОСТЬЮ**

Специальность 01.04.03 – «Радиофизика»

Диссертация на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
доктор физико-математических наук,  
доцент Ю.Э. Корчагин

Воронеж – 2018

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ГЛАВА 1 ОБНАРУЖЕНИЕ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНОГО КВАЗИРАДИОСИГНАЛА С НЕИЗВЕСТНЫМИ АМПЛИТУДОЙ, НАЧАЛЬНОЙ ФАЗОЙ И ДЛИТЕЛЬНОСТЬЮ .....	16
1.1 Квазиправдоподобное обнаружение с адаптацией по амплитуде и начальной фазе .....	16
1.2 Квазиправдоподобное обнаружение с адаптацией по длительности	33
1.3 Максимально правдоподобное обнаружение .....	49
1.4 Квазиоптимальное обнаружение .....	60
1.5 Статистическое моделирование алгоритмов обнаружения .....	73
1.6 Выводы .....	78
ГЛАВА 2 ОЦЕНКА АМПЛИТУДЫ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНОГО КВАЗИРАДИОСИГНАЛА С НЕИЗВЕСТНЫМИ ДЛИТЕЛЬНОСТЬЮ И НАЧАЛЬНОЙ ФАЗОЙ .....	81
2.1 Квазиправдоподобная оценка .....	81
2.2 Максимально правдоподобная оценка .....	95
2.3 Статистическое моделирование алгоритмов оценки амплитуды.....	97
2.4 Выводы .....	99
ГЛАВА 3 ОЦЕНКА ДЛИТЕЛЬНОСТИ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНОГО КВАЗИРАДИОСИГНАЛА С НЕИЗВЕСТНЫМИ АМПЛИТУДОЙ.....	100
И НАЧАЛЬНОЙ ФАЗОЙ .....	100
3.1 Квазиправдоподобная оценка .....	100
3.2 Максимально правдоподобная оценка .....	110
3.3 Статистическое моделирование алгоритмов оценки длительности	118
3.4 Выводы .....	120
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	122
СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ.....	125
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	126

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы исследования.** Развитие информационных технологий требует совершенствования существующих и построения новых телекоммуникационных и локационных систем с целью повышения пропускной способности при передаче информации по беспроводному каналу. Значительная часть известных оптимальных алгоритмов обработки сигналов основывается на предположении об их относительной узкополосности [7, 20, 34, 40, 45, 46, 50, 51, 65, 68, 73 и др.]. Это позволяет вместо быстро осциллирующего сигнала, что требует высокого быстродействия устройств, проводить обработку медленно меняющихся функций (огибающей и фазы), описывающих узкополосный сигнал. Тем не менее, эволюция информационных радиофизических систем имеет тенденцию использования широкополосных и сверхширокополосных (СШП) сигналов в задачах телекоммуникаций и дистанционного зондирования, что позволяет повысить эффективность использования радиочастотного спектра и увеличить скорость передачи информации [8, 11, 28, 37, 43, 47, 48, 84, 100, 105 и др.].

Существующие технологии широкополосного беспроводного доступа Wi-Fi, Wi-MAX и др. [34, 57, 83, 94, 99, 102, 112] частично решают задачу повышения скорости передачи информации, однако существуют довольно строгие ограничения на количество операторов, работающих в лицензированном диапазоне частот. Поэтому разработка технологий СШП беспроводного доступа, позволяющих повторно использовать задействованные полосы частот, и тем самым повысить эффективность использования радиочастотного спектра, является актуальной [6, 23, 47, 48]. При этом СШП сигналы обладают высокой скрытностью и помехозащищённостью [15, 31, 57, 75, 82, 97, 112].

Сверхширокополосные сигналы находят всё более широкое применение в системах связи [9, 43, 47, 83, 84, 103, 106, 108 и др.] и радиолокации [1, 16, 35, 48, 54, 55, 118], о чём свидетельствует большое число публикаций, в том числе заметное количество патентов [53, 56, 60, 61, 85, 86, 115, 116] и монографий [11, 38, 57, 84, 100, 101, 109, 113, 114, 119]. Особый интерес представляет вопрос

воздействия сверхкоротких импульсов (СШП сигналов) на приёмные тракты радиоэлектронной аппаратуры [5, 31, 48, 63]. Внедрение СШП сигналов в системы телекоммуникаций позволяет увеличить скорость передачи данных за счёт большой ширины спектра. Использование СШП сигналов в измерительных системах, медицине [48, 121], радиолокации и устройствах позиционирования [48, 107, 114] раскрывает возможности повышения точности измерений и увеличения разрешающей способности. При совершенствовании имеющихся и разработке новых перспективных систем связи и локации, использующих СШП сигналы, необходимо решать задачи синтеза и анализа алгоритмов обработки сигнала при воздействии случайных искажений, а также при наличии различной априорной неопределённости.

Однако, класс СШП сигналов весьма широк и включает в себя большое количество различных математических моделей. Получение конструктивных результатов исследования алгоритмов обработки СШП сигналов любого типа довольно затруднительно. Поэтому среди СШП сигналов в диссертации рассматривается один из наиболее перспективных подклассов таких сигналов, структура которых подобна узкополосным радиосигналам, однако условие узкополосности для них не выполняется. Такие сигналы в литературе [57, 71] названы сверхширокополосными квазирадиосигналами (КРС). Подобное сужение класса исследуемых сигналов позволяет получить более глубокие и содержательные результаты. Вследствие специфики СШП сигналов фундаментальная задача статистического синтеза и анализа оптимальных алгоритмов их обработки остаётся к настоящему времени в значительной степени нерешённой. Таким образом, актуальность исследования обусловлена необходимостью построения новых и совершенствования имеющихся систем телекоммуникаций и локации, использующих СШП КРС.

Разработка технологий СШП беспроводного доступа является предметом исследований зарубежных ведущих коллективов учёных [100–121]. Существующие в настоящее время системы связи и радиолокации, использующие

СШП видеосигналы (ВС) в качестве передаваемых сигналов [11, 12, 13, 15, 25, 59, 87, 92 и др.], недостаточно эффективны по следующим причинам:

невозможность эффективного излучения одним антенно-фидерным устройством сигнала с шириной полосы в несколько гигагерц при положении максимума спектра вблизи нулевой частоты,

при больших значениях спектральной плотности сигнала в частотном диапазоне до сотен мегагерц передача сигнала компактными антеннами невозможна, а с ростом частоты, когда передача становится возможна, убывает спектральная плотность мощности сигнала,

наличие лицензируемого диапазона частот накладывает ограничения на спектральную плотность мощности сигнала в диапазоне до 3,1 ГГц, где и сосредоточен её максимум.

Эти факторы обуславливают небольшие дистанции связи систем с СШП ВС, при их кажущемся потенциале [57]. Использование СШП КРС при проектировании систем связи позволяет перенести спектр сигнала в область более высоких частот, тем самым исключить проблемы с эффективным излучением сигнала, при условии создания эффективных антенно-фидерных устройств [3, 12, 14]. Исследование влияния формы и длительности излучаемых сверхкоротких импульсов позволит повысить эффективность передатчиков [2, 3, 13, 14, 57, 89].

Хотя количество научных публикаций, посвящённых обработке сигналов, довольно велико, известные результаты получены в основном для узкополосных сигналов [7, 20, 40, 41, 46, 68, 88 и др.], а также для СШП сигналов без учёта их структуры [17, 26, 33, 44, 47, 48, 95, 98, 101 и др.]. Заметная часть известных алгоритмов являются эвристическими или они синтезированы без учёта априорной параметрической неопределённости. Практически отсутствуют в известных публикациях количественные результаты анализа качества функционирования оптимальных алгоритмов обработки СШП КРС.

Оптимальные и квазиоптимальные (КО) алгоритмы обработки регулярных СШП КРС с неизвестными амплитудой и временем прихода исследованы, например, в [71, 72]. Однако в силу особенностей процесса распространения, а

также из-за возможной неточности модели на приёмной стороне часто неизвестна длительность СШП сигнала. Большинство известных алгоритмов обработки СШП КРС не учитывают возможного нарушения условий регулярности. Поэтому необходимо исследовать алгоритмы обработки разрывных СШП КРС с неизвестной длительностью при наличии других неизвестных неинформативных параметров сигнала.

Задача обнаружения сигнала с неизвестной длительностью актуальна не только для СШП сигналов и неоднократно рассматривалась в литературе применительно к узкополосным радиосигналам [7, 68, 70]. В случае неизвестных длительности, амплитуды и начальной фазы синтез обнаружителя связан с необходимостью преодоления параметрической априорной неопределённости.

Ожидается, что средства радиосвязи, базирующиеся на СШП КРС, позволят создавать новые сервисы в секторе информационных технологий, автомобильной отрасли, индустрии развлечений, образовании, сельском хозяйстве и многих других. Сверхвысокие частоты и сверхширокие полосы сигналов можно будет использовать для подключения абонентов со скоростями передачи данных вплоть до 100 Гбит/с. Такие скорости, например, потребуются для передачи видео в сверхвысоком разрешении, работы и игр в облаке, дополненной и виртуальной реальности, голографических и других приложений. Например, станет возможно включать элементы дополненной реальности в образовательный процесс, создавая виртуальные музеи, обсерватории, лаборатории и заводы. Автомобили можно будет оснастить сенсорами, считывающими всевозможную информацию о дорожной обстановке: ближайших транспортных средствах, погодных условиях, состоянии дорожного покрытия, дорожных знаках и т.д. На основе этих данных возможна оптимизация алгоритмов управления беспилотными автомобилями, что позволит открыть новые возможности для повышения безопасности на дорогах. Используя СШП КРС, автомобили смогут обмениваться информацией между собой и принимать мгновенные решения без участия водителя, что делать в той или иной ситуации на основе информации, полученной от других транспортных средств и дорожной инфраструктуры. В существующих мобильных сетях

полноценно реализовать такой сервис невозможно, поскольку задержка сигнала слишком велика, чтобы управлять автомобилем в режиме реального времени, а также столь большие потоки информации потребуют существенного расширения канала передачи данных.

Реализация подобных сетей в военных системах связи, повысила бы мобильность, надёжность, безопасность и эффективность используемых их подразделений. Разработка соответствующей сетевой архитектуры позволила бы связать всех военнослужащих, вооружение, военную и специальную технику в одну общую сеть. При этом, высокая помехозащищённость и скрытность СШП КРС, опирающаяся не только на кодирование и шифрование, но и на физические принципы условий распространения радиоволн, позволит доверить этой технологии стратегически важные объекты и информацию.

**Цель работы.** Целью научного исследования является разработка теоретических основ построения алгоритмов обработки сигналов в системах радиосвязи, радиолокации и др., использующих СШП КРС, а также совершенствование методов анализа алгоритмов обработки с учётом особенностей сигналов такого класса. Для реализации этой цели в диссертационной работе поставлены и решены следующие задачи.

1. Синтез и анализ максимально правдоподобного (МП), квазиправдоподобных (КП) и КО алгоритмов обнаружения разрывных СШП КРС с неизвестными амплитудой, начальной фазой и длительностью.
2. Исследование эффективности функционирования синтезированных алгоритмов обнаружения СШП КРС. Сравнение синтезированных алгоритмов с ранее известными – оптимальными алгоритмами обнаружения СШП КРС с известной длительностью и алгоритмами обнаружения узкополосного радиосигнала.
3. Синтез и анализ МП и КП алгоритмов оценки амплитуды и длительности СШП КРС в условиях априорной параметрической неопределённости.
4. Исследование эффективности функционирования синтезированных алгоритмов оценки амплитуды и длительности СШП КРС.

5. Разработка рекомендаций по обоснованному выбору обнаружителей и устройств оценки неизвестных параметров при проектировании систем радиосвязи, локации и др.
6. Статистическое моделирование на ЭВМ алгоритмов обработки СШП КРС с целью верификации синтезированных алгоритмов обработки и определения границ применимости получаемых асимптотических выражений для их характеристик.

**Методы проведения исследований.** При синтезе алгоритмов обработки СШП КРС использовались максимально правдоподобный метод, и его адаптивный и квазиоптимальный варианты. Для исключения влияния неизвестных неинформативных параметров сигнала применялось усреднение и/или максимизация функционала отношения правдоподобия. При решении задач обнаружения СШП КРС использовались методы теории проверки статистических гипотез, которые позволяют вынести оптимальное решение о наличии или отсутствии сигнала в наблюдаемой реализации. Применение методов теории оценок параметров позволило вынести оптимальное решение о значениях неизвестных параметров СШП КРС при условии присутствия сигнала в принятой реализации.

При решении задач анализа алгоритмов обработки СШП КРС применение того или иного метода зависело от свойств решающей статистики. Для разрывного сигнала решающая статистика недифференцируема ни в одном вероятностном смысле и применялся метод локально-марковской аппроксимации. Этот метод основан на асимптотическом представлении недифференцируемого случайного процесса в виде локально-марковского случайного процесса. Затем распределение величины и положения абсолютного максимума решающей статистики выражалось через нестационарные решения соответствующего уравнения Фоккера-Планка-Колмогорова.

Для проверки работоспособности синтезированных алгоритмов обработки СШП КРС, а также установления границ применимости асимптотических



выражений для статистических характеристик алгоритмов использовались методы статистического моделирования на ЭВМ.

### **Научная новизна.**

1. Синтезированы новые МП, КП и КО алгоритмы обнаружения разрывных СШП КРС с неизвестными амплитудой, начальной фазой и длительностью. Исследована их эффективность в сравнении с известными алгоритмами обнаружения. Впервые разработаны способы построения и структурные схемы новых оптимальных и КО алгоритмов обнаружения и оценки параметров СШП КРС с неизвестными амплитудой, начальной фазой и длительностью.
2. Впервые найдены точные и/или асимптотически точные выражения в замкнутой форме для характеристик обнаружения (вероятностей ошибок 1-го и 2-го рода) синтезированных обнаружителей. Уточнена методика получения аналитических выражений для характеристик эффективности функционирования алгоритмов обнаружения СШП КРС с неизвестной длительностью.
3. Синтезированы новые МП и КП алгоритмы оценки амплитуды и длительности СШП КРС в условиях априорной параметрической неопределённости.
4. Исследована эффективность синтезированных алгоритмов оценки амплитуды и длительности СШП КРС при наличии различной априорной информации. Получены выражения в замкнутой форме для их статистических характеристик – смещения и рассеяния.
5. Выполнено статистическое моделирование алгоритмов обнаружения и оценки параметров СШП КРС.
6. Исследовано влияние априорного незнания параметров сигнала на эффективность функционирования различных алгоритмов обработки СШП КРС.

**Теоретическая и практическая значимости работы.** Теоретическая значимость работы заключается в развитии методологии статистической

радиофизики в части синтеза и анализа алгоритмов обработки радиосигналов. Если условие относительной узкополосности не выполняется, то изменением модулирующей функции можно описать как СШП КРС с большой относительной полосой частот, так и узкополосные радиосигналы, для которых выполняется условие относительной узкополосности, а наличие или отсутствие гармонической компоненты – сверхширокополосный квазирадиосигнал или видеосигнал, соответственно. Таким образом, исследование эффективности функционирования алгоритмов обработки СШП КРС с неизвестными параметрами, как наиболее широкого класса сигналов, позволит получить аналитические выражения для статистических характеристик алгоритмов обнаружения и оценки для всех вышеперечисленных видов сигналов. Наличие таких выражений позволит одновременно осуществлять сравнение алгоритмов обработки СШП КРС, видеосигналов и узкополосных радиосигналов, что даёт возможность обоснованного выбора структурных схем проектируемых систем связи. Практическое применение результаты диссертационной работы могут найти при анализе алгоритмов функционирования, моделирования и проектирования перспективных образцов систем радиосвязи, передачи данных, радиолокации и др.

**Внедрение научных результатов.** Полученные в диссертационной работе результаты были использованы при выполнении грантов:

1. Грант Российского научного фонда № 14-49-00079 на тему «Новые методы и алгоритмы совместной обработки сигналов и изображений с неизвестными параметрами в перспективных локационных и связных системах».
2. Грант Российского научного фонда № 15-11-10022 на тему «Статистические методы локализации местоположения и протяжённости области определения сигналов и изображений в пространстве их существования».
3. Грант Российского научного фонда № 17-71-10057 на тему «Разработка методов и алгоритмов совместно оптимальной обработки сигналов с неизвестными параметрами при наличии случайных искажений».

На программу расчёта характеристик обнаружения и оценки параметров СШП КРС с неизвестными амплитудой, начальной фазой и длительностью, наблюдаемого на фоне гауссовского белого шума получено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ [138].

Научная работа была поддержана стипендией Президента Российской Федерации для молодых учёных и аспирантов, осуществляющих перспективные научные исследования и разработки по приоритетным направлениям модернизации российской экономики на 2018–2020 годы.

Ряд результатов внедрён в научно-исследовательский и учебный процесс АО «Концерн «Созвездие», Военного учебно-научного центра Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж) и Воронежского государственного университета.

#### **Основные положения, выносимые на защиту.**

1. Структуры синтезированных оптимальных алгоритмов обнаружения и оценки амплитуды и длительности СШП КРС в условиях априорной параметрической неопределённости, позволяют осуществить практическую реализацию новых и усовершенствовать имеющиеся системы радиосвязи и локации, в случае невыполнения условия относительной узкополосности.
2. Результаты анализа КО алгоритма обнаружения СШП КРС позволили определить эффективность обнаружителей узкополосного радиосигнала, широко применяющихся в современной аппаратуре радиосвязи и передачи данных, при поступлении на вход исследуемого перспективного СШП КРС.
3. Точные и асимптотически точные выражения для расчёта характеристик эффективности функционирования синтезированных алгоритмов обнаружения и оценки амплитуды и длительности СШП КРС в условиях априорной параметрической неопределённости.
4. Результаты сравнения эффективности функционирования алгоритмов обработки СШП КРС в условиях различной априорной неопределённости и сложности их аппаратной или программной реализации.

**Достоверность результатов** и обоснованность основных положений и выводов, содержащихся в диссертационной работе, базируется на корректном использовании современного математического аппарата статистической радиофизики, подтверждается совпадением выносимых на защиту результатов с ранее известными в частных или предельных случаях, а также удовлетворительным согласованием полученных аналитических результатов с результатами статистического моделирования на ЭВМ. Используемое при расчётах суперкомпьютерное оборудование, которым располагает Воронежский государственный университет, позволило в полном объёме и с высокой точностью решить задачу статистического моделирования синтезированных алгоритмов. По состоянию на 2017 год оно представляет собой кластерную систему производительностью 39 терафлопсов, имеет 240 процессорных ядер, 20 ускорителей вычислений и 1,2 Тбайт оперативной памяти.

**Апробация работы.** Основные положения диссертационной работы докладывались и обсуждались на 12 международных и всероссийских конференциях:

1. XII Международной IEEE Сибирской конференции по управлению и связи «SIBCON-2016» (г. Москва, 2016г.);
2. III Всероссийской научно-технической конференции «Системы связи и радионавигации» (г. Красноярск, 2016 г.);
3. VI Общероссийской научно-технической конференции «Обмен опытом в области создания сверхширокополосных радиоэлектронных систем» (г. Омск, 2016 г.);
4. IV Всероссийской научно-практической конференции «Академические Жуковские чтения» (г. Воронеж, 2016 г.);
5. XI Международной IEEE научно-технической конференции «Динамика систем, механизмов и машин» (г. Омск, 2017 г.);
6. Международной IEEE-Евразийской конференции по энергетике и XIII IEEE Сибирской конференции по управлению и связи «SIBCON-2017» (г. Астана, 2017 г.);

7. II Межведомственной научно-практической конференции «Специальная подвижная радиосвязь» (г. Москва, 2017 г.);
8. XXI–XXIII Международных научно-технических конференциях «Радиолокация, навигация, связь» (г. Воронеж, 2015–2017 гг.);
9. Международной IEEE конференции молодых исследователей в области электротехники и электроники «2018 ElConRus» (г. Санкт-Петербург, 2018 г.);
10. Международной конференции-конкурсе молодых физиков (г. Москва, 2018 г.).

По итогам XII Международной IEEE Сибирской конференции по управлению и связи SIBCON-2016 вручён диплом за 1 место в конкурсе статей и устных выступлений с докладом [128].

По итогам Международной конференции-конкурса молодых физиков, проводимой в Физическом институте им. П.Н. Лебедева РАН в 2018 году, вручен диплом I степени и премия за лучшую научную работу [137].

**Публикации.** Основные результаты диссертации опубликованы в 16 научных работах [122–137], а также получено 1 свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ [138]. Из них, 6 работ [124, 125, 129, 131, 133, 137] опубликованы в изданиях, рекомендованных ВАК для публикации основных результатов диссертационных работ, а 3 работы [128, 135, 136] – в изданиях, включённых в глобальные индексы цитирования Scopus и Web of Science. Остальные работы [122, 123, 126, 127, 130, 132, 134] опубликованы в сборниках трудов Всероссийских и Международных конференций. В работах, выполненных совместно, научному руководителю принадлежит формулировка решаемой задачи и определение направлений, в которых нужно вести исследования. Подробное проведение рассуждений и доказательств, исследование актуальности и состояния решаемых задач, выполнение аналитических и численных расчётов, подготовка и реализация статистического моделирования на ЭВМ синтезированных алгоритмов, а также анализ и интерпретация результатов исследований выполнены лично автором.

**Структура и объём работы.** Диссертация изложена на 139 страницах и состоит из введения, 3 глав, заключения, списка сокращений и условных обозначений, списка литературы из 138 названий и 45 рисунков.

**Содержание работы.** Во введении обоснована актуальность темы исследования, изложены современные направления и перспективы исследований в данной области, поставлены цели и задачи работы. Дана характеристика работы, определены новые научные результаты и сформулированы положения, выносимые на защиту.

В первой главе определён подкласс исследуемых сигналов во множестве СШП сигналов. Синтезированы КП, КО (квадратурные) и МП обнаружители СШП КРС с неизвестными амплитудой, начальной фазой и длительностью на фоне белого гауссовского шума. Найдены точные и асимптотически точные выражения для характеристик обнаружения (вероятности ложной тревоги и пропуска сигнала) синтезированных детекторов. Проведён сравнительный анализ синтезированных алгоритмов обнаружения СШП КРС с неизвестными амплитудой, начальной фазой и длительностью и сделаны выводы об их эффективности. Полученные результаты подтверждены статистическим моделированием.

Во второй главе рассмотрена задача оценки амплитуды СШП КРС. Синтезированы КП и МП алгоритмы оценки амплитуды СШП КРС, найдены их характеристики (условные смещение, дисперсия и рассеяние). Исследовано влияние априорного незнания длительности сигнала на точность оценки амплитуды. Полученные результаты подтверждаются статистическим моделированием и подвергаются анализу.

В третьей главе рассмотрена задача оценки длительности СШП КРС. Синтезированы КП и МП алгоритмы оценки длительности СШП КРС с неизвестными амплитудой и начальной фазой, наблюдаемого на фоне аддитивного гауссовского белого шума. Найдены структура и статистические характеристики алгоритмов оценки длительности. Исследовано влияние априорного незнания амплитуды и начальной фазы сигнала на точность оценки

длительности. Проведён сравнительный анализ точности оценок длительности синтезированных алгоритмов СШП КРС с неизвестными амплитудой и начальной фазой и узкополосного радиосигнала. Полученные результаты подтверждены статистическим моделированием.

В заключении подведены итоги выполненных исследований и сформулированы выводы по работе в целом.

Автор выражает глубочайшую благодарность научному руководителю доктору физико-математических наук, доценту Корчагину Ю.Э. за руководство работой, творческое сотрудничество, ценные замечания и рекомендации, способствовавшие повышению качества работы, а также, ушедшему из жизни в 2017 году, Заслуженному деятелю науки, доктору технических наук, профессору Трифонову А.П. за важнейшие рекомендации и наставления, позволившие получить некоторые элегантные решения сложных математических задач.

# ГЛАВА 1 ОБНАРУЖЕНИЕ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНОГО КВАЗИРАДИОСИГНАЛА С НЕИЗВЕСТНЫМИ АМПЛИТУДОЙ, НАЧАЛЬНОЙ ФАЗОЙ И ДЛИТЕЛЬНОСТЬЮ

## 1.1 Квазиправдоподобное обнаружение с адаптацией по амплитуде и начальной фазе

В современных практических приложениях радио– и гидролокации, навигации, сейсмологии, радиосвязи и др. всё более широкое применение находят СШП сигналы [57, 101, 110]. При этом, как правило, используется амплитудно-импульсная и время-импульсная модуляция, что приводит к необходимости приёма СШП сигнала с неизвестными амплитудой и временем прихода. Оптимальные и квазиоптимальные алгоритмы обработки СШП сигналов с неизвестными амплитудой и временем прихода исследованы, например, в [71, 72]. Однако в силу особенностей процесса распространения часто оказывается неизвестной длительность СШП сигнала. Задача обнаружения сигнала с неизвестной длительностью актуальна не только для СШП сигналов, применительно к узкополосным радиосигналам она неоднократно рассматривалась в литературе [7, 68, 70]. В случае неизвестных длительности, амплитуды и начальной фазы радиосигнала синтез обнаружителя связан с необходимостью преодоления параметрической априорной неопределённости. Были исследованы КП и МП алгоритмы обнаружения узкополосного радиосигнала. В первом из них вместо неизвестных параметров используются некоторые их ожидаемые значения, а во втором – МП оценки неизвестных параметров [7, 68, 70]. Однако результаты решения задач обнаружения узкополосных радиосигналов неприменимы к СШП сигналам, поскольку при получении известных результатов как на этапе синтеза, так и анализа существенно использовалось условие относительной узкополосности. Поэтому представляет интерес синтез и анализ алгоритмов обнаружения СШП сигналов с неизвестной длительностью. Класс СШП сигналов чрезвычайно широк и включает в себя много различных моделей. Среди СШП выделим подкласс таких



сигналов, структура которых подобна узкополосным радиосигналам, однако условие относительной узкополосности для них не выполняется. Такие сигналы в работах [57, 71] названы СШП КРС. В рамках этой терминологии узкополосные радиосигналы являются частным случаем СШП КРС. Поэтому довольно актуальной представляется задача обобщения результатов решения задач обнаружения узкополосных радиосигналов на класс СШП КРС. Следует также заметить, что само понятие относительной узкополосности является в классической радиофизике, скорее, качественным, чем количественным. Решение задач обнаружения СШП КРС позволяет в каждом конкретном случае сформулировать количественные критерии узкополосности.

В данном параграфе рассмотрен КП алгоритм обнаружения СШП КРС произвольной формы с неизвестными амплитудой, начальной фазой и длительностью.

СШП КРС произвольной формы запишем в виде

$$s(t, a, \varphi, \tau) = \begin{cases} a f(t) \cos(\omega t - \varphi), & 0 \leq t \leq \tau, \\ 0, & t < 0, t > \tau, \end{cases} \quad (1.1.1)$$

где  $a$ ,  $\varphi$ ,  $\omega$ ,  $\tau$  – амплитуда, начальная фаза, частота и длительность СШП КРС соответственно, а  $f(t)$  – модулирующая функция, описывающая форму сигнала [71]. Если полоса частот  $\Delta\omega$  и частота  $\omega$  сигнала (1.1.1) удовлетворяют условию

$$\Delta\omega \ll \omega, \quad (1.1.2)$$

то сигнал (1.1.1) является узкополосным радиосигналом, а  $f(t)$  является его огибающей [7, 68]. Если условие (1.1.2) не выполняется, то формула (1.1.1) описывает СШП КРС.

На рисунке 1.1 представлена блок-схема формирования сигнала (1.1.1), где обозначено: Г – генератор гармонического сигнала  $a \cos(\omega t - \varphi)$  и К – ключ, замкнутый на интервале времени  $[0, \tau]$ . Величины  $a$ ,  $\varphi$ ,  $\omega$  представляют собой параметры гармонического колебания, используемого для его формирования и не являются амплитудой, начальной фазой и частотой в классическом понимании [18, 58]. Далее, для краткости, аналогично [71], будем называть параметры  $a$ ,  $\varphi$ ,

$\omega$ ,  $\tau$  соответственно амплитудой, начальной фазой, частотой и длительностью СШП КРС (1.1.1).

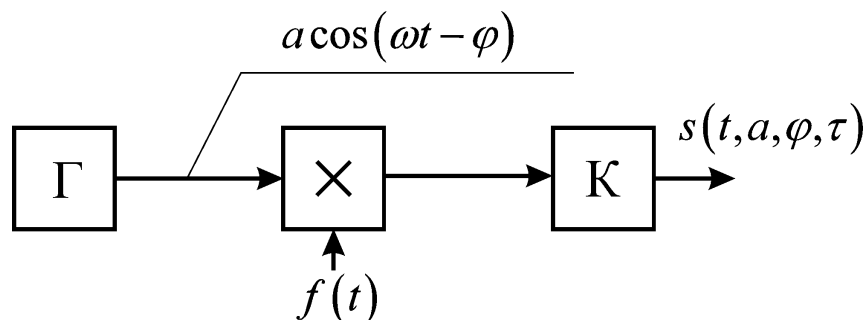


Рис.1.1

Рассмотрим задачу обнаружения сигнала (1.1.1) на фоне белого гауссовского шума  $n(t)$  в течение интервала времени  $t \in [0, T]$ . Полезный сигнал имеет неизвестную амплитуду  $a$ , начальную фазу  $\varphi$  и длительность  $\tau$ . Гауссовский белый шум обладает односторонней спектральной плотностью  $N_0$ . Запишем аддитивную смесь сигнала (1.1.1) и шума  $n(t)$  в виде

$$\xi(t) = \gamma_0 s(t, a_0, \varphi_0, \tau_0) + n(t), \quad (1.1.3)$$

где  $a_0$ ,  $\varphi_0$ ,  $\tau_0$  – истинные значения амплитуды, начальной фазы и длительности,  $\gamma_0$  – дискретный параметр, который принимает значение  $\gamma_0 = 0$  при отсутствии сигнала и  $\gamma_0 = 1$  – при наличии сигнала. Положим, что длительность сигнала может принимать значения из заранее заданного априорного интервала  $\tau \in [T_1, T_2]$ . Располагая принятой реализацией (1.1.3) приёмное устройство должно выносить решение о наличии или отсутствии сигнала. В таком случае задача обнаружения сигнала сводится к оценке параметра состояния  $\gamma_0$  на основе наблюдаемых данных (1.1.3).

Выполним синтез алгоритма обнаружения сигнала (оценки параметра  $\gamma_0$ ) методом МП [46, 68, 77], то есть найдём алгоритм формирования оценки на основе наблюдаемой реализации (1.1.3). Решающей статистикой в этом случае является ФОП или его логарифм. При наличии априорной неопределённости

относительно амплитуды, начальной фазы и длительности логарифм ФОП зависит четырех неизвестных параметров

$$L(\gamma, a, \varphi, \tau) = \frac{2\gamma}{N_0} \int_0^\tau \xi(t) s(t, a, \varphi) dt - \frac{\gamma}{N_0} \int_0^\tau s^2(t, a, \varphi) dt, \quad (1.1.4)$$

один из которых является информативным ( $\gamma$ ), а остальные ( $a, \varphi, \tau$ ) – сопутствующими (неинформативными). Преодоление априорного незнания неинформативных параметров сводится к тому, что в выражении для логарифма ФОП (1.1.4) нужно использовать их априори известные, или определяемые на основе анализа поступающей на вход приёмника реализации наблюдаемых данных значения. От способа выбора этих значений зависит структура алгоритма формирования оценки, а также её точность.

Вместо неизвестной длительности в выражении (1.1.4) можно использовать некоторое ожидаемое её значение  $\tau^*$  из области возможных значений  $[T_1, T_2]$ . Тогда оценка  $\hat{\gamma}$  параметра  $\gamma_0$  является квазиправдоподобной. При этом логарифм ФОП достигает абсолютного (наибольшего) максимума для значения  $\gamma = \hat{\gamma}$ . Квазиправдоподобный алгоритм обнаружения сигнала (оценки параметра  $\gamma_0$ ) можно аналогично [70, 71] представить в виде

$$\hat{\gamma} = \begin{cases} 1, & L \geq h, \\ 0, & L < h. \end{cases} \quad (1.1.5)$$

Здесь

$$L = \sup_{a, \varphi} L(a, \varphi) = L(\hat{a}, \hat{\varphi}), \quad (1.1.6)$$

$L(a, \varphi) = L(\gamma = 1, a, \varphi, \tau = \tau^*)$ , а  $(\hat{a}, \hat{\varphi}) = \operatorname{argsup} L(a, \varphi)$  – КП оценки неизвестных амплитуды и начальной фазы сигнала (1.1.1). Порог  $h$  в формуле (1.1.5) выбирается в соответствии с заданным критерием оптимальности [68].

Подставив в выражение (1.1.4) явный вид СШП КРС (1.1.1), перепишем логарифм ФОП в виде

$$L(a, \varphi) = a \left[ X(\tau^*) \cos \varphi + Y(\tau^*) \sin \varphi \right] - \frac{a^2}{2} \left[ Q(\tau^*) + P_c(\tau^*) \cos 2\varphi + P_s(\tau^*) \sin 2\varphi \right], \quad (1.1.7)$$

где

$$X(\tau^*) = \frac{2}{N_0} \int_0^{\tau^*} \xi(t) f(t) \cos \omega t \, dt, \quad Y(\tau^*) = \frac{2}{N_0} \int_0^{\tau^*} \xi(t) f(t) \sin \omega t \, dt, \\ Q(\tau^*) = \frac{1}{N_0} \int_0^{\tau^*} f^2(t) \, dt, \quad (1.1.8) \\ P_c(\tau^*) = \frac{1}{N_0} \int_0^{\tau^*} f^2(t) \cos 2\omega t \, dt, \quad P_s(\tau^*) = \frac{1}{N_0} \int_0^{\tau^*} f^2(t) \sin 2\omega t \, dt.$$

Для краткости обозначим  $X^* = X(\tau^*)$ ,  $Y^* = Y(\tau^*)$ ,  $Q^* = Q(\tau^*)$ ,  $P_c^* = P_c(\tau^*)$ ,  $P_s^* = P_s(\tau^*)$ .

Для получения решающей статистики (1.1.6) выполним аналитически максимизацию логарифма ФОП (1.1.7) по переменным  $a$  и  $\varphi$ . Составив и решив систему уравнений правдоподобия

$$\left. \frac{\partial L(a, \varphi)}{\partial a} \right|_{\hat{a}, \hat{\varphi}} = 0, \quad \left. \frac{\partial L(a, \varphi)}{\partial \varphi} \right|_{\hat{a}, \hat{\varphi}} = 0$$

и далее подставив полученные решения в (1.1.7), имеем

$$L = \sup_{a, \varphi} L(a, \varphi) = \frac{X^{*2}(Q^* - P_c^*) + Y^{*2}(Q^* + P_c^*) - 2X^*Y^*P_s^*}{2(Q^{*2} - P_c^{*2} - P_s^{*2})}. \quad (1.1.9)$$

На рисунке 1.2 представлена блок-схема КП обнаружителя СШП КРС (1.1.5), (1.1.9), где обозначено: И – интеграторы, работающие на интервале времени  $t \in [0, \tau^*]$ .

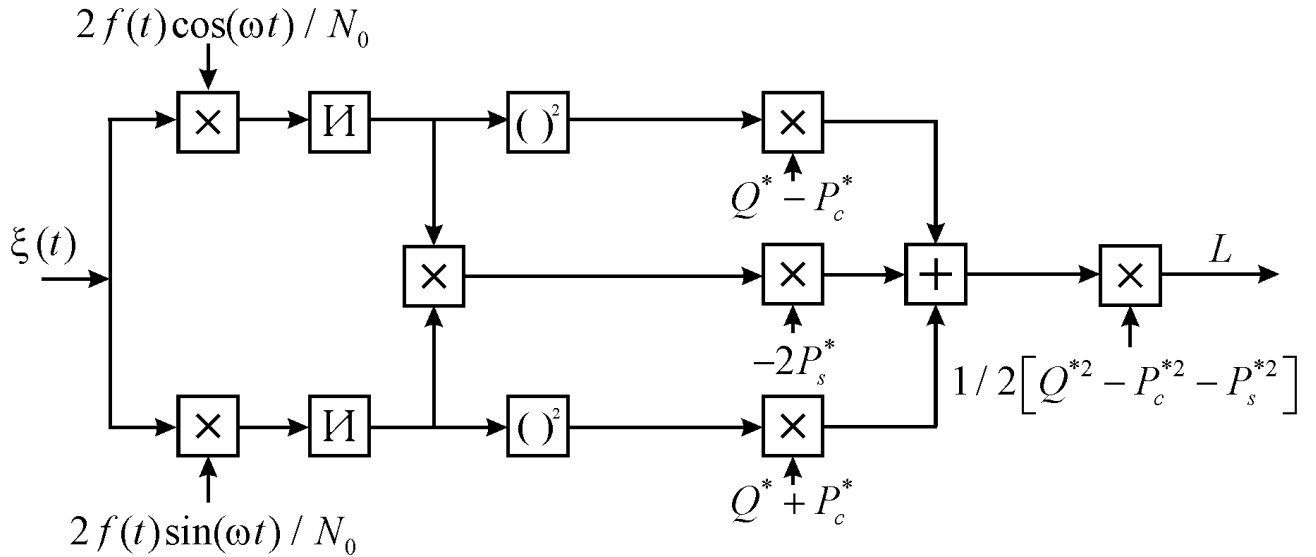


Рис. 1.2

В результате сравнения решающей статистики (1.1.9)  $L$  с порогом  $h$  выносятся решение о наличии или отсутствии сигнала.

Эффективность обнаружения характеризуется вероятностями ошибок 1-го и 2-го рода – ложной тревоги  $\alpha$  и пропуска сигнала  $\beta$  [7, 68], соответственно. Найдём вероятности ошибок КП алгоритма обнаружения (1.1.5), (1.1.9). Введём в выражении (1.1.9) замену переменных

$$J^* = -P_s^* X^* + (Q^* + P_c^*) Y^*, \quad Z^* = g^* X^*, \quad g^{*2} = Q^{*2} - P_c^{*2} - P_s^{*2}. \quad (1.1.10)$$

Тогда решающая статистика (1.1.9) принимает вид

$$L = \frac{Z^{*2} + J^{*2}}{2g^{*2}(Q^* + P_c^*)}. \quad (1.1.11)$$

Для вычисления вероятности ложной тревоги и пропуска сигнала необходимо найти плотность вероятности случайной величины  $L$  (1.1.11), которая является функцией случайных величин  $Z^*$  и  $J^*$ . Следовательно, для нахождения плотности вероятности  $L$ , предварительно вычислим совместную плотность вероятности случайных величин  $Z^*$  и  $J^*$ .

Случайные величины  $X^*$  и  $Y^*$  являются гауссовскими, так как представляют собой линейные преобразования гауссовского белого шума  $n(t)$ , а

случайные величины  $Z^*$  и  $J^*$  – их линейные комбинации, а значит также являются гауссовскими.

Следовательно, случайные величины  $X^*$  и  $Y^*$  полностью описываются первыми двумя моментами

$$\begin{aligned} m_{X^*} &= \langle X^* \rangle, \quad m_{Y^*} = \langle Y^* \rangle, \quad \sigma_{X^*}^2 = \langle (X^* - m_{X^*})^2 \rangle, \\ \sigma_{Y^*}^2 &= \langle (Y^* - m_{Y^*})^2 \rangle, \quad R_{X^*Y^*} = \frac{\langle (X^* - m_{X^*})(Y^* - m_{Y^*}) \rangle}{\sigma_{X^*}\sigma_{Y^*}}. \end{aligned} \quad (1.1.12)$$

Подставив принятую реализацию (1.1.3) в выражения (1.1.8), представим случайные величины  $X^*$  и  $Y^*$  в виде сумм детерминированных и случайных составляющих

$$X^* = \gamma_0 S_X^* + N_X^*, \quad Y^* = \gamma_0 S_Y^* + N_Y^*, \quad (1.1.13)$$

где

$$\begin{aligned} S_X^* &= \frac{2a_0}{N_0} \int_0^{\min(\tau_0, \tau^*)} f^2(t) \cos(\omega t - \varphi_0) \cos \omega t \, dt = \\ &= a_0 \left[ (Q_m^* + P_{cm}^*) \cos \varphi_0 + P_{sm}^* \sin \varphi_0 \right], \\ S_Y^* &= \frac{2a_0}{N_0} \int_0^{\min(\tau_0, \tau^*)} f^2(t) \cos(\omega t - \varphi_0) \sin \omega t \, dt = \\ &= a_0 \left[ (Q_m^* - P_{cm}^*) \sin \varphi_0 + P_{sm}^* \cos \varphi_0 \right], \end{aligned} \quad (1.1.14)$$

$$Q_m^* = \frac{1}{N_0} \int_0^{\min(\tau^*, \tau_0)} f^2(t) \, dt, \quad P_{cm}^* = \frac{1}{N_0} \int_0^{\min(\tau^*, \tau_0)} f^2(t) \cos 2\omega t \, dt, \quad (1.1.15)$$

$$P_{sm}^* = \frac{1}{N_0} \int_0^{\min(\tau^*, \tau_0)} f^2(t) \sin 2\omega t \, dt,$$

$$N_X^* = \frac{2}{N_0} \int_0^{\tau^*} n(t) \cos \omega_0 t \, dt, \quad N_Y^* = \frac{2}{N_0} \int_0^{\tau^*} n(t) \sin \omega_0 t \, dt. \quad (1.1.16)$$

Выполняя усреднение (1.1.12), находим математические ожидания

$$m_{X^*} = \langle X^* \rangle = \gamma_0 S_X^*, \quad m_{Y^*} = \langle Y^* \rangle = \gamma_0 S_Y^*, \quad (1.1.17)$$

дисперсии

$$\begin{aligned} \sigma_{X^*}^2 &= \langle (X^* - m_{X^*})^2 \rangle = \langle (N_X^*)^2 \rangle = Q^* + P_c^*, \\ \sigma_{Y^*}^2 &= \langle (Y^* - m_{Y^*})^2 \rangle = \langle (N_Y^*)^2 \rangle = Q^* - P_c^*, \end{aligned} \quad (1.1.18)$$

и коэффициент корреляции случайных величин  $X^*$  и  $Y^*$

$$R_{X^*Y^*} = \frac{\langle N_X^* N_Y^* \rangle}{\sigma_{X^*} \sigma_{Y^*}} = \frac{P_s^*}{\sqrt{Q^{*2} - P_c^{*2}}}, \quad (1.1.19)$$

а также первые два момента случайных величин  $Z^*$  и  $J^*$

$$m_{Z^*} = \langle Z^* \rangle = g^* m_{X^*} = \gamma_0 S_X^* g^*, \quad m_{J^*} = \langle J^* \rangle = -\gamma_0 P_s^* S_X^* + \gamma_0 (Q^* + P_c^*) S_Y^*, \quad (1.1.20)$$

$$\sigma_{Z^*}^2 = \langle (Z^* - m_{Z^*})^2 \rangle = g^{*2} (Q^* + P_c^*), \quad \sigma_{J^*}^2 = \langle (J^* - m_{J^*})^2 \rangle = g^{*2} (Q^* + P_c^*). \quad (1.1.21)$$

Следует отметить, что случайные величины  $Z^*$  и  $J^*$  некоррелированы, т. е.

$$R_{Z^*J^*} = \frac{\langle (Z^* - m_{Z^*})(J^* - m_{J^*}) \rangle}{\sigma_{Z^*} \sigma_{J^*}} = 0.$$

С учётом найденных моментов совместная гауссовская плотность вероятности случайных величин  $Z^*$  и  $J^*$  определяется формулой

$$W_2(Z^*, J^*) = \frac{1}{2\pi\sigma_{Z^*}\sigma_{J^*}} \exp \left\{ - \left[ \frac{[Z^* - m_{Z^*}]^2}{2\sigma_{Z^*}^2} + \frac{[J^* - m_{J^*}]^2}{2\sigma_{J^*}^2} \right] \right\}. \quad (1.1.22)$$

Сделаем в выражении (1.1.11) замену переменных  $Z^* = \Psi_1[\Lambda_1, \theta_1] = \Lambda_1 \cos \theta_1$ ,  $J^* = \Psi_2[\Lambda_1, \theta_1] = \Lambda_1 \sin \theta_1$ , тогда

$$L = \frac{\Lambda_1^2}{2g^{*2}(Q^* + P_c^*)}. \quad (1.1.23)$$

Используя правила замены переменных в плотностях вероятностей [21, 69], выполним переход в выражении (1.1.22) от совместной плотности вероятности случайных величин  $Z^*$  и  $J^*$  к совместной плотности вероятности случайных величин  $\Lambda_1$  и  $\theta_1$

$$W_{\Lambda_1\theta_1}(\Lambda_1, \theta_1) = W_{Z^*J^*}(Z^* = \Psi_1[\Lambda_1, \theta_1], J^* = \Psi_2[\Lambda_1, \theta_1])|D_1|, \quad (1.1.24)$$

где якобиан преобразования

$$|D_1| = \begin{vmatrix} \frac{\partial \Psi_1}{\partial \Lambda_1} & \frac{\partial \Psi_1}{\partial \theta_1} \\ \frac{\partial \Psi_2}{\partial \Lambda_1} & \frac{\partial \Psi_2}{\partial \theta_1} \end{vmatrix} = \Lambda_1,$$

причём  $\Lambda_1 \geq 0$ ,  $\theta_1 \in [-\pi, \pi]$ . Подставляя в выражение (1.1.24)  $\Psi_1[\Lambda_1, \theta_1]$ ,  $\Psi_2[\Lambda_1, \theta_1]$  находим совместную плотность вероятности случайных величин  $\Lambda_1$  и  $\theta_1$

$$W_{\Lambda_1\theta_1}(\Lambda_1, \theta_1) = \frac{\Lambda_1}{2\pi g^{*2}(Q^* + P_c^*)} \times \exp\left\{-\frac{[\Lambda_1 \cos \theta_1 - m_{Z^*}]^2 + [\Lambda_1 \sin \theta_1 - m_{J^*}]^2}{2g^{*2}(Q^* + P_c^*)}\right\}, \quad (1.1.25)$$

при  $\Lambda_1 \geq 0$ ,  $\theta_1 \in [-\pi, \pi]$ .

Для того, чтобы получить выражение вероятности ложной тревоги, найдём плотность вероятности решающей статистики  $L$  (1.1.23)  $W(L|\gamma_0=0)$ , при условии, что  $\gamma_0=0$ , т.е. когда сигнал отсутствует. Для этого в формуле (1.1.25) положим  $\gamma_0=0$  и проинтегрируем полученное выражение по  $\theta_1$ , в результате чего находим плотность вероятности случайной величины  $\Lambda_1$

$$W_{\Lambda_1}(\Lambda_1) = \int_{-\pi}^{\pi} W_{\Lambda_1\theta_1}(\Lambda_1, \theta_1) d\theta_1 = \frac{\Lambda_1}{g^{*2}(Q^* + P_c^*)} \exp\left\{-\frac{\Lambda_1^2}{2g^{*2}(Q^* + P_c^*)}\right\}, \quad \Lambda_1 \geq 0.$$

Затем переходим от плотности вероятности случайной величины  $\Lambda_1$  к плотности вероятности случайной величины  $L$  (1.1.23)



$$W(L|\gamma_0=0) = W_{\Lambda_1}(\Lambda_1 = \Lambda_1(L)|\gamma_0=0)|\tilde{D}_1|, \quad (1.1.26)$$

$$|\tilde{D}_1| = |\partial\Lambda_1(L)/\partial L|.$$

В итоге из (1.1.26) получаем

$$W(L|\gamma_0=0) = \exp(-L), \quad L \geq 0. \quad (1.1.27)$$

Используя выражение (1.1.27), находим вероятность ложной тревоги для обнаружителя (1.1.5), (1.1.9) в виде

$$\alpha_{\tau^*} = \int_h^{\infty} W(L|\gamma_0=0) dL = \begin{cases} \exp(-h), & h \geq 0, \\ 1, & h < 0. \end{cases} \quad (1.1.28)$$

Выражение (1.1.28) совпадает с вероятностью ложной тревоги МП алгоритма обнаружения СШП КРС, найденной в [71].

Для того чтобы получить выражение для вероятности пропуска сигнала необходимо найти плотность вероятности величины  $L$  (1.1.23)  $W(L|\gamma_0=1)$  при условии, что  $\gamma_0=1$ . Положив в формуле (1.1.25)  $\gamma_0=1$  и интегрируя полученное выражение по  $\theta_1$ , получим плотность вероятности случайной величины  $\Lambda_1$

$$W(\Lambda_1) = \frac{\Lambda_1}{g^{*2}(Q^* + P_c^*)} \exp\left\{-\frac{\Lambda_1^2 + m_{Z^*}^2 + m_{J^*}^2}{2g^{*2}(Q^* + P_c^*)}\right\} I_0\left\{\frac{\Lambda_1\sqrt{m_{Z^*}^2 + m_{J^*}^2}}{g^{*2}(Q^* + P_c^*)}\right\}, \quad \Lambda_1 \geq 0.$$

Здесь  $I_0(\cdot)$  – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка мнимого аргумента [4]. Переходя от плотности вероятности случайной величины  $\Lambda_1$  к плотности вероятности случайной величины  $L$  (1.1.23), имеем

$$W(L|\gamma_0=1) = \exp\left\{-\frac{Q^* a_0^2}{2} U\right\} \exp(-L) I_0\left[a_0 \sqrt{2LQ^* U}\right], \quad (1.1.29)$$

где

$$U = \frac{g^{*2} A_c^2 + \left[(Q^* + P_c^*) A_s - P_s^* A_c\right]^2}{g^{*2} Q^* (Q^* + P_c^*)}, \quad (1.1.30)$$

$$A_c = (Q_m^* + P_{cm}^*) \cos \varphi_0 + P_{sm}^* \sin \varphi_0, \quad A_s = (Q_m^* - P_{cm}^*) \sin \varphi_0 + P_{sm}^* \cos \varphi_0. \quad (1.1.31)$$

Найдём вероятность пропуска сигнала для обнаружителя (1.1.5) с учётом (1.1.29)

$$\beta_{\tau^*} = \int_0^h W(L|\gamma_0=1) dL = \exp\left\{-\frac{Q^* a_0^2}{2} U\right\} \int_0^h \exp(-L) I_0\left(a_0 \sqrt{2LQ^*U}\right) dL. \quad (1.1.32)$$

Введём далее обозначение

$$z_0^2 = a_0^2 Q_0, \quad (1.1.33)$$

где  $Q_0 = \frac{1}{N_0} \int_0^{\tau_0} f^2(t) dt$ . Величина (1.1.33) представляет собой отношение

сигнал/шум (ОСШ) на выходе приёмника МП для узкополосного радиосигнала [7, 68]. Перепишем вероятность пропуска сигнала (1.1.32) обнаружителем (1.1.5) в виде

$$\beta_{\tau^*} = \exp\left\{-\frac{z_0^2}{2} U \Delta_{\tau}\right\} \int_0^h \exp(-L) I_0\left(z_0 \sqrt{2LU \Delta_{\tau}}\right) dL, \quad (1.1.34)$$

где  $\Delta_{\tau} = Q^*/Q_0$  – обобщённая расстройка длительности, т.е. величина, характеризующая отличие ожидаемой длительности сигнала от её истинного значения. Следует заметить, что величина  $U$  зависит от  $\Delta_{\tau}$ . Если выполняется условие (1.1.2), т.е. сигнал является узкополосным, то  $P_c^*, P_s^*, P_{cm}^*, P_{sm}^* \ll Q$ . Запишем выражение для вероятности пропуска сигнала, положив в (1.1.30), (1.1.31) и (1.1.34)  $P_c^*, P_s^*, P_{cm}^*, P_{sm}^* = 0$

$$\beta_{узк} = \exp\left\{-\frac{z_0^2 \min^2(1, \Delta_{\tau})}{2\Delta_{\tau}}\right\} \int_0^h \exp(-L) I_0\left(z_0 \min(1, \Delta_{\tau}) \sqrt{2L/\Delta_{\tau}}\right) dL. \quad (1.1.36)$$

При  $\tau^* = \tau_0$ ,  $\Delta_{\tau} = 1$  вероятность пропуска сигнала (1.1.36) совпадает с вероятностью пропуска МП алгоритма обнаружения узкополосного радиосигнала, найденной в [68].

Проигрыш в эффективности обнаружения вследствие незнания длительности СШП КРС можно охарактеризовать отношением вероятностей пропуска сигнала при наличии и при отсутствии расстройки длительности

$$\chi_{\tau} = \beta_{\tau}^*(z_0, \Delta_{\tau}) / \beta_{\tau}^*(z_0, \Delta_{\tau} = 1) \quad (1.1.37)$$

и фиксированной вероятности ложной тревоги.

В качестве примера рассмотрим обнаружение СШП КРС, форма модулирующей функции которого определяется выражением

$$f(t) = \exp(-vt / T_2), \quad (1.1.38)$$

где  $v$  характеризует скорость изменения модулирующей функции.

На рис. 1.3 изображены зависимости вероятности пропуска сигнала (1.1.34) от ОСШ (1.1.33) при фиксированной вероятности ложной тревоги  $\alpha_{\tau}^* = 10^{-2}$  и различных расстройках длительности ожидаемого сигнала  $\Delta_{\tau}$ . Сплошная кривая соответствует отсутствию расстройки  $\Delta_{\tau} = 1$ , штриховая – расстройке  $\Delta_{\tau} = 2/3$  (ожидаемая длительность меньше истинного значения), штрихпунктирная – расстройке  $\Delta_{\tau} = 3/2$  (ожидаемая длительность больше истинного значения). При расчёте предполагалось, что  $\varphi_0 = 0$ ,  $v = 0,2$ ,  $k = T_2/T_1 = 4$  – динамический диапазон возможных значений длительности,  $\kappa = 1$  (на длительности принятого сигнала укладывается один период СШП КРС). Величина

$$\kappa = \frac{\omega \tau_0}{2\pi} \quad (1.1.39)$$

характеризует степень узкополосности СШП КРС и равна количеству периодов гармонического колебания (1.1.1), укладывающихся на длительности сигнала  $\tau_0$ . Истинное значение длительности сигнала при расчёте кривых было выбрано посередине априорного интервала её возможных значений  $\tau_0 = (T_2 + T_1)/2$ . На рис. 1.4 показаны зависимости величины проигрыша (1.1.37) от расстройки длительности  $\Delta_{\tau}$  при  $\alpha_{\tau}^* = 10^{-2}$ ,  $z_0 = 5$ ,  $\varphi_0 = 0$ ,  $v = 2$ ,  $k = 4$  и различных значениях параметра узкополосности:  $\kappa = 1$  (сплошная кривая),  $\kappa = 3$  (штриховая кривая) и  $\kappa = 8$  (штрихпунктирная кривая).

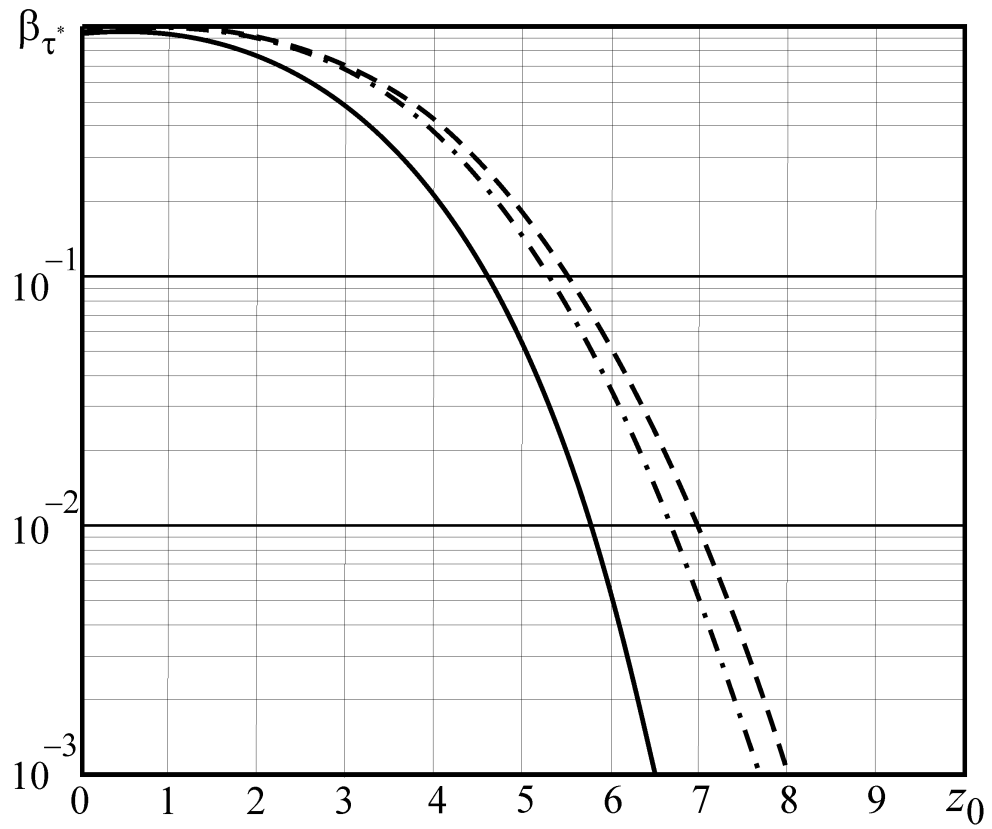


Рис. 1.3

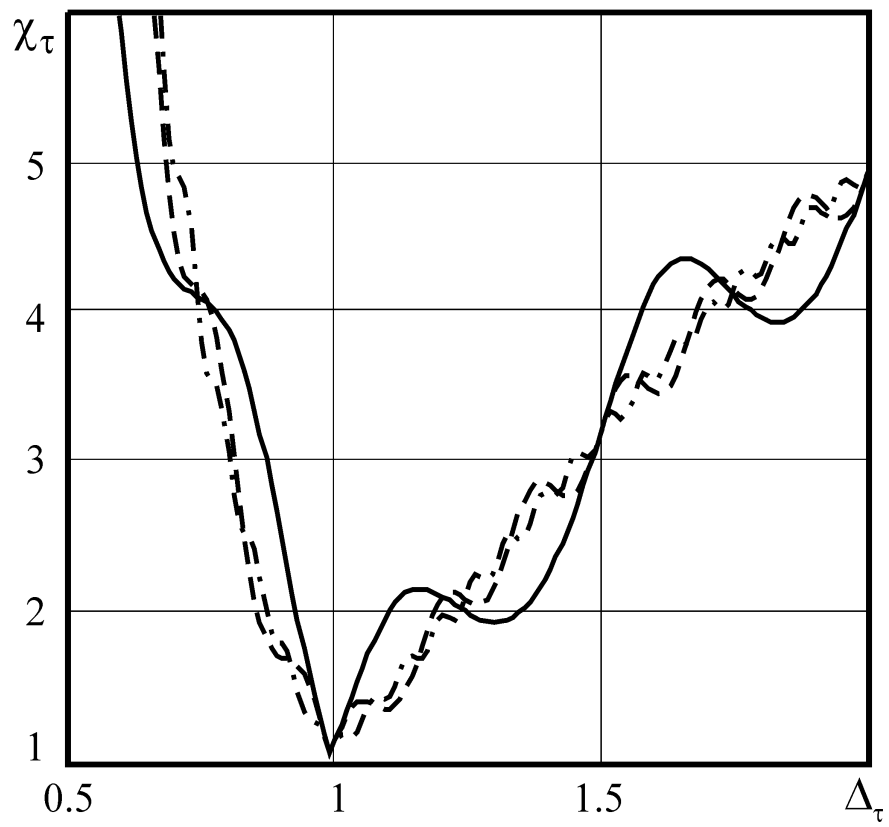


Рис. 1.4

На рис. 1.5 приведены зависимости вероятности пропуска сигнала (1.1.32) от величины параметра узкополосности  $\kappa$  при  $\alpha_{\tau}^* = 10^{-2}$ ,  $z_0 = 5$ ,  $\varphi_0 = 0$ ,  $\nu = 2$ ,  $k = 4$  и различных расстройках длительности ожидаемого сигнала  $\Delta_{\tau}$ . Сплошная кривая соответствует отсутствию расстройки  $\Delta_{\tau} = 1$ , штриховая – расстройке  $\Delta_{\tau} = 2/3$ , штрихпунктирная – расстройке  $\Delta_{\tau} = 3/2$ .

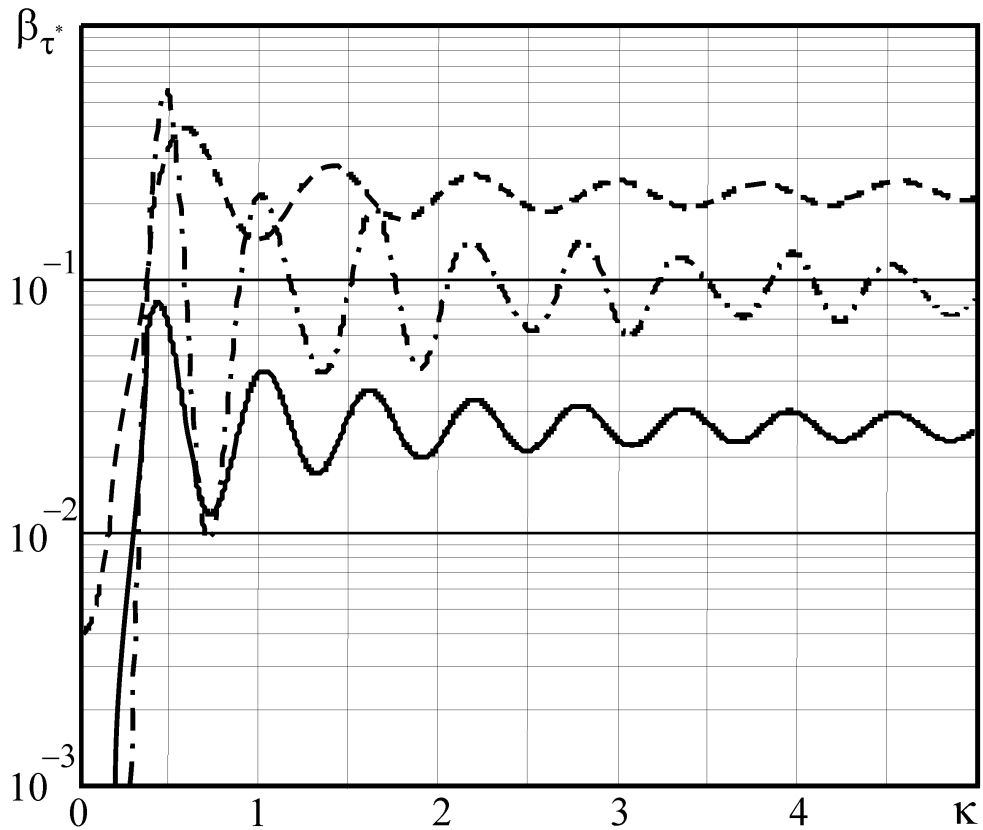


Рис. 1.5

Рис. 1.6 иллюстрирует зависимости вероятности пропуска (1.1.32) от начальной фазы принятого сигнала при  $\alpha_{\tau}^* = 10^{-2}$ ,  $z_0 = 5$ ,  $\kappa = 1$ ,  $\nu = 2$ ,  $k = 4$  и различных расстройках  $\Delta_{\tau}$ . Сплошная линия соответствует  $\Delta_{\tau} = 1$ , штриховая –  $\Delta_{\tau} = 3/2$ , штрихпунктирная –  $\Delta_{\tau} = 2/3$ .

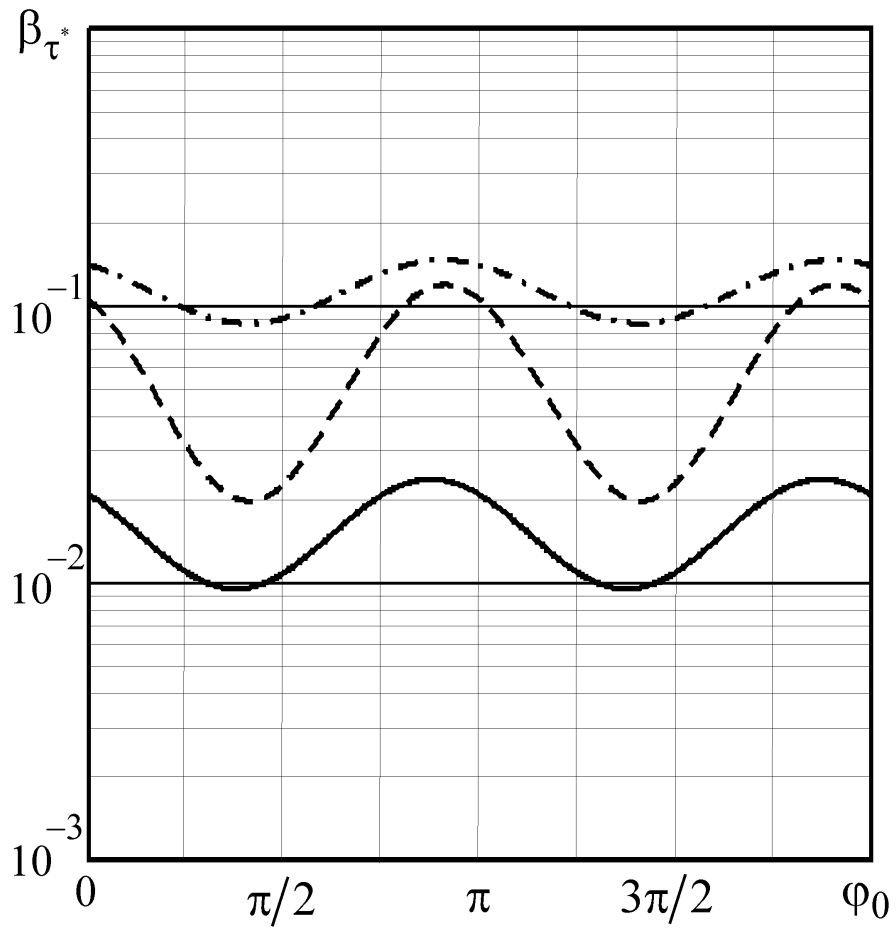


Рис. 1.6

На рисунках 1.7-1.10 приведены аналогичные рисункам 1.3-1.6 зависимости, при тех же исходных данных, но для случая обнаружения СШП КРС, форма модулирующей функции которого определяется выражением  $f(t)=1$ , т.е. сигнал (1.1.1) с прямоугольной модулирующей функцией.

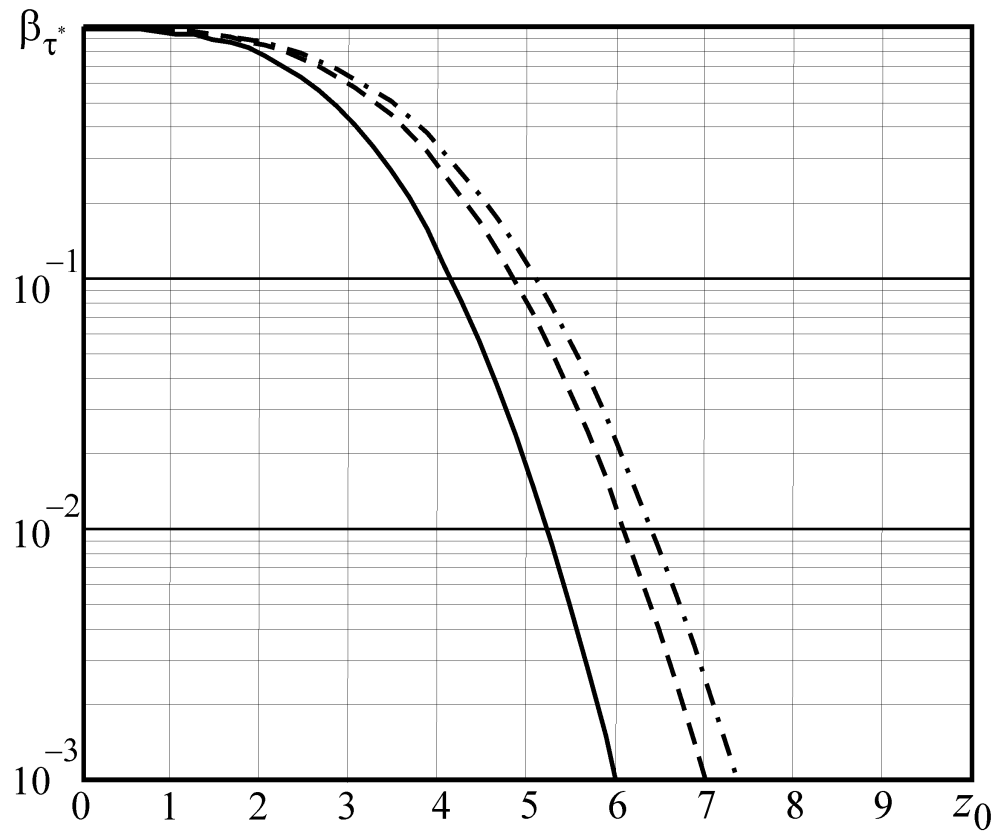


Рис. 1.7

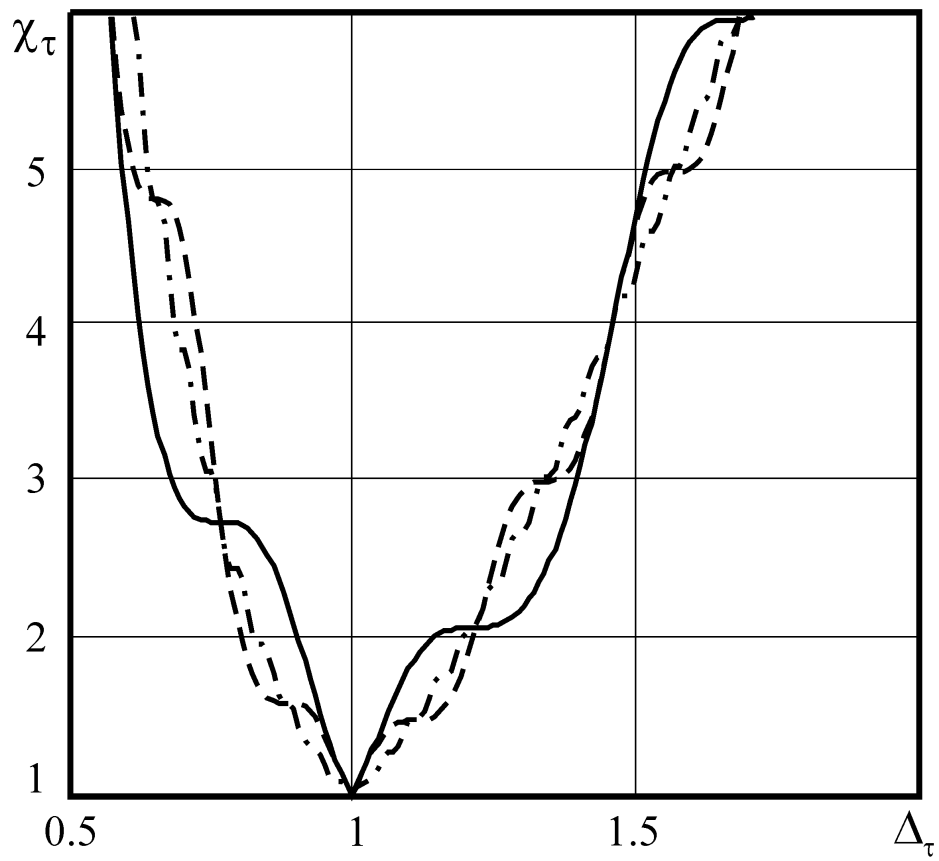


Рис. 1.8

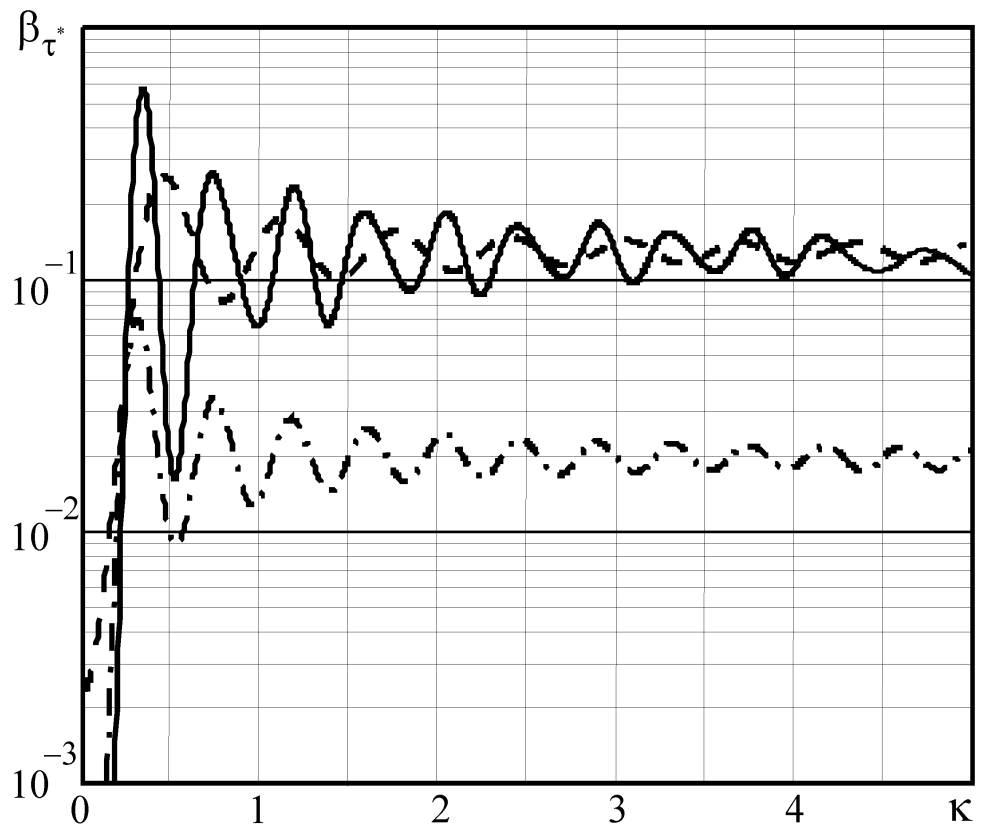


Рис. 1.9

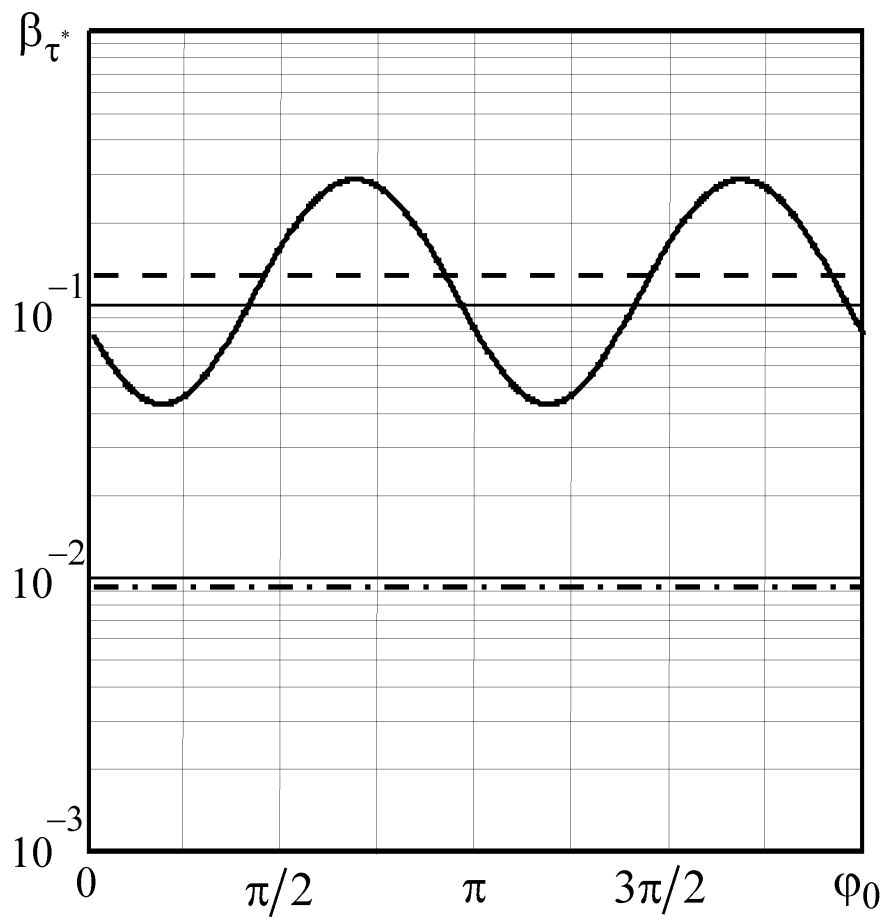


Рис. 1.10



Из рисунков видно, что априорное незнание длительности сигнала приводит к снижению эффективности обнаружения. Ухудшение качества обнаружения при значениях параметра узкополосности  $\kappa \geq 1$  зависит от начальной фазы принятого сигнала лишь при  $\Delta_\tau < 1$ . При малых значениях величины  $\kappa < 0,5$  поведение вероятности пропуска сигнала существенно зависит от начальной фазы принятого сигнала и величины расстройки длительности. Обнаружение СШП КРС с прямоугольной формой модулирующей функции подтверждает характер зависимостей, полученных при исследовании характеристик обнаружения СШП КРС с произвольной формой модулирующей функции. Сравнение характеристик обнаружения СШП КРС с прямоугольной, экспоненциальной или других модулирующих функций, позволяет, в зависимости от априори известных параметров генерируемого сигнала (1.1.1), синтезировать наиболее простой и эффективный обнаружитель.

## 1.2 Квазиправдоподобное обнаружение с адаптацией по длительности

В силу особенностей распространения радиоволн, а также из-за возможной неточности модели на приёмной стороне часто оказывается неизвестной длительность СШП КРС. В параграфе 1.1 исследован КП алгоритм обнаружения СШП КРС с неизвестными амплитудой, начальной фазой и длительностью, где вместо априори неизвестной длительности использовано некоторое её ожидаемое (прогнозируемое) значение, а по неизвестным амплитуде и начальной фазе выполнялась адаптация. В данном параграфе исследуем КП алгоритм обнаружения СШП КРС с адаптацией по длительности. Модель сигнала, подлежащего обнаружению, запишем в виде (1.1.1), а истинные значения амплитуды  $a_0$ , начальной фазы  $\varphi_0$  и длительности  $\tau_0$  будем по-прежнему считать неизвестными. Будем полагать, что сигнал (1.1.1) принимается на фоне белого гауссовского шума  $n(t)$ , который обладает односторонней спектральной плотностью  $N_0$ . Аддитивную смесь сигнала (1.1.1) и шума  $n(t)$ , наблюдаемую в течение интервала времени  $t \in [0, T]$ , представим в виде (1.1.3), при этом

длительность сигнала может принимать значения из априорного интервала  $\tau \in [T_1, T_2]$ ,  $0 < T_1 < T_2 \leq T$ . Приёмное устройство должно выносить решение о наличии или отсутствии сигнала располагая принятой реализацией (1.1.3), то есть задача обнаружения сводится к оценке дискретного параметра  $\gamma$ .

Выполним синтез алгоритма обнаружения сигнала (оценки параметра  $\gamma_0$ ) методом МП [46, 68, 77]. При наличии априорной неопределённости относительно амплитуды, начальной фазы и длительности логарифм ФОП зависит от четырёх неизвестных параметров и определяется выражением (1.1.4).

Вместо неизвестной длительности в выражении (1.1.4) будем использовать некоторые их ожидаемые значения  $a^*$  и  $\varphi^*$  соответственно, а вместо неизвестной длительности – её КП оценку (что равносильно адаптации алгоритма обнаружения по длительности). Тогда КП оценка  $\hat{\gamma}$  параметра  $\gamma$ , определяется как значение  $\gamma$ , при котором логарифм ФОП достигает абсолютного (наибольшего) максимума [46], то есть КП алгоритм обнаружения сигнала (оценки параметра  $\gamma$ ) можно аналогично [10] представить в виде (1.1.5), где

$$L = \sup_{\tau} L(\tau), \quad L(\tau) = L(\gamma = 1, a = a^*, \varphi = \varphi^*, \tau). \quad (1.2.1)$$

Порог  $h$  в формуле (1.1.5) выбирается в соответствии с заданным критерием оптимальности [7, 68]. Структура приёмного устройства определяется выражениями (1.1.4), (1.1.5), (1.2.1). Обнаружитель формирует случайный процесс (1.2.1) [21] для всех возможных значений длительности, находит величину его максимума и сравнивает его с порогом  $h$ , вынося решение о наличии или отсутствии сигнала. Подставим в выражение (1.1.4) явный вид СШП КРС (1.1.1) и преобразуем логарифм ФОП к виду

$$L(\tau) = a^* \left( X(\tau) \cos \varphi^* + Y(\tau) \sin \varphi^* \right) - \frac{a^{*2}}{2} \left[ Q(\tau) + P_c(\tau) \cos 2\varphi^* + P_s(\tau) \sin 2\varphi^* \right], \quad (1.2.2)$$

где обозначено

$$X(\tau) = \frac{2}{N_0} \int_0^\tau \xi(t) f(t) \cos \omega t dt, \quad Y(\tau) = \frac{2}{N_0} \int_0^\tau \xi(t) f(t) \sin \omega t dt,$$

$$Q(\tau) = \frac{1}{N_0} \int_0^\tau f^2(t) dt, \quad (1.2.3)$$

$$P_c(\tau) = \frac{1}{N_0} \int_0^\tau f^2(t) \cos(2\omega t) dt, \quad P_s(\tau) = \frac{1}{N_0} \int_0^\tau f^2(t) \sin(2\omega t) dt.$$

Для краткости обозначим  $X = X(\tau)$ ,  $Y = Y(\tau)$ ,  $Q = Q(\tau)$ ,  $P_c = P_c(\tau)$ ,  $P_s = P_s(\tau)$ .

Квазиправдоподобный обнаружитель СШП КРС (1.1.5) можно реализовать на основе блок-схемы, приведённой на рис. 1.11, где И – интеграторы, работающие на интервале времени  $[0, t]$ ,  $t \in [0, T_2]$ , Ч – удвоители частоты, ПД – пиковый детектор, ПУ – пороговое устройство, которое осуществляет сравнение величины максимума  $L$  с порогом  $h$  и выносит решение о наличии или отсутствии сигнала.

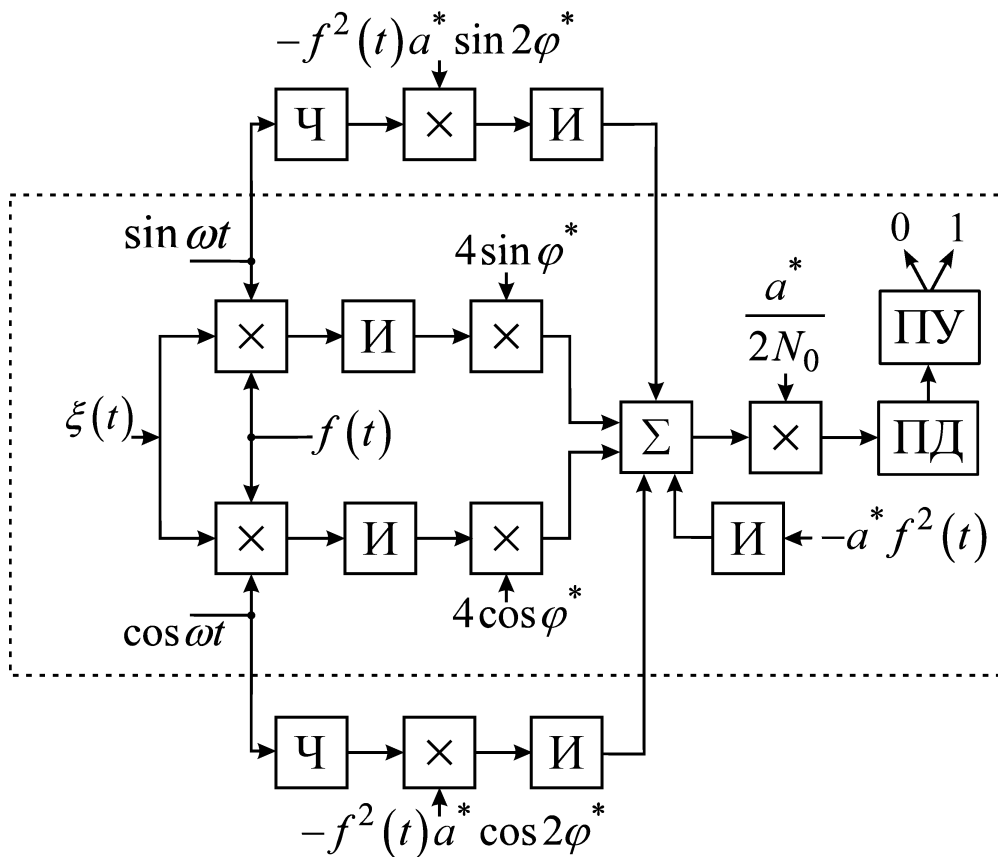


Рис. 1.11

Для узкополосного радиосигнала  $|P_c| \ll Q$ ,  $|P_s| \ll Q$ , тогда логарифм ФОП (1.2.2) приближённо можно записать в виде

$$L(\tau) \approx a^* \left( X \cos \varphi^* + Y \sin \varphi^* \right) - \frac{a^{*2} Q}{2}. \quad (1.2.4)$$

Блок-схема КП обнаружителя узкополосного радиосигнала (1.2.4) обведена на рис. 1.11 штриховой линией. Как видно из рисунка, учёт возможной неузкополосности принимаемого сигнала приводит к усложнению блок-схемы обнаружителя, в частности, к необходимости использования удвоителей частоты и дополнительных перемножителей и интеграторов.

Выполним анализ КП алгоритма обнаружения (1.1.5), т.е. найдём вероятности ложной тревоги и пропуска сигнала [7, 68, 77]. Очевидно, что априорное незнание амплитуды и начальной фазы оказывает влияние на эффективность обнаружения. Для количественного определения этого влияния введём в рассмотрение величины, которые характеризуют расстройку КП обнаружителя по амплитуде  $\Delta_a = a^*/a_0$  и начальной фазе  $\Delta_\varphi = \varphi^* - \varphi_0$ . Тогда ожидаемые амплитуду и начальную фазу можно выразить через истинные значения и расстройки как  $a^* = a_0 \Delta_a$  и  $\varphi^* = \varphi_0 + \Delta_\varphi$ . Подставив ожидаемые значения  $a^*$  и  $\varphi^*$  в выражение (1.2.2), запишем логарифм ФОП в виде

$$L(\tau) = a_0 \Delta_a \left( X \cos(\varphi_0 + \Delta_\varphi) + Y \sin(\varphi_0 + \Delta_\varphi) \right) - \frac{(a_0 \Delta_a)^2}{2} \left( Q + P_c \cos(2\varphi_0 + 2\Delta_\varphi) + P_s \sin(2\varphi_0 + 2\Delta_\varphi) \right). \quad (1.2.5)$$

Случайные процессы  $X(\tau)$  и  $Y(\tau)$  представляют собой линейные преобразования (1.2.3) гауссовского случайного процесса (1.1.3), а значит являются гауссовскими. Следовательно случайный процесс (1.2.5) также является гауссовским. Для его полного статистического описания достаточно найти математическое ожидание и корреляционную функцию. Обозначим  $L_1(\tau) = \{L(\tau) | \gamma_0 = 1\}$  – логарифм ФОП (1.2.5) при наличии сигнала в принятой

реализации, а  $L_0(\tau) = \{L(\tau)|\gamma_0 = 0\}$  – при его отсутствии. Выполняя усреднение, получаем математические ожидания при наличии сигнала

$$\begin{aligned} S_1(\tau) = \langle L_1(\tau) \rangle = & a_0^2 \Delta_a \left[ Q(\min(\tau, \tau_0)) \cos(\Delta_\varphi) + \right. \\ & \left. + P_c(\min(\tau, \tau_0)) \cos(2\varphi_0 + \Delta_\varphi) + P_s(\min(\tau, \tau_0)) \sin(2\varphi_0 + \Delta_\varphi) \right] - \\ & - \frac{a_0^2 \Delta_a^2}{2} \left[ Q + P_c \cos(2\varphi_0 + 2\Delta_\varphi) + P_s \sin(2\varphi_0 + 2\Delta_\varphi) \right] \end{aligned} \quad (1.2.6)$$

и при его отсутствии

$$S_0(\tau) = \langle L_0(\tau) \rangle = -\frac{a_0^2 \Delta_a^2}{2} \left[ Q + P_c \cos(2\varphi_0 + 2\Delta_\varphi) + P_s \sin(2\varphi_0 + 2\Delta_\varphi) \right], \quad (1.2.7)$$

а также корреляционную функцию

$$\begin{aligned} K(\tau_1, \tau_2) = & \langle \left[ L_1(\tau_1) - \langle L_1(\tau_1) \rangle \right] \left[ L_1(\tau_2) - \langle L_1(\tau_2) \rangle \right] \rangle = \\ = & \langle \left[ L_0(\tau_1) - \langle L_0(\tau_1) \rangle \right] \left[ L_0(\tau_2) - \langle L_0(\tau_2) \rangle \right] \rangle = \\ = & a_0^2 \Delta_a^2 \left[ Q(\min(\tau_1, \tau_2)) + P_c(\min(\tau_1, \tau_2)) \cos(2\varphi_0 + 2\Delta_\varphi) + \right. \\ & \left. + P_s(\min(\tau_1, \tau_2)) \sin(2\varphi_0 + 2\Delta_\varphi) \right]. \end{aligned} \quad (1.2.8)$$

Далее будем полагать, что выходное ОСШ для принятого сигнала достаточно велико. Для нахождения вероятности ложной тревоги исследуем решающую статистику  $L_0(\tau)$  в окрестности положения её максимума. С увеличением ОСШ положение максимума решающей статистики сходится в среднеквадратическом к положению максимума её математического ожидания [77]. Производная математического ожидания (1.2.6) при отсутствии сигнала для всех возможных значений длительности отрицательна

$$\frac{\partial S_0(\tau)}{\partial \tau} = -a_0^2 \Delta_a^2 f^2(\tau) \cos^2(\omega\tau - \varphi_0 - \Delta_\varphi) / N_0.$$

Следовательно, положение максимума математического ожидания  $S_0(\tau)$  решающей статистики на отрезке  $[T_1, T_2]$  совпадает с левой границей априорного интервала возможных значений длительности  $T_1$ . Для нахождения

асимптотически точных выражений для математического ожидания и корреляционной функции при отсутствии сигнала разложим выражения (1.2.7) и (1.2.8) в ряды Тейлора по  $\tau$  в окрестности  $T_1$  [39], получим

$$S_0(\tau) \approx -\lambda_0/2 - (\tau - T_1)\psi_0/2T_2, \quad (1.2.9)$$

$$K_{q0}(\tau_1, \tau_2) \approx \lambda_0 + \psi_0 \min(\tau_1 - T_1, \tau_2 - T_1)/T_2, \quad (1.2.10)$$

где  $\psi_0 = \Delta_a^2 z^2 f^2(T_1) \cos^2(\omega T_1 - \varphi_0 - \Delta_\varphi)$ ,

$$\lambda_0 = (a_0 \Delta_a)^2 \left( Q(T_1) + P_c(T_1) \cos(2\varphi_0 + 2\Delta_\varphi) + P_s(T_1) \sin(2\varphi_0 + 2\Delta_\varphi) \right),$$

$$z^2 = 2a_0^2 T_2 / N_0 \quad (1.2.11)$$

– ОСШ на выходе приёмника МП для СШП КРС с амплитудой  $a_0$  и длительностью  $T_2$  и прямоугольной модулирующей функцией.

Будем аппроксимировать логарифм ФОП  $L_0(\tau)$  при больших ОСШ гауссовским случайным процессом  $\mu_0(\tau)$  с математическим ожиданием (1.2.9) и корреляционной функцией (1.2.10) на всём априорном интервале значений длительности. Используя выражения (1.2.9), (1.2.10) и теорему Дуба [29, 67], можно показать, что решающая статистика  $\mu_0(\tau)$  является гауссовским марковским процессом с коэффициентом сноса  $k_{10}$  и коэффициентом диффузии  $k_{20}$  [29, 67]

$$k_{10} = -\psi_0/2T_2, \quad k_{20} = \psi_0/T_2. \quad (1.2.12)$$

Найдём вероятность ложной тревоги. Она по определению представляет собой вероятность того, что максимальное значение решающей статистики  $\mu_0(\tau)$  при отсутствии сигнала в принятой реализации превысит порог  $h$  на интервале  $\tau \in [T_1, T_2]$

$$\alpha = P\{\sup \mu_0(\tau) \geq h, \tau \in [T_1, T_2]\} = 1 - P\{\sup \mu_0(\tau) < h, \tau \in [T_1, T_2]\}.$$

Очевидно, что если при любых  $\tau$  из отрезка  $[T_1, T_2]$  реализация случайного процесса не превысит порог, то  $\sup \mu_0(\tau) < h$ , следовательно

$$\alpha = 1 - P\{\mu_0(\tau) < h, \tau \in [T_1, T_2]\}. \quad (1.2.13)$$

Таким образом, для поиска вероятности ложной тревоги необходимо найти вероятность недостижения границ  $y = -\infty$  и  $y = h$  случайным процессом  $\mu_0(\tau)$ . Задача о достижении границ подробно исследована применительно к марковским случайным процессам [67]. Используя марковские свойства случайного процесса  $\mu_0(\tau)$ , выразим вероятность недостижения границ как

$$F_0(h) = \int_{-\infty}^h W(y, T_2) dy. \quad (1.2.14)$$

Здесь плотность вероятности  $W(y, \tau)$  является решением уравнения Фоккера-Планка-Колмогорова [29, 67]

$$\frac{\partial W(y, \tau)}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial y} [k_1 W(y, \tau)] - \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} [k_2 W(y, \tau)] = 0, \quad (1.2.15)$$

с коэффициентами (1.2.12)  $k_1 = k_{10}$ ,  $k_2 = k_{20}$  при начальном условии

$$W(y, T_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\lambda_0}} \exp\left(-\frac{(y + \lambda_0/2)^2}{2\lambda_0}\right)$$

и граничных условиях

$$W(-\infty, \tau) = W(h, \tau) = 0.$$

Решаем уравнение Фоккера-Планка-Колмогорова (1.2.15) методом отражения с переменной знака [67], затем подставляем найденное решение в (1.2.14), а после (1.2.14) в (1.2.13), находим выражение для вероятности ложной тревоги

$$\begin{aligned} \alpha_{a^*, \varphi^*} = \alpha(h, z) = & 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi\lambda_0}} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{(h - \xi + \lambda_0/2)^2}{2\lambda_0}\right) \times \\ & \times \left[ \Phi\left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\psi_0(k-1)}{k}} + \xi \sqrt{\frac{k}{\psi_0(k-1)}}\right) - \right. \\ & \left. - \exp(-\xi) \Phi\left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\psi_0(k-1)}{k}} - \xi \sqrt{\frac{k}{\psi_0(k-1)}}\right) \right] d\xi, \end{aligned} \quad (1.2.16)$$

где  $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp(-t^2/2) dt$  – интеграл вероятности, а  $k = T_2/T_1$  – динамический диапазон возможных значений длительности.

Далее найдём приближённое выражение для условной вероятности пропуска сигнала, справедливое при достаточно больших ОСШ. Как известно [7, 68], при увеличении ОСШ положение максимума логарифма ФОП (1.2.2) сходится в среднеквадратическом к положению максимума его математического ожидания  $\tau_s = \arg \sup S_1(\tau)$ . Поэтому исследуем решающую статистику  $L_1(\tau)$  в окрестности  $\tau_s$ . Ограничимся далее рассмотрением таких сочетаний ожидаемых и истинных значений амплитуды и начальной фазы, при которых положение максимума математического ожидания (1.2.6), совпадает с истинным значением неизвестной длительности, так что  $\tau_s = \tau_0$ . Для получения асимптотических выражений для математического ожидания и корреляционной функции при наличии сигнала разложим функции (1.2.6) и (1.2.8) в ряды Тейлора по  $\tau$  в окрестности  $\tau_0$ , ограничиваясь членами первого порядка малости

$$S_1(\tau) \approx \frac{\lambda_1}{2} + \frac{\tau - \tau_0}{2T_2} \begin{cases} \psi_1, & \tau \leq \tau_0, \\ -\psi_2, & \tau > \tau_0, \end{cases} \quad (1.2.17)$$

$$K_{q1}(\tau_1, \tau_2) \approx \lambda_1 + \psi_2 \min(\tau_1 - \tau_0, \tau_2 - \tau_0)/T_2, \quad (1.2.18)$$

где

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= S_1(\tau_0), \quad \psi_1 = z^2 \Delta_a f^2(\tau_0) \cos(\omega\tau_0 - \Delta_\varphi - \varphi_0) \times \\ &\quad \times \left[ 2 \cos(\varphi_0 - \omega\tau_0) - \Delta_a \cos(\omega\tau_0 - \Delta_\varphi - \varphi_0) \right], \\ \psi_2 &= \Delta_a^2 z^2 f^2(\tau_0) \cos^2(\omega\tau_0 - \Delta_\varphi - \varphi_0). \end{aligned}$$

Будем аппроксимировать логарифм ФОП  $L_1(\tau)$  гауссовским случайным процессом  $\mu_1(\tau)$  с математическим ожиданием (1.2.17) и корреляционной функцией (1.2.18). Такая аппроксимация имеет смысл для всех  $\tau > \tau_d = \tau_0 - T_2 \lambda_1 / \psi_2$ , при которых дисперсия случайного процесса  $\mu_1(\tau)$



неотрицательна, т.е.  $K_{q1}(\tau, \tau) \approx \lambda_1 + \psi_2(\tau - \tau_0)/T_2 \geq 0$ . При использовании аппроксимации  $\mu_1(\tau)$  будем полагать, что значения длительности лежат в априорном интервале  $[T_d, T_2]$ , где  $T_d = \max(\tau_d, T_1)$ . Используя выражения (1.1.17), (1.2.18) и теорему Дуба [29, 67], можно показать, что решающая статистика  $\mu_1(\tau)$  является гауссовским марковским процессом с коэффициентом сноса  $k_{11}$  и коэффициентом диффузии  $k_{21}$  [29, 67]

$$k_{11} = \frac{1}{2T_2} \begin{cases} \psi_1, & T_d \leq \tau \leq \tau_0, \\ -\psi_2, & \tau_0 < \tau \leq T_2, \end{cases} \quad k_{21} = \frac{\psi_2}{T_2}. \quad (1.2.19)$$

Найдём вероятность пропуска сигнала. Она по определению представляет собой вероятность того, что максимальное значение решающей статистики  $\mu_1(\tau)$  при наличии сигнала в принятой реализации не превысит порог  $h$  на интервале  $\tau \in [T_d, T_2]$

$$\beta = F_1(h) = P\{\mu_1(\tau) < h, \tau \in [T_d, T_2]\}. \quad (1.2.20)$$

Таким образом, для поиска вероятности пропуска сигнала необходимо найти вероятность недостижения границ  $y = -\infty$  и  $y = h$  случайным процессом  $\mu_1(\tau)$ . Задача о достижении границ подробно исследована применительно к марковским случайным процессам [67]. Используя марковские свойства случайного процесса  $\mu_1(\tau)$ , выразим вероятность недостижения границ через решение уравнения Фоккера-Планка-Колмогорова (1.2.15)

$$F_1(h) = \int_{-\infty}^h W(y, T_2) dy. \quad (1.2.21)$$

Функция  $W(y, \tau)$  по смыслу представляет собой плотность вероятности реализаций случайного процесса  $\mu_1(\tau)$ , ни разу не достигших границ  $y = -\infty$ ,  $y = h$  [67] и является решением уравнения Фоккера-Планка-Колмогорова (1.2.15) с коэффициентами (1.2.19) при начальном условии

$$W(y, T_d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(\lambda_1 + \psi_2(T_d - \tau_0)/T_2)}} \exp\left(-\frac{(y - \lambda_1/2 + \psi_1(T_d - \tau_0)/2T_2)^2}{2(\lambda_1 + \psi_2(T_d - \tau_0)/T_2)}\right)$$

и граничных условиях

$$W(-\infty, \tau) = W(h, \tau) = 0.$$

Решая уравнение Фоккера-Планка-Колмогорова (1.2.15) методом отражения с переменной знака [67], затем подставляем найденное решение в (1.2.21), а после (1.2.21) в (1.2.20), находим выражение для вероятности пропуска сигнала

$$\begin{aligned} \beta_{a^*, \varphi^*} = \beta(h, z) &= \frac{\exp[-\psi_1^2(\tau_0 - T_d)/8\psi_2 T_2]}{\sqrt{2\pi\psi_2(\tau_0 - T_d)/T_2}} \int_0^\infty \int_0^\infty W(h - \xi, T_d) \times \\ &\times \exp\left(\frac{\psi_1}{2\psi_2}(\xi - \xi_1)\right) \left\{ \Phi\left(\frac{2\xi_1 T_2 + \psi_2(T_2 - \tau_0)}{2\sqrt{\psi_2 T_2(T_2 - \tau_0)}}\right) - \right. \\ &\left. - \exp(-\xi_1) \Phi\left(\frac{-2\xi_1 T_2 + \psi_2(T_2 - \tau_0)}{2\sqrt{\psi_2 T_2(T_2 - \tau_0)}}\right) \right\} \times \\ &\times \left\{ \exp\left(-\frac{(\xi - \xi_1)^2 T_2}{2\psi_2(\tau_0 - T_d)}\right) - \exp\left(-\frac{(\xi + \xi_1)^2 T_2}{2\psi_2(\tau_0 - T_d)}\right) \right\} d\xi d\xi_1. \end{aligned} \quad (1.2.22)$$

В частном случае, когда истинное значение длительности сигнала лежит посередине априорного интервала её возможных значений  $\tau_0 = (T_2 + T_1)/2$ , выражение (1.2.22) принимает вид

$$\begin{aligned} \beta_{a^*, \varphi^*} = \beta(h, z) &= \frac{\exp[-\psi_1^2(k_d(1+k) - 2k)/16\psi_2 k k_d]}{\sqrt{\pi\psi_2(k_d(1+k) - 2k)/k k_d}} \int_0^\infty \int_0^\infty W(h - \xi, T_d) \times \\ &\times \exp\left(\frac{\psi_1}{2\psi_2}(\xi - \xi_1)\right) \left\{ \Phi\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\psi_2(k-1)}{2k}} + \xi_1\sqrt{\frac{2k}{\psi_2(k-1)}}\right) - \right. \\ &\left. - \exp(-\xi_1) \Phi\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\psi_2(k-1)}{2k}} - \xi_1\sqrt{\frac{2k}{\psi_2(k-1)}}\right) \right\} \times \\ &\times \left\{ \exp\left(-\frac{(\xi - \xi_1)^2 k k_d}{\psi_2(k_d(1+k) - 2k)}\right) - \exp\left(-\frac{(\xi + \xi_1)^2 k k_d}{\psi_2(k_d(1+k) - 2k)}\right) \right\} d\xi d\xi_1, \end{aligned} \quad (1.2.23)$$

где  $k_d = \frac{T_2}{T_d}$ .

В качестве примера проанализируем КП алгоритм обнаружения СШП КРС с прямоугольной формой модулирующей функции. На рис. 1.12 изображены зависимости вероятности ложной тревоги (1.2.16) от ОСШ (1.2.11) при различных значениях параметра узкополосности. Штриховая кривая соответствует параметру узкополосности  $\kappa = 0,4$ , сплошная –  $\kappa = 0,6$ , а штрихпунктирная –  $\kappa = 0,8$ . На рис. 1.13 показаны зависимости вероятности пропуска сигнала (1.2.23) от ОСШ (1.2.11) при различных значениях параметра узкополосности: сплошная кривая соответствует параметру узкополосности  $\kappa = 0,4$ , штриховая –  $\kappa = 0,6$ , а штрихпунктирная –  $\kappa = 0,8$ . При расчёте кривых на рис. 1.12 и 1.13 предполагалось, что начальная фаза принятого сигнала  $\varphi_0 = 0$ , порог  $h = 0$ ,  $k = 4$ , и отсутствуют расстройки амплитуды  $\Delta_a = 1$  и начальной фазы  $\Delta_\varphi = 0$ . На рис. 1.14 и 1.15 изображены зависимости вероятности пропуска сигнала (1.2.23) при различных значениях ОСШ (1.2.11) от параметра узкополосности и расстройки начальной фазы, соответственно. Штриховые кривые соответствуют ОСШ  $z = 3$ , сплошные –  $z = 5$ , а штрихпунктирные –  $z = 7$ . При расчёте кривых рис. 1.14 предполагалось, что начальная фаза принятого сигнала  $\varphi_0 = 0$ , порог  $h = 0$ ,  $k = 4$ , отсутствуют расстройки амплитуды  $\Delta_a = 1$  и начальной фазы  $\Delta_\varphi = 0$ , а для кривых на рис. 1.15 –  $\varphi_0 = 0$ ,  $h = 0$ ,  $k = 4$  и  $\kappa = 0,5$ .

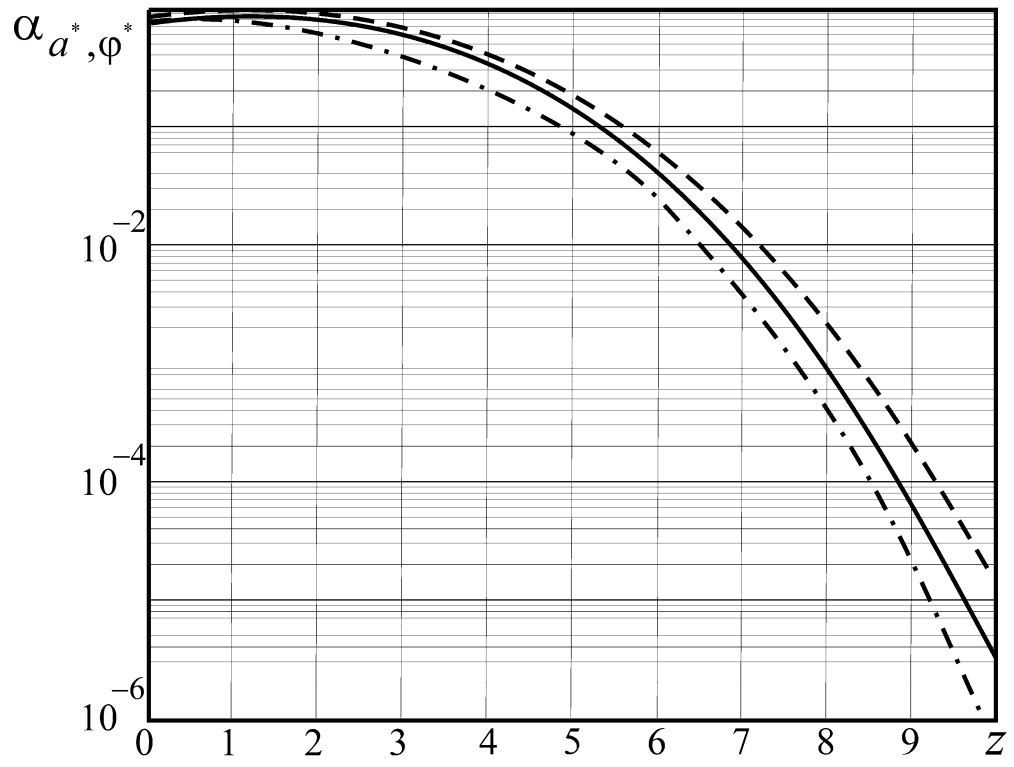


Рис. 1.12

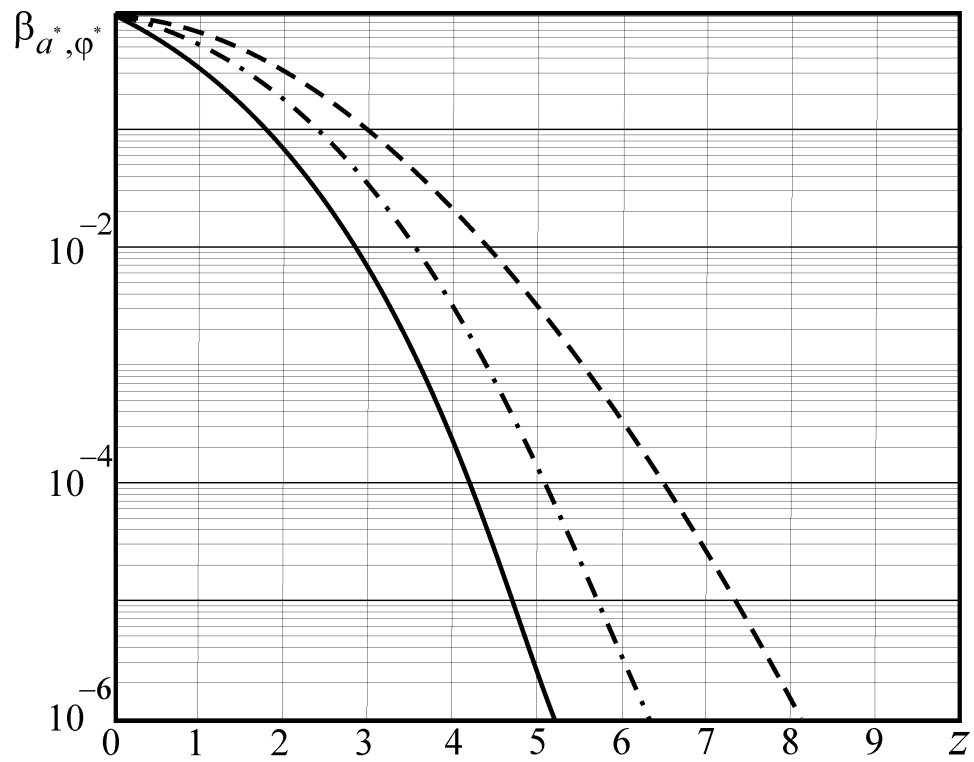


Рис. 1.13

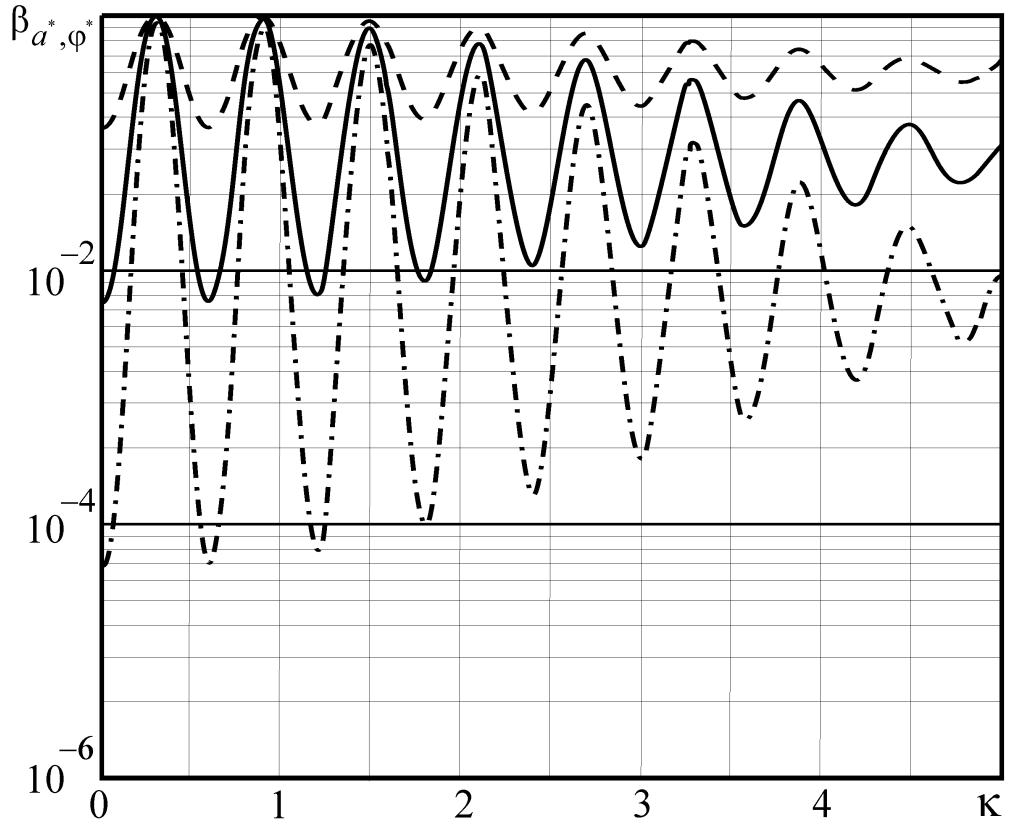


Рис. 1.14

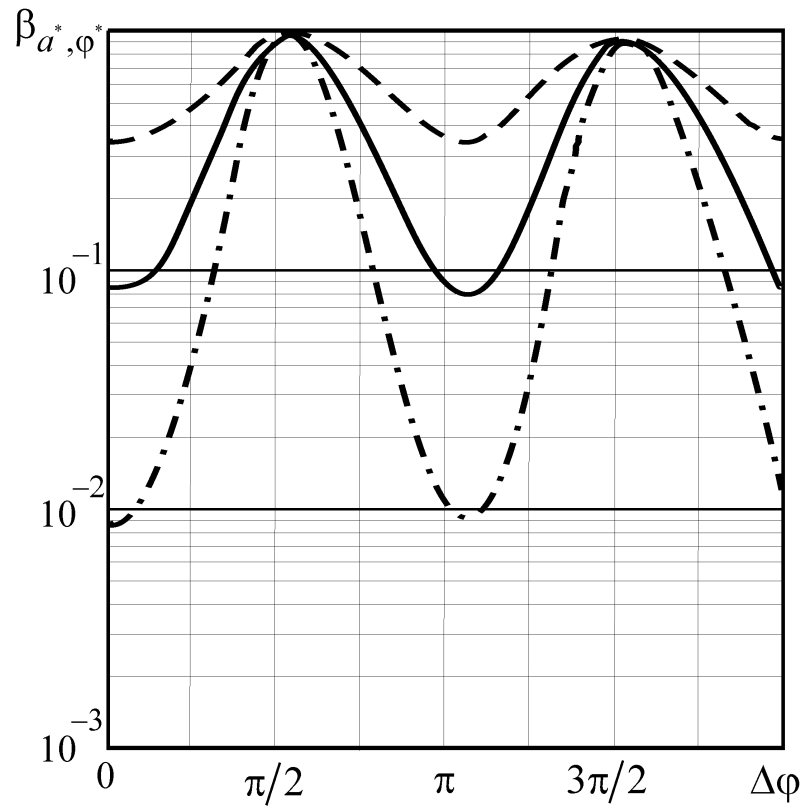


Рис. 1.15

Из рисунков видно, что параметр узкополосности  $\kappa$  оказывает существенное влияние на качество обнаружения СШП КРС. С ростом  $\kappa$  его влияние на характеристики обнаружения снижается, что подтверждается частным случаем СШП КРС – узкополосным радиосигналом ( $\kappa \gg 1$ ), характеристики обнаружения которого не зависят от числа периодов гармонических колебаний на интервале его длительности [7, 68, 70]. Незнание параметра узкополосности, амплитуды или начальной фазы (наличие расстроек) приводят к увеличению ошибок обнаружения. Таким образом, в практических приложениях целесообразно использовать такие СШП КРС, для которых число периодов гармонических колебаний на интервале длительности соответствуют наименьшим вероятностям ошибок.

Проанализируем КП алгоритм обнаружения СШП КРС, форма модулирующей функции которого определяется выражением (1.1.38). На рис. 1.16 изображены кривые, характеризующие зависимость вероятности пропуска сигнала (1.2.23) от ОСШ (1.2.11) при различных уровнях вероятности ложной тревоги (1.2.16): сплошная кривая соответствует уровню  $\alpha_{a^*, \varphi^*} = 0,1$ , штриховая –  $\alpha_{a^*, \varphi^*} = 0,01$ , штрихпунктирная  $\alpha_{a^*, \varphi^*} = 0,001$ .

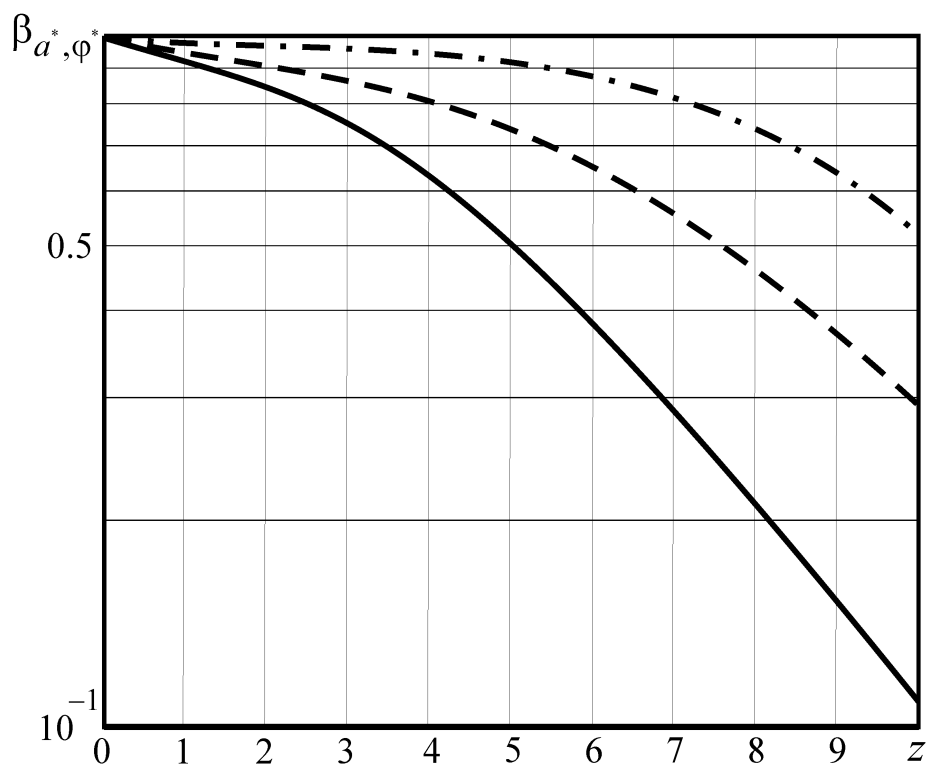


Рис. 1.16

При расчёте кривых на рис. 1.16 предполагалось, что  $\varphi_0 = 0$ ,  $\nu = 2$ ,  $k = 4$ ,  $\kappa = 0,3$ , и отсутствуют расстройки амплитуды  $\Delta_a = 1$  и начальной фазы  $\Delta_\varphi = 0$ . Зависимости, показанные на рис. 1.16 характеризуют эффективность обнаружения при отсутствии расстроек амплитуды и начальной фазы. При этом КП алгоритм обнаружения совпадает с МП алгоритмом при априори известных амплитуде и начальной фазе.

Для того, чтобы количественно охарактеризовать влияние априорного незнания амплитуды и начальной фазы на эффективность обнаружения введём величину

$$\chi_{a\varphi} = \frac{\beta_{a^*,\varphi^*}(h', z, \Delta_a, \Delta_\varphi)}{\beta_{a^*,\varphi^*}(h', z, \Delta_a = 1, \Delta_\varphi = 0)}, \quad (1.2.24)$$

которая представляет собой отношение вероятностей пропуска сигнала с неизвестными амплитудой, начальной фазой и длительностью при наличии и отсутствии расстроек по амплитуде и фазе. В (1.2.24)  $h'$  – порог, найденный из решения уравнения  $\alpha_{a^*,\varphi^*}(h', z) = p$  в соответствии с критерием Неймана-Пирсона [19, 20, 93, 96]. На рис. 1.17 и 1.18 изображены кривые, характеризующие зависимость проигрыша (1.2.24) в эффективности обнаружения СШП КРС с неизвестной длительностью от расстроек амплитуды  $\Delta_a$  и начальной фазы  $\Delta_\varphi$  соответственно при различных значениях ОСШ и  $p = 0.1$ . Сплошные кривые на рис. 1.17, 1.18 соответствуют ОСШ  $z = 3$ , штриховые –  $z = 5$ , а штрихпунктирные –  $z = 7$ . При расчёте кривых предполагалось, что  $\varphi_0 = 0$ ,  $\nu = 2$ ,  $k = 4$ ,  $\kappa = 0,3$ .

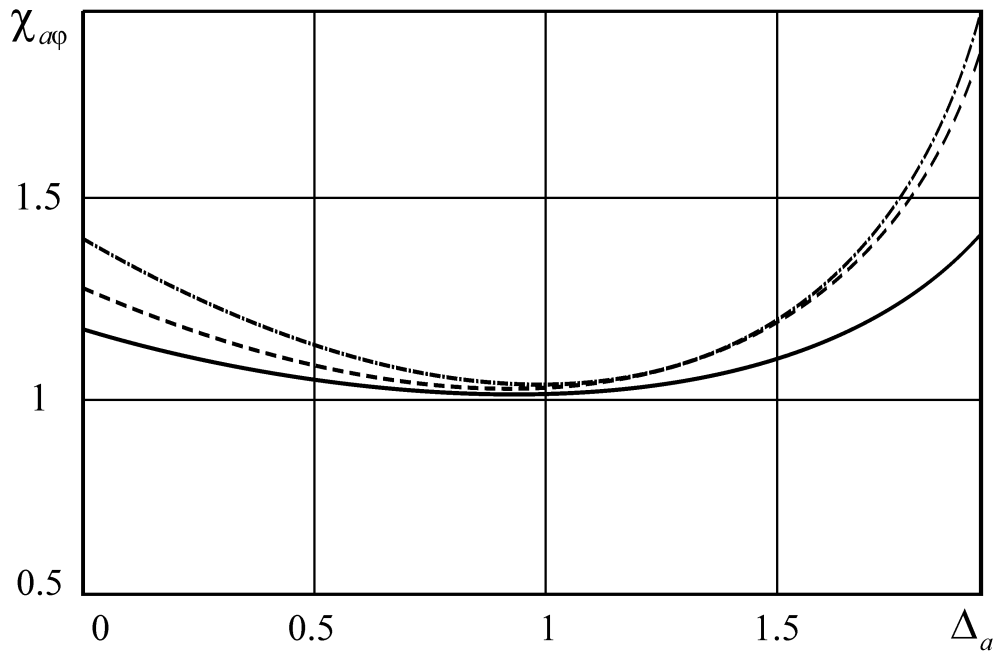


Рис. 1.17

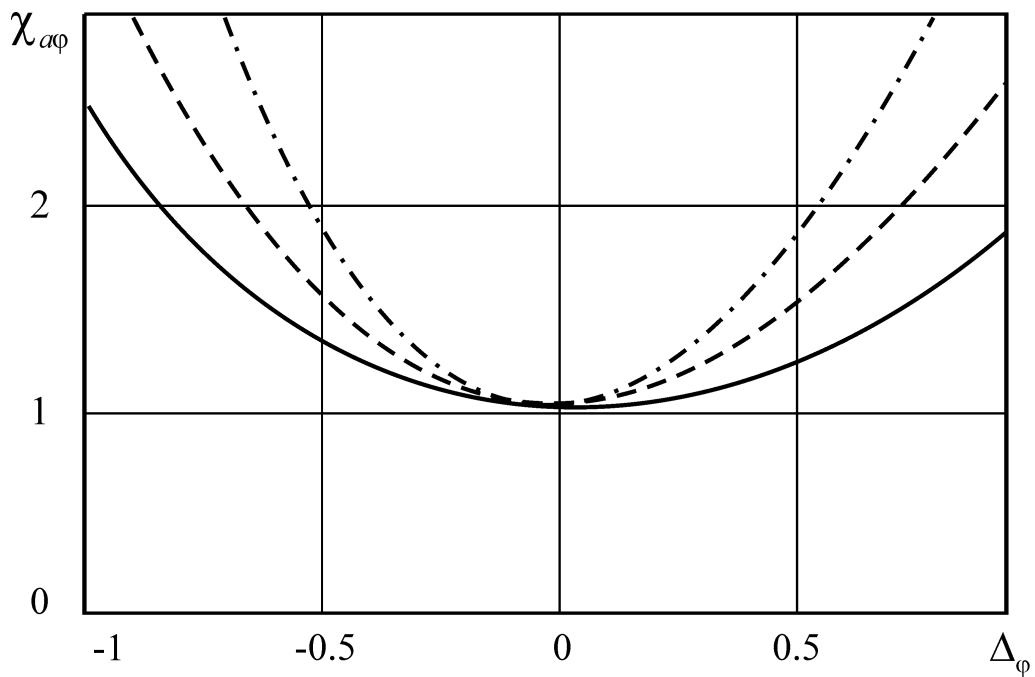


Рис. 1.18

Таким образом, априорное незнание амплитуды, начальной фазы и длительности СШП КРС приводит к росту вероятностей ошибок в несколько раз. Следует заметить, что эффективность обнаружения существенно зависит от параметра узкополосности  $\kappa$ , поскольку вероятности ошибок асимптотически при больших ОСШ не зависят от формы сигнала, а определяются лишь величиной



скачка его заднего фронта  $f(\tau_0)$ , который в свою очередь определяется величиной  $\kappa$ . Приведённые результаты позволяют количественно охарактеризовать влияние априорного незнания параметров СШП КРС на эффективность обнаружения, а также вычислить допустимые расстройки амплитуды и начальной фазы СШП КРС исходя из приемлемых вероятностей ошибок ложной тревоги и пропуска сигнала.

### 1.3 Максимально правдоподобное обнаружение

Радиоволны, проходящие через статистически неоднородную среду испытывают случайные во времени и пространстве [36] сдвиги фаз, за счёт того, что реальная атмосфера заполнена трёхмерными неоднородностями – хаотическими флуктуациями диэлектрической проницаемости и показателя преломления [90]. Эти сдвиги фаз сказываются на прохождении радиоволн, и приводят к таким эффектам, как преломление, рассеяние и поглощение [91]. В результате флуктуации характеристик затухания волн на трассах распространения, а также многолучевого распространения радиоволн [30] в условиях сложного рельефа местности и плотной городской застройки [27], амплитуда, начальная фаза, частота и длительность СШП КРС в точке приёма становятся случайными величинами [62]. Поэтому целесообразно исследовать МП алгоритм обнаружения СШП КРС произвольной формой модулирующей функции с неизвестными амплитудой, начальной фазой и длительностью.

Выполним синтез алгоритма обнаружения сигнала (оценки параметра  $\gamma_0$ ) методом МП [46, 68, 77], то есть найдём алгоритм формирования оценки на основе наблюдаемой реализации (1.1.3). При наличии априорной неопределённости относительно амплитуды, начальной фазы и длительности логарифм ФОП (1.1.4) зависит от четырёх неизвестных параметров. В соответствии с алгоритмом максимального правдоподобия [7, 68], оценка дискретного параметра  $\gamma$  определяется выражением

$$\gamma_m = \arg \sup_{\gamma} \left[ \sup_{a, \varphi, \tau} L(\gamma, a, \varphi, \tau) \right]. \quad (1.3.1)$$

Поскольку  $L(\gamma=0, a, \varphi, \tau) = 0$ , получаем, что МП алгоритм обнаружения заключается в сравнении абсолютного (наибольшего) максимума логарифма ФОП с нулевым порогом

$$\gamma_m = \begin{cases} 1, & L > 0, \\ 0, & L \leq 0, \end{cases} \quad (1.3.2)$$

$$L = \sup_{\tau} L(\tau), \quad L(\tau) = \sup_{a, \varphi} L(a, \varphi, \tau) = L(a_m, \varphi_m, \tau), \quad (a_m, \varphi_m) = \arg \sup_{a, \varphi} L(a, \varphi, \tau),$$

$$L(a, \varphi, \tau) = L(\gamma=1, a, \varphi, \tau). \quad (1.3.3)$$

Аналогично работам [7, 68], вместо алгоритма (1.3.2) можно использовать обобщённый алгоритм обнаружения, который основан на сравнении абсолютного (наибольшего) максимума  $L$  логарифма ФОП с некоторым порогом  $h$ , необязательно равным нулю. Если выполнено соотношение  $L > h$ , то выносится решение о наличии сигнала ( $\gamma_m = 1$ ), если  $L < h$  – о его отсутствии ( $\gamma_m = 0$ ).

Функция  $L(\tau)$  представляет собой логарифм ФОП, в котором вместо неизвестных амплитуды и начальной фазы в выражении (1.3.3) используются их оценки максимального правдоподобия  $a_m$  и  $\varphi_m$ . Это равносильно максимизации логарифма ФОП (1.3.3) по неизвестным параметрам. Выполняя аналитически максимизацию логарифма ФОП (1.3.3) по переменным  $a$  и  $\varphi$  получаем

$$L(\tau) = \frac{(Q - P_c)X^2 + (Q + P_c)Y^2 - 2XYP_s}{2g^2}, \quad (1.3.4)$$

где введены обозначения (1.2.3), а  $g^2 = Q^2 - P_c^2 - P_s^2$ .

Приёмник формирует случайный процесс (1.3.4) для всех возможных значений длительности, находит величину его наибольшего максимума и сравнивает её с порогом. Структура приёмного устройства определяется выражениями (1.3.2) и (1.3.4). Его блок-схема представлена на рис. 1.19, где обозначено: И – интеграторы на интервале времени  $[0, t]$ ,  $t \in [0, T_2]$ , ПД – пиковый детектор, РУ – решающее устройство, выносящее решение о наличии или

отсутствии сигнала в наблюдаемой реализации за счёт сравнения выходного сигнала пикового детектора в момент времени  $t = T_2$  с порогом.

Для узкополосного радиосигнала в формуле (1.3.4) можно пренебречь интегралами от функций, осциллирующих с удвоенной частотой  $P_s \ll Q$ ,  $P_c \ll Q$  и положить  $P_s \approx 0$ ,  $P_c \approx 0$ . Тогда выражение для логарифма ФОП (1.3.4) существенно упрощается и принимает вид  $L(\tau) = (X^2 + Y^2) / 2Q$ , что согласуется с результатами работы [41].

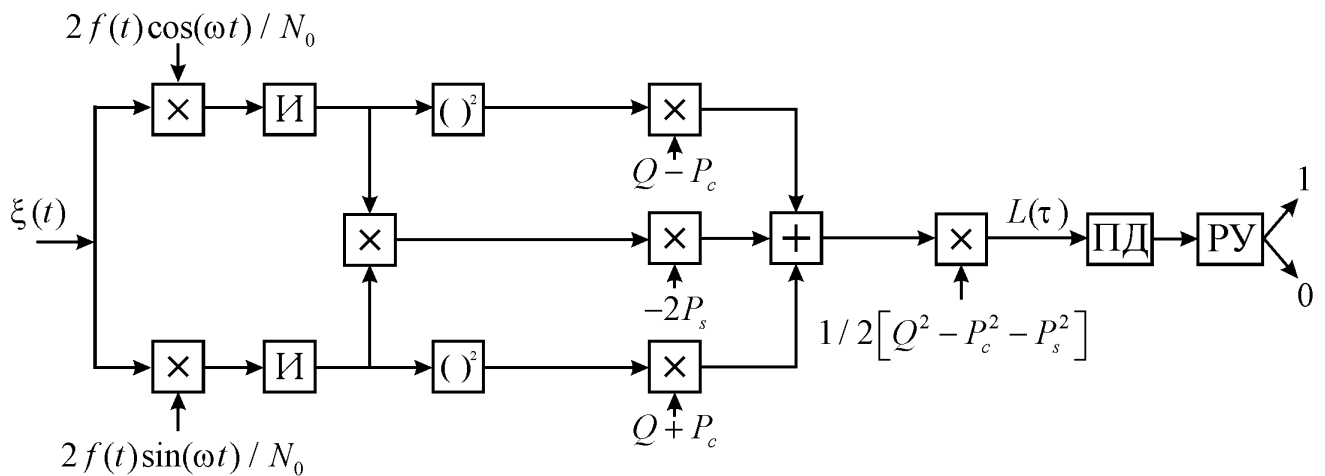


Рис. 1.19

Выполним анализ МП алгоритма обнаружения (1.3.4), т.е. найдём вероятности ложной тревоги и пропуска сигнала [7, 68, 69]. Обозначим  $L_1(\tau) = \{L(\tau) | \gamma_0 = 1\}$  – логарифм ФОП при наличии сигнала в принятой реализации, а  $L_0(\tau) = \{L(\tau) | \gamma_0 = 0\}$  – при его отсутствии.

Подставим наблюдаемую реализацию (1.1.3) в выражения (1.2.3) для  $X$  и  $Y$ , и выделим детерминированную и случайную составляющие, аналогично (1.1.13)

$$X(\tau) = \gamma_0 S_X(\tau) + N_X(\tau), \quad Y(\tau) = \gamma_0 S_Y(\tau) + N_Y(\tau), \quad (1.3.5)$$

где

$$\begin{aligned} S_X(\tau) &= a_0 \left[ \cos \varphi_0 \left( Q(\min(\tau, \tau_0)) + P_c(\min(\tau, \tau_0)) \right) + P_s(\min(\tau, \tau_0)) \sin \varphi_0 \right], \\ S_Y(\tau) &= a_0 \left[ \sin \varphi_0 \left( Q(\min(\tau, \tau_0)) - P_c(\min(\tau, \tau_0)) \right) + P_s(\min(\tau, \tau_0)) \cos \varphi_0 \right], \end{aligned} \quad (1.3.6)$$

$$N_X(\tau) = \frac{2}{N_0} \int_0^\tau n(t) f(t) \cos \omega t dt, \quad N_Y(\tau) = \frac{2}{N_0} \int_0^\tau n(t) f(t) \sin \omega t dt,$$

где  $N_X(\tau)$  и  $N_Y(\tau)$  – гауссовские случайные процессы с нулевыми математическими ожиданиями и корреляционными функциями

$$K_X(\tau_1, \tau_2) = \langle N_X(\tau_1) N_X(\tau_2) \rangle = Q(\min(\tau_1, \tau_2)) + P_c(\min(\tau_1, \tau_2)),$$

$$K_Y(\tau_1, \tau_2) = \langle N_Y(\tau_1) N_Y(\tau_2) \rangle = Q(\min(\tau_1, \tau_2)) - P_c(\min(\tau_1, \tau_2)),$$

$$K_{XY}(\tau_1, \tau_2) = \langle N_X(\tau_1) N_Y(\tau_2) \rangle = \langle N_Y(\tau_1) N_X(\tau_2) \rangle = P_s(\min(\tau_1, \tau_2)).$$

Далее будем для краткости отбрасывать аргумент и вместо  $S_X(\tau)$ ,  $S_Y(\tau)$ ,  $N_X(\tau)$ ,  $N_Y(\tau)$  писать  $S_X$ ,  $S_Y$ ,  $N_X$ ,  $N_Y$ , соответственно.

Для нахождения вероятности ложной тревоги исследуем решающую статистику

$$L_0(\tau) = \frac{(Q - P_c)N_X^2 + (Q + P_c)N_Y^2 - 2N_X N_Y P_s}{2g^2}, \quad (1.3.7)$$

которая является логарифмом ФОП (1.3.4) при отсутствии сигнала. Она представляет собой случайный процесс с математическим ожиданием

$$S_0(\tau) = \langle L_0(\tau) \rangle = 1 \quad (1.3.8)$$

и корреляционной функцией

$$\begin{aligned} K_0(\tau_1, \tau_2) &= \langle [L_0(\tau_1) - \langle L_0(\tau_1) \rangle][L_0(\tau_2) - \langle L_0(\tau_2) \rangle] \rangle = \\ &= \frac{\Psi(\tau_1, \tau_2)}{\Psi(\max(\tau_1, \tau_2), \max(\tau_1, \tau_2))}, \end{aligned} \quad (1.3.9)$$

где обозначено

$$\Psi(\tau_1, \tau_2) = Q(\tau_1)Q(\tau_2) - P_c(\tau_1)P_c(\tau_2) - P_s(\tau_1)P_s(\tau_2).$$

Исследуем локальные свойства случайного процесса  $L_0(\tau)$ . Для этого рассмотрим поведение корреляционной функции (1.3.9) в малой окрестности

произвольной точки  $\tau \in [T_1, T_2]$ . Подставим в (1.3.8)  $\tau_1 = \tau$ ,  $\tau_2 = \tau + \Delta$  и разложим корреляционную функцию (1.3.9) в ряд Тейлора по  $\Delta$  в окрестности  $\tau$ , отбросив все слагаемые выше первой степени  $\Delta$

$$K_0(\tau, \tau + \Delta) \approx 1 - \delta(\tau)|\Delta| + o(\Delta), \text{ при } \Delta \rightarrow 0, \quad (1.3.10)$$

где

$$\delta(\tau) = \frac{1}{\Psi(\tau, \tau)} \left. \frac{\partial \Psi(\tau, x)}{\partial x} \right|_{x=\tau} = \frac{QQ' - P_c P_c' - P_s P_s'}{g^2}, \quad (1.3.11)$$

а штрихом обозначена производная по  $\tau$ . Согласно (1.3.8) и (1.3.10) решающая статистика  $L_0(\tau)$  является локально-стационарным и локально-марковским случайным процессом. Вероятность недостижения границы  $h$  для такого процесса в  $\varepsilon$ -окрестности точки  $\tau$  найдена в [7]

$$\begin{aligned} F_\varepsilon(h, \tau) &= P\{L_0(x) < h, x \in [\tau - \varepsilon/2, \tau + \varepsilon/2]\} = \\ &= \begin{cases} \exp[-\delta(\tau)\varepsilon h \exp(-h)], & h \geq 1, \\ 0, & h < 1, \end{cases} \end{aligned} \quad (1.3.12)$$

причём  $\varepsilon$  настолько мала, что справедлива аппроксимация (1.3.10). Разобьём априорный интервал  $[T_1, T_2]$  возможных значений длительности на  $N$  равных отрезков величиной  $\varepsilon = (T_2 - T_1)/N$ . Середину каждого интервала обозначим  $t_i = T_1 + (i-1)\varepsilon/2$ ,  $i = \overline{1, N}$ . Тогда вероятность недостижения границы  $h$  решающей статистикой  $L_0(\tau)$  на  $i$ -ом интервале равна

$$F_{0i}(h) = P\{L_0(\tau) < h, \tau \in [t_i - \varepsilon/2, t_i + \varepsilon/2]\} = F_\varepsilon(h, t_i). \quad (1.3.13)$$

При достаточно высоких порогах  $h$  выбросы реализации  $L_0(\tau)$  за уровень  $h$  на различных элементарных интервалах  $[t_i - \varepsilon/2, t_i + \varepsilon/2]$  можно приближённо считать статистически независимыми [7].

Тогда вероятность ложной тревоги выразим через вероятность недостижения порога случайным процессом  $L_0(\tau)$  на отрезке  $[T_1, T_2]$

$$\alpha \approx 1 - F_0(h) = 1 - P\{L_0(\tau) < h, \tau \in [T_1, T_2]\} = 1 - \prod_{i=1}^N F_{0i}(h, t_i). \quad (1.3.14)$$

Подставляя (1.3.12) в (1.3.13), а затем (1.3.13) в (1.3.14) и переходя к пределу при  $\varepsilon \rightarrow 0$ ,  $N \rightarrow \infty$ , получаем

$$\alpha \approx \begin{cases} 1 - \exp \left[ -h \exp(-h) \int_{T_1}^{T_2} \delta(\tau) d\tau \right], & h \geq 1, \\ 1, & h < 1. \end{cases} \quad (1.3.15)$$

После интегрирования функции (1.3.11) находим асимптотическое выражение для вероятности ложной тревоги

$$\alpha \approx \begin{cases} 1 - \left[ \frac{Q^2(T_1) - P_c^2(T_1) - P_s^2(T_1)}{Q^2(T_2) - P_c^2(T_2) - P_s^2(T_2)} \right]^{h \exp(-h)/2}, & h \geq 1, \\ 1, & h < 1. \end{cases} \quad (1.3.16)$$

Для нахождения вероятности пропуска сигнала исследуем решающую статистику  $L_1(\tau)$  при наличии сигнала

$$L_1(\tau) = \frac{(Q - P_c)X^2 + (Q + P_c)Y^2 - 2XYP_s}{2g^2}. \quad (1.3.17)$$

Для этого введём в рассмотрение нормированные функции

$$q = \frac{N_0 Q}{T_2}, \quad p_c = \frac{N_0 P_c}{T_2}, \quad p_s = \frac{N_0 P_s}{T_2}, \quad s_x = \frac{N_0 S_X}{T_2}, \quad s_y = \frac{N_0 S_Y}{T_2}, \quad (1.3.18)$$

не зависящие от ОСШ (1.2.11). Подставляя (1.3.18) в (1.3.5), а затем в (1.3.17), получаем выражение для решающей статистики при наличии сигнала в виде

$$\begin{aligned} L_1(\tau) = & z^2 \frac{(q - p_c)s_x^2 + (q + p_c)s_y^2 - 2p_s s_x s_y}{2(q^2 - p_c^2 - p_s^2)} + \\ & + z \frac{(q - p_c)s_x \eta_x + (q + p_c)s_y \eta_y - p_s(s_y \eta_x + s_x \eta_y)}{\sqrt{2}(q^2 - p_c^2 - p_s^2)} + \\ & + \frac{(q - p_c)\eta_x^2 + (q + p_c)\eta_y^2 - 2p_s \eta_x \eta_y}{2(q^2 - p_c^2 - p_s^2)}, \end{aligned} \quad (1.3.19)$$

где

$$\eta_x = N_X \sqrt{N_0/T_2}, \quad \eta_y = N_Y \sqrt{N_0/T_2} \quad (1.3.20)$$

– гауссовские случайные процессы с нулевыми математическими ожиданиями и корреляционными функциями

$$K_{\eta_x}(\tau_1, \tau_2) = \langle \eta_x(\tau_1) \eta_x(\tau_2) \rangle = q(\min(\tau_1, \tau_2)) + p_c(\min(\tau_1, \tau_2)),$$

$$K_{\eta_y}(\tau_1, \tau_2) = \langle \eta_y(\tau_1) \eta_y(\tau_2) \rangle = q(\min(\tau_1, \tau_2)) - p_c(\min(\tau_1, \tau_2)),$$

$$K_{\eta_{xy}}(\tau_1, \tau_2) = \langle \eta_x(\tau_1) \eta_y(\tau_2) \rangle = \langle \eta_y(\tau_1) \eta_x(\tau_2) \rangle = p_s(\min(\tau_1, \tau_2)).$$

Последним слагаемым в (1.3.19) при достаточно больших ОСШ  $z \gg 1$  можно пренебречь, и записать приближённо

$$L_1(\tau) \approx z^2 \frac{(q - p_c)s_x^2 + (q + p_c)s_y^2 - 2p_s s_x s_y}{2(q^2 - p_c^2 - p_s^2)} + \tag{1.3.21}$$

$$+ z \frac{(q - p_c)s_x \eta_x + (q + p_c)s_y \eta_y - p_s(s_y \eta_x + s_x \eta_y)}{\sqrt{2}(q^2 - p_c^2 - p_s^2)}.$$

Согласно (1.3.21) случайный процесс  $L_1(\tau)$  является гауссовским, следовательно для его полного статистического описания достаточно найти математическое ожидание и корреляционную функцию. Выполняя усреднение, получаем математическое ожидание при наличии сигнала

$$S_1 = S_1(\tau) = \langle L_1(\tau) \rangle = z^2 \frac{(Q - P_c)s_x^2 + (Q + P_c)s_y^2 - 2s_x s_y P_s}{2g^2}, \tag{1.3.22}$$

и корреляционную функцию

$$K(\tau_1, \tau_2) = \langle [L_1(\tau_1) - \langle L_1(\tau_1) \rangle][L_1(\tau_2) - \langle L_1(\tau_2) \rangle] \rangle = \tag{1.3.23}$$

$$= A_1(\tau_1)A_1(\tau_2)(Q(\min(\tau_1, \tau_2)) + P_c(\min(\tau_1, \tau_2))) +$$

$$+ P_s(\min(\tau_1, \tau_2))(A_1(\tau_1)A_2(\tau_2) + A_1(\tau_2)A_2(\tau_1)) +$$

$$+ A_2(\tau_1)A_2(\tau_2)(Q(\min(\tau_1, \tau_2)) - P_c(\min(\tau_1, \tau_2))),$$

где обозначено

$$A_1(\tau) = z \frac{(Q - P_c)s_x - s_y P_s}{g^2}, \quad A_2(\tau) = z \frac{(Q + P_c)s_y - s_x P_s}{g^2}.$$

Как известно, с увеличением ОСШ положение максимума решающей статистики сходится в среднеквадратическом к истинному значению длительности  $\tau_0$  [4, 7, 21]. Поэтому исследуем логарифм ФОП (1.3.21) в окрестности точки  $\tau_0$ . Раскладывая выражения (1.3.22) и (1.3.23) в ряды Тейлора по  $\tau$  в окрестности  $\tau_0$ , получаем асимптотические выражения для математического ожидания

$$S_1 \approx \frac{\lambda_2}{2} + \frac{\tau - \tau_0}{2T_2} \begin{cases} \psi_3, & \tau \leq \tau_0, \\ -\psi_3, & \tau > \tau_0, \end{cases} \quad (1.3.24)$$

и корреляционной функции

$$K_1(\tau_1, \tau_2) \approx \lambda_2 + \psi_3 \min(\tau_1 - \tau_0, \tau_2 - \tau_0) / T_2, \quad (1.3.25)$$

где  $\lambda_2 = \frac{z^2}{2}(Q_0 + P_{c0} \cos 2\varphi_0 + P_{s0} \sin 2\varphi_0)$ ,  $\psi_3 = z^2 f^2(\tau_0) \cos^2(\omega\tau_0 - \varphi_0)$ ,

$$P_{c0} = \frac{1}{N_0} \int_0^{\tau_0} f^2(t) \cos(2\omega t) dt, \quad P_{s0} = \frac{1}{N_0} \int_0^{\tau_0} f^2(t) \sin(2\omega t) dt.$$

Будем аппроксимировать логарифм ФОП (1.3.21) гауссовским случайным процессом  $\mu_1(\tau)$  с математическим ожиданием (1.3.24) и корреляционной функцией (1.3.25). Такая аппроксимация имеет смысл для всех  $\tau > \tau_d = \tau_0 - T_2 \lambda_2 / \psi_3$ , при которых дисперсия случайного процесса  $\mu_1(\tau)$  неотрицательна, т.е.  $K_1(\tau, \tau) \approx \lambda_2 + \psi_3(\tau - \tau_0) / T_2 \geq 0$ . При использовании аппроксимации  $\mu_1(\tau)$  будем считать, что длительность принимает значения из априорного интервала  $[T_d, T_2]$ , где  $T_d = \max(\tau_d, T_1)$ . Используя выражения (1.3.24), (1.3.25) и теорему Дуба [29, 67], можно показать, что решающая статистика  $\mu_1(\tau)$  является гауссовским марковским процессом с коэффициентом сноса  $k_{11}$  и коэффициентом диффузии  $k_{21}$  [67]

$$k_{11} = \frac{1}{2T_2} \begin{cases} \psi_3, & T_d \leq \tau \leq \tau_0, \\ -\psi_3, & \tau_0 < \tau \leq T_2, \end{cases} \quad k_{21} = \frac{\psi_3}{T_2}. \quad (1.3.26)$$



Найдём вероятность пропуска сигнала. Она по определению представляет собой вероятность того, что максимальное значение решающей статистики  $\mu_1(\tau)$  при наличии сигнала в принятой реализации не превысит порог  $h$  на интервале  $\tau \in [T_d, T_2]$

$$\beta = F_1(h) = P\{\mu_1(\tau) < h, \tau \in [T_d, T_2]\}. \quad (1.3.27)$$

Таким образом, для поиска вероятности пропуска сигнала необходимо найти вероятность недостижения границ  $y = -\infty$  и  $y = h$  случайным процессом  $\mu_1(\tau)$ . Задача о достижении границ подробно исследована применительно к марковским случайным процессам [67]. Используя марковские свойства случайного процесса  $\mu_1(\tau)$ , выразим вероятность недостижения границ через решение уравнения Фоккера-Планка-Колмогорова (1.2.15)

$$F_1(h) = \int_{-\infty}^h W(y, T_2) dy. \quad (1.3.28)$$

Функция  $W(y, \tau)$  по смыслу представляет собой плотность вероятности реализаций случайного процесса  $\mu_1(\tau)$ , ни разу не достигших границ  $y = -\infty$ ,  $y = h$  [67] и является решением уравнения Фоккера-Планка-Колмогорова (1.2.15) с коэффициентами (1.3.26) при начальном условии

$$W(y, T_d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(\lambda_2 + \psi_3(T_d - \tau_0)/T_2)}} \exp\left(-\frac{(y - \lambda_2/2 + \psi_3(T_d - \tau_0)/2T_2)^2}{2(\lambda_2 + \psi_3(T_d - \tau_0)/T_2)}\right)$$

и граничных условиях

$$W(-\infty, \tau) = W(h, \tau) = 0.$$

Решаем уравнение Фоккера-Планка-Колмогорова (1.2.15) методом отражения с переменной знака [4, 41, 69]. Для получения выражения для вероятности пропуска сигнала в общем виде подставим найденное решение в (1.3.28), а затем в (1.3.27)

$$\begin{aligned}
\beta = & \frac{1}{2\sqrt{2\pi}\sqrt{\sigma^2 + b(\tau_0 - T_1)}} \exp\left[-\frac{a_1^2(\tau_0 - T_1)}{2b}\right] \times \\
& \times \int_0^\infty \exp\left[-\frac{b(h-S)^2(\tau_0 - T_1) + \xi\sigma^2(2a_1(\tau_0 - T_1) + \xi)}{2\sigma^2b(\tau_0 - T_1)}\right] \times \\
& \times \exp\left[\frac{(b(h-S)(\tau_0 - T_1) + \sigma^2(a_1(\tau_0 - T_1) + \xi))^2}{2\sigma^2b(\tau_0 - T_1)(b(\tau_0 - T_1) + \sigma^2)}\right] \times \\
& \times \Phi\left(\frac{b(h-S)(\tau_0 - T_1) + \sigma^2(a_1(\tau_0 - T_1) + \xi)}{\sigma\sqrt{b(\tau_0 - T_1)}\sqrt{b(\tau_0 - T_1) + \sigma^2}}\right) - \\
& - \exp\left[\frac{(b(h-S)(\tau_0 - T_1) + \sigma^2(a_1(\tau_0 - T_1) - \xi))^2}{2\sigma^2b(\tau_0 - T_1)(b(\tau_0 - T_1) + \sigma^2)}\right] \times \\
& \times \Phi\left(\frac{b(h-S)(\tau_0 - T_1) + \sigma^2(a_1(\tau_0 - T_1) - \xi)}{\sigma\sqrt{b(\tau_0 - T_1)}\sqrt{b(\tau_0 - T_1) + \sigma^2}}\right) \Bigg] \times \\
& \times \left( \Phi\left(\frac{a_2(T_2 - \tau_0) + \xi}{\sqrt{b(T_2 - \tau_0)}}\right) - \exp\left[-\frac{2a_2\xi}{b}\right] \cdot \Phi\left(\frac{a_2(T_2 - \tau_0) - \xi}{\sqrt{b(T_2 - \tau_0)}}\right) \right) d\xi,
\end{aligned} \tag{1.3.29}$$

где обозначено  $a_1, a_2$  – коэффициенты сноса,  $b$  – коэффициент диффузии,  $S$ ,  $\sigma^2$  – математическое ожидание и дисперсия решающей статистики  $\mu_1(T_d)$  при наличии сигнала в принятой реализации.

С учётом обозначений (1.3.24) – (1.3.26), а также выбрав истинное значение длительности сигнала посередине априорного интервала её возможных значений  $\tau_0 = (T_2 + T_1)/2$ , конкретизируем выражение (1.3.29) для МП обнаружителя СШП КРС (1.3.21)

$$\begin{aligned}
\beta = & \frac{\exp[-\mathcal{G}/4]}{2 \cdot \sqrt{2\pi(\sigma^2 + 2\mathcal{G})}} \times \int_0^\infty \exp\left[-\frac{2\mathcal{G}(h - S_1)^2 + \xi\sigma^2(\xi + 6\mathcal{G})}{4\mathcal{G}\sigma^2}\right] \times \\
& \times \left[ \Phi\left(\frac{\mathcal{G} + \xi}{\sqrt{\mathcal{G}}}\right) - \exp[-\xi] \cdot \Phi\left(\frac{\mathcal{G} - \xi}{\sqrt{\mathcal{G}}}\right) \right] \times \\
& \times \left[ \exp\left[\frac{(2\mathcal{G}(h - S_1) + \sigma^2(\mathcal{G} + \xi))^2}{4\mathcal{G}\sigma^2(\sigma^2 + 2\mathcal{G})}\right] \cdot \Phi\left(\frac{2\mathcal{G}(h - S_1) + \sigma^2(\mathcal{G} + \xi)}{\sigma\sqrt{2\mathcal{G}(\sigma^2 + 2\mathcal{G})}}\right) - \right. \\
& \left. - \exp\left[\frac{(2\mathcal{G}(h - S_1) + \sigma^2(\mathcal{G} - \xi))^2}{4\mathcal{G}\sigma^2(\sigma^2 + 2\mathcal{G})}\right] \cdot \Phi\left(\frac{2\mathcal{G}(h - S_1) + \sigma^2(\mathcal{G} - \xi)}{\sigma\sqrt{2\mathcal{G}(\sigma^2 + 2\mathcal{G})}}\right) \right] d\xi.
\end{aligned} \tag{1.3.30}$$

где  $\mathcal{G} = \frac{z^2(k-1)\cos^2(\varphi_0 - 2\pi\kappa)}{4k} e^{-v\frac{1+k}{k}}$ ,  $\sigma^2 = \lambda_2 + \psi_3(T_d - \tau_0)/T_2$ .

В работе [71] был синтезирован МП обнаружитель СШП КРС с неизвестными амплитудой, начальной фазой и известной длительностью. С учётом обозначений (1.2.3) вероятности ложной тревоги и пропуска сигнала такого обнаружителя имеют вид

$$\alpha_{\tau_0} = e^{-h}, \tag{1.3.31}$$

$$\beta_{\tau_0} = e^{-\frac{z^2V}{4}h} \int_0^L e^{-L} I_0(z\sqrt{LV}) dL, \tag{1.3.32}$$

где обозначено  $V = Q + P_c \cos(2\varphi_0) + P_s \sin(2\varphi_0)$ ,  $I_0(\cdot)$  – функция Бесселя нулевого порядка от мнимого аргумента [4]. Блок-схема такого обнаружителя внешне сопоставима с блок-схемой МП обнаружителя, представленной на рис. 1.19, однако интеграторы работают на интервале наблюдения  $[0, \tau_0]$  и отсутствует пиковый детектор.

На рис. 1.20 показаны зависимости вероятности пропуска сигнала (1.3.30) от ОСШ (1.2.11) при различных уровнях вероятности ложной тревоги (1.3.16): сплошная кривая соответствует уровню  $\alpha = 0,1$ , штриховая –  $\alpha = 0,01$ ,

штрихпунктирная  $\alpha = 0,001$ . При расчёте кривых на рис. 1.20 предполагалось, что  $\varphi_0 = 0$ ,  $\nu = 2$ ,  $k = 4$ ,  $\kappa = 0,3$ .

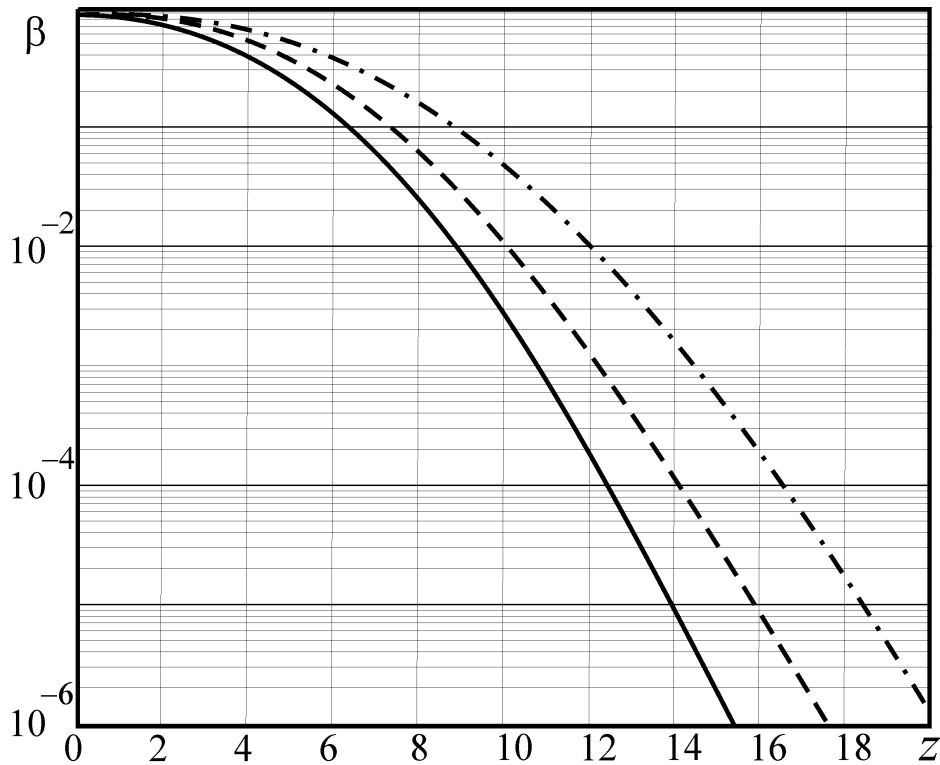


Рис. 1.20

Полученные соотношения позволяют оценить эффективность обнаружения СШП КРС с неизвестной длительностью. Однако, структура такого обнаружителя является достаточно сложной. В связи с этим, для более корректной оценки эффективности МП обнаружителя СШП КРС предлагается рассмотреть в следующем параграфе задачу обнаружения СШП КРС квадратурным детектором.

#### 1.4 Квазиоптимальное обнаружение

Оптимальные КП и МП обнаружители, исследованные в параграфах 1.1-1.3, имеют высокую эффективность, но более сложную структуру, чем аналогичные квадратурные обнаружители узкополосного сигнала [68, 70]. В зависимости от предъявляемых требований к точности и ограничений по сложности проектируемого обнаружителя, может оказаться целесообразным использование более простого квадратурного обнаружителя СШП КРС. Исследования такого

рода представляют отдельный класс задач и представляют особый интерес, обусловленный тем, что оптимальных обнаружителей СШП КРС пока не создано, а обнаружители узкополосного радиосигнала широко применяются в современной аппаратуре радиосвязи и передачи данных. Таким образом, исследование квадратурного алгоритма обнаружения СШП КРС, который назван КО, позволит оценить эффективность использования существующих обнаружителей узкополосных радиосигналов при поступлении на вход приёмника аддитивной смеси СШП КРС произвольной формы и гауссовского белого шума. Полезный сигнала при этом обладает неизвестными амплитудой, начальной фазой и длительностью.

Частным случаем КП алгоритма обнаружения СШП КРС (1.1.4) является КП алгоритм обнаружения узкополосного радиосигнала, для которого  $P_c^*, P_s^* \ll Q^*$ . Тогда решающая статистика (1.1.4) принимает вид

$$L_0^* = \frac{X^{*2} + Y^{*2}}{2Q^*} \begin{cases} \hat{\gamma} = 1 & > h, \\ \hat{\gamma} = 0 & < \end{cases} \quad (1.4.1)$$

и совпадает с решающей статистикой хорошо исследованного квадратурного обнаружителя [68], который не учитывает сверхширокополосность принимаемого сигнала. На основе блок-схемы, приведённой на рис. 1.21, можно реализовать обнаружитель (1.4.1), где интеграторы И работают на интервале времени  $t \in [0, \tau^*]$ .

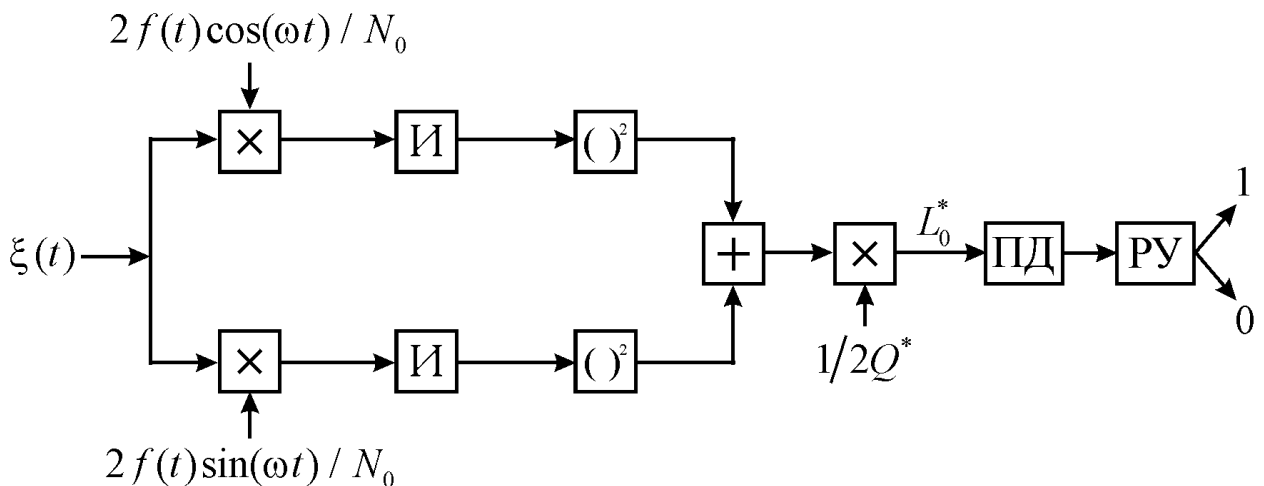


Рис. 1.21

Найдём характеристики КО обнаружителя (1.4.1). Для определения вероятности ложной тревоги и пропуска сигнала необходимо вычислить плотность вероятности случайной величины  $L_0^*$  (1.4.1). Поскольку решающая статистика  $L_0^*$  (1.4.1) является функцией случайных величин  $X^*$  и  $Y^*$ , то плотность вероятности  $L_0^*$  можно вычислить, зная совместную плотность вероятности случайных величин  $X^*$  и  $Y^*$ . Эти величины являются гауссовскими, так как они представляют собой линейные преобразования гауссовского белого шума  $n(t)$ . Следовательно случайные величины  $X^*$  и  $Y^*$  полностью описываются первыми двумя моментами (1.1.12). Выполняя усреднение, находим математические ожидания, дисперсии и коэффициент корреляции случайных величин  $X^*$  и  $Y^*$ , совпадающие с (1.1.17)–(1.1.19).

С учётом найденных моментов совместная гауссовская плотность вероятности случайных величин  $X^*$  и  $Y^*$  определяется формулой

$$W_2(X^*, Y^*) = \frac{1}{2\pi\sigma_{X^*}\sigma_{Y^*}} \exp \left\{ - \left[ \frac{[X^* - m_{X^*}]^2}{2\sigma_{X^*}^2} + \frac{[Y^* - m_{Y^*}]^2}{2\sigma_{Y^*}^2} \right] \right\}. \quad (1.4.2)$$

Сделаем в выражении (1.4.2) замену переменных:  $X^* = \Psi_1[\Lambda_2, \theta_2] = \Lambda_2 \cos \theta_2$ ,  $Y^* = \Psi_2[\Lambda_2, \theta_2] = \Lambda_2 \sin \theta_2$ , тогда решающая статистика (1.4.1) примет вид

$$L_0^* = \Lambda_2^2 / 2Q^*. \quad (1.4.3)$$

Используя правила замены переменных в плотностях вероятностей [6,7], выполним переход от совместной плотности вероятности случайных величин  $X^*$  и  $Y^*$  в (1.4.2) к совместной плотности вероятности случайных величин  $\Lambda_2$  и  $\theta_2$

$$W_{\Lambda_2\theta_2}(\Lambda_2, \theta_2) = W_{X^*Y^*}(X^* = \Psi_1[\Lambda_2, \theta_2], Y^* = \Psi_2[\Lambda_2, \theta_2]) |D|, \quad (1.4.4)$$

где якобиан преобразования  $|D_2| = \begin{vmatrix} \frac{\partial \Psi_1}{\partial \Lambda_2} & \frac{\partial \Psi_1}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial \Psi_2}{\partial \Lambda_2} & \frac{\partial \Psi_2}{\partial \theta_2} \end{vmatrix} = \Lambda_2$ , причём  $\Lambda_2 \geq 0$ ,  $\theta_2 \in [-\pi, \pi]$ .

Подставляя в выражение (1.4.4) случайные величины  $\Psi_1[\Lambda_2, \theta_2]$  и  $\Psi_2[\Lambda_2, \theta_2]$  находим совместную плотность вероятности случайных величин  $\Lambda_2$  и  $\theta_2$

$$W_{\Lambda_2 \theta_2}(\Lambda_2, \theta_2) = \frac{\Lambda_2}{2\pi\sqrt{Q^{*2} - P_c^{*2}}} \times \exp\left\{-\left[\frac{(\Lambda_2 \cos \theta_2 - m_{X^*})^2}{2(Q^* + P_c^*)} + \frac{(\Lambda_2 \sin \theta_2 - m_{Y^*})^2}{2(Q^* - P_c^*)}\right]\right\}, \quad (1.4.5)$$

где  $\Lambda_2 \geq 0$ ,  $\theta_2 \in [-\pi, \pi]$ .

Для вычисления вероятности ложной тревоги, нужно рассчитать  $W(L_0 | \gamma_0 = 0)$  – плотность вероятности решающей статистики  $L_0^*$  (1.4.1) при условии, что сигнал отсутствует. Для этого в формуле (1.4.5) положим  $\gamma_0 = 0$  и проинтегрируем полученное выражение по всем возможным значениям  $\theta_2$ , в результате чего находим плотность вероятности случайной величины  $\Lambda_2$

$$W_{\Lambda_2}(\Lambda_2) = \int_{-\pi}^{\pi} W_{\Lambda_2 \theta_2}(\Lambda_2, \theta_2) d\theta_2 = \frac{\Lambda_2}{\sqrt{Q^{*2} - P_c^{*2}}} \times \exp\left\{-\frac{\Lambda_2^2 Q^*}{2(Q^{*2} - P_c^{*2})}\right\} I_0\left[\frac{\Lambda_2^2 P_c^*}{2(Q^{*2} - P_c^{*2})}\right], \quad \Lambda_2 \geq 0.$$

Затем переходим от плотности вероятности случайной величины  $\Lambda_2$  к плотности вероятности случайной величины  $L_0^*$  (1.4.1)

$$W(L_0^* | \gamma_0 = 0) = W_{\Lambda_2}(\Lambda_2 = \Lambda_2(L_0^*) | \gamma_0 = 0) |\tilde{D}_2|, \quad (1.4.6)$$

где  $|\tilde{D}_2| = |\partial \Lambda_2(L_0^*) / \partial L_0^*| = \sqrt{Q^* / 2L_0^*}$ .

В итоге, из (1.4.6) получаем

$$W(L_0^* | \gamma_0 = 0) = \frac{Q^*}{\sqrt{Q^{*2} - P_c^{*2}}} \exp\left\{-\frac{Q^{*2} L_0^*}{Q^{*2} - P_c^{*2}}\right\} I_0\left[\frac{Q^* P_c^* L_0^*}{Q^{*2} - P_c^{*2}}\right], \quad L_0^* \geq 0. \quad (1.4.7)$$

Используя выражение (1.4.7), находим вероятность ложной тревоги для обнаружителя (1.4.1) в виде

$$\alpha_{ko}^* = \int_h^\infty W(L_0^* | \gamma_0 = 0) dL_0^* =$$

$$= \begin{cases} \frac{Q^*}{\sqrt{Q^{*2} - P_c^{*2}}} \int_h^\infty \exp\left\{-\frac{Q^{*2} L_0^*}{Q^{*2} - P_c^{*2}}\right\} I_0\left[\frac{Q^* P_c^* L_0^*}{Q^{*2} - P_c^{*2}}\right] dL_0^*, & h \geq 0, \\ 1, & h < 0. \end{cases} \quad (1.4.8)$$

Здесь  $I_0(\cdot)$  – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка мнимого аргумента [4].

Для получения выражения для вероятности пропуска сигнала необходимо рассчитать  $W(L_0^* | \gamma_0 = 1)$  – плотность вероятности величины  $L_0^*$  (1.4.1) при условии, что сигнал присутствует. Положив в формуле (12)  $\gamma_0 = 1$  и интегрируя полученное выражение по всем возможным значениям  $\theta_2$ , получим плотность вероятности случайной величины  $\Lambda_2$

$$W_{\Lambda_2}(\Lambda_2) = \frac{\Lambda_2}{2\pi\sqrt{Q^{*2} - P_c^{*2}}} \exp\left\{\frac{(m_{X^*}^2 - m_{Y^*}^2)P_c^* - (m_{X^*}^2 + m_{Y^*}^2)Q^*}{2(Q^{*2} - P_c^{*2})}\right\} \times$$

$$\times \int_{-\pi}^{\pi} \exp\left\{\frac{\Lambda_2}{2(Q^{*2} - P_c^{*2})} \cdot \left[2m_{X^*} \cos\theta_2(Q^* - P_c^*) +\right.\right.$$

$$\left.\left.+ 2m_{Y^*} \sin\theta_2(Q^* + P_c^*) + \Lambda_2 P_c^* \cos 2\theta_2 - Q^* \Lambda_2\right]\right\} d\theta_2, \quad \Lambda_2 \geq 0.$$

Переходя от плотности вероятности случайной величины  $\Lambda$  к плотности вероятности случайной величины  $L_0^*$  (1.4.5), имеем

$$W(L_0^* | \gamma_0 = 1) = \frac{Q^*}{2\pi\sqrt{Q^{*2} - P_c^{*2}}} \exp\left\{\frac{(m_{X^*}^2 - m_{Y^*}^2)P_c^* - (m_{X^*}^2 + m_{Y^*}^2)Q^*}{2(Q^{*2} - P_c^{*2})}\right\} \times$$

$$\times \int_{-\pi}^{\pi} \exp\left\{\frac{\sqrt{Q^* L_0^*}}{\sqrt{2}(Q^{*2} - P_c^{*2})} \cdot \left[2m_{X^*} \cos\theta_2(Q^* - P_c^*) +\right.\right.$$

$$\left.\left.+ 2m_{Y^*} \sin\theta_2(Q^* + P_c^*) + \sqrt{2Q^* L_0^*} (P_c^* \cos 2\theta_2 - Q^*)\right]\right\} d\theta_2. \quad (1.4.9)$$



С учётом (1.4.9) находим вероятность пропуска сигнала для КО обнаружителя (1.4.1)

$$\begin{aligned}
 \beta_{\text{ко}}^* &= \int_0^h W(L_0^* | \gamma_0 = 1) dL_0^* = \\
 &= \frac{Q^*}{2\pi\sqrt{Q^{*2} - P_c^{*2}}} \exp \left\{ a_0^2 \frac{(A_c^2 - A_s^2)P_c^* - (A_c^2 + A_s^2)Q^*}{2(Q^{*2} - P_c^{*2})} \right\} \times \\
 &\times \int_{0-\pi}^h \int_{-\pi}^{\pi} \exp \left\{ \frac{\sqrt{Q^* L_0^*}}{\sqrt{2}(Q^{*2} - P_c^{*2})} \cdot \left[ \sqrt{2Q^* L_0^*} (P_c^* \cos 2\theta_2 - Q^*) + \right. \right. \\
 &\left. \left. + 2a_0 (A_c \cos \theta_2 (Q^* - P_c^*) + A_s \sin \theta_2 (Q^* + P_c^*)) \right] \right\} dL_0^* d\theta_2.
 \end{aligned} \tag{1.4.10}$$

В качестве примера рассмотрим СШП КРС, форма модулирующей функции которого определяется выражением (1.1.38). Вероятность пропуска сигнала обнаружителем (1.4.1) перепишем в виде

$$\begin{aligned}
 \beta_{\text{ко}}^* &= \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\zeta^2}} \exp \left\{ z_0^2 \min \left( \Delta_\tau, \frac{1}{\Delta_\tau} \right) \frac{\zeta(B_c^2 - B_s^2) - (B_c^2 + B_s^2)}{2(1-\zeta^2)} \right\} \times \\
 &\times \int_{0-\pi}^h \int_{-\pi}^{\pi} \exp \left\{ z_0 \frac{\sqrt{2\Delta_\tau L_0^*} \min \left( 1, \frac{1}{\Delta_\tau} \right)}{1-\zeta^2} \times \right. \\
 &\left. \times (B_c \cos \theta_2 (1-\zeta) + B_s \sin \theta_2 (1+\zeta)) - L_0^* (1-\zeta \cos 2\theta_2) \right\} dL_0^* d\theta_2,
 \end{aligned} \tag{1.4.11}$$

где

$$\begin{aligned}
 B_c &= \frac{1}{\mu} (\mu \cos \varphi_0 + \sin \varphi_0 - \sin(\varphi_0 - \mu)), \\
 B_s &= \frac{1}{\mu} (\mu \sin \varphi_0 + \cos \varphi_0 - \cos(\varphi_0 - \mu)), \\
 \mu &= 4\pi\kappa \min(1, \Delta_\tau), \quad \zeta = \frac{\sin(4\pi\kappa\Delta_\tau)}{4\pi\kappa\Delta_\tau}.
 \end{aligned} \tag{1.4.12}$$

Истинное значение длительности сигнала при расчёте кривых было выбрано посередине априорного интервала её возможных значений  $\tau_0 = (T_2 + T_1)/2$ . При

$\tau^* = \tau_0$ ,  $\Delta_\tau = 1$  вероятность пропуска сигнала (1.4.11) совпадает с вероятностью пропуска узкополосного радиосигнала МП обнаружителем, найденной в [68].

С учётом (1.1.33) перепишем выражение (1.1.32) для вероятности пропуска сигнала, характеризующей КП приёмник (1.1.4)

$$\beta_{\tau^*} = \exp\left\{-\frac{z_0^2}{2}U\right\} \int_0^h \exp(-L) I_0(z_0 \sqrt{2LU}) dL, \quad (1.4.13)$$

а выражение (1.1.30) с учётом обозначений (1.4.12) примет вид

$$U = \min^2\left(1, \frac{1}{\Delta_\tau}\right) \left( \frac{B_c^2}{1+\zeta} + \frac{((1+\zeta)B_s - \zeta_1 B_c)^2}{(1-\zeta^2 - \zeta_1^2)(1+\zeta)} \right), \text{ где } \zeta_1 = \frac{1 - \cos(4\pi\kappa\Delta_\tau)}{4\pi\kappa\Delta_\tau}.$$

Наличие выражений для вероятностей ошибок синтезированных алгоритмов позволило выполнить сравнительный анализ КП и КО алгоритмов обнаружения. На рис. 1.22 изображены зависимости вероятности пропуска сигнала (1.4.11) от ОСШ (1.1.33) при фиксированной вероятности ложной тревоги  $\alpha_{ко}^* = 10^{-2}$  и различных расстройках длительности ожидаемого сигнала  $\Delta_\tau$ . Сплошная кривая соответствует отсутствию расстройки  $\Delta_\tau = 1$ , штриховая – расстройке  $\Delta_\tau = 2/3$  (ожидаемая длительность меньше истинного значения), штрихпунктирная – расстройке  $\Delta_\tau = 3/2$  (ожидаемая длительность больше истинного значения). На рис. 1.23 изображены зависимости вероятности пропуска сигнала (1.4.11) и (1.4.13) от ОСШ (1.1.33) при фиксированных вероятностях ложной тревоги  $\alpha_{ко}^* = 10^{-2}$  (1.4.8) и  $\alpha_{\tau^*} = 10^{-2}$  (1.1.28). Сплошная кривая соответствует КП алгоритму обнаружения, а штриховая – КО алгоритму обнаружения. При расчёте предполагалось, что начальная фаза принятого сигнала  $\varphi_0 = 0$ , а также  $\kappa = 1,4$ ,  $\Delta_\tau = 1$ ,  $\nu = 2$ .



Рис. 1.22

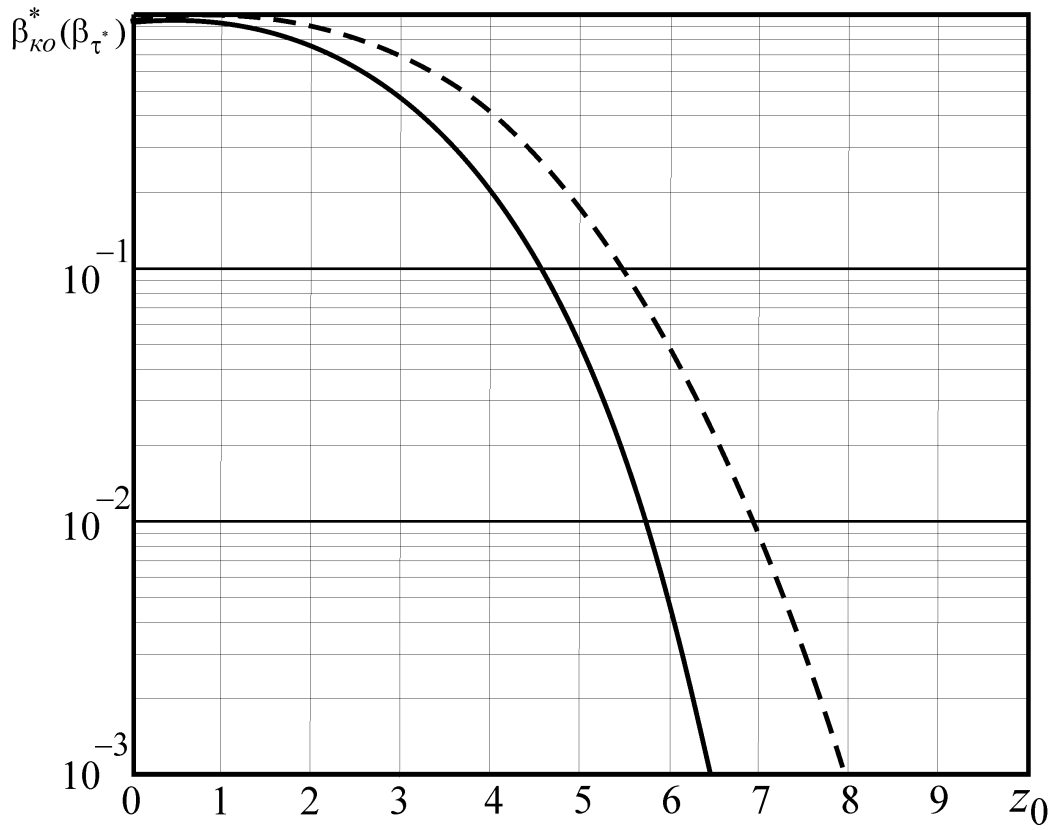


Рис. 1.23

Как видно из рисунков, априорное незнание длительности сигнала приводит к снижению эффективности обнаружения. При одинаковой расстройке длительности и фиксированном ОСШ КП алгоритм обнаружения обладает лучшей эффективностью обнаружения по сравнению с КО алгоритмом. Полученные результаты обосновывают необходимость использования оптимальных алгоритмов обнаружения СШП КРС для улучшения характеристик обнаружения. Однако, если высоких требований к качеству обнаружения не предъявляется, для снижения затрат при создании приёмника за счёт более простой структурной схемы, и повышения быстродействия, может оказаться целесообразным использование КО обнаружителя СШП КРС. Установлено, что в рассмотренном выше примере неоптимальность алгоритма в случае адаптации по амплитуде и фазе приводит к проигрышу в эффективности обнаружения в 10 раз (при  $z_0 = 6$ ).

В случае, когда длительность СШП КРС (1.1.1) оказывается неизвестной, решающая статистика (1.3.4) для КО обнаружителя СШП КРС с адаптацией по длительности принимает вид

$$L_0 = \frac{X^2 + Y^2}{2Q} \begin{cases} \hat{\gamma} = 1 & > h, \\ \hat{\gamma} = 0 & < \end{cases} \quad (1.4.14)$$

и совпадает с решающей статистикой хорошо исследованного квадратурного обнаружителя [68], который не учитывает сверхширокополосность принимаемого сигнала. На рисунке 1.24 представлена блок-схема квазиоптимального обнаружителя, где обозначено: И – интеграторы, работающие на интервале времени  $t \in [0, T_2]$ .

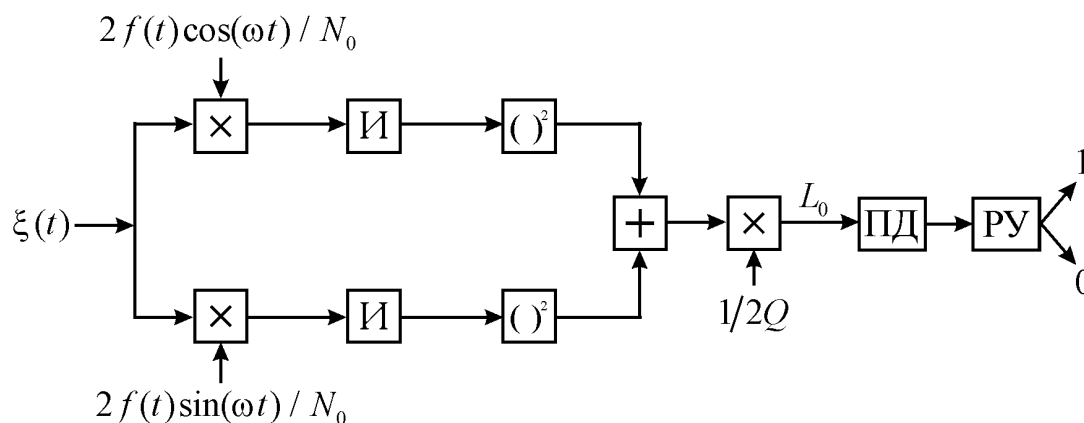


Рис. 1.24

Аналогично методике анализа, описанной выше выражениями (1.3.5)–(1.3.29), находим выражения для вероятностей ложной тревоги

$$\alpha_{ко} = \begin{cases} 1 - \left[ \frac{Q(T_1)}{Q(T_2)} \right]^{h \exp(-h)}, & h \geq 1, \\ 1, & h < 1 \end{cases} \quad (1.4.15)$$

и пропуска сигнала КО обнаружителем СШП КРС с адаптацией по длительности

$$\begin{aligned} \beta_{ко} = & \frac{\sqrt{k}}{2\sqrt{\pi} \sqrt{2k\sigma_{ко}^2 + b(k-1)}} \exp\left[-\frac{a_1^2(k-1)}{16bk}\right] \times \\ & \times \int_0^\infty \exp\left[-\frac{b(h - S_{ко})^2(k-1) + \xi\sigma_{ко}^2(a_1(k-1) + 2\xi k)}{2\sigma_{ко}^2 b(k-1)}\right] \times \\ & \times \left[ \exp\left[\frac{(2b(h - S_{ко})(k-1) + \sigma_{ко}^2(a_1(k-1) + 4\xi k))^2}{8\sigma_{ко}^2 b(k-1)(b(k-1) + 2k\sigma_{ко}^2)}\right] \times \right. \\ & \times \Phi\left(\frac{2b(h - S_{ко})(k-1) + \sigma_{ко}^2(a_1(k-1) + 4\xi k)}{2\sigma_{ко} \sqrt{b(k-1)} \sqrt{b(k-1) + 2k\sigma_{ко}^2}}\right) - \\ & - \exp\left[\frac{(2b(h - S_{ко})(k-1) + \sigma_{ко}^2(a_1(k-1) - 4\xi k))^2}{8\sigma_{ко}^2 b(k-1)(b(k-1) + 2k\sigma_{ко}^2)}\right] \times \\ & \left. \times \Phi\left(\frac{2b(h - S_{ко})(k-1) + \sigma_{ко}^2(a_1(k-1) - 4\xi k)}{2\sigma_{ко} \sqrt{b(k-1)} \sqrt{b(k-1) + 2k\sigma_{ко}^2}}\right) \right] \times \\ & \times \left( \Phi\left(\frac{a_2(k-1) + 4\xi k}{2\sqrt{bk(k-1)}}\right) - \exp\left[-\frac{2a_2\xi}{b}\right] \cdot \Phi\left(\frac{a_2(k-1) + 4\xi k}{2\sqrt{bk(k-1)}}\right) \right) d\xi, \end{aligned} \quad (1.4.16)$$

где обозначены математическое ожидание  $S_{ко} = \langle L_0 \rangle = z^2 \frac{s_x^2 + s_y^2}{2Q}$ ,

дисперсия  $\sigma_{ко}^2 = \frac{z^2}{2Q^2} (s_x^2(Q + P_c) + s_y^2(Q - P_c) + 2s_x s_y P_s)$ , коэффициенты сноса

$$a_1 = \frac{z^2 f(\tau_0)^2}{Q_0^2} \left( Q_0^2 - P_{c0}^2 - P_{s0}^2 + 2Q_0 (P_{c0} \cos 2\pi\kappa + Q_0 \cos(2\varphi_0 - 2\pi\kappa) + P_{s0} \sin 2\pi\kappa) \right),$$

$$a_2 = \frac{z^2 f(\tau_0)^2}{Q_0^2} \left( P_{c0}^2 + P_{s0}^2 - Q_0^2 + 2P_{c0}Q_0 \cos 2\varphi_0 + 2P_{s0}Q_0 \sin 2\varphi_0 \right)$$

и диффузии

$$b = \frac{z^2 f(\tau_0)^2}{Q_0^3} \left( Q_0 (Q_0 \cos(\varphi_0 - \pi\kappa) + P_{c0} \cos(\varphi_0 + \pi\kappa) + P_{s0} \sin(\varphi_0 + \pi\kappa))^2 \right) -$$

$$- \left( - (P_{c0}^2 + P_{s0}^2 + Q_0^2) \cos 2\varphi_0 (P_{c0} - Q_0 \cos 2\pi\kappa) - (P_{c0}^2 + P_{s0}^2 + Q_0^2) \sin 2\varphi_0 \times \right.$$

$$\left. \times (P_{s0} - Q_0 \sin 2\pi\kappa) - 2Q_0 (P_{c0}^2 + P_{s0}^2 - Q_0 (P_{c0} \cos 2\pi\kappa + P_{s0} \sin 2\pi\kappa)) \right)$$

гауссовского марковского случайного процесса (1.4.14).

Таким образом получены основные характеристики обнаружения (вероятность ложной тревоги и пропуска сигнала) для трёх алгоритмов обнаружения: МП алгоритма обнаружения СШП КРС с неизвестной длительностью – выражения (1.3.16) и (1.3.30), соответственно; МП алгоритма обнаружения СШП КРС с известной длительностью – выражения (1.3.31) и (1.3.32), соответственно; КО алгоритма обнаружения СШП КРС с адаптацией по длительности – выражения (1.4.15) и (1.4.16), соответственно. Проанализируем эффективность МП алгоритма обнаружения СШП КРС с неизвестной длительностью и сравним её с двумя другими алгоритмами.

В качестве примера рассмотрим СШП КРС, форма модулирующей функции которого определяется выражением (1.1.38).

На рис. 1.25 показаны зависимости вероятности пропуска сигнала различных алгоритмов обнаружения, определявшиеся по критерию Неймана-Пирсона [19, 20, 93, 96] от ОСШ (1.2.11) при фиксированном уровне вероятности ложной тревоги  $\alpha = 0,001$ . Сплошная кривая характеризует эффективность МП обнаружителя с неизвестной длительностью (1.3.30), штриховая – МП обнаружителя с известной длительностью (1.3.32), штрихпунктирная – КО обнаружителя с адаптацией по длительности (1.4.16). При расчёте кривых на

рис. 1.25 предполагалось, что начальная фаза принятого сигнала  $\varphi_0 = 0$ , динамический диапазон возможных значений длительности  $k = 10$ ,  $\nu = 2$ ,  $\kappa = 0,5$ . Зависимости, показанные на рис. 1.25 характеризуют эффективность обнаружителей различной сложности при различных априорных сведениях о длительности сигнала.

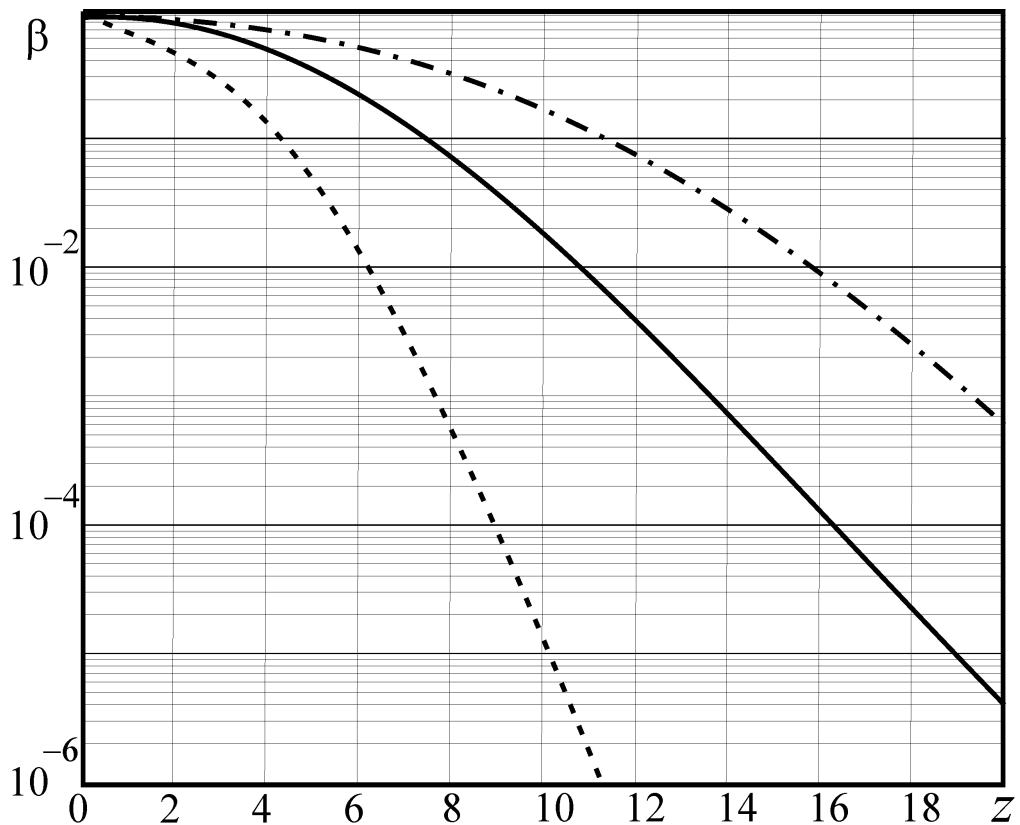


Рис. 1.25

Из рисунка 1.25 видно, что худшей эффективностью обнаружения обладает КО обнаружитель СШП КРС с адаптацией по длительности. Максимально правдоподобный обнаружитель с неизвестной длительностью при малых ОСШ имеет низкую эффективность из-за одновременного априорного незнания 3 параметров: амплитуды, начальной фазы и длительности. Что подтверждается существенным улучшением характеристик обнаружения СШП КРС МП детектором с неизвестными амплитудой, начальной фазой и известной длительностью. Так, например, неоптимальность алгоритма приводит к проигрышу в эффективности обнаружения в 13 раз (при  $z = 12$ ). Незнание

длительности при МП алгоритме обнаружения снижает эффективность обнаружителя на 4 порядка (при  $z = 12$ ).

Влияние априорного незнания длительности на эффективность обнаружения можно количественно охарактеризовать величиной проигрыша

$$\chi_1(p) = \frac{\beta | \alpha = p}{\beta_{\tau_0} | \alpha_0 = p}, \quad (1.4.17)$$

которая представляет собой отношение вероятности пропуска сигнала с неизвестной длительностью (1.3.30) к вероятности пропуска сигнала с известной длительностью (1.3.32). А влияние структуры обнаружителя при поступлении на вход СШП КРС с неизвестными амплитудой, начальной фазой и длительностью можно количественно охарактеризовать величиной проигрыша

$$\chi_2(p) = \frac{\beta_{ко} | \alpha_{ко} = p}{\beta | \alpha = p}, \quad (1.4.18)$$

которая представляет собой отношение вероятностей пропуска СШП КРС МП обнаружителей узкополосного радиосигнала (1.4.16) и СШП КРС (1.3.30).

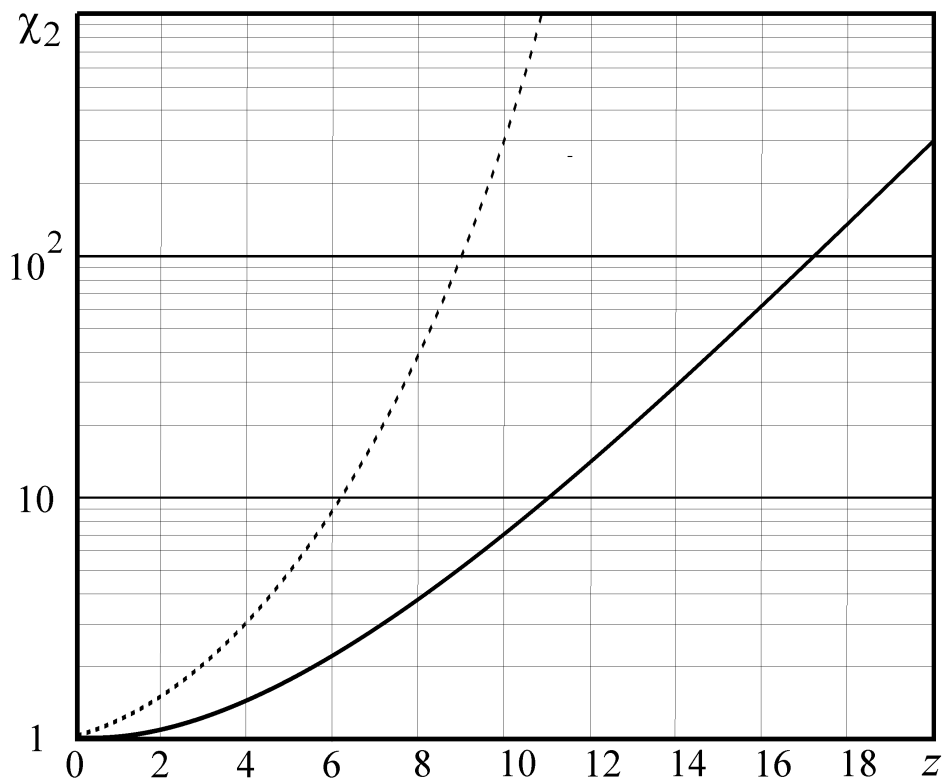


Рис. 1.26



На рисунке 1.26 представлены зависимости проигрышей (1.4.17) и (1.4.18) от ОСШ (1.2.11), при  $\alpha = 0,1$ ,  $\varphi_0 = 0$ ,  $\nu = 2$ ,  $k = 10$ ,  $\kappa = 0,5$ . Сплошная кривая характеризует проигрыш (1.4.18) при выборе неоптимального обнаружителя СШП КРС, а штриховая – проигрыш (1.4.17) при априорном незнании длительности СШП КРС.

Как видно из рис. 1.26, априорное незнание длительности СШП КРС приводит к существенному увеличению вероятностей ошибок с ростом ОСШ. Выбор неоптимального обнаружителя также приводит к увеличению проигрыша, но в меньшей степени из-за большого числа неизвестных параметров и в целом неэффективном обнаружении при низких ОСШ. С увеличением ОСШ величина проигрыша возрастает, как и эффективность МП обнаружителя с неизвестной длительностью. Следует заметить, что эффективность обнаружения существенно зависит от параметра узкополосности  $\kappa$ . Это связано с тем, что асимптотически при больших ОСШ вероятности ошибок не зависят от формы сигнала, а определяются лишь величиной скачка его заднего фронта  $f(\tau_0)$ , который в свою очередь определяется величиной  $\kappa$ . Приведённые результаты позволяют количественно охарактеризовать влияние априорного незнания длительности и выбора структуры обнаружителя СШП КРС на эффективность обнаружения. Выбор оптимальной структуры обнаружителя определяется исходя из приемлемых вероятностей ошибок ложной тревоги и пропуска сигнала, а также сложности его структуры и быстродействия.

### **1.5 Статистическое моделирование алгоритмов обнаружения**

Полученные выше выражения для характеристик МП обнаружения СШП КРС с неизвестными амплитудой, фазой и длительностью (1.3.16) и (1.3.30) являются лишь асимптотически точными с увеличением априорного интервала возможных значений длительности, порога и ОСШ. С целью проверки работоспособности синтезированного МП алгоритма обнаружения СШП КРС, а также установления границ применимости асимптотических выражений для

вероятности ложной тревоги (1.3.16) и вероятности пропуска сигнала (1.3.30) выполним статистическое моделирование решающей статистики на выходе приёмника СШП КРС (1.3.4). Смоделируем обнаружение сигнала вида (1.1.38).

В выражении (1.3.4) введём безразмерную нормированную длительность  $\eta = \tau/T_2$ , причём  $\eta \in [0;1]$ . Тогда логарифм ФОП (1.3.4) перепишем в виде

$$L(\eta) = \frac{[Q(\eta) - P_c(\eta)]X^2(\eta) + [Q(\eta) + P_c(\eta)]Y^2(\eta) - 2X(\eta)Y(\eta)P_s(\eta)}{2[Q^2(\eta) - P_c^2(\eta) - P_s^2(\eta)]}, \quad (1.5.1)$$

В результате замены переменных  $\eta = \tau/T_2$  выражения (1.3.5), (1.3.6) и (1.2.3) принимают вид:

$$X(\eta) = \gamma_0 S_X(\eta) + N_X(\eta), \quad Y(\eta) = \gamma_0 S_Y(\eta) + N_Y(\eta), \quad (1.5.2)$$

$$S_X(\eta) = a_0 \left[ \cos \varphi_0 (Q(\min(\eta, \eta_0)) + P_c(\min(\eta, \eta_0))) + P_s(\min(\eta, \eta_0)) \sin \varphi_0 \right], \quad (1.5.3)$$

$$S_Y(\eta) = a_0 \left[ \sin \varphi_0 (Q(\min(\eta, \eta_0)) - P_c(\min(\eta, \eta_0))) + P_s(\min(\eta, \eta_0)) \cos \varphi_0 \right],$$

$$N_X(\eta) = \frac{2\sqrt{T_2}}{N_0} \int_0^\eta n(xT_2) f(xT_2) \cos(\omega xT_2) dx, \quad (1.5.4)$$

$$N_Y(\eta) = \frac{2\sqrt{T_2}}{N_0} \int_0^\eta n(xT_2) f(xT_2) \sin(\omega xT_2) dx,$$

$$Q(\eta) = \frac{\sqrt{T_2}}{N_0} \int_0^\eta f^2(xT_2) dx,$$

$$P_c(\eta) = \frac{\sqrt{T_2}}{N_0} \int_0^\eta f^2(xT_2) \cos(2\omega xT_2) dx, \quad (1.5.5)$$

$$P_s(\eta) = \frac{\sqrt{T_2}}{N_0} \int_0^\eta f^2(xT_2) \sin(2\omega xT_2) dx.$$

В ходе моделирования будем формировать дискретные отсчёты логарифма ФОП (1.5.1). Введём дискретизацию отрезка  $[0;1]$   $\eta_i = \Delta\eta \cdot i$ , где  $\eta_i$  – узлы дискретизации, а  $\Delta\eta$  – шаг дискретизации. Очевидно, что точность аппроксимации случайных процессов (1.5.4) дискретными значениями в узлах  $\eta_i$

зависит от интервала дискретизации  $\Delta\eta$ . Поэтому введём относительную среднеквадратическую погрешность такой аппроксимации для случайного процесса  $X(\eta)$

$$\varepsilon_X^2 = \max_{\eta, \eta_i} \frac{\langle (N_X(\eta) - N_X(\eta_i))^2 \rangle}{K_{N_X}(\eta, \eta)} = \max_{\eta_i} \frac{\int_{\eta_i}^{\eta_{i+1}} f^2(xT_2) \cos^2(\omega x T_2) dx}{\int_0^{\eta_i} f^2(xT_2) \cos^2(\omega x T_2) dx}. \quad (1.5.6)$$

Для того чтобы оценить верхнюю границу среднеквадратической погрешности (1.5.6), используя приближенное равенство, найдём отдельно максимальное значение числителя и минимальное значение знаменателя

$$\begin{aligned} \varepsilon_X^2 &\approx \max_{\eta_i} \frac{f^2(\eta_i T_2) \cos^2(\omega \eta_i T_2) \Delta\eta}{\int_0^{\eta_i} f^2(xT_2) \cos^2(\omega x T_2) dx} = \\ &= \frac{\max_{\eta_i} [f^2(\eta_i T_2) \cos^2(\omega \eta_i T_2) \Delta\eta]}{\min_{\eta_i} \left[ \int_0^{\eta_i} f^2(xT_2) \cos^2(\omega x T_2) dx \right]} = \frac{\Delta\eta}{\int_0^{1/k} f^2(xT_2) \cos^2(\omega x T_2) dx}. \end{aligned} \quad (1.5.7)$$

Аналогично рассуждениям в (1.5.6)–(1.5.7) находим относительную среднеквадратическую погрешность для случайного процесса  $Y(\eta)$

$$\varepsilon_Y^2 \approx \frac{\Delta\eta}{\int_0^{1/k} f^2(xT_2) \sin^2(\omega x T_2) dx}. \quad (1.5.8)$$

Тогда результирующая относительная среднеквадратическая погрешность будет определяться как наибольшее из (1.5.7) и (1.5.8)

$$\varepsilon^2 = \max[\varepsilon_X^2, \varepsilon_Y^2]. \quad (1.5.9)$$

Таким образом, задавшись приемлемой максимальной относительной среднеквадратической погрешностью (1.5.9) в 10% можно вычислить требуемый шаг дискретизации  $\Delta\eta$ . При моделировании вычислялись отсчёты функций

$N_X(\eta)$  и  $N_Y(\eta)$  с шагом  $\Delta\eta$ , на основе которых случайные процессы  $X(\eta)$ ,  $Y(\eta)$  и логарифм ФОП (1.5.1) аппроксимировались ступенчатыми функциями.

Далее представим дискретные отсчёты случайных процессов  $X(\eta)$  и  $Y(\eta)$  в виде

$$X_i = X(\eta_i) = \gamma_0 S_X(\eta_i) + \frac{2\sqrt{T_2}}{N_0} \sum_{j=1}^i \int_{\eta_{j-1}}^{\eta_j} n(xT_2) f(xT_2) \cos(\omega x T_2) dx = \gamma_0 S_{X_i} + \sum_{j=1}^i x_j, \quad (1.5.10)$$

$$Y_i = Y(\eta_i) = \gamma_0 S_Y(\eta_i) + \frac{2\sqrt{T_2}}{N_0} \sum_{j=1}^i \int_{\eta_{j-1}}^{\eta_j} n(xT_2) f(xT_2) \sin(\omega x T_2) dx = \gamma_0 S_{Y_i} + \sum_{j=1}^i y_j.$$

Здесь  $x_j, y_j$  – гауссовские статистически независимые случайные величины с нулевыми математическими ожиданиями и дисперсиями

$$\sigma_x^2 = \frac{2T_2}{N_0} \int_{\eta_{j-1}}^{\eta_j} f^2(xT_2) \cos^2(\omega x T_2) dx, \quad (1.5.11)$$

$$\sigma_y^2 = \frac{2T_2}{N_0} \int_{\eta_{j-1}}^{\eta_j} f^2(xT_2) \sin^2(\omega x T_2) dx.$$

Тогда дискретные отсчёты (1.5.10) с учётом (1.5.11) можно представить в виде

$$X_i = \gamma_0 S_{X_i} + \sum_{j=1}^i \sigma_x \tilde{x}_j, \quad Y_i = \gamma_0 S_{Y_i} + \sum_{j=1}^i \sigma_y \tilde{y}_j, \quad (1.5.12)$$

где  $\tilde{x}_j, \tilde{y}_j$  – гауссовские статистически независимые случайные величины с нулевыми математическими ожиданиями и единичными дисперсиями.

Анализ реализации логарифма ФОП будем проводить на априорном интервале возможных значений длительности  $\tau \in [T_1; T_2]$ , что соответствует

$\eta \in \left[ \frac{1}{k}; 1 \right]$ . Диапазон номеров отсчётов (1.5.12), попадающих в отрезок  $\left[ \frac{1}{k}; 1 \right]$ :

$i = \overline{i_{\min}, N}$ , где  $N = \frac{1}{\Delta\eta}$ ,  $i_{\min} = \frac{1}{k \cdot \Delta\eta}$ .

Выделим в (1.5.10) интеграл от 0 до  $1/k$

$$\begin{aligned}
X_i &= \gamma_0 S_{X_i} + \frac{2\sqrt{T_2}}{N_0} \int_0^{1/k} n(xT_2) f(xT_2) \cos(\omega x T_2) dx + \\
&+ \frac{2\sqrt{T_2}}{N_0} \sum_{j=i_{\min}+1}^i \int_{\eta_{j-1}}^{\eta_j} n(xT_2) f(xT_2) \cos(\omega x T_2) dx, \\
Y_i &= \gamma_0 S_{Y_i} + \frac{2\sqrt{T_2}}{N_0} \int_0^{1/k} n(xT_2) f(xT_2) \sin(\omega x T_2) dx + \\
&+ \frac{2\sqrt{T_2}}{N_0} \sum_{j=i_{\min}+1}^i \int_{\eta_{j-1}}^{\eta_j} n(xT_2) f(xT_2) \sin(\omega x T_2) dx.
\end{aligned} \tag{1.5.13}$$

Тогда выражения в (1.5.12) приобретают вид

$$X_i = \gamma_0 S_{X_i} + x_0 + \sum_{j=i_{\min}+1}^i \sigma_x \tilde{x}_j, \quad Y_i = \gamma_0 S_{Y_i} + y_0 + \sum_{j=i_{\min}+1}^i \sigma_y \tilde{y}_j, \tag{1.5.14}$$

где  $x_0$  и  $y_0$  – гауссовские случайные величины с нулевыми математическими ожиданиями и дисперсиями

$$\sigma_{x_0}^2 = \frac{2T_2}{N_0} \int_0^{1/k} f^2(xT_2) \cos^2(\omega x T_2) dx, \quad \sigma_{y_0}^2 = \frac{2T_2}{N_0} \int_0^{1/k} f^2(xT_2) \sin^2(\omega x T_2) dx.$$

В процессе моделирования с шагом  $\Delta\eta$  вырабатывались отсчёты логарифма ФОП для  $i = i_{\min} + 1 \dots N$  после подстановки в него (1.5.14). Затем определялся наибольший отсчёт, который сравнивался с порогом. Если при  $\gamma_0 = 0$  порог превышался, то фиксировалась ошибка ложной тревоги. Если при  $\gamma_0 = 1$  наибольшее значение логарифма ФОП не превышало порога, то фиксировалась ошибка пропуска сигнала.

Результаты моделирования показаны на рисунке 1.27 в виде зависимости вероятности пропуска сигнала от ОСШ (1.2.11) при различных уровнях вероятности ложной тревоги. Линиями обозначены зависимости рассчитанные аналитически (1.3.30), а маркерами – отсчёты логарифма ФОП (1.5.1) при наличии сигнала и непревышении порога. Сплошная кривая и квадратные маркеры соответствует уровню ложной тревоги  $\alpha = 0,1$ , штриховая и треугольные

маркеры –  $\alpha = 0,01$ , штрихпунктирная и круглые маркеры –  $\alpha = 0,001$ .  
 При расчёте кривых на рис. 1.27 предполагалось, что  $\varphi_0 = 0$ ,  $\nu = 2$ ,  $k = 4$ ,  $\kappa = 0,3$ .

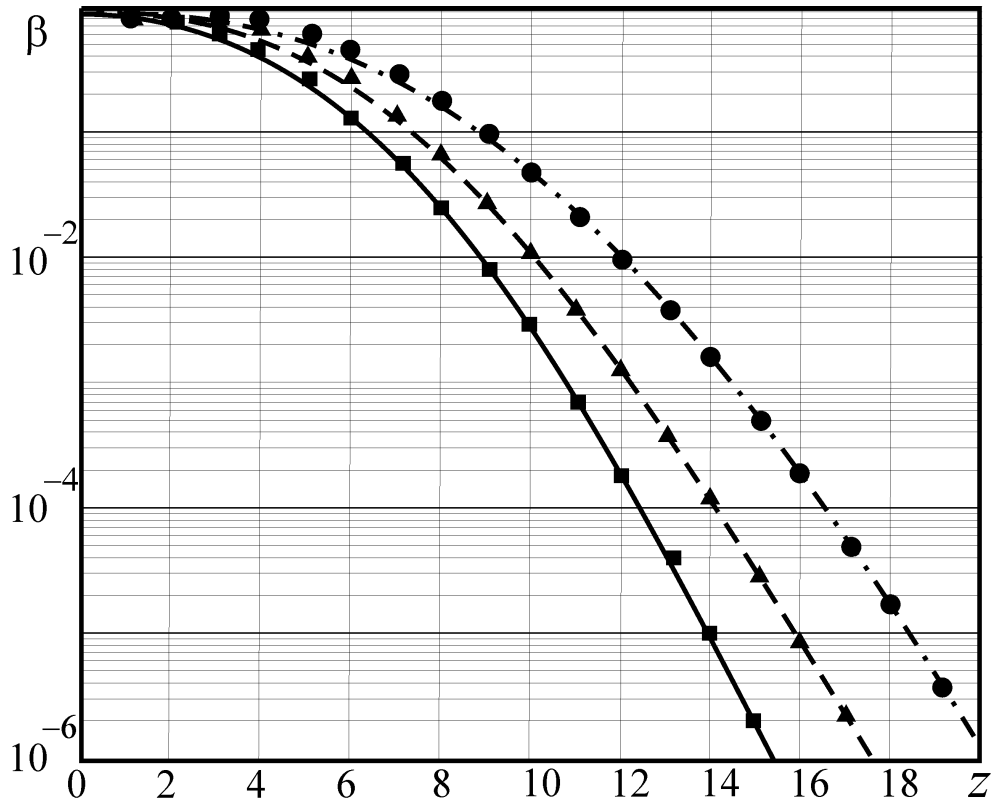


Рис. 1.27

Из рисунка 1.27 видно, что асимптотическое выражение для вероятности пропуска сигнала (1.3.30) удовлетворительно описывает экспериментальные зависимости. Приемлемая сходимость экспериментальных и теоретических зависимостей наблюдается уже при  $z > 4$ .

## 1.6 Выводы

1. Априорное незнание амплитуды, начальной фазы и длительности СШП КРС приводит к росту вероятностей ошибок 1-го и 2-го рода в несколько раз. Эффективность обнаружения существенно зависит от параметра узкополосности  $\kappa$ . Это связано с тем, что асимптотически при больших ОСШ вероятности ошибок не зависят от формы сигнала, а определяются лишь величиной скачка его заднего фронта  $f(\tau_0)$ , который в свою очередь определяется величиной  $\kappa$ .

2. Установлено, что худшей эффективностью обнаружения обладает КО обнаружитель СШП КРС с неизвестными амплитудой, начальной фазой и длительностью из-за неоптимальности приёмника. Он, как и МП обнаружитель с неизвестной длительностью при малых ОСШ имеет низкую эффективность из-за одновременного априорного незнания 3 параметров: амплитуды, начальной фазы и длительности. Что подтверждается на несколько порядков лучшими характеристиками обнаружения СШП КРС МП обнаружителем с неизвестными амплитудой, начальной фазой и известной длительностью.

3. Выбор неоптимального обнаружителя приводит к существенному увеличению проигрыша из-за большого числа неизвестных параметров и в целом неэффективному обнаружению при низких ОСШ. С увеличением ОСШ величина проигрыша возрастает, как и эффективность МП обнаружителя с неизвестной длительностью.

4. Приведённые результаты позволяют количественно охарактеризовать влияние априорного незнания длительности и выбора структуры обнаружителя СШП КРС на эффективность обнаружения. Выбор оптимальной структуры обнаружителя определяется исходя из приемлемых вероятностей ошибок ложной тревоги и пропуска сигнала, а также сложности его структуры и быстродействия.

5. Выбором модулирующей функции можно обеспечить полосу сигнала, близкую к несущей частоте. Изменение модулирующей функции позволяет описать формулой (1.1.1) как узкополосные радиосигналы, для которых выполняется условие (1.1.2), так и СШП КРС с большой относительной полосой частот, а наличие или отсутствие гармонической компоненты – СШП КРС или СШП ВС, соответственно. Обнаружение СШП КРС с прямоугольной формой модулирующей функции подтверждает характер зависимостей, полученных при исследовании характеристик обнаружения СШП КРС с произвольной формой модулирующей функции.

6. Синтезированные алгоритмы в отличие от аналогичных (существующих) алгоритмов обнаружения узкополосных радиосигналов позволяют не учитывать качественные ограничения, накладываемые условием относительной

узкополосности, что позволяет получать точные и/или асимптотически точные выражения для характеристик обнаружения любых радиосигналов без определения класса таких сигналов. Количественный проигрыш, вследствие выбора неоптимального обнаружителя (строго для узкополосных сигналов), позволяют оценить синтезированные КО алгоритмы.

7. Впервые синтезированные алгоритмы обнаружения СШП КРС с неизвестной длительностью, в отличие от известных аналогичных алгоритмов с известной длительностью, позволяют положить основу их практической реализации, поскольку зачастую длительность сигнала оказывается неизвестной и использование приёмников, в основу функционирования которых положена информация о известной длительности, не допустимо. Неизвестная длительность СШП КРС в алгоритме обнаружения приводит к его значительному усложнению, однако в зависимости от наличия априорной информации о длительности возможно использование КП и КО алгоритмов обнаружения, структура детекторов которых менее сложная.

8. В рассмотренных примерах установлено, что неоптимальность алгоритма в случае адаптации по амплитуде и фазе приводит к проигрышу в эффективности обнаружения в 10 раз (при  $z_0 = 6$ ), в случае МП алгоритма обнаружения – в 13 раз (при  $z = 12$ ). Незнание длительности при МП алгоритме обнаружения снижает эффективность обнаружителя на 4 порядка (при  $z = 12$ ).



## ГЛАВА 2 ОЦЕНКА АМПЛИТУДЫ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНОГО КВАЗИРАДИОСИГНАЛА С НЕИЗВЕСТНЫМИ ДЛИТЕЛЬНОСТЬЮ И НАЧАЛЬНОЙ ФАЗОЙ

### 2.1 Квазиправдоподобная оценка

Помимо обнаружения сигналов, во многих практических приложениях статистической радиофизики, теории связи, радиолокации и навигации весьма актуальна задача оценки амплитуды сигнала, наблюдаемого на фоне шума. К настоящему времени предложено немало методов измерения амплитуды сигнала [24, 32, 46, 49, 68, 74, 77]. Способы оценивания амплитуды, основанные на статистических методах оптимального приёма сигналов, изучены в [46, 68, 77]. В работе [46] исследована оценка амплитуды детерминированного сигнала при условии, что все остальные параметры априори известны. Важным для практических приложений случаем является оценка амплитуды сигнала с неизвестной длительностью. В работах [74, 77] исследованы оценки максимального правдоподобия амплитуды сигналов без высокочастотного заполнения – прямоугольного импульса и квазидетерминированного сигнала произвольной формы. Оценка амплитуды радиосигнала с непрямоугольной формой огибающей, неизвестными длительностью и начальной фазой исследована в работе [70]. При этом предполагалось, что радиосигнал является узкополосным [46, 68]. Однако, часто требуется формировать оценку амплитуды радиосигнала, для которого условия узкополосности не выполняются. В работе [79] рассмотрен алгоритм оценки амплитуды радиосигнала произвольной формы с известной длительностью и неизвестной начальной фазой, который не удовлетворяет условию относительной узкополосности. В данном параграфе исследованы алгоритмы оценки амплитуды СШП КРС произвольной формы с неизвестными начальной фазой и длительностью.

Рассмотрим задачу оценки амплитуды СШП КРС (1.1.1) на фоне гауссовского белого шума  $n(t)$  в виде (1.1.3), где  $\gamma_0 = 1$ . У полезного сигнала

неизвестна начальная фаза и длительностью, а гауссовский белый шум обладает односторонней спектральной плотностью  $N_0$ .

Выполним синтез оценки МП, то есть найдём алгоритм формирования оценки на основе наблюдаемой реализации  $\xi(t)$ . Согласно методу МП [46, 68, 77], оценка амплитуды представляет собой положение наибольшего максимума логарифма ФОП (1.1.4)

$$a_{0m} = \underset{a}{\operatorname{argsup}} L(a, \varphi_0, \tau_0).$$

При наличии априорной неопределённости логарифм ФОП зависит не только от амплитуды, но и от начальной фазы и длительности.

Преодоление априорного незнания неинформативных параметров сводится к тому, что в выражении для логарифма ФОП (1.1.4) нужно использовать какие-либо их значения [52]. От способа выбора этих значений зависит структура алгоритма формирования оценки, а также её точность. Вместо неизвестной длительности в выражении (1.1.4) будем использовать её некоторое прогнозируемое значение  $\tau^*$  из области возможных значений длительности  $\tau^* \in [T_1, T_2]$ , а неизвестную начальную фазу заменим её КП оценкой

$$\hat{\varphi}(a) = \underset{\varphi}{\operatorname{argsup}} L^*(a, \varphi), \quad L^*(a, \varphi) = L(a, \varphi, \tau = \tau^*),$$

что равносильно максимизации логарифма ФОП (1.1.4) по переменной  $\varphi$ . Квазиправдоподобная оценка амплитуды  $\hat{a}$  определяется как положение абсолютного (наибольшего) максимума логарифма ФОП

$$\hat{a} = \operatorname{argsup} L^*(a), \quad L^*(a) = \sup_{\varphi} L^*(a, \varphi) = L^*(a, \hat{\varphi}). \quad (2.1.1)$$

Оценка (2.1.1) может быть найдена аналитически. Для этого представим выражение (1.1.4) в виде (1.1.7), и решая систему уравнений правдоподобия

$$\left. \frac{\partial L^*(a, \varphi)}{\partial a} \right|_{\hat{a}, \hat{\varphi}} = 0, \quad \left. \frac{\partial L^*(a, \varphi)}{\partial \varphi} \right|_{\hat{a}, \hat{\varphi}} = 0,$$

находим выражение для КП оценки  $\hat{a}$  амплитуды сигнала (1.1.1) с учётом (1.1.8)

$$\hat{a} = \frac{\sqrt{X^{*2} \left( (Q^* - P_c^*)^2 + P_s^{*2} \right) + Y^{*2} \left( (Q^* + P_c^*)^2 + P_s^{*2} \right) - 4X^* Y^* Q^* P_s^*}}{g^{*2}}. \quad (2.1.2)$$

Для узкополосного радиосигнала, когда выполняется условие (1.1.2)  $P_c^* = 0$ ,  $P_s^* = 0$ , выражение (2.1.2) существенно упрощается и принимает вид  $\hat{a}_0 = \frac{\sqrt{X^{*2} + Y^{*2}}}{Q^*}$  [46].

Согласно (2.1.2) КП оценку амплитуды СШП КРС можно сформировать на основе блок-схемы, приведённой на рис. 2.1, где интеграторы И работают на интервале времени  $[0, \tau^*]$ ,  $\tau^* \in [T_1, T_2]$ .

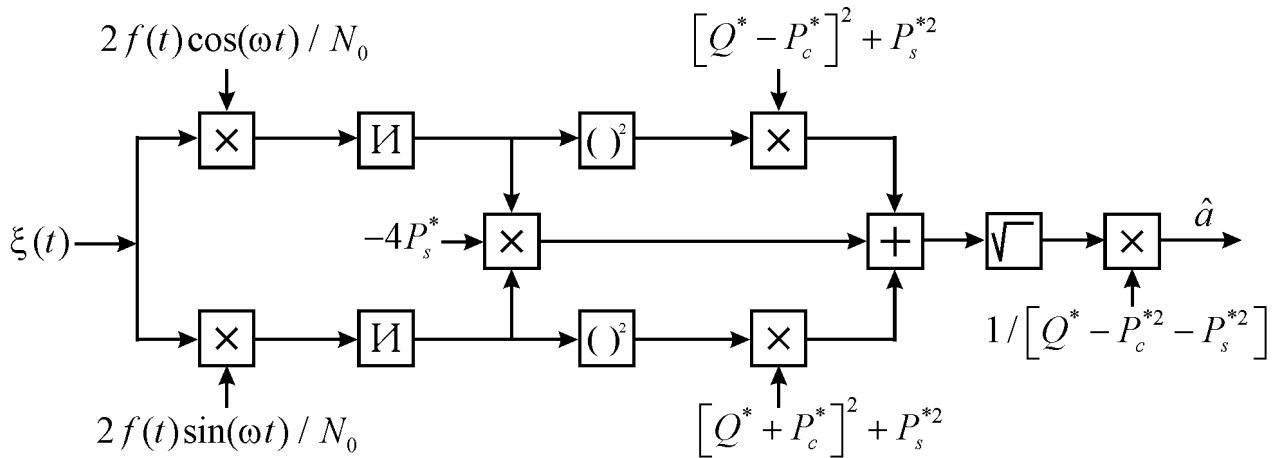


Рис. 2.1

Выполним анализ КП алгоритма оценки амплитуды. Для полного статистического описания оценки (2.1.1) найдём её плотность вероятности. Согласно (2.1.2), КП оценка амплитуды определяется через плотность вероятности случайных величин  $X^*$  и  $Y^*$  (1.1.8). Следовательно, плотность вероятности оценки (2.1.2) может быть выражена через совместную плотность вероятности этих случайных величин. Величины  $X^*$  и  $Y^*$  представляют собой

линейные преобразования (1.1.8) гауссовского случайного процесса  $n(t)$ , следовательно также являются гауссовскими и обладают математическими ожиданиями (1.1.17), дисперсиями (1.1.18) и корреляционным моментом

$$K_{X^*Y^*} = \left\langle \left( X^* - m_{X^*} \right) \left( Y^* - m_{Y^*} \right) \right\rangle = P_s^*.$$

Введём аналогично [79] замену переменных (1.1.10) и

$$I^* = (Q^* - P_c^*)X^* - P_s^*Y^*, \quad (2.1.3)$$

тогда КП оценка амплитуды (2.1.2) примет вид

$$\hat{a} = \frac{\sqrt{J^{*2} + I^{*2}}}{g^{*2}}. \quad (2.1.4)$$

Случайные величины (1.1.10) и (2.1.3) гауссовские, так как они представляют собой линейные комбинации гауссовских случайных величин  $X^*$  и  $Y^*$ . Следовательно, статистические свойства  $J^*$  и  $I^*$  полностью описываются их первыми двумя моментами. Выполняя усреднение, для случайных величин  $J^*$  и  $I^*$ , с учётом (1.18) и (1.1.14) находим математические ожидания

$$m_{J^*} = \langle J^* \rangle = -P_s^*S_X^* + (Q^* + P_c^*)S_Y^*, \quad m_{I^*} = \langle I^* \rangle = -P_s^*S_Y^* + (Q^* - P_c^*)S_X^*, \quad (2.1.5)$$

дисперсии

$$\sigma_{J^*}^2 = \left\langle \left( J^* - m_{J^*} \right)^2 \right\rangle = \frac{g^{*2}}{Q^{*2}}(Q^* + P_c^*), \quad \sigma_{I^*}^2 = \left\langle \left( I^* - m_{I^*} \right)^2 \right\rangle = \frac{g^{*2}}{Q^{*2}}(Q^* - P_c^*), \quad (2.1.6)$$

и коэффициент корреляции, совпадающий с (1.1.19)

$$R_{J^*I^*} = \frac{\left\langle \left( J^* - m_{J^*} \right) \left( I^* - m_{I^*} \right) \right\rangle}{\sigma_{J^*}\sigma_{I^*}} = -\frac{P_s^*}{\sqrt{Q^{*2} - P_c^{*2}}}. \quad (2.1.7)$$

С учётом найденных моментов (2.1.5)–(2.1.7), аналогично (1.1.22), совместная плотность вероятности случайных величин  $J^*$  и  $I^*$  определяется формулой

$$W_2(J^*, I^*) = \frac{(1 - R_{J^* I^*}^2)^{-\frac{1}{2}}}{2\pi \sigma_{J^*} \sigma_{I^*}} \exp \left( -\frac{1}{2(1 - R_{J^* I^*}^2)} \times \right. \\ \left. \times \left( \frac{(J^* - m_{J^*})^2}{2\sigma_{J^*}^2} + \frac{(I^* - m_{I^*})^2}{2\sigma_{I^*}^2} - \frac{2R_{J^* I^*} (J^* - m_{J^*})(I^* - m_{I^*})}{\sigma_{J^*} \sigma_{I^*}} \right) \right). \quad (2.1.8)$$

Сделаем в (2.1.4) замену переменных  $J^* = \Lambda \sin \theta$  и  $I^* = \Lambda \cos \theta$ , тогда

$$\hat{a} = \frac{\Lambda Q^*}{g^{*2}}, \quad \Lambda \geq 0, \quad \theta \in [-\pi, \pi]. \quad (2.1.9)$$

Выполним переход от совместной плотности вероятности случайных величин  $J^*$  и  $I^*$  к совместной плотности вероятности случайных величин  $\Lambda$  и  $\theta$ . Для этого воспользуемся формулой из [80]

$$W_{\Lambda\theta}(\Lambda, \theta) = W_{J^* I^*}(\Lambda \sin \theta, \Lambda \cos \theta) |D|, \quad (2.1.10)$$

где  $|D| = \begin{vmatrix} \frac{\partial \Lambda \sin \theta}{\partial \Lambda \cos \theta} & \frac{\partial \Lambda \sin \theta}{\partial \Lambda \cos \theta} \\ \frac{\partial \Lambda}{\partial \Lambda} & \frac{\partial \theta}{\partial \theta} \end{vmatrix} = \Lambda$  – якобиан преобразования.

Перейдём теперь в выражении (2.1.10) от случайных величин  $\Lambda$  и  $\theta$  к случайным

величинам  $\hat{a} = \frac{\Lambda Q^*}{g^{*2}}$  и  $\theta$

$$W_{a\theta}(a, \theta) = W_{\Lambda\theta} \left( \frac{ag^{*2}}{Q^*}, \theta \right) |D_1|, \quad (2.1.11)$$

где якобиан преобразования  $|D_1| = g^{*2} / Q^*$ . Величина  $\hat{a}$  является КП оценкой амплитуды (2.1.2). В результате получим выражение для совместной плотности вероятности случайных величин  $\hat{a}$  и  $\theta$

$$W_{a\theta}(a, \theta) = Ca \exp \left( -\left( \gamma^2(\theta) a^2 - 2\delta(\theta) a \right) \right), \quad a \geq 0, \quad \theta \in [-\pi, \pi]. \quad (2.1.12)$$

Здесь введены обозначения

$$C = \frac{g^{*4}}{2\pi Q^{*2} \sqrt{(1-R_{J^*I^*}^2)\sigma_{J^*}^2\sigma_{I^*}^2}} \exp\left(-\frac{\sigma_{I^*}^2 m_{J^*}^2 + \sigma_{J^*}^2 m_{I^*}^2 - 2R_{J^*I^*}\sigma_{J^*}\sigma_{I^*}m_{J^*}m_{I^*}}{2(1-R_{J^*I^*}^2)\sigma_{J^*}^2\sigma_{I^*}^2}\right),$$

$$\delta(\theta) = g^{*2} \frac{m_{J^*}\sigma_{I^*}^2 \sin\theta + m_{I^*}\sigma_{J^*}^2 \cos\theta - R_{J^*I^*}\sigma_{J^*}\sigma_{I^*}(m_{I^*}\sin\theta + m_{J^*}\cos\theta)}{2Q^*(1-R_{J^*I^*}^2)\sigma_{J^*}^2\sigma_{I^*}^2},$$

$$\gamma^2(\theta) = g^{*2} \frac{\sigma_{I^*}^2 \sin^2\theta + \sigma_{J^*}^2 \cos^2\theta - R_{J^*I^*}\sigma_{J^*}\sigma_{I^*} \sin 2\theta}{2Q^{*2}(1-R_{J^*I^*}^2)\sigma_{J^*}^2\sigma_{I^*}^2}.$$

Согласно (2.1.12), плотность вероятности КП оценки (2.1.2) амплитуды СШП КРС можно найти, интегрируя совместную плотность вероятности по переменной  $\theta$

$$W_a(a) = \int_{-\pi}^{\pi} W_{a\theta}(a, \theta) d\theta = Ca \int_{-\pi}^{\pi} \exp(2\delta(\theta)a - \gamma^2(\theta)a^2) d\theta. \quad (2.1.13)$$

Точность оценки можно характеризовать величинами смещения, дисперсии и рассеяния. Условные смещение, дисперсия и рассеяние оценки амплитуды СШП КРС определяются соответственно выражениями [46]

$$b(\hat{a} | a_0, \varphi_0, \tau_0) = \langle \hat{a} \rangle - a_0, \quad D(\hat{a} | a_0, \varphi_0, \tau_0) = \langle (\hat{a} - \langle \hat{a} \rangle)^2 \rangle, \quad (2.1.14)$$

$$V(\hat{a} | a_0, \varphi_0, \tau_0) = \langle (\hat{a} - a_0)^2 \rangle.$$

В формулах (2.1.14) усреднение выполняется по реализациям шума при фиксированных истинных значениях параметров  $a_0, \varphi_0$ . Используя плотность вероятности (2.1.13), находим значения первых двух моментов КП оценки амплитуды

$$\langle \hat{a} \rangle = \int_0^{\infty} a W_a(a) da, \quad \langle \hat{a}^2 \rangle = \int_0^{\infty} a^2 W_a(a) da. \quad (2.1.15)$$

Подставляя в формулы (2.1.15) выражение (2.1.13) и интегрируя по  $a$ , получаем

$$\langle \hat{a} \rangle = \frac{C}{\sqrt{Q^*}} \int_{-\pi}^{\pi} J_1(\theta) d\theta, \quad \langle \hat{a}^2 \rangle = \frac{C}{\sqrt{Q^*}} \int_{-\pi}^{\pi} J_2(\theta) d\theta, \quad (2.1.16)$$

$$\text{где } J_1(\theta) = \frac{\delta(\theta)}{2\gamma^4(\theta)} + \frac{\sqrt{\pi}\Phi\left(\frac{\sqrt{2}\delta(\theta)}{\gamma(\theta)}\right)}{2\gamma^3(\theta)} \exp\left(\frac{\delta^2(\theta)}{\gamma^2(\theta)}\right) \left(1 + 2\frac{\delta^2(\theta)}{\gamma^2(\theta)}\right),$$

$$J_2(\theta) = \frac{\gamma^2(\theta) + \delta^2(\theta)}{2\gamma^6(\theta)} + \frac{\delta(\theta)\sqrt{\pi}\Phi\left(\frac{\sqrt{2}\delta(\theta)}{\gamma(\theta)}\right)}{\gamma^5(\theta)} \exp\left(\frac{\delta^2(\theta)}{\gamma^2(\theta)}\right) \left(\frac{3}{2} + \frac{\delta^2(\theta)}{\gamma^2(\theta)}\right),$$

$$\text{а } \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt - \text{интеграл вероятности.}$$

Исследуем поведение статистических характеристик КП оценки амплитуды (2.1.2) – смещение и дисперсию (2.1.14), с увеличением ОСШ (1.1.33). Подставим наблюдаемую реализацию (1.1.3) в выражения для  $X^*$  и  $Y^*$  (1.1.13), и выделим детерминированную (1.1.14) и случайную (1.1.16) составляющие.

Случайные составляющие (1.1.16) являются гауссовскими случайными величинами с нулевыми математическими ожиданиями, дисперсиями (1.1.18) и корреляционным моментом  $\langle N_X^* N_Y^* \rangle = \langle N_Y^* N_X^* \rangle = P_s^*$ .

Введём в рассмотрение случайные величины

$$\eta_x^* = \frac{z_0 N_X^*}{a_0 Q_0}, \quad \eta_y^* = \frac{z_0 N_Y^*}{a_0 Q_0}, \quad (2.1.17)$$

которые являются гауссовскими и обладают нулевыми математическими ожиданиями, дисперсиями  $\langle \eta_x^{*2} \rangle = \frac{Q^* + P_c^*}{Q_0}$ ,  $\langle \eta_y^{*2} \rangle = \frac{Q^* - P_c^*}{Q_0}$  и корреляционным

$$\text{моментом } \langle \eta_x^* \eta_y^* \rangle = \frac{P_s^*}{Q_0}.$$

Подставив выражения (1.1.13) в формулу (2.1.2), запишем КП оценку амплитуды с учётом обозначений (2.1.17)

$$\hat{a} = \frac{a_0 Q_0}{g^{*2}} \cdot \sqrt{\left(\mu_{X^*} + \varepsilon \eta_x^*\right)^2 E_1 + \left(\mu_{Y^*} + \varepsilon \eta_y^*\right)^2 E_2 - 4P_s^* \left(\mu_{X^*} + \varepsilon \eta_x^*\right) \left(\mu_{Y^*} + \varepsilon \eta_y^*\right)}, \quad (2.1.18)$$

где  $E_1 = \left(Q^* - P_c^*\right)^2 + P_s^{*2}$ ,  $E_2 = \left(Q^* + P_c^*\right)^2 + P_s^{*2}$ ,  $\mu_{X^*} = \frac{m_{X^*}}{Q_0}$ ,  $\mu_{Y^*} = \frac{m_{Y^*}}{Q_0}$ ,  $\varepsilon^2 = \frac{1}{z_0^2}$  –

величина обратная ОСШ.

Далее будем считать, что ОСШ  $z_0$  достаточно велико, следовательно, величина  $\varepsilon$  мала. Разложив выражение (2.1.18) в ряд Тейлора по степеням  $\varepsilon$  и отбросив слагаемые порядка малости  $\varepsilon^2$  и менее, получаем

$$\begin{aligned} \hat{a} = & \frac{a_0 Q_0}{g^{*2}} \cdot \sqrt{E_1 \mu_{X^*}^2 + E_2 \mu_{Y^*}^2 - 4P_s^* \mu_{X^*} \mu_{Y^*}} \times \\ & \times \left( 1 + \varepsilon \frac{E_1 \mu_{X^*} \eta_x^* + E_2 \mu_{Y^*} \eta_y^* - 2P_s^* (\mu_{X^*} \eta_y^* + \mu_{Y^*} \eta_x^*)}{E_1 \mu_{X^*}^2 + E_2 \mu_{Y^*}^2 - 4P_s^* \mu_{X^*} \mu_{Y^*}} \right). \end{aligned} \quad (2.1.19)$$

Выполняя усреднение, находим асимптотически (при больших ОСШ) точные выражения для смещения и дисперсии КП оценки амплитуды

$$b(\hat{a} | a_0, \varphi_0, \tau_0) = a_0 \left( \frac{\sqrt{B}}{g^{*2}} - 1 \right), \quad (2.1.20)$$

$$D(\hat{a} | a_0, \varphi_0, \tau_0) = \frac{a_0^2 Q_0}{z_0^2} \cdot \frac{N^2 (Q^* + P_c^*) + H^2 (Q^* - P_c^*) + 2NHP_s^*}{Bg^{*4}}, \quad (2.1.21)$$

где

$$\begin{aligned} B = & \left( Q_m^{*2} + P_{cm}^{*2} + P_{sm}^{*2} + 2P_{cm}^* Q_m^* \cos 2\varphi_0 + 2P_{sm}^* Q_m^* \sin 2\varphi_0 \right) \left( Q^{*2} + P_c^{*2} + P_s^{*2} \right) + \\ & + 2P_c^* Q^* \left( \left( P_{sm}^{*2} - P_{cm}^{*2} \right) \cos 2\varphi_0 - 2P_{cm}^* P_{sm}^* \sin 2\varphi_0 - 2P_{cm}^* Q_m^* - Q_m^{*2} \cos 2\varphi_0 \right) + \\ & + 2P_s^* Q^* \left( \left( P_{cm}^{*2} - P_{sm}^{*2} \right) \sin 2\varphi_0 - 2P_{cm}^* P_{sm}^* \cos 2\varphi_0 - 2P_{sm}^* Q_m^* - Q_m^{*2} \sin 2\varphi_0 \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N = & \left( \left( Q^* - P_c^* \right)^2 + P_s^{*2} \right) \left( \left( Q_m^* + P_{cm}^* \right) \cos \varphi_0 + P_{sm}^* \sin \varphi_0 \right) - \\ & - 2P_s^* Q^* \left( P_{sm}^* \cos \varphi_0 + Q_m^* \sin \varphi_0 - P_{cm}^* \sin \varphi_0 \right), \end{aligned}$$



$$H = \left( (Q^* + P_c^*)^2 + P_s^{*2} \right) \left( P_{sm}^* \cos \varphi_0 + (Q_m^* - P_{cm}^*) \sin \varphi_0 \right) - \\ - 2P_s^* Q^* \left( (Q_m^* + P_{cm}^*) \cos \varphi_0 + P_{sm}^* \sin \varphi_0 \right).$$

При известной длительности сигнала  $\tau^* = \tau_0$  выражения (2.1.20) и (2.1.21) принимают вид

$$b(a_m | a_0, \varphi_0, \tau_0) = 0, \quad (2.1.22)$$

$$D(a_m | a_0, \varphi_0, \tau_0) = a_0^2 Q_0 \varepsilon^2 \frac{Q_0 - P_{c0} \cos 2\varphi_0 - P_{s0} \sin 2\varphi_0}{Q_0^2 - P_{c0}^2 - P_{s0}^2}, \quad (2.1.23)$$

что совпадает со смещением и дисперсией МП оценки  $a_m$  амплитуды при априори известной длительности, найденными в [79].

Для узкополосного радиосигнала выражения для смещения (2.1.20) и дисперсии (2.1.21) упрощаются

$$b(\bar{a} | a_0, \varphi_0, \tau_0) = 0, \quad D(\bar{a} | a_0, \varphi_0, \tau_0) = \frac{a_0^2 Q_0}{z_0^2 Q^*},$$

и совпадают с аналогичными выражениями, найденными в [8].

В качестве примера рассмотрим оценку амплитуды СШП КРС, форма модулирующей функции которого определяется выражением (1.1.38). Подставляя (1.1.38) в (1.2.3), находим

$$Q(\tau) = \frac{1 - \exp(-2\nu\tau / T_2)}{2\nu N_0 / T_2}, \quad (2.1.24)$$

$$P_c(\tau) = \frac{Q(\tau) d^2 \cdot \left( \operatorname{cth} \nu \frac{\tau}{T_2} - 1 \right)}{2(1 + d^2)} \cdot \left( \exp\left(\frac{2\nu\tau}{T_2}\right) - \cos 2\omega\tau + \frac{1}{d} \sin 2\omega\tau \right), \quad (2.1.25)$$

$$P_s(\tau) = \frac{Q(\tau) d \cdot \left( 1 - \operatorname{cth} \nu \frac{\tau}{T_2} \right)}{2(1 + d^2)} \cdot \left( \cos 2\omega\tau - \exp\left(\frac{2\nu\tau}{T_2}\right) + d \sin 2\omega\tau \right). \quad (2.1.26)$$

Подставив в выражения (2.1.24)–(2.1.26)  $\tau = \tau^*$ , получим аналогичные выражения для (1.1.8)

$$Q^* = \frac{(1 - \exp(-2rd))\tau^*}{2rdN_0}, \quad (2.1.27)$$

$$P_c^* = \frac{Q^* d^2 \cdot (\operatorname{cth} rd - 1)}{2(1 + d^2)} \cdot \left( \exp(2rd) - \cos 2r + \frac{1}{d} \sin 2r \right), \quad (2.1.28)$$

$$P_s^* = \frac{Q^* d \cdot (1 - \operatorname{cth} rd)}{2(1 + d^2)} \cdot (\cos 2r - \exp(2rd) + d \sin 2r), \quad (2.1.29)$$

где  $r = 2\pi\kappa\Delta_\tau$ ,  $d = \frac{\nu(k+1)}{4\pi k\kappa}$ . Полученные выражения в замкнутой форме (2.1.24)–

(2.1.29) удобно использовать в дальнейшем при расчётах и статистическом моделировании.

Для более наглядного представления результатов анализа КП алгоритма оценки амплитуды введём величину условного рассеяния, нормированного на  $a_0^2$

$$V = \frac{\langle \hat{a}^2 \rangle - 2a_0 \langle \hat{a} \rangle + a_0^2}{a_0^2}. \quad (2.1.30)$$

На рис. 2.2 изображены зависимости условного рассеяния (2.1.30), нормированного на  $a_0^2$ , от ОСШ (1.1.33) при различных расстройках длительности ожидаемого сигнала  $\Delta_\tau$ . Сплошная кривая соответствует отсутствию расстройки  $\Delta_\tau = 1$ , штриховая – расстройке  $\Delta_\tau = 1/2$  (ожидаемая длительность меньше истинного значения), штрихпунктирная – расстройке  $\Delta_\tau = 2$  (ожидаемая длительность больше истинного значения). При расчёте кривых предполагалось, что  $\varphi_0 = 0$ ,  $\nu = 1$ ,  $k = 2$ ,  $\kappa = 0,5$ .

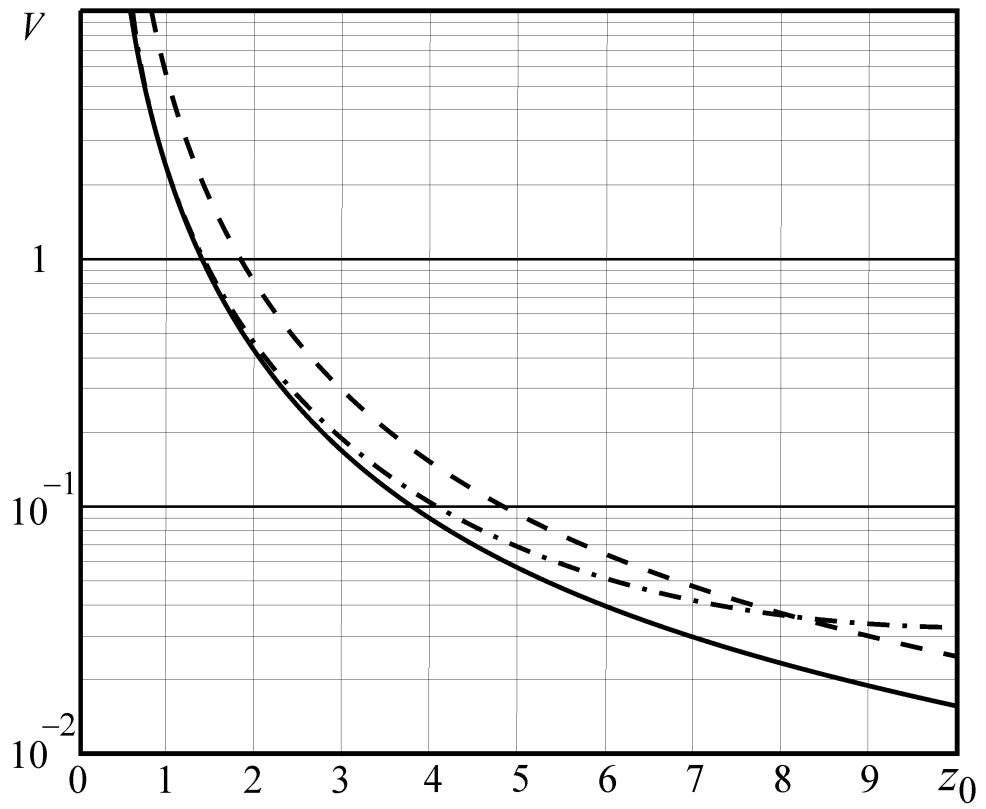


Рис. 2.2

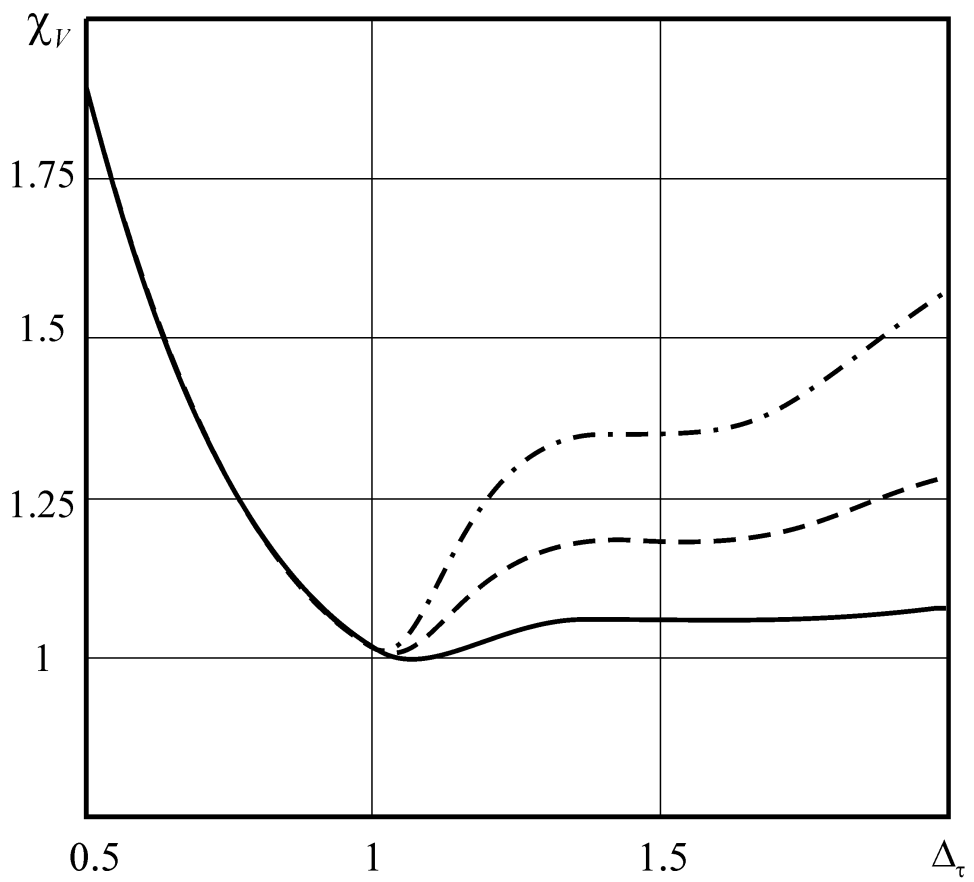


Рис. 2.3

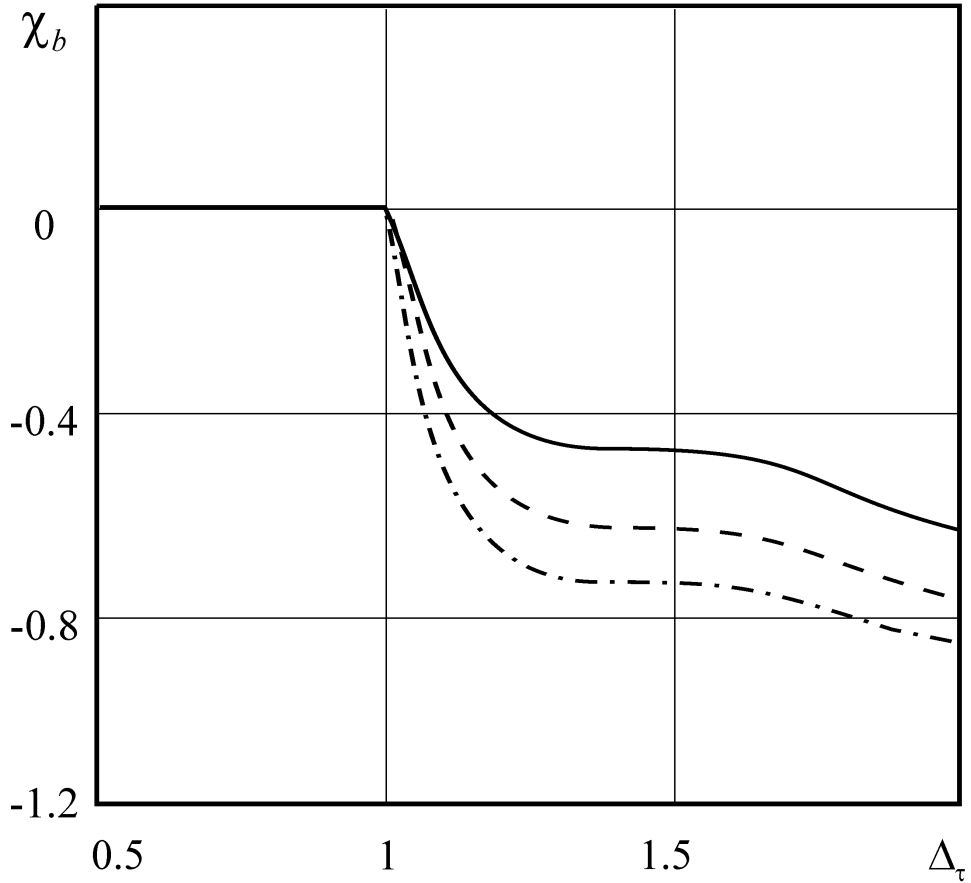


Рис. 2.4

Проигрыш в эффективности оценки, вследствие незнания длительности СШП КРС, можно охарактеризовать отношением рассеяний оценки амплитуды при наличии и при отсутствии расстройки длительности

$$\chi_V = V(z_0, \Delta_\tau) / V(z_0, \Delta_\tau = 1), \quad (2.1.31)$$

а также величиной нормированного смещения

$$\chi_b = b(z_0, \Delta_\tau) / \sqrt{V(z_0, \Delta_\tau)}, \quad (2.1.32)$$

где под  $b(z_0, \Delta_\tau)$  и  $V(z_0, \Delta_\tau)$  понимаются (2.1.20) и (2.1.30), соответственно.

На рис. 2.3, 2.4 приведены соответственно зависимости проигрыша (2.1.31) в точности КП оценки амплитуды и нормированного смещения (2.1.32) от величины расстройки длительности ожидаемого сигнала  $\Delta_\tau$  при различных ОСШ:  $z_0 = 4$  (сплошная кривая),  $z_0 = 6$  (штриховая кривая),  $z_0 = 8$  (штрихпунктирная кривая).

На рисунках 2.5–2.7 приведены аналогичные рисункам 2.2–2.4 зависимости, при тех же исходных данных, но для случая обнаружения СШП КРС, форма модулирующей функции которого определяется выражением  $f(t)=1$ , т.е. сигнал (1.1.1) с прямоугольной модулирующей функцией.

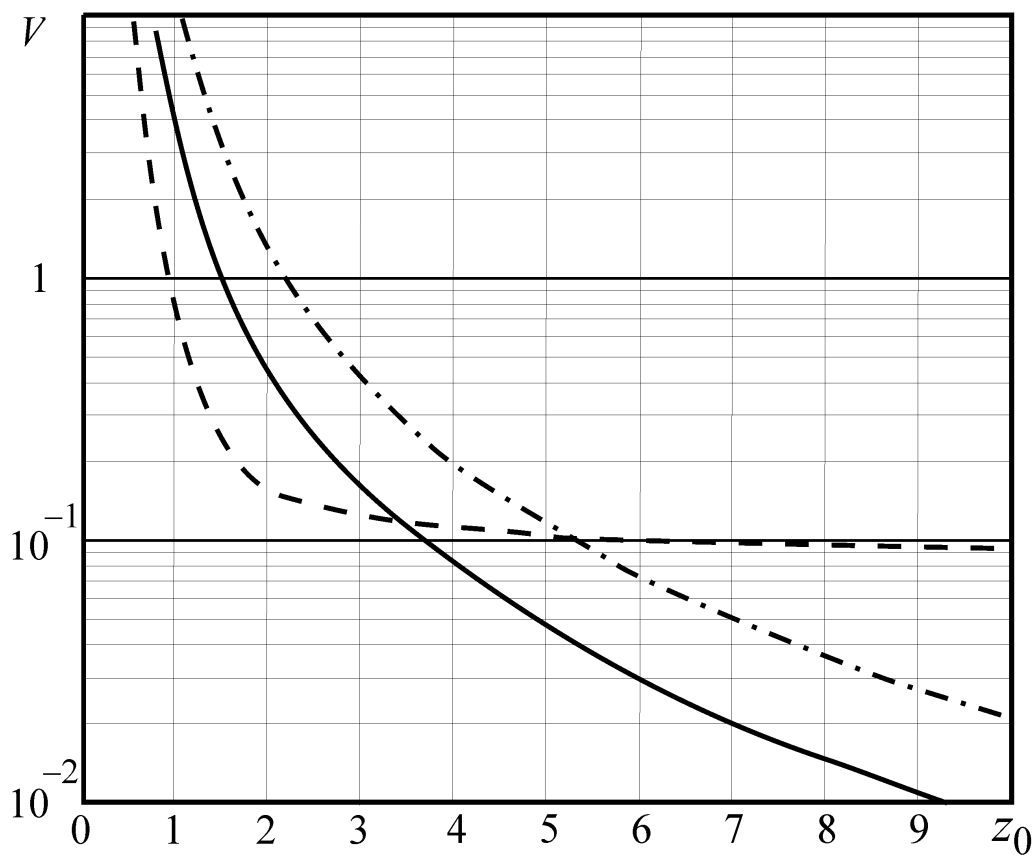


Рис. 2.5

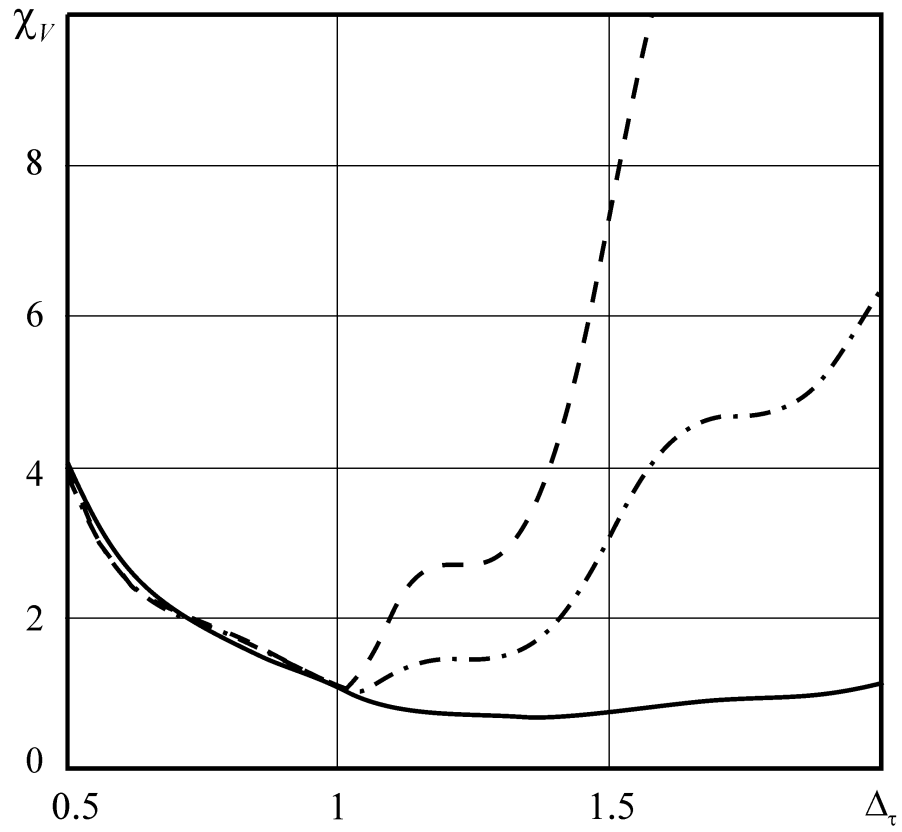


Рис. 2.6

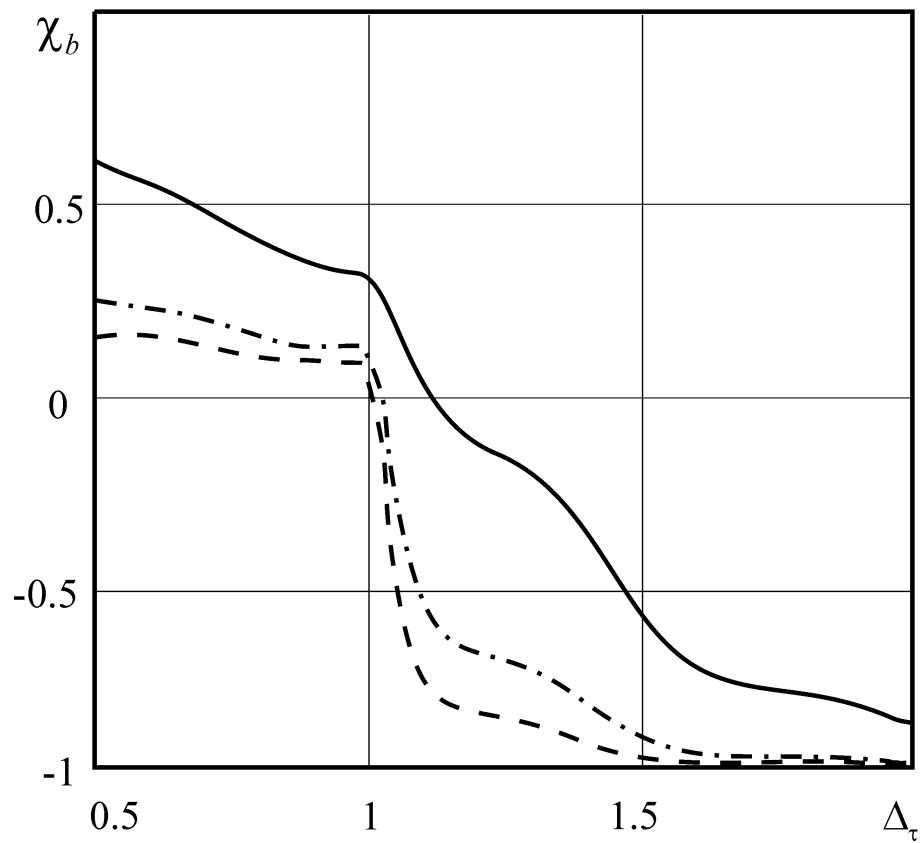


Рис. 2.7

Как видно из рисунков 2.2–2.7, априорное незнание длительности сигнала может привести к существенному снижению точности оценки амплитуды. При малых ОСШ и  $\Delta_\tau > 1$  КП оценка обладает меньшим рассеянием, чем при отсутствии расстройки и при  $\Delta_\tau < 1$ . При  $\Delta_\tau > 1$  КП оценка амплитуды является несостоятельной, её смещение не стремится к нулю с ростом ОСШ.

## 2.2 Максимально правдоподобная оценка

Для повышения точности оценки амплитуды можно использовать более сложный МП алгоритм. Суть такого алгоритма заключается в поиске положения абсолютного максимума логарифма ФОП

$$a_m = \arg \sup_a L(a), \quad L(a) = \sup_{\tau, \varphi} L(\tau, a, \varphi) = \sup_{\tau} L(\tau, a), \quad L(\tau, a) = \sup_{\varphi} L(\tau, a, \varphi),$$

где вместо неизвестных длительности и начальной фазы в выражении (1.1.4) используются их оценки максимального правдоподобия  $a_m$  и  $\varphi_m$ . Это равносильно максимизации логарифма ФОП (1.1.4) по неизвестным параметрам. Выполняя аналитически максимизацию логарифма ФОП (1.1.4) по переменным  $a$  и  $\varphi$  получаем

$$a_m = \frac{1}{Q^2(\tau_m) - P_c^2(\tau_m) - P_s^2(\tau_m)} \cdot \frac{\sqrt{X^2(\tau_m) \left[ (Q(\tau_m) - P_c(\tau_m))^2 + P_s^2(\tau_m) \right] + Y^2(\tau_m) \left[ (Q(\tau_m) + P_c(\tau_m))^2 + P_s^2(\tau_m) \right] - 4X(\tau_m)Y(\tau_m)Q(\tau_m)P_s(\tau_m)}}{2} \quad (2.2.1)$$

$\tau_m = \arg \sup_{\tau} L(\tau)$ , а  $L(\tau)$  определяется выражением (1.3.4).

Структура приёмного устройства определяется выражениями (2.2.1) и (1.3.4). Приёмник формирует случайный процесс (1.3.4) для всех возможных значений длительности и находит МП оценку длительности как положение его максимума. Подставив найденную оценку длительности в выражение (2.2.1), получаем искомую МП оценку амплитуды.

На рис. 2.8 изображена блок-схема МП измерителя амплитуды, где обозначено: И – интеграторы на интервале времени  $[0, t]$ ,  $t \in [0, T_2]$ ,

Э – экстрематор, осуществляющий поиск положения наибольшего максимума входного сигнала на интервале времени  $[T_1, T_2]$ , ЛЗ – линия задержки на время  $T_2$ , СУ – стробирующее устройство, фиксирующее значение входного сигнала в момент времени  $T_2 + \tau_m$ .

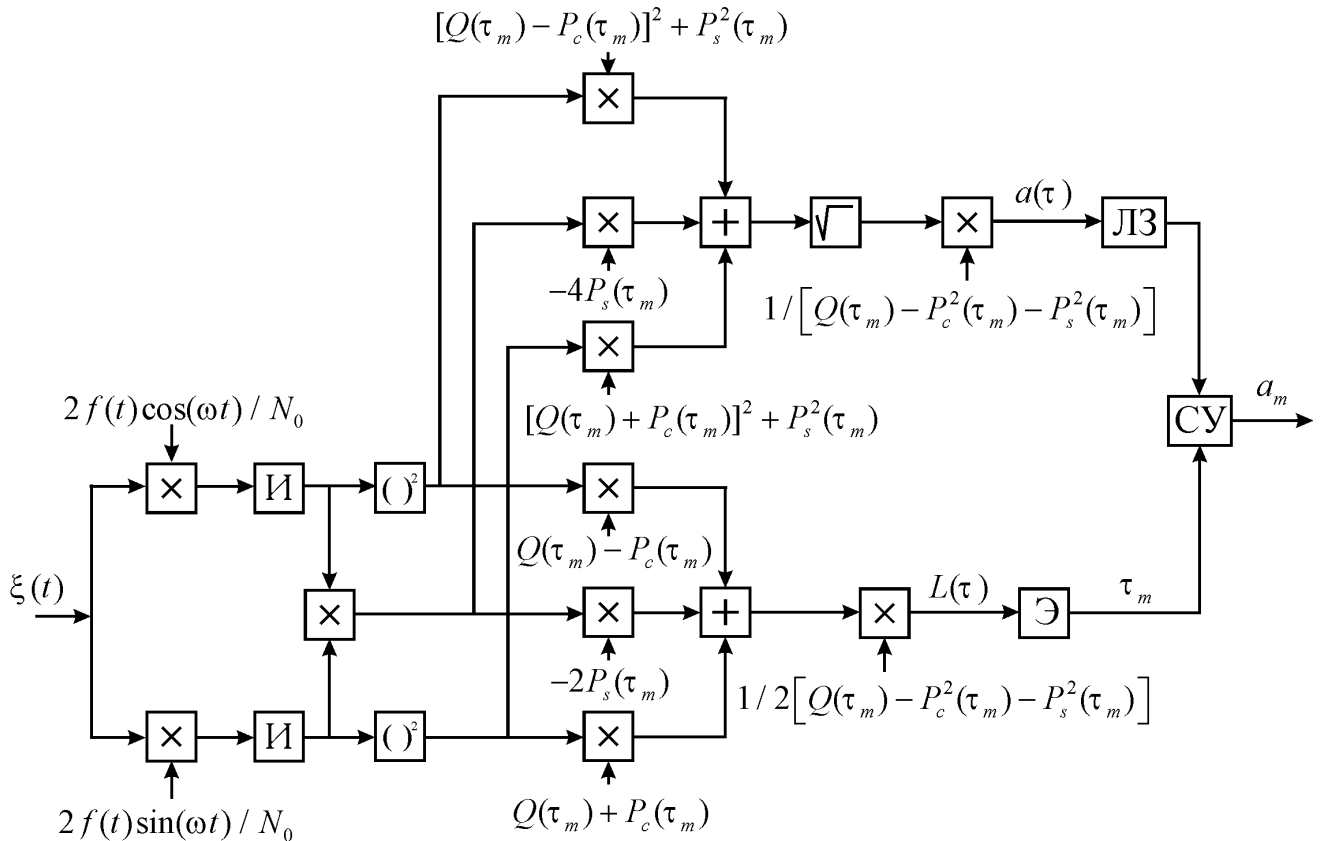


Рис. 2.8

Для анализа МП алгоритма оценки амплитуды рассмотрим логарифм ФОП (1.3.4). Он представляет собой случайное поле, дифференцируемое по переменным  $a$  и  $\varphi$ , и недифференцируемое по переменной  $\tau$ . Следовательно, амплитуда и начальная фаза являются регулярными параметрами сигнала (1.1.1), а длительность – разрывным параметром [77], т.е. условия регулярности частично нарушаются. В работе [80] показано, что асимптотически (с ростом ОСШ) точность совместных МП оценок регулярных параметров (амплитуды и начальной фазы) не зависит от наличия неизвестного разрывного параметра (длительности). Это означает, что смещение и дисперсия МП оценки амплитуды (2.2.1), при больших ОСШ (1.1.33) асимптотически совпадают со смещением и



рассеянием оценки амплитуды радиосигнала с априори известной длительностью, найденными в [79]

$$b(a_m | a_0, \varphi_0) = \frac{a_0 Q_0}{2z_0^2} \cdot \frac{Q_0 + P_{c0} \cos 2\varphi_0 + P_{s0} \sin 2\varphi_0}{Q_0^2 - P_{c0}^2 - P_{s0}^2}, \quad (2.2.2)$$

$$V(a_m | a_0, \varphi_0) = \frac{a_0^2 Q_0}{z_0^2} \cdot \frac{Q_0 - P_{c0} \cos 2\varphi_0 - P_{s0} \sin 2\varphi_0}{Q_0^2 - P_{c0}^2 - P_{s0}^2}. \quad (2.2.3)$$

Следовательно, зависимости, приведённые на рис. 2.2–2.4, можно интерпретировать как функции, характеризующие выигрыш в точности МП оценки (2.2.1) по сравнению с точностью КП оценки (2.1.1).

### 2.3 Статистическое моделирование алгоритмов оценки амплитуды

Полученные выше выражения для характеристик оценки амплитуды СШП КРС с неизвестными начальной фазой и длительностью являются лишь асимптотически точными с увеличением априорного интервала возможных значений длительности, порога и ОСШ. С целью проверки работоспособности синтезированного МП алгоритма оценки амплитуды СШП КРС, а также определения границ применимости асимптотических выражений для смещения (2.2.2) и рассеяния (2.2.3) оценок амплитуды, выполним статистическое моделирование решающей статистики на выходе приёмника СШП КРС (1.3.4). Смоделируем оценку амплитуды сигнала вида (1.1.38). Оценка амплитуды  $a_m$  (2.2.1) определяется как положение абсолютного (наибольшего) максимума логарифма ФОП (1.3.4).

В выражении (2.2.1) введём безразмерную нормированную длительность  $\eta = \tau/T_2$ , причём  $\eta \in [0;1]$ . Тогда выражение для оценки амплитуды (2.2.1) перепишем в виде

$$a_m(\eta) = \frac{1}{Q^2(\eta) - P_c^2(\eta) - P_s^2(\eta)} \cdot \frac{\sqrt{X^2(\eta) \left[ (Q(\eta) - P_c(\eta))^2 + P_s^2(\eta) \right] + Y^2(\eta) \left[ (Q(\eta) + P_c(\eta))^2 + P_s^2(\eta) \right] - 4X(\eta)Y(\eta)Q(\eta)P_s(\eta)}}{2} \quad (2.3.1)$$

В процессе моделирования с шагом  $\Delta\eta$  выработывались отсчёты логарифма ФОП для всех возможных значений длительности

$$L_i = L(i\Delta\eta) \quad (2.3.2)$$

для  $i = i_{\min} + 1 \dots N$ . Где  $L(\eta)$  – логарифм ФОП (1.5.1). Затем выбирался номер отсчёта, соответствующий максимальному значению (2.3.2) и находилась МП оценка длительности как положение его максимума. Подставив найденную оценку длительности в выражение (2.3.1), получаем искомую МП оценку амплитуды.

Результаты моделирования показаны на рисунке 2.9 в виде зависимости условного рассеяния (2.2.3), нормированного на  $a_0^2$ , от ОСШ (1.1.33) при различных расстройках длительности ожидаемого сигнала  $\Delta_\tau$ . Линиями обозначены зависимости, рассчитанные аналитически (2.2.3), а маркерами – условное рассеяние полученное посредством моделирования. Сплошная кривая и квадратные маркеры соответствуют отсутствию расстройки  $\Delta_\tau = 1$ , штриховая и треугольные маркеры – расстройке  $\Delta_\tau = 1/2$ , штрихпунктирная и круглые маркеры – расстройке  $\Delta_\tau = 2$ . При расчёте кривых предполагалось, что  $\varphi_0 = 0$ ,  $\nu = 1$ ,  $k = 2$ ,  $\kappa = 0,5$ .

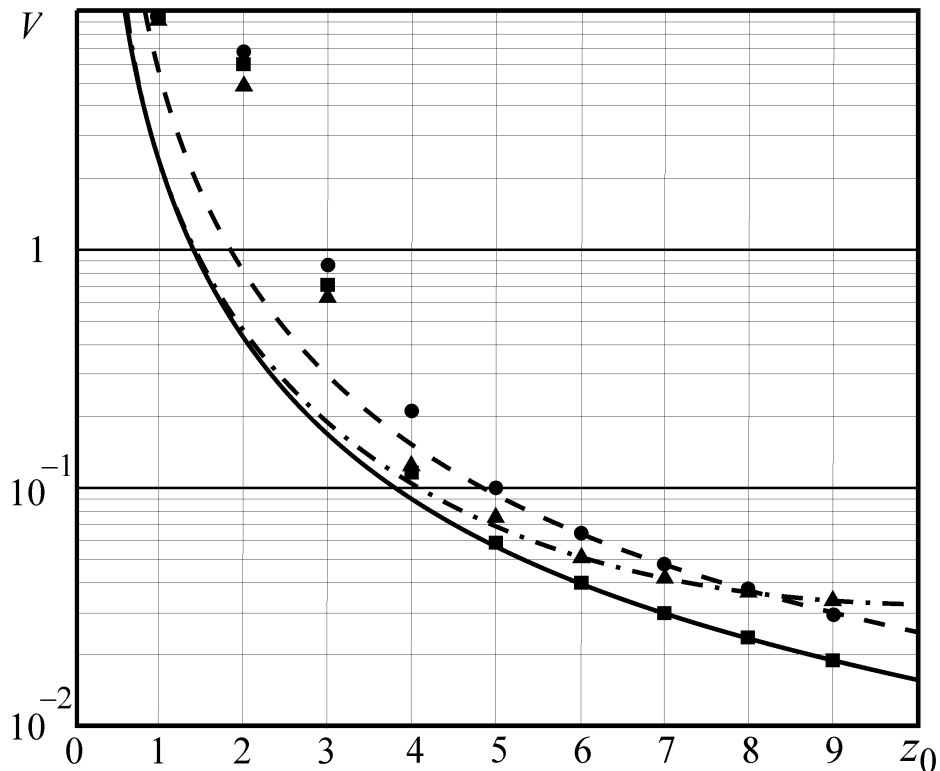


Рис. 2.9

Из рисунка 2.9 видно, что асимптотическое выражение для условного рассеяния (2.2.3) удовлетворительно описывает экспериментальные зависимости. Приемлемая сходимость экспериментальных и теоретических зависимостей наблюдается уже при  $z > 5$ .

## 2.4 Выводы

1. Априорное незнание длительности сигнала может привести к существенному снижению точности оценки амплитуды.

2. Несовпадение ожидаемого значения длительности с его истинным значением может привести к несостоятельности КП оценки амплитуды и к увеличению рассеяния оценки в несколько раз.

3. Статистические характеристики более сложной МП оценки амплитуды, при больших ОСШ асимптотически совпадают со смещением и рассеянием МП оценки амплитуды СШП КРС с априори известной длительностью.

4. Установлено, что КП и МП алгоритмы оценки амплитуды СШП КРС, синтезированные при условии возможного невыполнения условия относительной узкополосности, имеют существенно более сложную структуру, чем известные алгоритмы оценки амплитуды узкополосного радиосигнала и СШП КРС с известной длительностью. Однако, эта сложность не является избыточной, при реализации синтезированных алгоритмов в аппаратуре связи, при заданной точности оценки недопустимо использование неоптимальных алгоритмов, а также алгоритмов, не учитывающих возможное изменение длительности СШП КРС вследствие воздействия помех при распространении радиоволн. При попытке перехвата неизвестного сигнала устройством оценки амплитуды СШП КРС, которое допускает длительность сигнала известной, также недопустимо.

5. Полученные результаты позволяют сделать обоснованный выбор алгоритма оценки амплитуды в зависимости от имеющейся априорной информации, а также в зависимости от требований, предъявляемых к точности оценки и к степени простоты технической реализации измерителя амплитуды.

## ГЛАВА 3 ОЦЕНКА ДЛИТЕЛЬНОСТИ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНОГО КВАЗИРАДИОСИГНАЛА С НЕИЗВЕСТНЫМИ АМПЛИТУДОЙ И НАЧАЛЬНОЙ ФАЗОЙ

### 3.1 Квазиправдоподобная оценка

Задача оценки длительности сигнала, наблюдаемого на фоне шума, актуальна для многих практических приложений теории связи, локации и навигации. В литературе исследованы алгоритмы оценки длительности прямоугольного видеоимпульса [77], импульса произвольной формы [76], сигнала произвольной формы с неизвестной амплитудой [81], радиосигнала с неизвестными амплитудой и фазой [41]. Однако в настоящее время для СШП КРС эта актуальная задача до сих пор не решена. Поэтому рассмотрим задачу оценки длительности СШП КРС (1.1.1) с неизвестными амплитудой и начальной фазой на фоне гауссовского белого шума  $n(t)$ .

Аддитивную смесь сигнала (1.1.1) и гауссовского белого шума  $n(t)$  с односторонней спектральной плотностью  $N_0$  представим в виде (1.1.3), где  $\gamma_0 = 1$ . Располагая наблюдаемой реализацией (1.1.3), необходимо сформировать оценку длительности полезного сигнала (1.1.1), которая может принимать значения из априорного интервала  $\tau \in [T_1, T_2]$ , считая неизвестными амплитуду и начальную фазу неинформативными параметрами, в оценке которых нет необходимости.

Выполним синтез оценки МП, то есть найдём алгоритм формирования оценки на основе наблюдаемой реализации  $\xi(t)$ . Согласно методу МП [46, 68, 77], оценка длительности представляет собой положение наибольшего максимума логарифма ФОП (1.1.4). При наличии априорной неопределённости логарифм ФОП зависит не только от длительности, но и от амплитуды и начальной фазы.

Преодоление априорного незнания неинформативных параметров сводится к тому, что в выражении для логарифма ФОП (1.1.4) нужно использовать какие-

либо их значения. От способа выбора этих значений зависит структура алгоритма формирования оценки, а также её точность.

Выбрав значения неинформативных параметров фиксированными из априорных интервалов, получаем КП оценку длительности. Вычисление значений неизвестных параметров на основе наблюдаемой реализации позволяет адаптировать алгоритм оценки по неизвестному параметру, что равносильно формированию совместных оценок (оптимальных или квазиоптимальных) всех неизвестных параметров с последующим использованием лишь оценки длительности.

Для преодоления априорной параметрической неопределённости вместо неизвестных амплитуды и начальной фазы в выражении (1.1.4) будем использовать некоторые их ожидаемые значения  $a^*$  и  $\varphi^*$ , которые могут быть априори известны или определяться на основе наблюдаемой реализации. В таком случае приёмник формирует логарифм ФОП (1.1.4) для ожидаемых значений амплитуды и начальной фазы и всех возможных значений длительности  $\tau \in [T_1, T_2]$

$$\tau_q = \arg \sup L_q(\tau), \quad L_q(\tau) = L(\tau, a^*, \varphi^*), \quad (3.1.1)$$

и находит КП оценку длительности как положение абсолютного (наибольшего) максимума решающей статистики (3.1.1). Выражения (1.1.4), (3.1.1) определяют структуру приёмного устройства. На рис. 3.1 изображена блок-схема КП измерителя длительности, где обозначено: И – интегратор на интервале времени  $[0, \tau]$ ,  $\tau \in [0, T_2]$ , Э – экстрематор, осуществляющий поиск положения наибольшего максимума входного сигнала на интервале времени  $[T_1, T_2]$ .

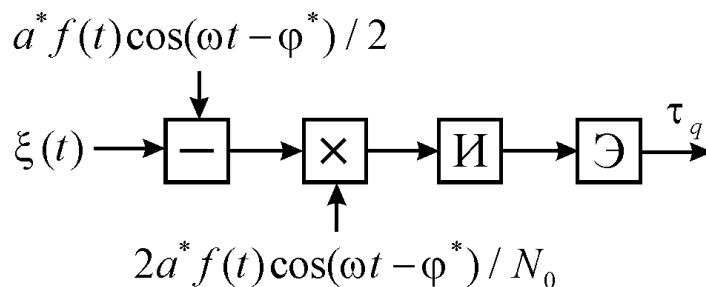


Рис.3.1

Выполним анализ КП алгоритма оценки длительности. Для этого, с учётом обозначений (1.2.3), представим логарифм ФОП (3.1.1) в виде

$$L_q(\tau) = a^* \left( X \cos \varphi^* + Y \sin \varphi^* \right) - a^{*2} \frac{Q + P_c \cos 2\varphi^* + P_s \sin 2\varphi^*}{2}. \quad (3.1.2)$$

Согласно (3.1.2) случайный процесс  $L_q(\tau)$  является гауссовским. Для его полного статистического описания, выполняя усреднение, с учётом обозначений (1.2.3), найдём математическое ожидание

$$\begin{aligned} S_q(\tau) = \langle L_q(\tau) \rangle = a^* a_0 \left[ Q(\min(\tau, \tau_0)) \cos(\varphi^* - \varphi_0) + \right. \\ \left. + P_c(\min(\tau, \tau_0)) \cos(\varphi^* + \varphi_0) + \right. \\ \left. + P_s(\min(\tau, \tau_0)) \sin(\varphi^* + \varphi_0) \right] - \frac{a^{*2}}{2} \left[ Q + P_c \cos 2\varphi^* + P_s \sin 2\varphi^* \right] \end{aligned} \quad (3.1.3)$$

и корреляционную функцию

$$\begin{aligned} K_q(\tau_1, \tau_2) = \left\langle \left[ L_q(\tau_1) - \langle L_q(\tau_1) \rangle \right] \left[ L_q(\tau_2) - \langle L_q(\tau_2) \rangle \right] \right\rangle = \\ = a^{*2} \left[ Q(\min(\tau_1, \tau_2)) + P_c(\min(\tau_1, \tau_2)) \cos 2\varphi^* + P_s(\min(\tau_1, \tau_2)) \sin 2\varphi^* \right]. \end{aligned} \quad (3.1.4)$$

Далее будем полагать, что выходное ОСШ для принятого сигнала достаточно велико. Как известно, [46, 68, 77] с увеличением ОСШ (1.2.11) КП оценка длительности (3.1.1) сходится в среднеквадратическом к положению максимума математического ожидания  $\tau_s = \arg \sup S_q(\tau)$ .

Если положение максимума  $\tau_s$  математического ожидания  $S_q(\tau)$  совпадает с истинным значением длительности  $\tau_s = \tau_0$ , то КП оценка (3.1.1) является состоятельной [46]. Сформулировать условия состоятельности в общем виде затруднительно. Однако в частном случае, например при  $f(t) = 1$  нетрудно показать, что КП оценка (3.1.1) является состоятельной при одновременном выполнении неравенств  $1 - \cos(2\omega\tau - 2\varphi^*) > 0$ ,  $\tau \in (\tau_0, T_2]$  и

$$\frac{2a_0 \cos(\varphi^* - \varphi_0)}{a^*} - 1 + \left( \frac{2a_0 \cos(\varphi^* + \varphi_0)}{a^*} - \cos 2\varphi^* \right) \cos(2\omega\tau) + \\ + \left( \frac{2a_0 \sin(\varphi^* + \varphi_0)}{a^*} - \sin 2\varphi^* \right) \sin(2\omega\tau) > 0, \quad \tau \in [T_1, \tau_0].$$

Ограничимся далее рассмотрением таких сочетаний ожидаемых и истинных значений амплитуды и начальной фазы, при которой положение максимума математического ожидания (3.1.3), совпадает с истинным значением неизвестной длительности, так что  $\tau_s = \tau_0$  и КП оценка (3.1.1) состоятельна. Исследуем решающую статистику (3.1.2) в окрестности истинного значения длительности  $\tau_0$ . Разложив выражения (3.1.3) и (3.1.4) в ряд Тейлора по  $\tau$  в окрестности  $\tau_0$ , получим асимптотические выражения для математического ожидания

$$S_q(\tau) \approx \lambda_3 + (\tau - \tau_0) \begin{cases} \psi_4, & \tau \leq \tau_0, \\ -\psi_5, & \tau > \tau_0 \end{cases} \quad (3.1.5)$$

и корреляционной функции

$$K_q(\tau_1, \tau_2) \approx \lambda_4 + 2\psi_5 \min(\tau_1 - \tau_0, \tau_2 - \tau_0), \quad (3.1.6)$$

где  $\lambda_3 = a^* a_0 \left( Q_0 \cos(\varphi^* - \varphi_0) + P_{c0} \cos(\varphi^* + \varphi_0) + P_{s0} \sin(\varphi^* + \varphi_0) \right) - \frac{\lambda_4}{2}$ ,

$$\psi_4 = \frac{a^*}{N_0} f^2(\tau_0) \cos(\omega\tau_0 - \varphi^*) \left[ 2a_0 \cos(\omega\tau_0 - \varphi_0) - a^* \cos(\omega\tau_0 - \varphi^*) \right],$$

$$\psi_5 = a^{*2} \frac{f^2(\tau_0)}{N_0} \cos^2(\omega\tau_0 - \varphi^*), \quad \lambda_4 = a^{*2} \left( Q_0 + P_{c0} \cos 2\varphi^* + P_{s0} \sin 2\varphi^* \right).$$

Будем аппроксимировать логарифм ФОП (3.1.2) гауссовским случайным процессом с математическим ожиданием (3.1.5) и корреляционной функцией (3.1.6) на всём априорном интервале значений длительности. Используя (3.1.5), (3.1.6), а также теорему Дуба [29, 67] можно показать, что решающая статистика (3.1.2) является асимптотически гауссовским марковским процессом с коэффициентами сноса и диффузии [67]

$$k_1 = \begin{cases} \psi_4, & T_1 \leq \tau \leq \tau_0, \\ -\psi_5, & \tau_0 < \tau \leq T_2, \end{cases} \quad k_2 = 2\psi_5.$$

Найдём плотность вероятности положения максимума (3.1.1) случайного процесса  $L_q(\tau)$ . Обозначим аналогично [77, 78]

$$F_2(u, v, T) = P \left\{ \begin{array}{l} \sup_{T_1 \leq \tau \leq T} L_q(\tau) < u, \\ \sup_{T \leq \tau \leq T_2} L_q(\tau) < v \end{array} \right\} \quad (3.1.7)$$

– двумерная функция распределения величины и положения максимума случайного процесса  $L_q(\tau)$ . Тогда плотность вероятности случайной величины  $\tau_q$  (3.1.1) определяется выражением [77, 78]

$$W(T) = dF(T)/dT, \quad F(T) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{\partial F(u, v, T)}{\partial u} \Big|_{v=u} \right] du. \quad (3.1.8)$$

Для вычисления искомой плотности вероятности (3.1.8), необходимо найти функцию (3.1.7). Введём вспомогательный случайный процесс

$$G_q(\tau) = \begin{cases} u - L_q(\tau), & T_1 \leq \tau \leq T, \\ v - L_q(\tau), & T < \tau \leq T_2, \end{cases}$$

который согласно (3.1.5), (3.1.6) является гауссовским марковским с коэффициентами сноса и диффузии

$$k_1 = \begin{cases} -\psi_4, & T_1 \leq \tau \leq \tau_0, \\ \psi_5, & \tau_0 < \tau \leq T_2, \end{cases} \quad k_2 = 2\psi_5. \quad (3.1.9)$$

Перепишем (3.1.7) используя случайный процесс  $G_q(\tau)$

$$F_2(u, v, T) = P \{ G_q(\tau) > 0, \tau \in [T_1, T_2] \}. \quad (3.1.10)$$

Для поиска вероятности (3.1.10) необходимо найти вероятность недостижения границ  $x=0$  и  $x=\infty$  случайным процессом  $G_q(\tau)$ . Задача о достижении границ подробно исследована применительно к марковским случайным процессам [67]. Используя марковские свойства случайного процесса  $G_q(\tau)$ , выразим вероятность недостижения границ через решение уравнения Фоккера-Планка-Колмогорова (1.2.15)



$$F_2(u, v, T) = \int_0^{\infty} W(x, T_2) dx. \quad (3.1.11)$$

Функция  $W(x, \tau)$  по смыслу представляет собой плотность вероятности реализаций марковского случайного процесса  $G_q(\tau)$ , ни разу не достигших границ  $x=0$  и  $x=\infty$  [67] и является решением уравнения Фоккера-Планка-Колмогорова (1.2.15) при начальном условии

$$W(x, \tau) \Big|_{\tau=T_1} = W(x, T_1) = W_L(u-x, T_1)$$

и граничных условиях

$$W(x=0, \tau) = W(x=\infty, \tau) = 0.$$

Здесь  $W_L(l, T_1)$  и  $W(x, T_1)$  – плотности вероятностей случайных величин  $L_q(T_1)$  и  $G_q(T_1) = u - L_q(T_1)$ , соответственно.

Методом отражения с переменной знака [67, 77], отдельно для случаев  $\tau \in [T_1, \tau_0]$  и  $\tau \in (\tau_0, T_2]$ , найдём решение уравнения (1.2.15) с коэффициентами сноса и диффузии (3.1.9) [78]. Для нахождения выражения для плотности вероятности случайной величины (3.1.1) подставим найденные решения в выражение (3.1.11), а после в (3.1.8), получим

$$W(T) = \begin{cases} d_1^2 \Psi(d_1^2(\tau_0 - T), z_1^2, z_2^2, 1/R), & T \leq \tau_0, \\ d_2^2 \Psi(d_2^2(T - \tau_0), z_2^2, z_1^2, R), & T > \tau_0, \end{cases}$$

где обозначено  $d_1^2 = R^2 \psi_5$ ,  $d_2^2 = \psi_5$ ,  $R = \psi_4 / \psi_5$ ,  $z_1^2 = d_1^2(\tau_0 - T_1)$ ,  $z_2^2 = d_2^2(T_2 - \tau_0)$ ,

$$\begin{aligned} \Psi(l, l_1, l_2, l_3) = & \frac{1}{2\sqrt{\pi}l^{3/2}} \left\{ \frac{\exp[-(l_1 - l)/4]}{\sqrt{\pi}[l_1 - l]} + \Phi\left(\sqrt{\frac{l_1 - l}{2}}\right) \right\} \times \\ & \times \int_0^{\infty} x \exp\left\{-\frac{(x+l)^2}{4l}\right\} \left[ \Phi\left(\frac{l_2 + l_3 x}{\sqrt{2l_2}}\right) - \exp(-l_3 x) \Phi\left(\frac{l_2 - l_3 x}{\sqrt{2l_2}}\right) \right] dx. \end{aligned} \quad (3.1.12)$$

Рассмотрим асимптотическое поведение этой плотности вероятности. Для этого вместо оценки  $\tau_q$  будем рассматривать случайную величину

$$\mu_q = \begin{cases} d_1^2(\tau_q - \tau_0), & \tau_q \leq \tau_0, \\ d_2^2(\tau_q - \tau_0), & \tau_q > \tau_0, \end{cases}$$

плотность вероятности которой имеет вид

$$W(\mu) = \begin{cases} \Psi(-\mu, z_1^2, z_2^2, 1/R), & \mu \leq 0, \\ \Psi(\mu, z_2^2, z_1^2, R), & \mu > 0. \end{cases}$$

Заметим, что величины  $z_1$  и  $z_2$  пропорциональны ОСШ на выходе приёмного устройства  $z_i^2 \sim 2a_0^2 T_2 / N_0$ . При  $z_i \rightarrow \infty$ ,  $i=1,2$ , второй и третий аргументы функции (3.1.12) стремятся к бесконечности, а сама функция приобретает вид [78]

$$W_0(x) = \Psi(x, \infty, \infty, 1) = 1 - \Phi\left\{\sqrt{|x|/2}\right\} + 3\exp\{2|x|\}\left[1 - \Phi\left\{3\sqrt{|x|/2}\right\}\right]. \quad (3.1.13)$$

Используя плотность вероятности (3.1.13), получим асимптотические выражения для смещения и рассеяния КП оценки длительности  $\tau_q$  СШП КРС

$$b(\tau_q | \tau_0) = \frac{2(R^2 - 1)T_2}{z^2 f^2(\tau_0) R^2 \Delta_a^2 \cos^2(2\pi\kappa - \varphi_0 - \Delta_\varphi)}, \quad (3.1.14)$$

$$V(\tau_q | \tau_0) = \frac{8(2R^6 + 6R^5 + 5R^4 + 5R^2 + 6R + 2)T_2^2}{z^4 f^4(\tau_0) R^4 \Delta_a^4 (R+1)^3 \cos^4(2\pi\kappa - \varphi_0 - \Delta_\varphi)}, \quad (3.1.15)$$

где

$$R = \frac{2}{\Delta_a} \cdot \frac{\cos(2\pi\kappa - \varphi_0)}{\cos(2\pi\kappa - \Delta_\varphi - \varphi_0)} - 1. \quad (3.1.16)$$

Если амплитуда и начальная фаза СШП КРС априори известны, то  $a^* = a_0$ ,  $\varphi^* = \varphi_0$ , и КП оценка длительности (3.1.1) совпадает с оценкой МП

$$\tau_{qm} = \operatorname{argsup} L_0(\tau), \quad L_0(\tau) = L(\tau, a_0, \varphi_0). \quad (3.1.17)$$

Подставляя в (3.1.14)–(3.1.16)  $\Delta_a = 1$ ,  $\Delta_\varphi = 0$ , находим асимптотические выражения для смещения и рассеяния МП оценки длительности  $\tau_{qm}$  (3.1.17) СШП КРС

$$b(\tau_{qm} | \tau_0) = 0, \quad (3.1.18)$$

$$V(\tau_{qm} | \tau_0) = \frac{26T_2^2}{z^4 f^4(\tau_0) \cos^4(2\pi\kappa - \varphi_0)}. \quad (3.1.19)$$

Заметим, что аналогично [76], асимптотическое значение рассеяния оценки длительности не зависит от формы сигнала, а определяется лишь величиной заднего фронта сигнала  $a_0 f(\tau_0) \cos(\omega\tau_0 - \varphi_0)$ . Выражения (3.1.18) и (3.1.19) можно получить непосредственно из работы [76], положив в которой форму сигнала  $f(t)$  равной  $f(t) \cos(\omega t - \varphi_0)$ . Если гармоническое заполнение импульса отсутствует  $\omega = 0$ ,  $\varphi_0 = 0$ , то выражение (3.1.19) совпадает с рассеянием оценки длительности квазидетерминированного сигнала формы  $f(t)$ , найденным в [76]

$$V_0(\tau_{qm} | \tau_0) = \frac{26T_2^2}{z^4 f^4(\tau_0)}, \quad (3.1.20)$$

а также с рассеянием оценки длительности узкополосного радиосигнала, найденным в [41].

В качестве примера на рис. 3.2 приведены зависимости нормированного на  $T_2^2$  условного рассеяния  $\nu = V(\tau_q | \tau_0) / T_2^2$  КП оценки длительности СШП КРС прямоугольной формы (3.1.15) и узкополосного радиосигнала (3.1.20) от ОСШ (1.2.11) при различных значениях параметра узкополосности  $\kappa$  и начальной фазе  $\varphi_0 = 0$ . Сплошной линией изображена зависимость нормированного условного рассеяния для узкополосного радиосигнала и сигнала без гармонического заполнения  $\kappa = 0$ , рассчитанная по формуле (3.1.20). Штриховой и пунктирной линиями изображены зависимости нормированного условного рассеяния МП оценки длительности для СШП КРС при разных параметрах узкополосности  $\kappa = 0,15$  и  $\kappa = 0,1$  соответственно, рассчитанные по формуле (3.1.19). Истинное значение длительности сигнала было выбрано посередине априорного интервала  $\tau_0 = (T_1 + T_2) / 2$ .

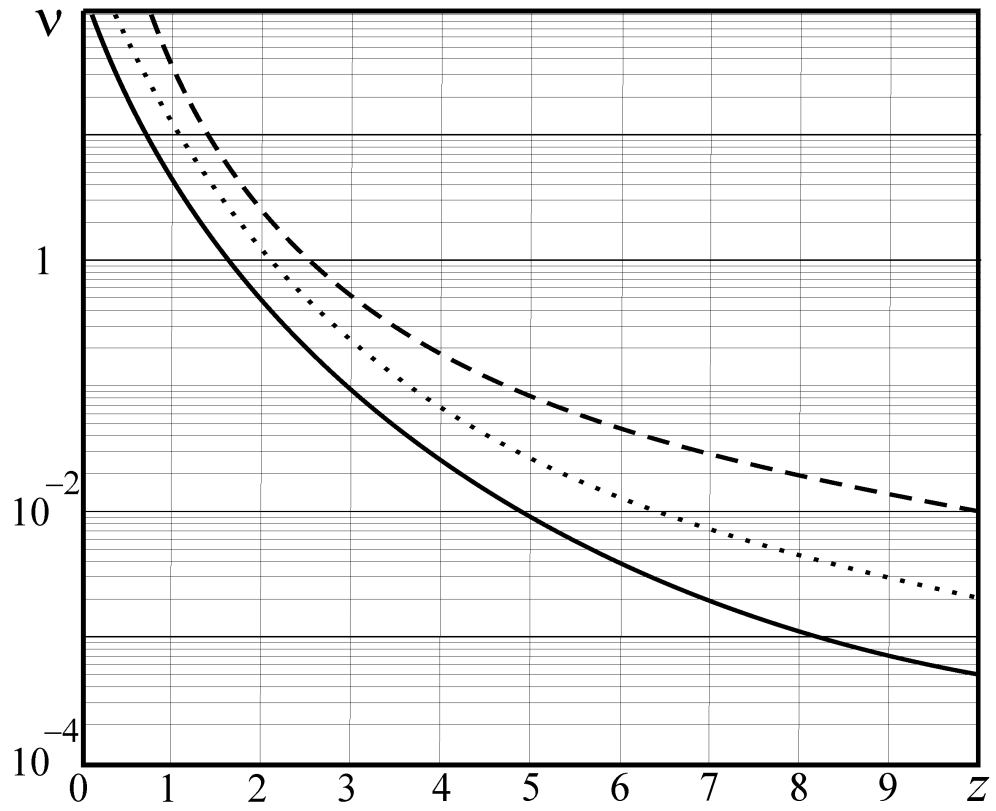


Рис. 3.2

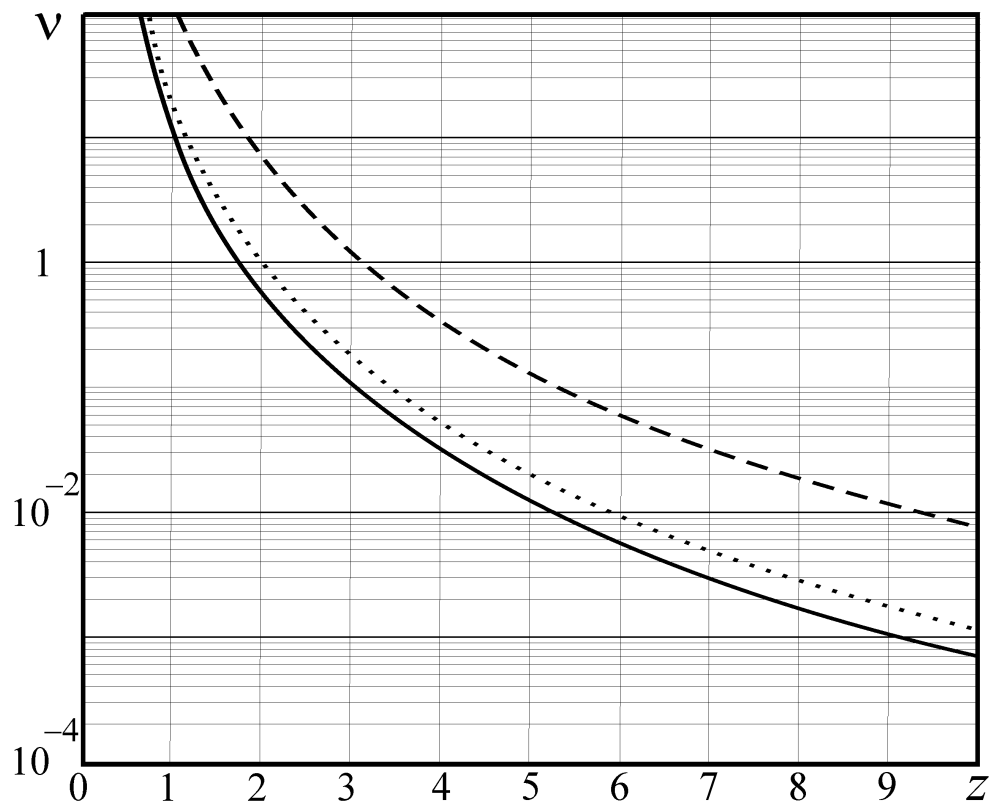


Рис. 3.3

На рис. 3.3 изображены зависимости условного рассеяния (3.1.15) нормированного на  $T_2^2$ , от ОСШ при различных расстройках амплитуды ожидаемого сигнала  $\Delta_a$ . Сплошная кривая соответствует отсутствию расстройки  $\Delta_a = 1$ , пунктирная – расстройке  $\Delta_a = 2/3$  (ожидаемая амплитуда меньше истинного значения), штриховая – расстройке  $\Delta_a = 3/2$  (ожидаемая амплитуда больше истинного значения). При расчёте кривых предполагалось, что начальная фаза принятого сигнала  $\varphi_0 = 0$  и  $\kappa = 1$ .

На рис. 3.4 изображены зависимости условного рассеяния (3.1.15) нормированного на  $T_2^2$ , от ОСШ при различных расстройках фазы ожидаемого сигнала  $\Delta_\varphi$ . Сплошная кривая соответствует отсутствию расстройки  $\Delta_\varphi = 0$ , пунктирная – расстройке  $\Delta_\varphi = -2\pi/5$  (ожидаемая фаза меньше истинного значения), штриховая – расстройке  $\Delta_\varphi = \pi/3$  (ожидаемая фаза больше истинного значения). При расчёте кривых предполагалось, что начальная фаза принятого сигнала  $\varphi_0 = 0$  и  $\kappa = 1$ .

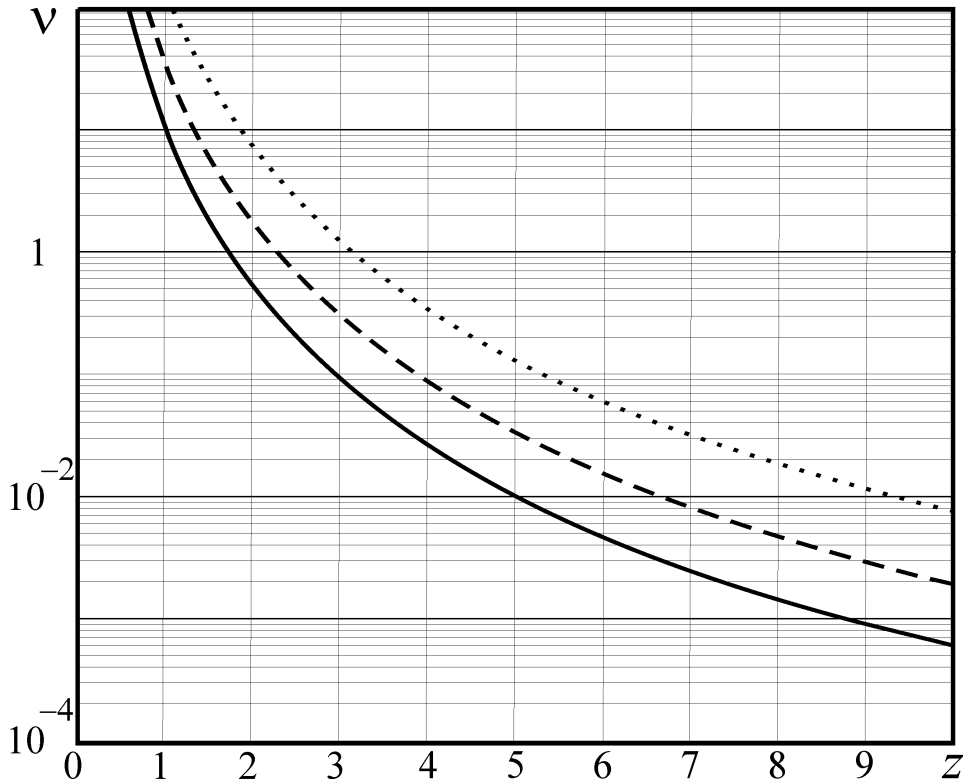


Рис. 3.4

Как видно из рис. 3.3, асимптотические значения рассеяния оценки длительности СШП КРС больше рассеяний как оценки длительности сигнала без гармонического заполнения, так и оценки длительности узкополосного радиосигнала при любых ОСШ. Действительно, наличие гармонического заполнения при одновременном невыполнении условий узкополосности сигнала может приводить лишь к уменьшению величины скачка его заднего фронта, а, следовательно, к увеличению рассеяния оценки. Таким образом, в практических приложениях целесообразно использовать такие СШП КРС, истинная длительность которых обеспечивает наибольшую величину заднего фронта сигнала, то есть  $\cos(2\pi k - \varphi_0) = \pm 1$ . Это позволит выполнить оценку длительности на приёмной стороне с наименьшим рассеянием. С другой стороны, обладая алгоритмом оценки длительности, можно повысить устойчивость к несанкционированному вскрытию радиолинии или её прослушиванию, не теряя при этом в качестве приёма собственного сигнала.

Из рис. 3.3 и 3.4 видно, что априорное незнание амплитуды или фазы сигнала может привести к существенному снижению точности оценки длительности.

### 3.2 Максимально правдоподобная оценка

С целью повышения точности оценки длительности исследуем МП оценку. Для синтеза алгоритма оценки воспользуемся методом МП [46, 68, 77], согласно которому оценка длительности представляет собой положение наибольшего максимума логарифма ФОП (1.1.4). При наличии априорной неопределённости логарифм ФОП зависит не только от длительности, но и от амплитуды и начальной фазы, вместо которых, согласно методу МП, будем использовать их МП оценки, что равносильно максимизации логарифма ФОП по переменным  $a$  и  $\varphi$ . Таким образом, МП оценка длительности СШП КРС формируется как

$$\tau_m = \arg \sup L(\tau), \quad L(\tau) = \sup_{a, \varphi} L(\tau, a, \varphi) = \sup_a L(\tau, a), \quad L(\tau, a) = \sup_{\varphi} L(\tau, a, \varphi).$$

Выполняя аналитически максимизацию логарифма ФОП (1.1.4) по переменным  $a$  и  $\varphi$  получаем логарифм ФОП вида (1.3.4).

На рис. 3.5 изображена блок-схема МП измерителя длительности, где обозначено: И – интеграторы на интервале времени  $[0, t]$ ,  $t \in [T_1, T_2]$ , Э – экстрематор, осуществляющий поиск положения наибольшего максимума входного сигнала на интервале времени  $[T_1, T_2]$ .

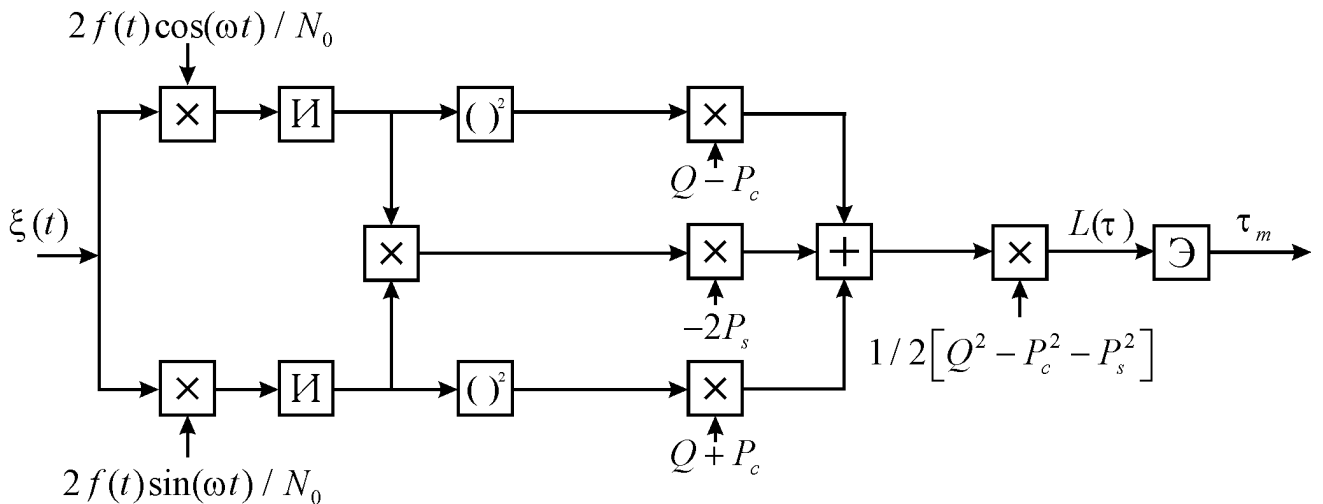


Рис. 3.5

Выполним анализ МП алгоритма оценки длительности. Согласно (1.3.4) случайный процесс  $L(\tau)$  является гауссовским. Для его полного статистического описания, выполняя усреднение, находим математическое ожидание и корреляционную функцию, совпадающие с (1.3.22) и (1.3.23), соответственно.

Далее будем полагать, что выходное ОСШ (1.2.11) для принятого сигнала достаточно велико. Как известно, с увеличением ОСШ МП оценка сходится в среднеквадратическом к истинному значению длительности  $\tau_0$  [46, 68, 77]. Поэтому исследуем логарифм ФОП (1.3.4) в окрестности истинного значения длительности  $\tau_0$ . Разложив выражения (1.3.22) и (1.3.23) в ряды Тейлора по  $\tau$  в окрестности  $\tau_0$ , получим асимптотические выражения для математического ожидания и корреляционной функции, совпадающие (1.3.24) и (1.3.25), соответственно.

Будем аппроксимировать логарифм ФОП (1.3.4) гауссовским случайным процессом с математическим ожиданием (1.3.24) и корреляционной функцией (1.3.25) на всём интервале априорных значений длительности. Используя (1.3.24), (1.3.25), а также теорему Дуба можно показать, что логарифм ФОП (1.3.4) является гауссовским марковским процессом с коэффициентами сноса и диффузии

$$k_1 = \frac{1}{2T_2} \begin{cases} \psi_3, & \text{при } T_1 \leq \tau \leq \tau_0, \\ -\psi_3, & \text{при } \tau_0 < \tau \leq T_2, \end{cases} \quad k_2 = \frac{\psi_3}{T_2}. \quad (3.2.1)$$

Найдём плотность вероятности положения максимума (1.3.4) случайного процесса  $L(\tau)$ . Обозначим аналогично [22, 67, 77]

$$F_2(u, v, T) = P \left\{ \begin{array}{l} \sup_{T_1 \leq \tau \leq T} L(\tau) < u, \\ \sup_{T \leq \tau \leq T_2} L(\tau) < v \end{array} \right\} \quad (3.2.2)$$

– двумерная функция распределения величины и положения максимума случайного процесса  $L(\tau)$ . Тогда плотность вероятности случайной величины  $\tau_m$  определяется выражением (3.1.8). Следовательно, для вычисления искомой плотности вероятности (3.1.8), необходимо найти функцию (3.2.2). Введём вспомогательный случайный процесс

$$G(\tau) = \begin{cases} u - L(\tau), & T_1 \leq \tau \leq T, \\ v - L(\tau), & T < \tau \leq T_2. \end{cases} \quad (3.2.3)$$

Перепишем (3.2.2) с учётом (3.2.3)

$$F_2(u, v, T) = P \{ G(\tau) > 0, \tau \in [T_1, T_2] \}. \quad (3.2.4)$$

Функция (3.2.2) представляет собой вероятность недостижения процессом  $G(\tau)$  границ  $x=0$  и  $x=\infty$ . По определению (3.2.3) случайный процесс  $G(\tau)$  является марковским с коэффициентами сноса и диффузии

$$k_1 = \frac{1}{2T_2} \begin{cases} -\psi_3, & \text{при } T_1 \leq \tau \leq \tau_0, \\ \psi_3, & \text{при } \tau_0 < \tau \leq T_2, \end{cases} \quad k_2 = \frac{\psi_3}{T_2}.$$

Для поиска вероятности (3.2.4) необходимо найти вероятность недостижения границ  $x=0$  и  $x=\infty$  случайным процессом  $G(\tau)$  на отрезке  $[T_1, T_2]$ . Задача о



достижении границ подробно исследована применительно к марковским случайным процессам [67]. Используя марковские свойства случайного процесса  $G(\tau)$ , выразим вероятность недостижения границ через решение уравнения Фоккера-Планка-Колмогорова (1.2.15)

$$F_2(u, v, T) = \int_0^{\infty} W(x, T_2) dx. \quad (3.1.11)$$

Функция  $W(x, \tau)$  по смыслу представляет собой плотность вероятности реализаций марковского случайного процесса  $G(\tau)$ , ни разу не достигших границ  $x=0$  и  $x=\infty$  (3.1.11) и является решением уравнения Фоккера-Планка-Колмогорова (1.2.15) при начальном условии

$$W(x, \tau) = W(x, T_1) = W_L(u - x, T_1)$$

и граничных условиях

$$W(x=0, \tau) = W(x=\infty, \tau) = 0.$$

Здесь  $W_L(l, T_1)$  и  $W(x, T_1)$  – плотности вероятностей случайных величин  $L(T_1)$  и  $G(T_1) = u - L(T_1)$ , соответственно.

Решая уравнение (1.2.15), аналогично [64], последовательно на отрезках  $[T_1, T]$ ,  $[T, \tau_0]$ ,  $[\tau_0, T_2]$ , получаем

$$W(x, \tau) = \frac{\exp\left[-(u-v)/2 + x/2 - \psi_3(\tau_0 - T_1)/8T_2 - \psi_3(\tau - \tau_0)/8T_2\right]}{\frac{4\pi\psi_3}{T_2} \sqrt{\pi\psi_3(\tau_0 - T)(T - T_1)(\tau - \tau_0)/2T_2}} \times$$

$$\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} W(\xi, T_1) \exp[\xi/2 - \xi_2] \chi[\xi_1 + u - v, \xi, \psi_3(T - T_1)/T_2] \times \quad (3.2.5)$$

$$\times \chi[\xi_2, \xi_1, \psi_3(\tau_0 - T)/T_2] \chi[x, \xi_2, \psi_3(\tau - \tau_0)/T_2] d\xi d\xi_1 d\xi_2, \quad \tau < \tau_0,$$

$$W(x, \tau) = \frac{\exp\left[(x+u-v)/2 - \psi_3(\tau_0 - T_1)/8T_2 - \psi_3(\tau - \tau_0)/8T_2\right]}{\frac{4\pi\psi_3}{T_2} \sqrt{\pi\psi_3(T - \tau_0)(\tau_0 - T_1)(\tau - T)/2T_2}} \times$$

$$\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} W(\xi, T_1) \exp[\xi/2 - \xi_1] \chi[\xi_2 + u - v, \xi_1, \psi_3(T - \tau_0)/T_2] \times \quad (3.2.6)$$

$$\times \chi[\xi_1, \xi, \psi_3(\tau_0 - T_1)/T_2] \chi[x, \xi_2, \psi_3(\tau - T)/T_2] d\xi d\xi_1 d\xi_2, \quad \tau \geq \tau_0.$$

Подставляя выражения (3.2.5) и (3.2.6) в (3.1.11), получим искомую двумерную функцию распределения величины и положения максимума случайного процесса  $L(\tau)$

$$F(u, v, T) = \frac{\exp\left[\frac{(v-u)}{2} - \frac{\psi_3(\tau_0 - T_1)}{8T_2}\right]}{\frac{2\pi\psi_3}{T_2} \sqrt{(\tau_0 - T)(T - T_1)}} \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty W_L(u - \xi, T_1) \times \\ \times \exp\left[\frac{(\xi - \xi_2)}{2}\right] \chi\left[\xi_1 + u - v, \xi, \psi_3(T - T_1)/T_2\right] \times \quad (3.2.7)$$

$$\times \chi\left[\xi_2, \xi_1, \psi_3(\tau_0 - T)/T_2\right] \varphi\left[\sqrt{\psi_3/T_2}, T_2 - \tau_0, \xi_2\right] d\xi d\xi_1 d\xi_2, \quad T < \tau_0,$$

$$F_2(u, v, T) = \frac{\exp\left[\frac{(u-v)}{2} - \frac{\psi_3(\tau_0 - T_1)}{8T_2} - \frac{\psi_3(T - \tau_0)}{8T_2}\right]}{\frac{2\pi\psi_3}{T_2} \sqrt{(T - \tau_0)(\tau_0 - T_1)}} \times \\ \times \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty W_L(u - \xi, T_1) \exp\left[\frac{\xi}{2} + \frac{\xi_2}{2} - \xi_1\right] \times \quad (3.2.8)$$

$$\times \chi\left[\xi_2 + u - v, \xi_1, \psi_3(T_2 - \tau_0)/T_2\right] \times$$

$$\times \chi\left[\xi_1, \xi, \psi_3(\tau_0 - T_1)/T_2\right] \varphi\left[\sqrt{\psi_3/T_2}, T_2 - T, \xi_2\right] d\xi d\xi_1 d\xi_2, \quad T > \tau_0,$$

$$\varphi(l_1, l_2, l_3) = \Phi\left(\frac{l_1}{2} \sqrt{l_2} + \frac{l_3}{l_1 \sqrt{l_2}}\right) - \exp(-l_3) \Phi\left(\frac{l_1}{2} \sqrt{l_2} - \frac{l_3}{l_1 \sqrt{l_2}}\right). \quad (3.2.9)$$

Согласно (3.2.7), (3.2.8), (3.1.8) и (3.1.12), асимптотически (с увеличением ОСШ) точное выражение для плотности вероятности оценки длительности (1.3.4) можно представить в виде [64]

$$W(T) = \frac{\psi_3}{2T_2} \begin{cases} \Psi\left(\frac{\psi_3}{2T_2}(\tau_0 - T), z_1^2, z_2^2, 1\right), & T \leq \tau_0, \\ \Psi\left(\frac{\psi_3}{2T_2}(T - \tau_0), z_2^2, z_1^2, 1\right), & T > \tau_0, \end{cases} \quad (3.2.10)$$

где обозначено  $z_1^2 = \frac{\psi_3}{2T_2}(\tau_0 - T_1)$ ,  $z_2^2 = \frac{\psi_3}{2T_2}(T_2 - \tau_0)$ .

Для рассмотрения асимптотического поведения плотности вероятности (3.2.10) с увеличением ОСШ, вместо оценки  $\tau_m$  будем рассматривать случайную

величину  $\hat{\mu} = \frac{\Psi_3}{2T_2}(\tau_m - \tau_0)$ , плотность вероятности которой имеет вид  $W(\mu) = \Psi(\mu, z_2^2, z_1^2, 1)$ .

Заметим, что величины  $z_1$  и  $z_2$  пропорциональны ОСШ на выходе приёмного устройства. Действительно, при  $z_i \rightarrow \infty$ ,  $i=1,2$ , второй и третий аргументы функции (3.1.12) стремятся к бесконечности, а сама функция приобретает вид (3.1.13). Используя плотность вероятности (3.1.13), получим асимптотические выражения для смещения и рассеяния оценки длительности  $\tau_m$  СШП КРС с априори известными начальной фазой и амплитудой

$$b(\tau_m | \tau_0) = 0, \quad (3.2.11)$$

$$V(\tau_m | \tau_0) = \frac{13}{2} \cdot \frac{N_0^2}{a^4 f^4(\tau_0) \cos^4(\omega\tau_0 - \varphi)}. \quad (3.2.12)$$

Заметим, что аналогично [76], асимптотическое значение рассеяния оценки длительности не зависит от формы сигнала, а определяется лишь величиной заднего фронта сигнала  $a f(\tau_0) \cos(\omega\tau_0 - \varphi)$ . Если гармоническое заполнение импульса отсутствует  $\omega=0$ , то выражение (3.2.12) совпадает с рассеянием оценки длительности квазидетерминированного сигнала, найденным в [76]

$$V_0(\tau_m | \tau_0) = \frac{13}{2} \cdot \frac{N_0^2}{a_0^4 f^4(\tau_0)}, \quad (3.2.13)$$

а также с рассеянием оценки длительности узкополосного радиосигнала, найденным в [41]. С учётом (1.2.11) перепишем выражение для рассеяния (3.2.12) как

$$V(\tau_m | \tau_0) = \frac{26T_2^2}{z^4 \cos^4(2\pi k - \varphi)}. \quad (3.2.14)$$

Заметим, что согласно (3.2.14) точность оценки длительности асимптотически не зависит от наличия у СШП КРС неизвестных амплитуды и начальной фазы. Асимптотическое значение рассеяние оценки длительности при неизвестных амплитуде и начальной фазе совпадает с рассеянием оценки длительности СШП КРС с априори известными амплитудой и начальной фазой.

В качестве примера на рис. 3.6 приведены зависимости нормированного условного рассеяния  $\Upsilon = V(\tau_m | \tau_0) / T_2^2$  МП оценки длительности СШП КРС прямоугольной формы (3.2.14) и узкополосного радиосигнала (3.2.13) от ОСШ (1.2.11) при различных значениях параметра узкополосности  $\kappa$  и начальной фазе  $\varphi = 0$ . Сплошной линией изображена зависимость нормированного условного рассеяния от ОСШ для узкополосного радиосигнала и сигнала без гармонического заполнения  $\kappa = 0$ . Штриховой и пунктирной линиями изображены аналогичные зависимости для разных параметров узкополосности –  $\kappa = 0,15$  и  $\kappa = 0,1$ , соответственно.

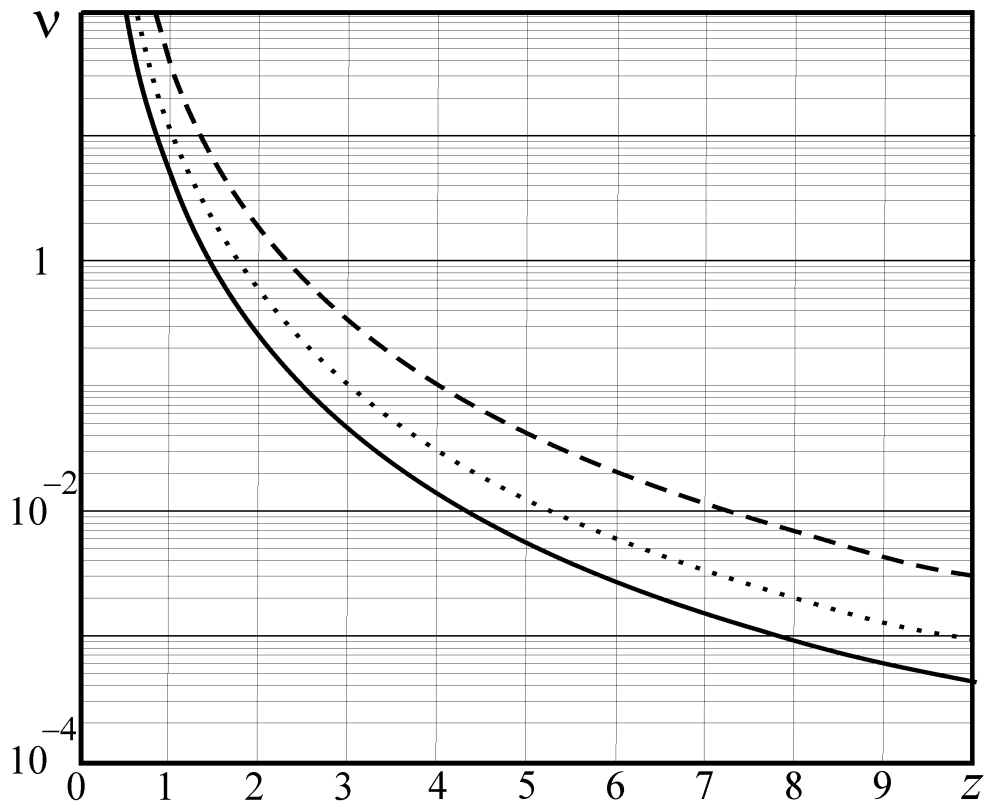


Рис. 3.6

Как видно из рисунка 3.6, асимптотические значения рассеяния оценки длительности СШП КРС больше рассеяний оценки длительности сигнала без гармонического заполнения и оценки длительности узкополосного радиосигнала при любых ОСШ.

Для сравнения точности КП оценки длительности (3.1.15) с точностью МП оценки (3.2.14), введём в рассмотрение величину проигрыша

$$\chi_V = V(\tau_q | \tau_0) / V(\tau_m | \tau_0), \quad (3.2.15)$$

характеризующую влияние априорного незнания амплитуды и начальной фазы на точность оценки длительности.

На рис. 3.7 приведены зависимости проигрыша (3.2.15) в точности КП оценки длительности СШП КРС с прямоугольной модулирующей функцией от расстройки амплитуды  $\Delta_a$  при  $\kappa=1$  и различных расстройках начальной фазы. Сплошная кривая соответствует  $\Delta_\varphi=0$ , штриховая кривая –  $\Delta_\varphi=\pm\pi/8$ , штрихпунктирная кривая –  $\Delta_\varphi=\pm\pi/6$ .

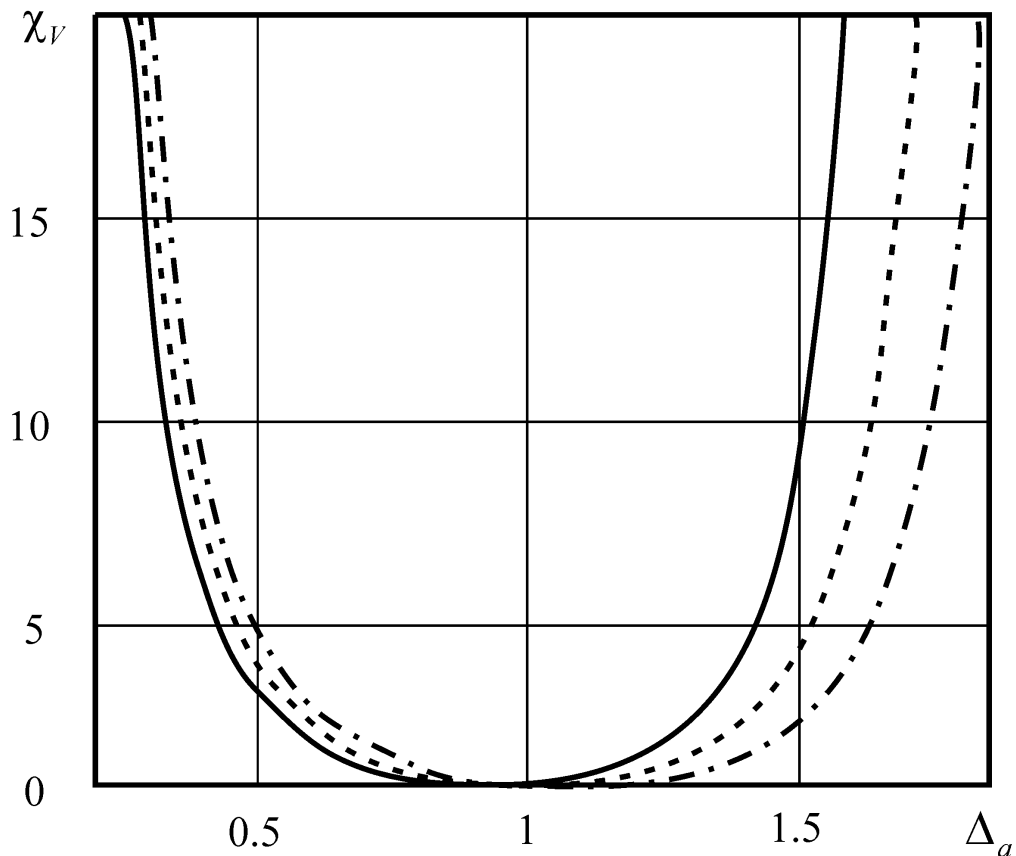


Рис. 3.7

На рис. 3.8 приведены зависимости проигрыша (3.2.15) в точности КП оценки длительности СШП с прямоугольной модулирующей функцией от

расстройки начальной фазы  $\Delta_\varphi$  при  $\kappa=1$  и различных расстройках амплитуды. Сплошная кривая соответствует  $\Delta_a=1$ , штриховая кривая –  $\Delta_a=2/3$  (ожидаемая амплитуда меньше истинного значения), штрихпунктирная кривая –  $\Delta_a=3/2$  (ожидаемая амплитуда больше истинного значения). При расчёте кривых на рис. 3.7 и 3.8 предполагалось, что начальная фаза принятого сигнала  $\varphi_0=0$  и  $z=5$ , а истинное значение длительности сигнала  $\tau_0=(T_1+T_2)/2$ .

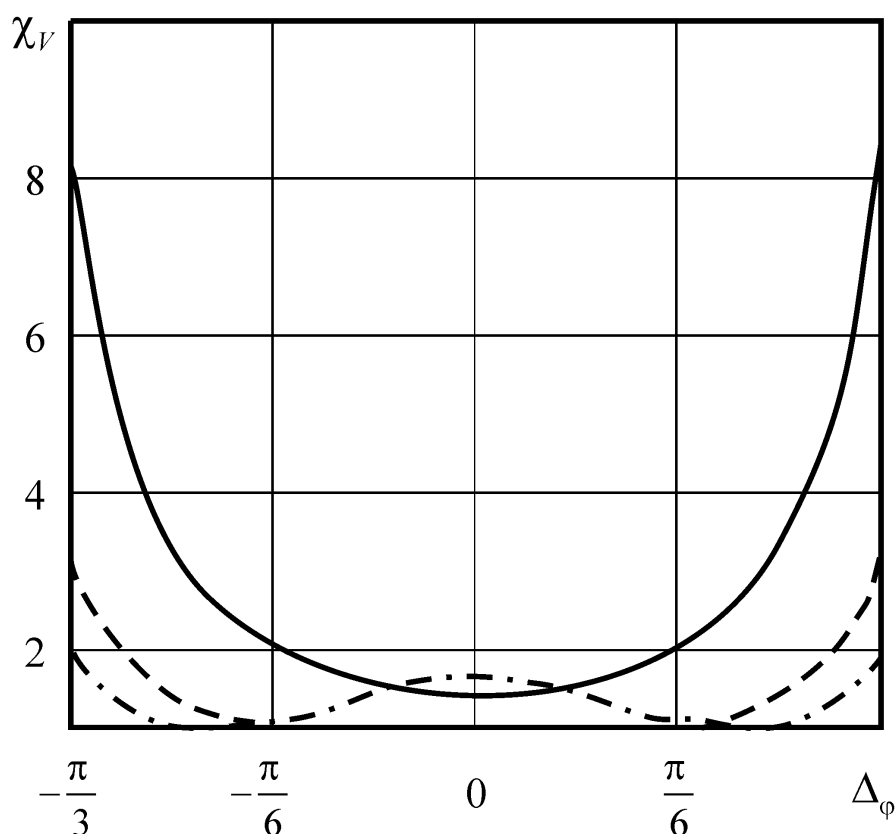


Рис. 3.8

Как видно из рис. 3.7 и 3.8, априорное незнание амплитуды или фазы сигнала может привести к существенному снижению точности оценки длительности.

### 3.3 Статистическое моделирование алгоритмов оценки длительности

Полученные выше формулы для характеристик оценки длительности СШП КРС с неизвестными амплитудой и начальной фазой являются лишь

асимптотически точными с увеличением априорного интервала возможных значений длительности, порога и ОСШ. С целью проверки работоспособности синтезированного МП алгоритма оценки длительности СШП КРС, а также определения границ применимости асимптотических выражений для смещения (3.2.11) и рассеяния (3.2.14) оценок длительности, выполним статистическое моделирование решающей статистики на выходе приёмника СШП КРС (1.3.4). Смоделируем оценку длительности сигнала вида (1.1.38). Оценка длительности  $\tau_m$  определяется как положение абсолютного (наибольшего) максимума логарифма ФОП (1.3.4)

$$\tau_m = \arg \sup L(\tau), \quad L(\tau) = \sup_{a, \varphi} L(\tau, a, \varphi) = \sup_a L(\tau, a), \quad L(\tau, a) = \sup_{\varphi} L(\tau, a, \varphi). \quad (3.3.1)$$

В процессе моделирования с шагом  $\Delta\eta$  вырабатывались отсчёты логарифма ФОП для всех возможных значений длительности

$$L_i = L(i\Delta\eta) \quad (3.3.2)$$

для  $i = i_{\min} + 1 \dots N$ . Где  $L(\eta)$  – логарифм ФОП (1.5.1). Затем выбирался номер отсчёта, соответствующий максимальному значению (3.3.2) и находилась МП оценка длительности как положение его максимума.

Результаты моделирования показаны на рисунке 3.9 в виде зависимости нормированного условного рассеяния  $\Upsilon = V(\tau_m | \tau_0) / T_2^2$  МП оценки длительности СШП КРС прямоугольной формы (3.2.14) и узкополосного радиосигнала (3.2.13) от ОСШ (1.2.11) при различных значениях параметра узкополосности  $\kappa$  и начальной фазе  $\varphi = 0$ . Линиями обозначены зависимости, рассчитанные аналитически (3.2.14), (3.2.13), а маркерами – условное рассеяние, полученное посредством моделирования. Сплошной линией и квадратными маркерами изображена зависимость нормированного условного рассеяния от ОСШ для узкополосного радиосигнала и сигнала без гармонического заполнения  $\kappa = 0$ . Пунктирной линией и треугольными маркерами изображена зависимость нормированного условного рассеяния от ОСШ для  $\kappa = 0,1$ , а штриховой линией и круглыми маркерами – для  $\kappa = 0,01$ .

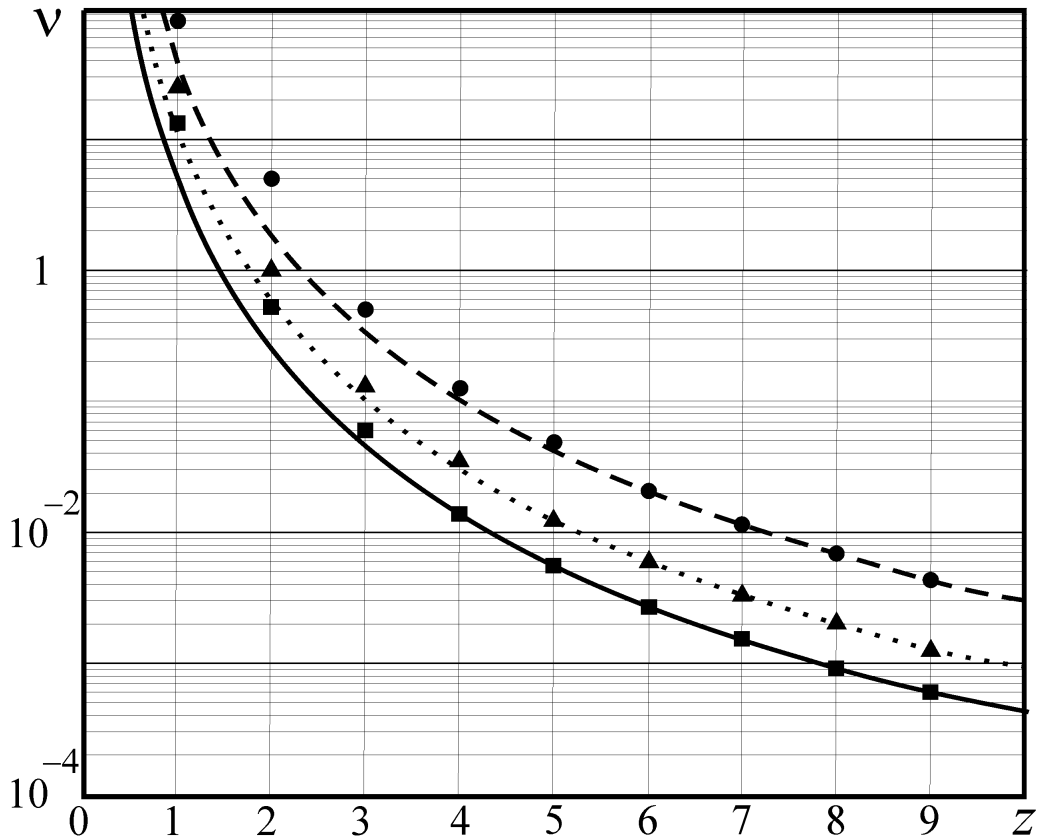


Рис. 3.9

Из рисунка 3.9 видно, что асимптотическое выражение для нормированного условного рассеяния МП оценки длительности СШП КРС прямоугольной формы (3.2.14) и узкополосного радиосигнала (3.2.13) удовлетворительно описывает экспериментальные зависимости. Приемлемая сходимость экспериментальных и теоретических зависимостей наблюдается уже при  $z > 5$ .

### 3.4 Выводы

1. Установлено, что асимптотические значения рассеяния МП оценки длительности СШП КРС больше рассеяний оценки длительности сигнала без гармонического заполнения и оценки длительности узкополосного радиосигнала при любых значениях ОСШ. Действительно, наличие гармонического заполнения при одновременном невыполнении условий узкополосности сигнала может приводить лишь к уменьшению величины скачка его заднего фронта, а, следовательно, к увеличению рассеяния оценки. Таким образом, в практических приложениях целесообразно использовать такие СШП КРС, истинная



длительность которых обеспечивает наибольшую величину заднего фронта сигнала. Это позволит выполнить оценку длительности на приёмной стороне с наименьшей погрешностью.

2. Априорное незнание амплитуды или фазы сигнала может привести к существенному снижению точности оценки длительности.

3. При известных амплитуде и начальной фазе точность МП оценки длительности СШП КРС совпадает с точностью оценки длительности квазидетерминированного сигнала, при учёте его гармонического заполнения. Для преодоления возможного априорного незнания амплитуды и начальной фазы СШП КРС можно использовать довольно просто реализуемый КП алгоритм оценки. Однако отличие ожидаемых значений амплитуды и начальной фазы СШП КРС от их истинных значений может привести к существенному снижению точности оценки длительности. Преодолеть априорное незнание амплитуды и начальной фазы без потери точности (при больших ОСШ) позволяет применение более сложного МП алгоритма оценки.

4. Полученные результаты позволяют определить влияние априорного незнания амплитуды и начальной фазы СШП КРС на точность оценки его длительности и сделать обоснованный выбор алгоритма оценки длительности в зависимости от имеющейся априорной информации, а также в зависимости от требований, предъявляемых к точности оценки и к степени простоты технической реализации алгоритма оценки.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертационная работа посвящена теоретическому и экспериментальному исследованию алгоритмов обработки СШП КРС с неизвестными амплитудой, начальной фазой и длительностью в условиях априорной параметрической неопределённости.

В работе получены следующие основные новые результаты:

1. Структура новых максимально правдоподобного, квазиправдоподобного и квазиоптимального алгоритмов обнаружения СШП КРС с неизвестными амплитудой, начальной фазой и длительностью. Исследована их эффективность в сравнении с ранее известными алгоритмами обнаружения.
2. Точные и асимптотически точные выражения для характеристик эффективности функционирования (вероятности ложной тревоги и пропуска сигнала) синтезированных алгоритмов обнаружения СШП КРС.
3. Способы построения и структурные схемы новых оптимальных алгоритмов оценки амплитуды и длительности СШП КРС в условиях априорной параметрической неопределённости.
4. Выражения для характеристик эффективности функционирования синтезированных алгоритмов оценки амплитуды и длительности СШП КРС.
5. Результаты анализа влияния априорного незнания параметров сигнала на эффективность функционирования и сложность различных алгоритмов обработки СШП КРС.
6. Экспериментальные характеристики алгоритмов обнаружения и оценки амплитуды и длительности СШП КРС в условиях априорной параметрической неопределённости, полученные посредством статистического моделирования на ЭВМ.

На основе результатов, полученных в диссертационной работе, можно сделать следующие выводы:

1. Структура максимально правдоподобных алгоритмов обнаружения и оценки амплитуды и длительности СШП КРС в условиях априорной параметрической неопределённости оказывается существенно более сложной в случае невыполнения условия относительной узкополосности.
2. Эффективность обнаружения и оценки амплитуды и длительности существенно зависит от параметра узкополосности. Это связано с тем, что асимптотически при больших отношениях сигнал/шум вероятности ошибок и рассеяния оценок не зависят от формы сигнала, а определяются лишь величиной скачка его заднего фронта, который в свою очередь определяется величиной параметра узкополосности.
3. Приведённые результаты позволяют количественно охарактеризовать влияние априорного незнания длительности и выбора структуры обнаружителя СШП КРС на эффективность обнаружения. Выбор оптимальной структуры обнаружителя определяется исходя из приемлемых вероятностей ошибок ложной тревоги и пропуска сигнала, а также сложности структуры детектора.
4. Выбором модулирующей функции можно обеспечить полосу сигнала, близкую к несущей частоте. Таким образом, изменение модулирующей функции позволяет описать как СШП КРС с большой относительной полосой частот, так и узкополосные радиосигналы, для которых выполняется условие относительной узкополосности, а наличие или отсутствие гармонической компоненты – сверхширокополосный квазирадиосигнал или сверхширокополосный видеосигнал, соответственно.
5. Результаты статистического моделирования подтверждают работоспособность синтезированных алгоритмов обнаружения и оценки амплитуды и длительности СШП КРС. Сопоставление характеристик алгоритмов обнаружения и оценки амплитуды и длительности, полученных экспериментально и рассчитанных по асимптотически точным формулам показывает их удовлетворительное согласование.

6. Асимптотические значения рассеяния максимально правдоподобной оценки длительности СШП КРС больше рассеяний оценки длительности сигнала без гармонического заполнения и оценки длительности узкополосного радиосигнала при любых значениях отношения сигнал/шум. Наличие гармонического заполнения при одновременном невыполнении условий узкополосности сигнала может приводить лишь к уменьшению величины скачка его заднего фронта, а, следовательно, к увеличению рассеяния оценки. Таким образом, в практических приложениях целесообразно использовать такие СШП КРС, истинная длительность которых обеспечивает наибольшую величину заднего фронта сигнала. Это позволит выполнить оценку длительности на приёмной стороне с наименьшей погрешностью.
7. Полученные результаты позволяют определить влияние априорного незнания амплитуды и начальной фазы СШП КРС на точность оценки его длительности и сделать обоснованный выбор алгоритма оценки длительности в зависимости от имеющейся априорной информации, а также в зависимости от требований, предъявляемых к точности оценки и к степени простоты технической реализации алгоритма оценки.

**СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ**

- СШП – сверхширокополосный.
- КРС – квазирадиосигнал.
- ВС – видеосигнал.
- КП – квазиправдоподобный.
- МП – максимально правдоподобный.
- ФОП – функционал отношения правдоподобия.
- ОСШ – отношение сигнал/шум.
- КО – квазиоптимальный.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Ананенков, А.Е. Обнаружение малоразмерных объектов сверхкороткоимпульсной РЛС / А.Е. Ананенков, В.П. Бакалов, А.В. Коновальцев и др. // Сборник докладов III Всероссийской научной конференции «Сверхширокополосные сигналы в радиолокации, связи и акустике». – Муром: Изд.-полиграфический центр МИ ВлГУ, 2010. – С. 202-207.
2. Абдрахманова, Г.И. Повышение эффективности сверхширокополосных систем связи на основе оптимизации формы импульсов: дисс. ... канд. техн. наук: 05.12.13 / Абдрахманова Гузель Идрисовна. – Уфа, 2013. – 142 с.
3. Абдрахманова, Г.И. Сверхширокополосная система связи на основе новых моделей импульсов и антенн / Г.И. Абдрахманова, В.Х. Багманов // Вестник УГАТУ. – 2013. – Т. 17, № 4(57). – С. 151–158.
4. Абрамовиц, М. Справочник по специальным функциям / М. Абрамовиц, И. Стиган и др.; Под ред. М. Абрамовица. – М.: Наука, 1979. – 832 с.
5. Авдеев, В.Б. Мощные сверхкороткоимпульсные и сверхширокополосные электромагнитные излучения и их помеховое и поражающее воздействия на электронную аппаратуру передачи-приёма, обработки и хранения информации / В.Б. Авдеев, В.Г. Герасименко, А.В. Бердышев. – Воронеж: Научная книга. Государственный научно-исследовательский испытательный институт проблем технической защиты информации Федеральной службы по техническому и экспортному контролю, 2008. – 397 с.
6. Авдеев, В.Б. Оценка предельной дальности сверхширокополосной радиосвязи в условиях ограничений на уровень излучения / В.Б. Авдеев, А.В. Бердышев // Телекоммуникации. – 2005. – № 10. – С. 23–30.
7. Акимов, П.С. Теория обнаружения сигналов / П.С. Акимов, П.А. Бакут, В.А. Богданович и др. – М.: Радио и связь, 1984. – 440 с.

8. Андреев, Ю.В. Сверхширокополосные активные беспроводные сети / Ю.В. Андреев, А.С. Дмитриев, М.Ю. Герасимов и др. // Радиотехника. – 2015. – № 8. – С. 73–77.
9. Андреев, Ю.В. Сверхширокополосные сигналы для беспроводной связи / Ю.В. Андреев, А.С. Дмитриев, Л.В. Кузьмин и др. // Радиотехника. – 2008. – № 8. – С. 83–90.
10. Ахманов, С.А. Введение в статистическую радиофизику и оптику / С.А. Ахманов, Ю.Е. Дьяков, А.С. Чиркин. – М.: Наука, 1981. – 640 с.
11. Беличенко, В.П. Сверхширокополосные импульсные радиосистемы / В.П. Беличенко, Ю.И. Буянов, В.И. Кошелев. – Новосибирск: Наука, 2015. – 474 с.
12. Бобрешов, А.М. Моделирование генератора сверхкоротких импульсов совместно с антенной Вивальди / А.М. Бобрешов, И.И. Мещеряков, Г.К. Усков // Вестник ВГУ, Серия: Системный анализ и информационные технологии. – 2014. – № 3. – С. 81–85.
13. Бобрешов, А.М. Система управления формой и длительностью излучаемых сверхкоротких импульсов / А.М. Бобрешов, И.И. Мещеряков, Г.К. Усков // Радиотехника и электроника. – 2014. – Т. 59, № 9. – С. 932–938.
14. Будагян, И.Ф. Инновационные технологии моделирования сверхширокополосных антенных систем / И.Ф. Будагян // T-Comm. – 2014. – № 11. – С. 22–28.
15. Будагян, И.Ф. Моделирование процессов излучения, распространения и рассеяния сверхкоротких импульсов / И.Ф. Будагян, Г.Г. Щучкин // Радиотехника. – 2007. – № 12. – С. 41–49.
16. Бункин, Б.В. Особенности, проблемы и перспективы субнаносекундных видеоимпульсных РЛС / Б.В. Бункин, В.А. Кашин // Радиотехника. – 1995. – № 5. – С. 128–133.
17. Бутков, В.П. Сверхширокополосный детектор / В.П. Бутков, А.Н. Зикий, П.Н. Зламан // Электротехнические и информационные комплексы и системы. – 2014. – Т. 10, № 2. – С. 111–116.

18. Быков, В.В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике / В.В. Быков. – М.: Сов. радио, 1971. – 328 с.
19. Васильев, К.К. Методы обработки сигналов / К.К. Васильев. – Ульяновск, 2001. – 80 с.
20. Ван Трис, Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции / Г. Ван Трис. – М.: Сов. радио, 1972. – Т. 1. – 742 с.
21. Вентцель, А.Д. Курс теории случайных процессов. 2-е издание / А.Д. Вентцель. – М.: Наука. Физматлит, 1996. – 400 с.
22. Галун, С.А. Применение уравнения Фоккера-Планка-Колмогорова для анализа обработки разрывных сигналов / С.А. Галун // В кн.: Прикладная математика и механика. Саратов: СГУ, 1983. – С.75–87.
23. Грахова, Е.П. Моделирование СШП радиоимпульсов на основе производных Гаусса и Рэлея с учетом спектральной маски ГКРЧ / Е.П. Грахова, И.К. Мешков, В.Х. Багманов и др. // Электротехнические и информационные комплексы и системы. – 2014. – Т. 10, № 3. – С. 62–69.
24. Грязнов, М.И. Измерение параметров импульсов / М.И. Грязнов, М.Л. Гуревич, Ю.А. Рябинин. – М.: Радио и связь, 1991. – 216 с.
25. Дейвис, Дж.Р. Физические ограничения препятствующие использованию колебаний без несущей в системах передач радиоволн / Дж.Р. Дейвис, Д.Дж. Бейкер, Дж.П. Шелтон и др. // Труды института инженеров электроники и радиотехники. – 1979. – Т. 67, № 6. – С. 5–12.
26. Денбновецкий, С.В. Система параметров интегрального приёмника субмиллиметрового диапазона / С.В. Денбновецкий, О.В. Май // Материалы XI научно-практической конференции «Перспективные направления современной электроники». – Киев, 2017. – С. 17–22.
27. Джейкс, У.К. Связь с подвижными объектами в диапазоне СВЧ / Пер. с англ. под ред. М.С. Ярлыкова, М.В. Чернякова. – М.: Связь, 1979. – 720с.
28. Дмитриев, А.С. Сверхширокополосная беспроводная связь и сенсорные сети / А.С. Дмитриев, Е.В. Ефремова, А.В. Клецов и др. // Радиотехника и электроника. – 2008. – Т. 53, № 10. – С. 1278–1289.



29. Дуб, Дж.Л. Вероятностные процессы / Дж.Л. Дуб. – М.: Изд. иностр. лит., 1956. – 605 с.
30. Дэвис, К. Радиоволны в ионосфере / Пер. с англ. И.В. Ковалевского, А.П. Кропоткина; Под ред. А.А. Корчака. – М.: Мир, 1973. – 502 с.
31. Жилина, М.Е. Оценка помехоустойчивости обнаружителя сверхширокополосных сигналов при воздействии сверхкоротких импульсных помех / М.Е. Жилина, В.Н. Ледовской, В.П. Пустовит // Теория и техника радиосвязи. – 2013. – № 2. – С. 5–11.
32. Зандер, Ф.В. Предельные погрешности оптимальных измерителей амплитуды и постоянной составляющей сигналов с малым временем измерения / Ф.В. Зандер, М.К. Чмых // Измерительная техника. – 1988. – № 1. – С. 33–34.
33. Зиганшин, Э.Г. Методы обнаружения сверхширокополосных сигналов / Э.Г. Зиганшин // Сборник трудов первой международной конференции по сверхширокополосным сигналам и сверхкоротким импульсам в радиолокации, связи и акустике. – Суздаль, 2005. – С. 145–150.
34. Иммореев, И. Сверхширокополосные и узкополосные системы связи. Совместная работа в общей полосе частот / И. Иммореев, А. Судаков // ЭЛЕКТРОНИКА: Наука, Технология, Бизнес. – 2003. – № 2. – С. 36–39.
35. Иммореев, И.Я. Сверхширокополосная локация: основные особенности и отличия от традиционной радиолокации / И.Я. Иммореев // Электромагнитные волны и электронные системы. – 1997. – Т. 2, № 1. – С. 81–88.
36. Исимару, А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах / А. Исимару. – М.: Мир, 1981. – Т. 1. – 280 с.
37. Калинин, В.И. Сверхширокополосная связь с беспроводным доступом / В.И. Калинин // Первая миля. – 2007. – №3. – С. 20–21.
38. Кольцов, Ю.В. Методы и средства анализа и формирования сверхширокополосных сигналов / Ю.В. Кольцов. – М.: Радиотехника, 2004. – 128 с.
39. Корн, Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1977. – 831 с.

40. Корчагин, Ю.Э. Оценка длительности сигнала с неизвестной фазой / Ю.Э. Корчагин // Радиоэлектроника. – 2013. – Т. 56, №7. – С.29–37.
41. Корчагин, Ю.Э. Оценка длительности сигнала с неизвестными амплитудой и фазой / Ю.Э. Корчагин // Радиотехника. – 2013. – №9. – С. 11–19.
42. Крамер, Г. Математические методы статистики / Г. Крамер. – М.: Мир, 1975. – 719 с.
43. Крутов, А. Сверхширокополосная связь UWB / А. Крутов // Беспроводные технологии. – 2007. – № 1. – С. 6–9.
44. Кузьмин, Л.В. Сравнительный анализ когерентного и энергетического приема сверхширокополосных хаотических радиоимпульсов в многолучевом канале / Л.В. Кузьмин, Р.Ю. Емельянов // Радиотехника. – 2015. – № 8. – С. 79–83.
45. Куликов, Е.И. Вопросы оценок параметров сигналов на фоне помех / Е.И. Куликов. – М.: Сов. Радио, 1966. – 244 с.
46. Куликов, Е.И. Оценка параметров сигналов на фоне помех / Е.И. Куликов, А.П. Трифонов. – М.: Сов. радио, 1978. – 296 с.
47. Лазоренко, О.В. Сверхширокополосные сигналы и физические процессы. 1. Основные понятия, модели и методы описания / О.В. Лазоренко, Л.Ф. Черногор // Радиофизика и радиоастрономия. – 2008. – Т. 13, № 2. – С. 166–194.
48. Лазоренко, О.В. Сверхширокополосные сигналы и физические процессы. 2. Методы анализа и применение / О.В. Лазоренко, Л.Ф. Черногор // Радиофизика и радиоастрономия. – 2008. – Т. 13, № 4. – С. 270–322.
49. Мешков, В.П. Методы измерения амплитуды гармонического сигнала за время менее периода / В.П. Мешков, В.Н. Угольков // Метрология. – 1984. – №8. – С. 8–11.
50. Миддлтон, Д. Введение в статистическую теорию связи / Д. Миддлтон. – М.: Сов. Радио, 1961. – 781 с.
51. Миддлтон, Д. Очерки теории связи / Д. Миддлтон. – М.: Сов радио, 1966. – 160 с.

52. Мудров, В.И. Методы обработки измерений / В.И. Мудров, В.Л. Кушко. – М.: Радио и связь, 1983. – 304 с.
53. Обнаружитель-измеритель параметров сверхширокополосных сигналов: пат. RU128806U1 Рос. Федерация. № 2012137483/07; заявл. 31.08.2012; опубл. 27.05.2013. 7 с.
54. Осипов, М.Л. Сверхширокополосная радиолокация / М.Л. Осипов // Радиотехника. – 1995. – №3. – С. 3–6.
55. Панько, С.П. Сверхширокополосная радиолокация / С.П. Панько // Зарубежная радиоэлектроника. – 1991. – №1. – С. 106–115.
56. Приемопередающий модуль для обмена данными с помощью сверхширокополосных сигналов: пат. RU157935U1 Рос. Федерация. № 2014147229/08; заявл. 24.11.2014; опубл. 20.12.2015, Бюл. № 35. 2 с.
57. Радзиевский, В.Г. Обработка сверхширокополосных сигналов на фоне помех / В.Г. Радзиевский, П.А. Трифионов. – М.: Радиотехника, 2009. – 288 с.
58. Рытов, С.М. Введение в статистическую радиофизику. Случайные процессы / С.М. Рытов. – М.: Наука, 1976. – 494 с.
59. Сивцев, С.С. Генераторы импульсов наносекундной длительности в современных технологических процессах / С.С. Сивцев, В.А. Шалимов // Доклады ТУСУРа. – 2006. – № 6. – С. 103–105.
60. Система связи с высокой скоростью передачи информации сверхширокополосными сигналами: пат. RU2315424C1 Рос. Федерация. № 2006119887/09; заявл. 06.06.2006; опубл. 20.01.2008, Бюл. № 2. 13 с.
61. Система связи сверхширокополосными сигналами с повышенной точностью и стабильностью синхронизации: пат. RU2441320 Рос. Федерация. № 2000131736/09; заявл. 18.12.00; опубл. 20.08.02, Бюл. № 23 (II ч.). 3 с.
62. Сличенко, М.П. Статистический анализ энергетического обнаружения радиосигналов в условиях сложной помеховой обстановки: дисс. ... канд. физ.-мат. наук: 01.04.03 / Сличенко Михаил Павлович. – Воронеж, 2012. – 212 с.

63. Слюсар, В. Генераторы сверхмощных электромагнитных импульсов в информационных войнах / В. Слюсар // ЭЛЕКТРОНИКА: Наука, Технология, Бизнес. – 2002. – №5. – С. 60–67.
64. Смирнов, В.И. Курс высшей математики / В.И. Смирнов. – М.: Наука, 1965. – Т. 2. – 656 с.
65. Сосулин, Ю.Г. Теория обнаружения и оценивания стохастических сигналов / Ю.Г. Сосулин. – М.: Сов. Радио, 1978. – 320 с.
66. Тихонов, В.И. Выбросы траекторий случайных процессов / В.И. Тихонов, В.И. Хименко. – М.: Наука, 1987. – 304 с.
67. Тихонов, В.И. Марковские процессы / В.И. Тихонов, М.А. Миронов. – М.: Радио и связь, 1977. – 488 с.
68. Тихонов, В.И. Оптимальный прием сигналов / В.И. Тихонов. – М.: Радио и связь, 1983. – 320 с.
69. Тихонов, В.И. Статистическая радиотехника / В.И. Тихонов. – М.: Радио и связь, 1982. – 624 с.
70. Трифонов, А.П. Обнаружение радиосигнала с неизвестными длительностью, амплитудой и начальной фазой / А.П. Трифонов, Ю.Э. Корчагин, М.В. Трифонов // Известия ВУЗов. Радиофизика. – 2015. – Т. 58, №5. – С.401–414.
71. Трифонов, А.П. Обнаружение сверхширокополосного квазирадиосигнала на фоне белого шума / А.П. Трифонов, П.Е. Руднев // Известия вузов. Радиофизика. – 2009. – Т. 52, № 9. – С. 749–760.
72. Трифонов, А.П. Обнаружение сверхширокополосного квазирадиосигнала с неизвестным временем прихода на фоне белого шума / А.П. Трифонов, П.Е. Руднев // Известия вузов. Радиофизика. – 2011. – Т. 54, № 6. – С. 458–473.
73. Трифонов, А.П. Оценка амплитуды радиосигнала с неизвестной длительностью и начальной фазой / А.П. Трифонов, Ю.Э. Корчагин, О.В. Чернояров и др. // Прикладные математические науки. – 2014. – Т. 8, № 111, – С. 5517–5528.

74. Трифонов, А.П. Оценка амплитуды сигнала с неизвестной длительностью / А.П. Трифонов, Ю.Э. Корчагин, П.А. Кондратович и др. // Известия ВУЗов. Радиоэлектроника. – 2012. – Т. 55, № 9. – С. 3–10.
75. Трифонов, А.П. Пороговые характеристики квазиправдоподобной оценки времени прихода сверхширокополосного сигнала неизвестной формы при воздействии узкополосных помех / А.П. Трифонов, М.Б. Беспалова, П.А. Трифонов // Радиотехника. – 2015. – № 12. – С. 48–53.
76. Трифонов, А.П. Приём сигнала с неизвестной длительностью / А.П. Трифонов, Ю.Э. Корчагин // Известия ВУЗов. Радиофизика. – 2002. – Т. 45, № 7. – С. 625–637.
77. Трифонов, А.П. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех / А.П. Трифонов, Ю.С. Шинаков. – М.: Радио и связь, 1986. – 264 с.
78. Трифонов, А.П. Статистические свойства высоты и положения абсолютного максимума марковского случайного процесса типа Башелье / А.П. Трифонов, Ю.Э. Корчагин, М.Б. Беспалова // Вестник Воронежского государственного университета. Серия Физика. Математика. – 2014. – № 4. – С. 54–65.
79. Трифонов, А.П. Характеристики оценки амплитуды сверхширокополосного квазирадиосигнала / А.П. Трифонов, П.Е. Руднев // Известия вузов. Радиоэлектроника. – 2010. – Т. 53, № 5. – С. 22–31.
80. Трифонов, А.П. Характеристики совместных оценок параметров сигнала при частичном нарушении условий регулярности / А.П. Трифонов, В.К. Бутейко // Радиотехника и электроника. – 1991. – Т. 36, № 2. – С. 319–327.
81. Трифонов, А.П. Эффективность оценки длительности сигнала с неизвестной амплитудой / А.П. Трифонов, Ю.Э. Корчагин, П.А. Кондратович // Известия ВУЗов. Радиоэлектроника. – 2011. – Т. 54, № 11. – С. 3–12.
82. Трифонов, П.А. Квазиправдоподобное обнаружение сверхширокополосного сигнала неизвестной формы на фоне узкополосных помех и белого шума / П.А. Трифонов, И.В. Гуцин, М.В. Беспалова // Вестник ВГУ. Серия: Физика, Математика. – 2014. – №2. – С. 42–53.

83. Урядников, Ю.Ф. Сверхширокополосная связь – результат развития технологий широкополосного доступа / Ю.Ф. Урядников, С.С. Аджемов, В.В. Штыркин и др. // Электросвязь. – 2006. – № 2. – С. 18–23.
84. Урядников, Ю.Ф. Сверхширокополосная связь. Теория и применение / Ю.Ф. Урядников, С.С. Аджемов. – М.: СОЛОН-Пресс, 2009. – 368 с.
85. Устройство сверхширокополосной радиосвязи с повышенной помехозащищенностью: пат. RU2527487C2 Рос. Федерация. № 2012133946/07; заявл. 07.08.2012; опубл. 10.09.2014, Бюл. № 9. 10 с.
86. Устройство связи с повышенной помехозащищенностью и высокой скоростью передачи информации: пат. RU2334361C2 Рос. Федерация. № 2006116683/09; заявл. 15.05.2006; опубл. 20.09.2008, Бюл. № 26. 17 с.
87. Усыченко, В.Г. Энергетические характеристики излучателей сверхкоротких электромагнитных импульсов / В.Г. Усыченко, А.С. Усыченко, Л.Н. Сорокин // Известия вузов. Радиофизика. – 2015. – Т. 58, № 2. – С. 114–122.
88. Фалькович, С.Е. Оценка параметров сигнала / С.Е. Фалькович. – М.: Сов. радио, 1970. – 336 с.
89. Федотов, Д.В. Сигналы, используемые в СШП радиосистемах / Д.В. Федотов, А.А. Судаков // Научные технологии. – 2005. – № 7. – С. 54–61.
90. Фейнберг, Е.Л. Распространение радиоволн вдоль земной поверхности / Е.Л. Фейнберг. – М.: Наука. Физматлит, 1999. – 496 с.
91. Фок, В.А. Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн / В.А. Фок. – М.: Советское радио, 1970. – 517 с.
92. Французов, А.Д. Проблемы конструирования сверхширокополосных антенн для излучения сверхкороткоимпульсных сигналов / А.Д. Французов // Известия вузов России. Радиоэлектроника. – 2012. – № 2. – С. 9–15.
93. Френкс, Л. Теория сигналов / Пер. с англ. под ред. Д.Е. Вакмана. – М.: Советское радио, 1974. – 344 с.

94. Фролов, А.А. Анализ современных стандартов: MCWILL, TD-SCDMA, WCDMA, IEEE 802.15.3A для применения в СШП-системах / А.А. Фролов // Т-Comm. – 2012. – № 9. – С. 144–148.
95. Фролов, А.А. Сверхширокополосная система радиодоступа с совмещением многочастотной и импульсной технологий / А.А. Фролов // Т-Comm. – 2013. – № 10. – С. 100–102.
96. Фукунага, К. Введение в статистическую теорию распознавания образов / К. Фукунага. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979. – 368 с.
97. Ченькаев, А.В. Анализ электромагнитной обстановки в группировке войск при использовании сверхширокополосных сигналов / А.В. Ченькаев, Г.В. Ермаков // Системы обороны и войсковая техника. – 2012. – № 3. – С. 93–97.
98. Чернышев, С.Л. Оценка возможности обнаружения сверхширокополосных сигналов / С.Л. Чернышев // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 2014. – № 10. – С. 267–272.
99. Ширман, Я.Д. Радиоэлектронные системы: Основы построения и теория / Я.Д. Ширман. – М.: Радиотехника, 2007. – 512 с.
100. Aiello, R. Ultra Wideband Systems Technology and Applications / R. Aiello, A. Batra. – Elsevier, 2006. – 344 p.
101. Arslan, H. Ultra Wideband Wireless Communication / H. Arslan, Z.N. Chen, M.G. Benedetto. – New Jersey: John Wiley & Sons, 2006. – 520 p.
102. Barkat, M. Signal detection and estimation. Second edition / Mourad Barkat. – London: Artech house, 2005. – 692 p.
103. Chong, Chia-Chin. Millimeter-Wave Wireless Communication Systems: Theory and Applications / Chia-Chin Chong, Kiyoshi Hamaguchi, Peter F. M. Smulders, Su-Khiong Yong. – London: Hindawi Publishing Corporation, 2007. – 89 p.
104. Colli-Vignarelli, J. A discrete-components impulse-radio ultrawide-band transmitter / James Colli-Vignarelli, Catherine Dehollain // IEEE Transactions on microwave theory and techniques. – 2011. – Vol. 59, no. 4. – P. 1141–1146.

105. Fontana, R. Recent advances in ultra wideband communications systems / Robert Fontana, Aitan Ameti, Edward Richley, Lance Beard, Dennis Guy // 2002 IEEE Conference on Ultra Wideband Systems and Technologies. – 2002. – P. 129–133.
106. Fontana, R.J. Recent system applications of short-pulse ultra-wideband technology / Robert J. Fontana // IEEE Transactions on microwave theory and techniques. – 2004. – Vol. 52, no. 9. – P. 2087–2104.
107. Guo, K. Ultra-wideband-based localization for quadcopter navigation / K. Guo, Z. Qiu, C. Miao, A. H. Zaini, C.-L. Chen, W. Meng, L. Xie // Unmanned Systems. – 2016. – Vol. 4, no. 1, P. 23–34.
108. Kulkarni, R. Ultra-wideband wireless system / Ramesh Kulkarni, Kartik Ramesh Patel // International Journal of Application or Innovation in Engineering & Management. – 2014. – 15 p.
109. Kutsor, M.F. Application of UWB and MIMO wireless technologies to tactical networks in austere environments / Michael F. Kutsor. – Monterey, Naval Postgraduate School, 2010. – 119 p.
110. Nekoogar, F. Ultra-Wideband Radio Frequency Identification Systems / F. Nekoogar, F. Dolwa. – New York: Springer, 2011. – 160 p.
111. Oner, M. On the spectral correlation of UWB impulse radio signals / M. Oner // IEEE Commun. Lett. – 2008. – Vol. 12, no. 10. – P. 714–716.
112. Poisel, R. Modern communications jamming principles and techniques. Second edition / Richard A. Poisel. – London: Artech house, 2011. – 870 p.
113. Taylor, J.D. Ultra-wideband radar technology / J.D. Taylor. – New York: CRC press, 2000. – 688 p.
114. Thomä, Reiner. Ultra-wideband radio technologies for communications, localization and sensor applications / Reiner Thomä, Reinhard H. Knöchel, Jürgen Sachs, Ingolf Willms, Thomas Zwick. – Croatia: InTech. Rijeka, 2013. – 510 p.
115. Ultra-wideband correlating receiver: pat. US7020224B2 United States. No. US2005/0069062A1; prior pub. 31.03.2005; date of patent 28.03.2006. 19 p.
116. Ultra-wideband receiver: pat. US8098707B2 United States. No. US2007/0242735A1; prior pub. 18.10.2007; date of patent 17.01.2012. 19 p.



117. Vucic, D. Cyclic spectral analysis of UWB-IR signals / D. Vucic, M. Eric // IEEE Signal Process. Lett. – 2009. – Vol. 16, no. 8. – P. 723–726.
118. Watson, J. Ultra wide band impulse radar imaging for inter-vehicle embedded simulation / J. Watson, H. Bahr // SISO: Simulation Interoperability workshop. – 1998. – P. 1–10.
119. Yarman, B.S. Design of ultra wideband power transfer networks / Binboga Siddik Yarman. – United Kingdom: John Wiley & Sons Ltd, 2010. – 755 p.
120. Yin, Z. Design of unmanned aerial vehicle space communication links based on DS-UWB / Zhendong Yin, Zhenguo Shi, Jiayang Liang, Zhilu Wu // Information technology journal. – 2010. – No. 9. – P. 1713–1718.
121. Yuce, M.R. Ultra-Wideband and 60 GHz Communications for Biomedical Applications / M.R. Yuce. – New York: Springer, 2014. – 261 p.
122. Трифонов, А.П. Характеристики квазиправдоподобного алгоритма обнаружения сверхширокополосного квазирадиосигнала с неизвестной длительностью / Ю.Э. Корчагин, К.Д. Титов, А.П. Трифонов // Сборник докладов XXI Международной научно-технической конференции «Радиолокация, навигация, связь». – Т. 1. – Воронеж, 2015. – С. 278–285.
123. Трифонов, А.П. Характеристики квазиправдоподобной оценки амплитуды сверхширокополосного квазирадиосигнала с неизвестной длительностью / Ю.Э. Корчагин, К.Д. Титов, А.П. Трифонов // Сборник докладов XXI Международной научно-технической конференции «Радиолокация, навигация, связь». – Т. 1. – Воронеж, 2015. – С. 286–292.
124. Трифонов, А.П. Оценка амплитуды сверхширокополосного квазирадиосигнала с неизвестной длительностью и начальной фазой / Ю.Э. Корчагин, К.Д. Титов, А.П. Трифонов // Успехи современной радиоэлектроники. – 2015. – № 11. – С. 3–13.
125. Трифонов, А.П. Оценка амплитуды сверхширокополосного квазирадиосигнала с неизвестной длительностью / Ю.Э. Корчагин, К.Д. Титов, А.П. Трифонов // Радиотехника. – 2016. – № 3. – С. 14–22.

126. Титов, К.Д. Алгоритмы обработки сверхширокополосных квазирадиосигналов с неизвестными параметрами на фоне шума / К.Д. Титов // Сборник трудов VI общероссийской научно-технической конференции «Обмен опытом в области создания сверхширокополосных радиоэлектронных систем». – Омск, 2016. – С. 374–384.
127. Трифонов, А.П. Эффективность оценки длительности сверхширокополосного квазирадиосигнала / Ю.Э. Корчагин, К.Д. Титов, А.П. Трифонов // Сборник докладов XXII Международной научно-технической конференции «Радиолокация, навигация, связь». – Т. 1. – Воронеж, 2016. – С. 82–89.
128. Korchagin, Yu.E. Estimation duration of ultra-wideband quasi-radiosignal with known amplitude and initial phase / K.D. Titov, Yu.E. Korchagin // IEEE International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON-2016). – Moscow, 2016. DOI:10.1109/SIBCON.2016.7491705.
129. Трифонов, А.П. Квазиправдоподобное обнаружение сверхширокополосного квазирадиосигнала произвольной формы с неизвестной длительностью / Ю.Э. Корчагин, К.Д. Титов, А.П. Трифонов // Радиотехника. – 2016. – № 6. – С. 99–105.
130. Корчагин, Ю.Э. Сравнение характеристик алгоритмов обнаружения сверхширокополосных сигналов / Ю.Э. Корчагин, К.Д. Титов // Сборник тезисов III Всероссийской научно-технической конференции «Системы связи и радионавигации». – Красноярск, 2016. – С. 347–350.
131. Корчагин, Ю.Э. Сравнение характеристик алгоритмов обнаружения сверхширокополосных сигналов / Ю.Э. Корчагин, К.Д. Титов // Успехи современной радиоэлектроники. – 2016. – № 11. – С. 193–199.
132. Трифонов, А.П. Эффективность обнаружения сверхширокополосного квазирадиосигнала с прямоугольной модулирующей функцией / Ю.Э. Корчагин, К.Д. Титов, А.П. Трифонов // Сборник докладов XXIII Международной научно-технической конференции «Радиолокация, навигация, связь». – Т. 2. – Воронеж, 2017. – С. 698–706.

133. Trifonov, A.P. Estimation of ultrawideband quasi-radio signal duration / A.P. Trifonov, Yu.E. Korchagin, K.D. Titov // *Radioelectronics and Communications Systems*. – 2017. – Vol. 60, No. 8. – P. 358–367. DOI: 10.3103/S0735272717080040.
134. Титов, К.Д. Перспективы исследования алгоритмов обработки сверхширокополосных квазирадиосигналов с неизвестными параметрами на фоне шума / К.Д. Титов // *Сборник докладов II Международной научно-практической конференции «Специальная подвижная радиосвязь»*. – Москва, 2017. – С. 38.
135. Korchagin, Yu.E. Quasi-likelihood detection of rectangle ultra-wideband quasi-radiosignal with adaptation in duration / K.D. Titov, Y.E. Korchagin, A.P. Trifonov // *IEEE International Conference «Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines»*. – Omsk, 2017. DOI: 10.1109/Dynamics.2017.8239522.
136. Korchagin, Yu.E. Maximum likelihood detection of rectangle ultra-wideband quasi-radiosignal with unknown duration / K.S. Kalashnikov, Y.E. Korchagin, K.D. Titov // *IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (2018 ElConRus)*. – St. Petersburg, 2018. – P. 1123–1128. DOI: 10.1109/ElConRus.2018.8317283.
137. Титов, К.Д. Исследование алгоритмов обработки сверхширокополосных квазирадиосигналов с неизвестными параметрами на фоне шума / К.Д. Титов // *Физическое образование в вузах*. – Москва, 2018. – Т. 24, № 1С. – С. 207–208.
138. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ 2016612951. Рос. Федерация. Программа расчёта характеристик обнаружения и оценки параметров сверхширокополосного квазирадиосигнала с неизвестными амплитудой, начальной фазой и длительностью, наблюдаемого на фоне гауссовского белого шума / К.Д. Титов; правообладатель Титов Константин Дмитриевич. – №2016610472; заявл. 25.01.16; опубл. 14.03.16, Реестр программ для ЭВМ. – 1 с.