на правах рукописи

Папченко

ПАПЧЕНКО НАТАЛЬЯ ГЕННАДИЕВНА

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОТЕНЦИАЛЬНОГО ТЕЧЕНИЯ ДВУХМЕРНЫХ БУРНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ ВОДНЫХ ПОТОКОВ

05.13.18 - Математическое моделирование,

численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Воронеж - 2014

Работа выполнена в ФГБОУ ВПО «Донской государственный аграрный университет» (ДГАУ)

Научный руководитель:	доктор технических наук, профессор, Коханенко Виктор Николаевич
Официальные оппоненты:	Стародубцев Виктор Сергеевич, доктор технических наук, профессор, Российский государственный социальный университет(филиал) г.Воронеж, кафедра туризма и естественно-математических наук, заведующий
	Семенов Михаил Евгеньевич, доктор физико-математических наук, профессор, Военно-воздушная академия им. Н.Е.Жуковского и Ю.А.Гагарина, кафедра теоретической гидрометеорологии, профессор
Ведущая организация:	Федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Российский научно-исследовательский институт проблем мелиорации» г. Новочеркасск

Защита диссертации состоится 24 декабря 2014 г. в 15.10 часов на заседании диссертационного совета Д 212.038.20 при ФГБОУ ВПО "Воронежский государственный университет" по адресу: 394006, г. Воронеж, Университетская пл., 1, ауд. 335.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и сайте Воронежского государственного университета,

http://www.science.vsu.ru/

Автореферат разослан “___” ________2014 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета  Шабров Сергей Александрович

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы

Моделирование различных процессов в природе и технике приобрело в настоящее время актуальный характер, особенно в гидротехнике. Так из-за неточного или нерационального моделирования и расчетов на основе модельных параметров, используемых для строительства гидротехнического сооружения (ГТС), уменьшается эксплуатационная надежность сооружения в целом, происходят обрушения крепления водопропускных сооружений под автомобильными дорогами, малыми мостами под железными дорогами, из-за неправильного проектирования водосбросов происходят в России экологические катастрофы. Давно возникла необходимость повысить качество расчета всего комплекса параметров водного потока, протекающего через сооружение, и учитывать особенности той или иной практической гидравлической задачи. Существующие методы моделирования параметров водного потока нуждаются в серьезной коррекции для применения их в проектировании ГТС. Среди множества задач по гидравлике плановых потоков наиболее трудными являются задачи с заранее неизвестными границами потока при его растекании в широкое отводящее русло за безнапорными водопропускными трубами. На выходе потока из трубы наилучшую адекватность по параметрам потока дают упрощенные аналитические методы на основе модели потенциального течения потока, далее силы сопротивления потоку увеличиваются и необходимо совершить переход к численным методам. Однако крепление сооружения выполняется именно в области выхода потока из водопропускной трубы, где можно ограничиться аналитическим решением. Если сразу же решать граничную задачу численными методами, то в силу особенностей задачи (разрыва параметров в выходной кромки трубы) адекватность решения задачи понижается. Следовательно, в первую очередь необходимо использовать аналитические методы, как базу для дальнейшего использования численных методов. Поэтому математическая модель потока имеет весьма важное не только теоретическое значение, но и практическую значимость.

В настоящей работе автором рассмотрены особенности моделирования бурных, двухмерных в плане, открытых, стационарных водных потоков и найдены решения граничных задач для данных потоков, которые можно разделить на несколько групп: аналитические методы в физической области течения потока; методы, основанные на методе характеристик; численные методы; аналитико-численные методы; аналитические методы с использованием промежуточной плоскости годографа скорости; эмпирические методы, которые определяют отдельные параметры потока обработкой накопленных экспериментальных данных методами регрессионного анализа.

Цель работы: Разработать новые математические методы моделирования потенциального течения двухмерных плановых бурных свободно растекающихся потоков и алгоритмы проверки адекватности математической модели по определению параметров двухмерных плановых бурных свободно растекающихся потоков с использованием аналитических и численных методов, а также выявить характер изменения модельных параметров потока в зависимости от входных параметров для расчета и доказательства более высокой степени адекватности модельного потока реальному и возможности выбора в следствии этого более надежного крепления сооружений.

Для достижения поставленной цели решались следующие задачи:

– выбор наиболее перспективной модели системы описывающей движение двухмерных в плане водных потоков на основе анализа работ известных авторов;
– поиск новых аналитических решений этой системы, позволяющих решить граничную задачу свободного растекания двухмерного бурного водного потока при его растекании в широкое гладкое отводящее русло за безнапорными прямоугольными водопропускными трубами;
– постановка и решение граничной задачи свободного растекания бурного стационарного потока в плоскости годографа скорости и в физической плоскости;
– переход в физическую плоскость для определения всего комплекса параметров потока аналитическими и численными методами;
– разработка алгоритмов и пакетов программ для расчета всего спектра параметров бурного потока за безнапорными и полунапорными прямоугольными трубами при его свободном растекании в широкое отводящее русло для дорожных водоотводов и малых мостов;
– доказательство повышения адекватности полученной модели по сравнению с реальным растеканием потока и с ранее известными моделями и методами. И как следствие улучшение надежности ГТС при его проектировании и строительстве;
– формулирование выводов и предложений по практическому использованию результатов работы.

Методы исследований

Для решения поставленных задач в работе использованы аналитические и численные методы, методы математического моделирования, современные вычислительные технологии, выполнена проверка адекватности полученной модели экспериментальным данным.

Научная новизна работы:

– разработаны новые математические методы моделирования двухмерных плановых потоков;
– определен спектр ранее не известных аналитических решений системы двухмерных плановых потоков в плоскости годографа скорости;
– найдены решения граничной задачи свободно растекающегося бурного стационарного потока как в плоскости годографа скорости, так и в физической плоскости течения потока аналитическими и численными методами;
– повышена адекватность модели по сравнению с ранее известными методами;

– сформулирована общая технология решения граничных задач на примере свободно растекающегося бурного стационарного потока в плоскости годографа скорости и физической плоскости растекания потока;

– разработаны алгоритмы и компьютерные программы для вычисления всего спектра параметров бурного потока, необходимых для проектирования ГТС.

Теоретическая и практическая ценность работы

Полученные результаты работы могут быть использованы для дальнейших теоретических исследований свободно растекающегося бурного стационарного водного потока, а также проектными организациями для расчетов крепления водопропускных сооружений как в дорожном строительстве, так в мелиорации и в водном хозяйстве. Результаты исследований используются в ООО "ИКЦ "Безопасность ГТС"" (Акт о внедрении результатов работы), в учебном процессе по курсу "Гидравлика открытых потоков" (Справка о внедрении в учебный процесс).

Соответствие диссертации паспорту научной специальности

Содержание работы соответствует паспорту специальности 05.13.18 - "Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ" (физико-математические науки), а именно область исследования соответствует п.1"Разработка новых методов моделирования объектов и явлений"; п.2 "Развитие качественных и приближенных аналитических методов исследования математических моделей"; п.5 "Комплексные исследования научных и технических проблем с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента"; п.7 "Разработка новых математических методов и алгоритмов интерпретации натурного эксперимента на основе его математической модели ".

Основные результаты, выносимые на защиту:

1. Преимущества разработанных новых математических методов моделирования решения ряда практических задач по гидравлике плановых потоков с использованием промежуточной плоскости годографа скорости.
2. Аналитические и численные методы расчета параметров свободно растекающегося потока за водопропускными трубами прямоугольного сечения.
3. Алгоритмы и программы для определения характеристик (скоростей, глубин, формы крайней линии тока и произвольной линии тока, формы свободной поверхности потока) свободно растекающегося потока за водопропускными прямоугольными безнапорными трубами и малыми мостами.

Апробация работы. Основные положения работы докладывались и получили положительную оценку на:

Международной научно-практической конференции "Роль мелиорации, лесного и водного хозяйства в развитии аграрного сектора", г. Новочеркасск, октябрь 2012 г.; Международной научно-практической конференции "Инновационные пути развития АПК: проблемы и перспективы" ДонГАУ, п. Персиановский, февраль 2013 г. и др.

Достоверность результатов.

Результаты, полученные при выполнении исследований, вывод основной системы двухмерных плановых потоков в плоскости годографа скорости и в физической плоскости, правильность постановки и решения граничных задач подтверждаются проверкой адекватности модели по параметрам потока и натурными исследованиями, а также сопоставлением с результатами исследований других авторов.

Публикации. Основные материалы исследований опубликованы в 11 печатных работах, в том числе 4 статьи в изданиях, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ, 1 монография и 5 научных работ в других изданиях, 1 свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ.

Личный вклад автора. Автор определил новые решения системы уравнений движения двухмерных бурных плановых стационарных потоков. Поставил и решил граничную задачу в плоскости годографа скорости и в плоскости течения потока; дополнил и модернизировал существующие и разработал новые алгоритмы и программы для расчета параметров потока, привел их к методам проверки адекватности. Разработал общую технологию решения плановых задач по течению потенциальных потоков в общем виде.

Структура и объем диссертации. Работа состоит из введения, пяти глав, общих выводов, приложений и списка литературы.

Общий объем диссертации включает 146 страниц, 46 рисунков, 2 таблицы, 36 фрагментов программ, список литературы, включающий 80 источников и 3 приложения.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении доказана актуальность темы, изложены цель и задачи исследований, обоснована научная новизна и практическая ценность работы.

В первой главе выполнен обзор научных работ, посвященных разработке математической модели расчета параметров двухмерного в плане бурного открытого свободно растекающегося потока вообще и за прямоугольными водопропускными трубами в том числе, работающих в безнапорном и полунапорном режимах. В результате анализа подтверждена цель и актуальность исследований, сформулированы задачи исследований.

Рассмотрены ограничения на модель движения жидкости и место исследований в общей теории гидродинамики. Приняты следующие основные допущения: вертикальные (или нормальные к выбранной координатной плоскости) составляющие местных осредненных скоростей и ускорений малы; векторы скоростей жидких частиц, расположенных на одной вертикали, лежат в одной плоскости; распределение скоростей на любой вертикали практически равномерное.

В практике ГТС существует достаточно широкий класс потоков, параметры которых отвечают отмеченным допущениям двухмерности. Двухмерным плановым приближенно является всякий поток в открытом русле, у которого ширина поверху хотя бы в несколько раз больше глубины, рельеф дна является достаточно плавным и искривление струй в плане не слишком велико. Указанным условиям могут удовлетворять как спокойные (докритические) потоки, так и бурные (сверхкритические). Принятие сформулированных выше допущений приводит к модели реального потока, которую и называют двухмерным плановым потоком, а задачу его расчета − плановой задачей. В настоящей работе рассматривается только двухмерный водный поток.

Во второй главе рассмотрены уравнения двухмерного водного потока с упрощениями, уравнения потенциального двухмерного в плане бурного потока в физической плоскости течения потока, соотношения между параметрами потока из метода характеристик; изучена система уравнений движения двухмерных в плане потенциальных потоков и ее решение; проведена проверка правильности вывода системы уравнений планового потенциального потока в плоскости годографа скорости; сведена система уравнений плановых потоков воды к решению уравнения второго порядка в частных производных; доказано формальное совпадение уравнений движения двухмерных в плане открытых водных потоков и уравнений движения идеального газа; найдено решение основной системы двухмерных потенциальных потоков в плоскости годографа скорости. При z_0=const, $T_x = T_y = 0$ система уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} u_x \dfrac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \dfrac{\partial u_x}{\partial y} = -g \dfrac{\partial h}{\partial x}; \\ u_y \dfrac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \dfrac{\partial u_y}{\partial y} = -g \dfrac{\partial h}{\partial y}; \\ \dfrac{\partial}{\partial x}\left(hu_x\right) + \dfrac{\partial}{\partial y}\left(hu_y\right) = 0. \end{cases} \tag{1}$$

Считая движение безвихревым (потенциальным), следует

$$\frac{\partial u_y}{\partial x} = \frac{\partial u_x}{\partial y}. \tag{2}$$

Для потенциального потока справедлив интеграл Бернулли:

$$h + \frac{u^2}{2g} = H_0 = const, \quad H_0 = \frac{u_0^2}{2g} + h_0, \tag{3}$$

где $u^2 = u_x{}^2 + u_y{}^2$ − квадрат модуля вектора скорости на данной вертикали плана течения; u_0, h_0 – параметры потока на выходе из трубы. Функция тока описывается уравнением:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}\left[1 - \frac{1}{c^2h^2}\left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)^2\right] + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}\cdot\left[1 - \frac{1}{c^2h^2}\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)^2\right] + \frac{2}{c^2h^2}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial x}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial y}\cdot\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial y} = 0 \tag{4}$$

Уравнение (4) служит основой для разработки метода (характеристики) расчета параметров потока. Вдоль характеристики в плоскости годографа скорости справедливо уравнение:

$$\theta = \pm(\sqrt{3}arctg\sqrt{\frac{F-1}{3}} - arctg\sqrt{F-1}) + C', \tag{5}$$

где θ − угол характеризующий направление вектора скорости жидкой частицы потока.

В настоящей работе осуществлён поиск форм уравнений движения потока, которые допускают их аналитическое решение. В качестве исходной системы плановых уравнений потенциального потока воды в случае плоского горизонтального дна без учета сил сопротивления потоку воспользуемся системой:

$$\begin{cases} V_x \dfrac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \dfrac{\partial V_y}{\partial y} + g \dfrac{\partial h}{\partial x} = 0; \\ V_x \dfrac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \dfrac{\partial V_y}{\partial y} + g \dfrac{\partial h}{\partial y} = 0; \\ \dfrac{\partial (V_x h)}{\partial x} + \dfrac{\partial (V_y h)}{\partial y} = 0; \\ \dfrac{\partial V_x}{\partial y} - \dfrac{\partial V_y}{\partial x} = 0. \end{cases} \tag{6}$$

Анализируя третье уравнение неразрывности потока системы (6) в совокупности с условием отсутствия вихря − четвертое уравнение системы (6), можно сделать вывод о существовании потенциальной функции φ и функции тока ψ, таких, что выполняется система дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} V_x = \dfrac{\partial \varphi}{\partial x}, \\ V_y = \dfrac{\partial \varphi}{\partial y}, \\ \dfrac{h}{h_0} V_x = \dfrac{\partial \psi}{\partial y}, \\ \dfrac{h}{h_0} V_y = -\dfrac{\partial \psi}{\partial x}, \end{cases} \tag{7}$$

где φ, ψ –потенциальная функция и функция тока. Уравнения справедливы как для бурных потоков при F>1, так и для спокойных при F<1, где F $=\frac{V^2}{gh}$ - число Фруда. Вводя параметр $\tau = \dfrac{V^2}{2gH_0}$, система уравнений математической физики в плоскости годографа скорости имеет вид:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \varphi}{\partial \tau} = -\dfrac{h_0}{2H_0} \cdot \dfrac{1-3\tau}{\tau(1-\tau)^2} \cdot \dfrac{\partial \psi}{\partial \theta}; \\ \dfrac{\partial \varphi}{\partial \theta} = 2\dfrac{h_0}{H_0} \cdot \dfrac{\tau}{1-\tau} \cdot \dfrac{\partial \psi}{\partial \tau} \end{cases} \tag{8}$$

при этом для спокойных потоков справедливо неравенство: $0 \le \tau < \frac{1}{3}$; для бурных: $\frac{1}{3} < \tau \le 1$. Итак, дополнительное условие потенциальности потока позволяет для плановых потоков перейти от существенно нелинейной системе уравнений в физической плоскости относительно частных производных (1) к линейной системе относительно частных производных в плоскости годографа скорости (8). Преобразовав систему (8), получим следующее уравнение:

$$\frac{\partial}{\partial\tau}\left\{\frac{2\tau}{1-\tau}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial\tau}\right\}+\frac{1-3\tau}{2\tau(1-\tau)^2}\cdot\frac{\partial^2\psi}{\partial\theta^2}=0. \qquad (9)$$

Итак, поиск решения системы (8) эквивалентен поиску решений уравнения (9). Полученное уравнение (9), при $0\le\tau<\frac{1}{3}$ для спокойных потоков, относится к эллиптическому типу, а при $\frac{1}{3}<\tau\le 1$, то есть при $F>1$ относится к гиперболическому типу.

Чаплыгин С.А. в плоскости годографа вектора скорости получил уравнение для идеального газа в виде:

$$\begin{cases}\dfrac{\partial\varphi}{\partial\theta}=\dfrac{2\tau}{(1-\tau)^{\beta}}\cdot\dfrac{\partial\psi}{\partial\tau}\\ \dfrac{\partial\varphi}{\partial\tau}=-\dfrac{1-(2\beta+1)\tau}{2\tau(1-\tau)^{\beta+1}}\cdot\dfrac{\partial\psi}{\partial\theta}\end{cases} \qquad (10)$$

$$\frac{\partial}{\partial\tau}\left\{\frac{2\tau}{(1-\tau)^{\beta}}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial\tau}\right\}+\frac{1-(2\beta+1)\tau}{2\tau(1-\tau)^{\beta+1}}\cdot\frac{\partial^2\psi}{\partial\theta^2}=0\cdot \qquad (11)$$

Как видно из сравнения уравнений (8), (9) и (10), (11) они совпадают при $\beta=1$. Этот факт дает широкие перспективы для теории и практического развития аналитических решений граничных задач по течению двухмерных в плане открытых водных потоков, используя метод получения решений уравнения для идеального газа примененный Чаплыгиным С.А. Новое решение уравнения (9) найдено автором в виде:

$$\psi=C\frac{(1-\tau)^2}{\tau^{1/2}}\sin(\theta-\theta_{\max}), \qquad (12)$$

которое позволят далее корректно поставить граничную задачу свободно растекающегося потока в плоскости годографа скорости. В общем виде решение уравнения (9) имеет решение в виде ряда:

$$\psi=\sum_{k=1}^{N}A_k\psi_k(\tau)\sin k\theta,\ k=1,2,3,\ldots,N, \qquad (13)$$

которое позволяет моделировать решение задач по гидравлике, а также сформулировать общую технологию решения практических задач гидравлики двухмерных в плане стационарных бурных водных потоков.

В третьей главе рассмотрено моделирование задач по течению двухмерных в плане потенциальных бурных потоков; решение ряда известных задач по гидравлике плановых бурных потоков. Поставлена и решена задача о свободном растекании бурного двухмерного в плане открытого стационарного водного потока. Решение ряда известных задач по гидравлике плановых бурных потоков было произведено для проверки и обоснования метода с использованием промежуточной плоскости годографа скорости (задача определения параметров потока радиально растекающегося источника; задача определения параметров бурного потока при обтекании выпуклого угла). Сформулирована общая технология решения практических задач гидравлики двухмерных в плане стационарных бурных водных потоков: **1.** Подбираются приемлемые решения системы дифференциальных уравнений в плоскости годографа скорости для функции тока (13), исходя из физики процесса. **2.** Определяется решение для потенциальной функции из системы (8). **3.** Для задач с твердыми боковыми стенками определяются постоянные A_k из граничных условий. **4.** Для задач с одной степенью свободы используется принцип оптимальности в природе и далее, исходя из этого принципа и граничных условий, определяются постоянные A_k. **5.** Для определения параметров потока в точке пересечения заданной линии тока и заданной эквипотенциали решается система:

$$\begin{cases} \psi = \sum_{k=1}^{N} A_k \psi_k\left(\tau,\theta\right) = C_1; \\ \varphi = \sum_{k=1}^{N} B_k \varphi_k\left(\tau,\theta\right) = C_2; \end{cases} \tag{14}$$

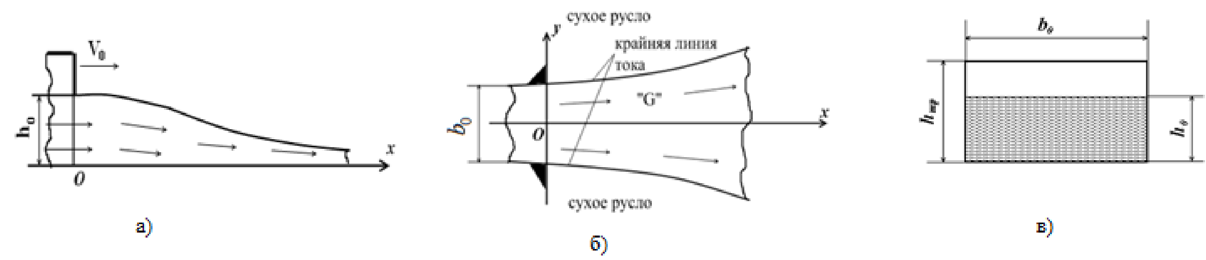
где C_1 – задается удельным расходом потока отнесенным заданной линией тока; C_2 – определяется назначением параметра τ в характерных точках (к примеру на оси симметрии потока). **6.** Из системы (14) определяются параметры τ, θ и далее

$$h = H_0\left(1-\tau\right); \quad V = \tau^{1/2}\sqrt{2gH_0} \tag{15}$$

7. Решение задачи в физической плоскости. Координаты точки пересечения заданной линии тока и заданной эквипотенциали определяются из дифференциальной связи между планом течения потока и плоскостью годографа скорости:

$$d\left(x+iy\right) = \frac{1}{V}e^{i\theta}\left(d\varphi + i\frac{h_0}{h}d\psi\right). \tag{16}$$

Для задачи свободного растекания водного потока приведем схему растекания потока, которая приведена на рисунке 1 (V_0 – модуль скорости частиц потока на его выходе из трубы, h_0 – глубина потока на его выходе из трубы, b_0 – ширина трубы, $h_{тр}$ – высота трубы).



а) вертикальный разрез по оси симметрии потока; б) план растекания потока; в) поперечное сечение потока и трубы.

Рисунок 1 – Схема растекания потока.

Постановка граничной задачи в физической плоскости. Поток в области «G» (рисунок 1) удовлетворяет следующей системе уравнений:

$$\begin{cases} H_0 = \dfrac{V^2}{2g} + h = \dfrac{V_0^2}{2g} + h_0 \text{ – уравнение Бернулли;} \\ \dfrac{\partial(hu_x)}{\partial x} + \dfrac{\partial(hu_y)}{\partial y} = 0 \text{ – уравнение неразрывности потока;} \\ \dfrac{\partial u_x}{\partial x} - \dfrac{\partial u_y}{\partial y} = \Omega = 0 \text{ – условие потенциальности движения потока.} \end{cases} \tag{17}$$

Постоянная H_0 зависит от параметров потока на выходе из трубы, т.е. от V_0, h_0 – скорость и глубина потока на выходе из трубы.

Граничные условия для задачи в физической плоскости следующие: на выходе потока из трубы: $x=0$, $h=h_0$, $V=V_0$, $-\dfrac{b_0}{2} \le y \le \dfrac{b_0}{2}$, $\theta=0$; вдоль оси симметрии: $\theta=0$; на бесконечности: $x \to \infty, h \to 0, V \to V_{\max} = \sqrt{2gH_0}$; вдоль крайней линии тока: $y = f(x),\ y'_x = tg\theta$; на бесконечности вдоль крайней линии тока: $\theta \to \theta_{\max}, h \to 0, V \to V_{\max}$, где θ_{max} определяется из уравнения характеристик (5). Крайняя линия тока отсекает от оси Ox 50% расхода Q, т.е. $Q/2$ или для удельного расхода $-\dfrac{V_0 b}{2}$. В области течения потока «G» необходимо определить следующие параметры: проекции вектора скорости u_x, u_y; местную глубину h; неизвестную границу области растекания потока $y=f(x)$ учитывая, что модуль скорости $V = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}, \theta = arctg\dfrac{u_x}{u_y}$. Для решения поставленной задачи граничных условий недостаточно. Поэтому решить аналитически задачу непосредственно в физической плоскости течения потока не представляется возможным. Таким образом, решим сначала поставленную задачу в плоскости годографа скорости, а затем, используя формулу перехода (16), перейдем из плоскости годографа скорости в физическую плоскость.

Постановка граничной задачи в плоскости годографа скорости. Решить задачу в плоскости годографа скорости – это значит определить вид функций $\psi=\psi(\tau, \theta)$, $\varphi=\varphi(\tau, \theta)$ удовлетворяющих уравнению второго порядка в частных производных (9) и удовлетворяющих граничным и дополнительным условиям, а так же всем свойствам на поток. Дифференциальное уравнение (9) в частных производных имеет целый спектр решений. Из спектра решений уравнений (9) выберем такое решение, которое удовлетворяло бы следующим трем условиям: угол $\theta = 0$ при $\tau = \tau_0$; угол $\theta = \theta_{max}$ при $\tau = 1$ − вдоль крайней линии тока; условие монотонности − возрастание угла $\theta = \theta(\tau)$ при $\tau_0 \le \tau \le 1$. Возьмем решение в виде:

$$\psi = C\frac{(1-\tau)^2}{\tau^{1/2}}\sin(\theta-\theta_{\max}) + \sum_{k=1}^{N}\psi_k(\tau)\sin k\theta. \quad (18)$$

Этим трем условиям удовлетворяют решение (18) только при $k = 1$, то есть

$$\psi = C\frac{(1-\tau)^2}{\tau^{1/2}}\sin(\theta-\theta_{\max}) + A_1\frac{\sin\theta}{\tau^{1/2}} + A_2\tau^{1/2}\left(1-\frac{\tau}{2}\right)\sin\theta, \quad (19)$$

где A_1 и A_2 − некоторые константы.

Получены решения: для $\tau_0 < 2/3$ и $\tau_0 \ge 2/3$, которые сравнивались с результатами экспериментов и показывают более высокую степень адекватности, чем в известных методах других авторов в окрестности выхода потока из трубы.

1. При $\frac{1}{3} < \tau < \frac{2}{3}, 1 < F < 4$:

$$\psi = A\frac{\sin\theta}{\tau^{1/2}}, \quad (20)$$

где $A_1 = \frac{V_0 b}{2\sin\theta_{\max}}$.

2. При $\frac{2}{3} \le \tau, \quad F > 4$:

$$\psi = A\sin\theta\tau^{1/2}(1-\tau), \quad (21)$$

где $A_2 = \frac{V_0 b}{\sin\theta_{\max}}$.

Для потенциальной функции справедливо решение:

$$\varphi(\tau,\theta) = \frac{h_0}{H_0}\frac{A_1\cos\theta}{\tau^{1/2}(1-\tau)}, \quad 1 < F < 4 \quad (22)$$

$$\varphi(\tau,\theta)=\frac{h_0}{H_0}\frac{A_2\cos\theta\tau^{1/2}(3\tau-2)}{2(1-\tau)},\quad F\geq 4. \qquad (23)$$

Далее при решении (20)-(23), используя (16) автор получил формулы для решения плановой задачи по свободному растеканию потока и можно его свести к ряду типовых задач в плоскости годографа скорости и в физической плоскости: 1) определение параметров потока в точке пересечения крайней линии тока и произвольной эквипотенциали; 2) определение параметров потока в произвольной точке на оси симметрии; 3) определения параметров потока в точке К (рисунок 2) выхода крайней линии тока из трубы; 4) определение параметров потока в произвольной точке Т на нулевой эквипотенциали; 5) определение параметров потока τ_M, θ_M в произвольной точке М пересечения произвольной линии тока, заданной расходом K_T и произвольной эквипотенциали, заданной параметром τ_A в точке ее пересечения с осью симметрии потока. Соответственно были решены типовые задачи по свободному растеканию бурного потока в физической плоскости: 1) определение абсциссы x_D точки D (рисунок 2) на нулевой эквипотенциали; 2) нахождение закона распределения глубин и скоростей вдоль оси симметрии потока; 3) определение координат потока в точке вдоль крайней линии тока, в которой известны параметры τ, θ. 4) определение координат произвольной точки в плане течения, образованной пересечением произвольной линии тока, заданной расходом K_T и произвольной эквипотенциали, заданной параметром τ_A в точке ее пересечения с осью симметрии потока.

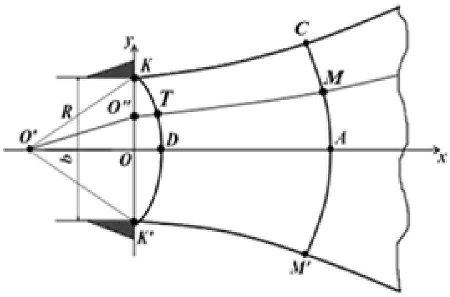


Рисунок 2 – План течения бурного потока.

Для решения задачи с учетом сил сопротивления потоку предлагается обобщенный численный метод. Создана общая схема решения задачи, выполнен вывод основных уравнений в дифференциальном и интегральном видах, дискретных алгоритмических форм для конечно-разностных уравнений, а также систем алгебраических уравнений следующих из этих форм. В работе показан метод определения параметров потока в узлах выделенных автором точечных шаблонов. Выделяется из потока область течения $M_1DA_1M_2$ (рисунок 3) и разбивается на прямоугольные и один треугольный шаблоны.

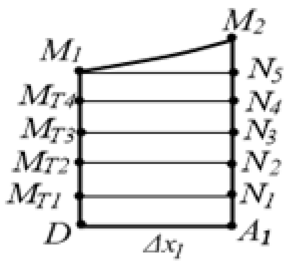


Рисунок 3 – Схема разбиения полосы $DM_1M_2A_1$ на простые элементы.

При этом ширина прямоугольников остается постоянной, а шаги Δy_i разные. Для определения параметров потока вдоль правой стороны на рисунке 3, идя снизу вверх, необходимо определить параметры в точке ($m+1;\ k+1$), если известны шаги Δx, Δy и параметры потока $V,\ h,\ \theta$ в остальных трех точках. Воспользуемся системой интегральных уравнений для двухмерного в плане потока:

$$\oint_{\Gamma}\left(\overline{\Pi}dy-\overline{\Phi}dx\right)=-\int_{S}\overline{\psi}dxdy,$$

где Γ – произвольная замкнутая кривая в плоскости Oxy; S – фигура в плоскости Oxy, ограниченная кривой Γ; $\overline{\Pi}$, $\overline{\Phi}$, $\overline{\psi}$ – векторы, согласно следующие:

$$\overline{\Pi}=\begin{bmatrix} Vh\cos\theta \\ V^2h\cos^2\theta+\dfrac{gh^2}{2} \\ V^2h\sin\theta\cos\theta \end{bmatrix},\quad \overline{\Phi}=\begin{bmatrix} Vh\sin\theta \\ V^2h\sin\theta\cos\theta \\ V^2h\sin^2\theta+\dfrac{gh^2}{2} \end{bmatrix},\quad \overline{\psi}=\begin{bmatrix} 0 \\ gh\dfrac{\partial Z_д}{\partial x}+\dfrac{1}{2}\lambda V^2\cos\theta \\ gh\dfrac{\partial Z_д}{\partial y}+\dfrac{1}{2}\lambda V^2\sin\theta \end{bmatrix},$$

где V – модуль местной скорости жидкой частицы потока; h – глубина потока; θ – угол, характеризующий направление вектора скорости; $\lambda=0{,}0303(K_S/h)^{1/3}$ - коэффициент гидравлического трения; K_S – средняя высота выступов шероховатости дна нижнего бьефа; g – ускорение силы тяжести; $Z_д$ – отметка поверхности дна нижнего бьефа.

В четвертой главе на основании теории главы 3 были разработаны алгоритмы

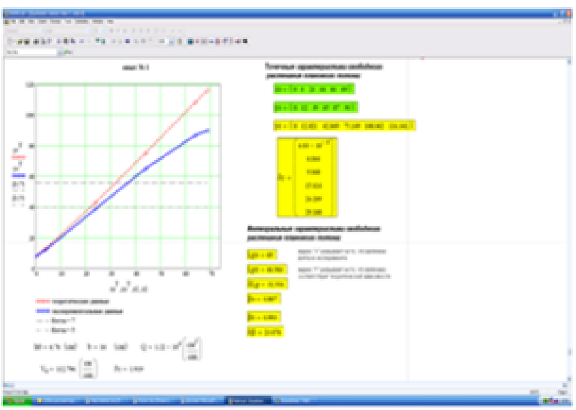


Рисунок 4 - Экранная форма программы расчета параметров и геометрии двухмерного потенциального водного потока

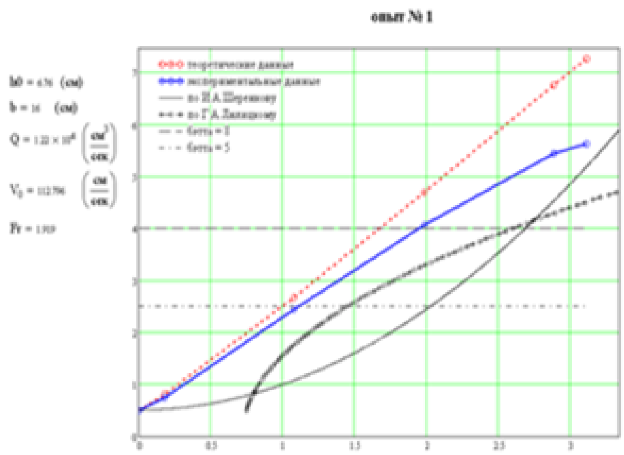


Рисунок 5 – Графики сравнения экспериментальной линии тока с полученными по методам автора, И.А. Шеренкова и Г.А. Лилицкого в опыте № 1

и написаны программы на базе математического пакета MathCad 13, которые позволяют производить расчет не только крайней, но и произвольной линии тока, а также произвольной эквипотенциали. Разработаны также программы, которые позволяют определить в точках пересечения линий тока и эквипотенциалей скорости потока в этих точках, значения глубин и параметры τ и θ. Эта информация может быть использована проектировщиками гидротехнических и дорожных водопропускных сооружений. Доказана адекватность полученных геометрических параметров реальному процессу и улучшена по сравнению с ранее известными методами (рисунок 5). Программы работают и дают однозначный устойчивый результат.

В пятой главе разработан комплекс программ для выявления свойств модели свободного растекания водного потока. Были выявлены основные свойства свободного растекания потока за трубами прямоугольного сечения:

- степень растекания потока уменьшается с увеличением параметра Фруда на выходе потока из трубы в отводящее русло;
- при одинаковых числах Фруда на выходе потока из трубы графики крайних линий тока в безразмерных координатах x/b, y/b совпадают;

при разных числах Фруда крайние линии тока в координатах x/b, y/b не совпадают.

ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

- В работе для решения практических задач по определению параметров свободно растекающегося потока был обосновано выбран перспективный метод расчета с использованием плоскости годографа скорости.
- Поставлена и решена граничная задача по свободному растеканию бурных потенциальных потоков.
- Получены аналитические и численные решения системы, описывающей движение бурного потенциального потока.
- Получены алгоритмы и программы для определения всего спектра параметров потока.
- Доказана адекватность полученных геометрических параметров реальному процессу и улучшена по сравнению с ранее известными методами (рис. 4).
- Сформулирована общая технология решения граничных задач по течению потенциальных бурных водных потоков, позволяющая решать разнообразные типовые задачи по свободному растеканию водного потока, что находит применение на практике при проектировании ГТС.

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Работы, опубликованные в изданиях, рекомендованных ВАК РФ:

1. Папченко Н.Г. Модель расчета параметров потока на входе в расширение / В.Н. Коханенко, Н.Г. Папченко, И.В. Папченко // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки. – 2008. – № 4.– С. 140-143
2. Папченко Н.Г. О формальном совпадения уравнений движения духмерных в плане открытых водных потоков и уравнений движения идеального газа / В.Н. Коханенко, Н.Г. Папченко, И.В. Папченко // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки. – 2008. – № 5. – С. 16-20

3. Папченко Н.Г. Определение уравнения крайней линии тока в плоскости годографа скорости в задаче свободного растекания бурного потока за безнапорными трубами / В.Н. Коханенко, Н.Г. Папченко // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки. – 2013. – № 3. – С. 53-54.
4. Папченко Н.Г. Общая технология решения практических задач гидравлики двухмерных в плане стационарных бурных водных потоков аналитическим методом с использованием плоскости годографа скорости / Н.Г. Папченко // Вестник ВГУ. сер. Физ. Мат. – 2014. – № 2. - С. 159-163.
5. Папченко Н.Г. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2014611308 от 30.01.2014 г. – М.: Федеральная служба по интеллектуальной собственности (Роспатент).

Монография

6. Папченко Н.Г. Моделирование бурных двухмерных в плане водных потоков: монография / Н.Г. Папченко, В.Н. Коханенко, В.Я. Волосухин, М.А. Лемешко // Ростов-на-Дону: Изд-во ЮФУ, 2013. - 186 с.

Работы, опубликованные в международных и всероссийских сборниках:

7. Папченко Н.Г., Коханенко В.Н. Поиск решений краевой задачи свободного растекания бурного потока за водопропускными трубами в плоскости годографа скорости для линии тока // Вестник развития науки и образования. – Москва, 2009. – № 6. – С. 19-25
8. Папченко Н.Г., Коханенко В.Н., Косиченко Н.В. Определение потенциальной функции в плоскости годографа скорости свободно растекающегося водного потока за водопропускной трубой // Интеграция науки, образования и бизнеса для обеспечения продовольственной безопасности РФ: материалы междунар. науч.-практ. конф. / ДонГАУ. – Персиановский, 2010. – Т.2.– С.29-31
9. Папченко Н.Г., Коханенко В.Н., Мицик М.Ф. Сравнение кривых, описывающих крайнюю линию тока, в плоскости годографа и в физической плоскости // Инновации в науке, образовании и бизнесе - основа эффективного развития АПК: материалы междунар. науч.- практ. конф. / ДонГАУ. – Персиановский, 2011. – Т.2.– С.33-36
10. Папченко Н.Г., Коханенко В.Н. Определение уравнения крайней линии тока в плоскости годографа скорости в задаче свободного растекания бурного потока за безнапорными трубами // Роль мелиорации, лесного и водного хозяйства в развитии аграрного сектора: материалы междунар. науч.-практ. конф. / г. Новочеркасск, 2012. – С. 15-17
11. Папченко Н.Г., Коханенко В.Н., Мицик М.Ф. Аппроксимация уравнения крайней линии тока в задаче свободного растекания бурного потока // Инновационные пути развития АПК: проблемы и перспективы: материалы междунар. науч.-практ. конф. / ДонГАУ. – Персиановский, 2013. – Т.3.– С.30-33