На правах рукописи

Струкова Ирина Игоревна

ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПЕРИОДИЧЕСКИХ НА БЕСКОНЕЧНОСТИ ФУНКЦИЙ

01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Воронеж – 2014

Работа выполнена в Воронежском государственном университете.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор Баскаков Анатолий Григорьевич.

Официальные оппоненты: Брук Владислав Моисеевич,
доктор физико-математических наук,
доцент, Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.,
кафедра “Математика и моделирование”,
профессор

Бичегкуев Маирбек Сулейманович,
доктор физико-математических наук,
доцент,Северо-Осетинский государственный университет, кафедра функционального анализа и дифференциальных уравнений,
заведующий.

Ведущая организация: Белгородский государственный национальный исследовательский университет.

Защита состоится 23 декабря 2014 года в 15 часов 10 минут на заседании диссертационного совета Д 212.038.22 при Воронежском государственном университете по адресу: 394006, Воронеж, Университетская пл., 1, ауд. 335.
С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Воронежского государственного университета, а также на сайте
http://www.science.vsu.ru/disserinfo&cand=2669.

Автореферат разослан ” ” октября 2014 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Гликлих Юрий Евгеньевич

Общая характеристика работы

Актуальность работы. Диссертация посвящена некоторым избранным вопросам гармонического анализа периодических на бесконечности функций. Такой класс функций является новым и ранее не рассматривался. Обычно появление новых классов функций диктуется различными обстоятельствами. Например, почти периодические функции возникли по причине алгебраического характера: сумма и произведение двух периодических функций с несоизмеримыми периодами не являются периодическими функциями. Периодические на бесконечности функции являются расширением класса периодических функций и возникают как ограниченные решения некоторых классов разностных и дифференциальных уравнений. Естественным образом возникает необходимость решения классических вопросов гармонического анализа для периодических на бесконечности функций: создание теории рядов Фурье (в том числе формулировка определений ряда Фурье, коэффициентов Фурье), проблемы сходимости рядов Фурье, оценки сходимости рядов Фурье, критерии периодичности на бесконечности функции, получение аналога теоремы Винера об абсолютно сходящихся рядах Фурье, описание спектра (пространства максимальных идеалов) алгебры периодических на бесконечности функций. Важным является получение критериев периодичности на бесконечности ограниченных решений разностных и дифференциальных уравнений.

Таким образом, тема диссертации является вполне актуальной.

Цель диссертационной работы состоит в создании теории рядов Фурье периодических на бесконечности функций, изучении вопросов их сходимости, получении обобщения теоремы Винера об абсолютно сходящихся рядах Фурье, описании спектра алгебры периодических на бесконечности функций, получении критерия представимости периодической на бесконечности функции в виде суммы периодической и убывающей на бесконечности функции и критерия периодичности на бесконечности решений некоторых классов разностных и дифференциальных уравнений.

Методика исследования. В работе используются методы гармонического и функционального анализа, спектральной теории изометрических представлений, теории операторов и теории функций.

Научная новизна. Все результаты, включенные в диссертацию, являются новыми. Наиболее значимые из них перечислены в следующем списке:

1. Введены понятия канонического и обобщенного рядов Фурье периодических на бесконечности функций со значениями в комплексном банаховом пространстве X, изучены свойства рядов Фурье и вопросы их сходимости.

2. Теорема Винера об абсолютно сходящихся рядах Фурье для периодических функций распространена для периодических на бесконечности функций с абсолютно сходящимися рядами Фурье.

3. Описаны спектры алгебр медленно меняющихся и периодических на бесконечности функций.

4. Получен критерий представимости периодической на бесконечности функции в виде суммы периодической и убывающей на бесконечности функции.

5. Получены критерии периодичности на бесконечности решений некоторых классов разностных и дифференциальных уравнений.

Практическая и теоретическая значимость. Результаты, изложенные в диссертации, имеют в основном теоретическую ценность. Они могут быть использованы для дальнейшего развития теории периодических на бесконечности функций, исследования ограниченных решений некоторых классов разностных и дифференциальных уравнений.

Апробация работы. Основные результаты диссертации докладывались на Воронежских зимних математических школах С.Г. Крейна 2010, 2012, 2013, 2014, на Крымских осенних математических школах 2010, 2011, 2012, на Крымской международной математической конференции 2013, на математическом интернет-семинаре ISEM-2013 (Германия, Блаубойрен), на Диффеотопической школе 2012 (Польша, Гдыня), на международной конференции "Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики" 2013 (Воронеж), на международной конференции, посвященной 100-летию со дня рождения Б.М. Левитана 2014 (Москва), на конференции "Современные проблемы анализа динамических систем. Приложения в технике и технологиях" 2014 (Воронеж), на семинарах А.Г. Баскакова, а также на научных сессиях ВГУ.

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в работах [1-20]. Работы [7, 10, 12, 13] опубликованы в журналах из перечня рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ. Из совместных работ [1, 2, 3, 19] в диссертацию включены результаты, принадлежащие лично автору.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, 5 глав и библиографии, включающей 75 наименований. Общий объем диссертации 100 страниц.

Содержание диссертации

В <u>первой главе</u> приводятся широко используемые в диссертации понятия и результаты из теории топологических групп, банаховых модулей, банаховых алгебр и представлений групп.

Во второй главе рассматриваются периодические на бесконечности функции, заданные на $\mathbb{J} \in \{\mathbb{R}_+, \mathbb{R}\}$, со значениями в комплексном банаховом пространстве X. Для таких функций получен ряд классических результатов о рядах Фурье в смысле Чезаро, достаточное условие сходимости ряда Фурье. Также получены аналог теоремы Винера об абсолютно сходящихся рядах Фурье и критерий представимости периодической на бесконечности функции в виде суммы периодической и убывающей на бесконечности функций. Кроме того, приведен пример периодической на бесконечности функции, коэффициенты Фурье которой могут сколь угодно медленно сходиться к нулю.

Перейдем к изложению основных результатов диссертации.

Пусть X – комплексное банахово пространство, $\mathbb{J} \in \{\mathbb{R}_+,\ \mathbb{R}\}$.

Определение 2.1. Функция $x \in C_{b,u}(\mathbb{J}, X)$ называется *медленно меняющейся на бесконечности*, если $(S(t)x - x) \in C_0(\mathbb{J}, X)$ для всех $t \in \mathbb{J}$.

Определение 2.2. Функция $x \in C_{b,u}(\mathbb{J}, X)$ называется *периодической на бесконечности периода $\omega > 0$ ($\omega-$периодической на бесконечности)*, если $(S(\omega)x - x) \in C_0(\mathbb{J}, X)$ или, что эквивалентно, $\lim\limits_{|t|\to\infty} \|x(t+\omega) - x(t)\|_X = 0$.

Множество медленно меняющихся на бесконечности функций обозначим символом $C_{sl,\infty} = C_{sl,\infty}(\mathbb{J}, X)$, а множество $\omega-$периодических на бесконечности функций – символом $C_{\omega,\infty} = C_{\omega,\infty}(\mathbb{J}, X)$. Оба множества образуют линейные замкнутые подпространства из банахова пространства $C_{b,u}(\mathbb{J}, X)$, инвариантные относительно операторов $S(t),\ t \in \mathbb{J}$.

Определение 2.3. *Каноническим рядом Фурье* функции $x \in C_{\omega,\infty}(\mathbb{J}, X)$ будем называть ряд вида

$$\sum_{n\in\mathbb{Z}} x_n(t) e^{i\frac{2\pi n}{\omega}t},\ t \in \mathbb{J},$$

где функции $x_n : \mathbb{J} \to X,\ n \in \mathbb{Z}$, определяются формулами

$$x_n(t) = \frac{1}{\omega} \int\limits_0^\omega x(t+\tau) e^{-i\frac{2\pi n}{\omega}(t+\tau)} d\tau,\ t, \tau \in \mathbb{J},\ n \in \mathbb{Z}, \tag{1}$$

и называются *каноническими коэффициентами Фурье* функции x.

Определение 2.4. *Обобщенным рядом Фурье* функции $x \in C_{\omega,\infty}(\mathbb{J}, X)$ называется любой ряд вида

$$\sum_{n \in \mathbb{Z}} y_n(t) e^{i\frac{2\pi n}{\omega} t},\ t \in \mathbb{J}, \tag{2}$$

где $y_n,\ n \in \mathbb{Z}$, – такие функции из $C_{b,u}(\mathbb{J}, X)$, для которых $y_n - x_n \in C_0(\mathbb{J}, X)$, $n \in \mathbb{Z}$, а функции $x_n,\ n \in \mathbb{Z}$, определяются формулой (1).

Теорема 2.2 (теорема аппроксимации). *Для любой функции $x \in C_{\omega,\infty}(\mathbb{J}, X)$ существует последовательность функций (x_n^0) из $C_0(\mathbb{J}, X)$ такая, что* $\lim\limits_{n\to\infty} \sup\limits_{t \in \mathbb{J}} \|x(t) - \sum\limits_{k=-n}^{n} \left(1 - \frac{|k|}{n+1}\right) x_k(t) e^{i\frac{2\pi k}{\omega} t} - x_n^0(t)\|_X = 0$, *где $x_k,\ k \in \mathbb{Z}$, – канонические коэффициенты Фурье функции x.*

Теорема 2.3 (теорема аппроксимации). *Для любой функции $x \in C_{\omega,\infty}(\mathbb{J}, X)$ и для любого $\varepsilon > 0$ существует последовательность функций (x_n^0) из $C_0(\mathbb{J}, X)$ и последовательность функций (y_n) из $C_{sl,\infty}(\mathbb{J}, X)$ такие, что* $\lim\limits_{n\to\infty} \sup\limits_{t \in \mathbb{J}} \|x(t) - \sum\limits_{k=-n}^{n} \left(1 - \frac{|k|}{n+1}\right) y_k(t) e^{i\frac{2\pi k}{\omega} t} - x_n^0(t)\|_X = 0$. *При этом каждая из функций y_k ($k \in \mathbb{Z}$) эквивалентна функции x_k, определяемой формулой (1), и допускает продолжение на всю комплексную плоскость до целой функции экспоненциального типа не выше ε.*

Определение 2.5. Будем говорить, что обобщенный ряд Фурье

$$x(t) \sim \sum_{n \in \mathbb{Z}} y_n(t) e^{i\frac{2\pi n}{\omega} t},\ t \in \mathbb{J},$$

периодической на бесконечности функции $x \in C_{\omega,\infty}(\mathbb{J}, X)$ *сходится к x относительно подпространства* $C_0(\mathbb{J}, X)$, если существует последовательность функций (x_n^0) из $C_0(\mathbb{J}, X)$ такая, что

$$\lim_{n\to\infty}\sup_{t\in\mathbb{J}}\|x(t)-\sum_{k=-n}^{n}y_k(t)e^{i\frac{2\pi k}{\omega}t}+x_n^0(t)\|_X=0.$$

Определение 2.6. *Модулем непрерывности на бесконечности* функции $x\in C_{b,u}(\mathbb{J}, X)$ называется функция $\omega_\infty(\cdot, x):\mathbb{R}_+\to\mathbb{R}_+,$ определенная формулой $\omega_\infty(\delta, x)=\lim\limits_{\mu\to\infty}\sup\limits_{|t|\le\delta,|\tau|\ge\mu}\|x(t+\tau)-x(\tau)\|_X,\ \delta\in\mathbb{R}_+.$
Справедлива следующая

Теорема 2.4. *Любой обобщенный ряд Фурье функции $x\in C_{\omega,\infty}(\mathbb{J}, X)$ сходится к x относительно подпространства $C_0(\mathbb{J}, X)$, если $\lim\limits_{n\to\infty}\omega_\infty(\frac{1}{n}, x)\ln n=0$.*

Определение 2.7. Будем говорить, что функция $x\in C_{\omega,\infty}(\mathbb{J}, X)$ имеет *абсолютно сходящийся ряд Фурье,* если существует обобщенный ряд Фурье (2) этой функции, такой, что $\sum\limits_{n\in\mathbb{Z}}\|y_n\|_\infty<\infty$.

Если X – банахова алгебра, то функции из $C_{\omega,\infty}(\mathbb{J}, X)$, имеющие абсолютно сходящийся ряд Фурье, образуют замкнутую подалгебру в $C_{\omega,\infty}(\mathbb{J}, X)$, обозначаемую символом $A_{\omega,\infty}(\mathbb{J}, X)$.

Одним из основных результатов диссертации является теорема 2.6, в которой знаменитая теорема Н. Винера об абсолютно сходящихся рядах Фурье распространяется на функции из $A_{\omega,\infty}(\mathbb{J}, X)$.

Пусть X – банахова алгебра с единицей e.

Определение 2.8. Функцию $x\in C_b(\mathbb{J}, X)$ назовем *обратимой относительно подпространства* $C_0(\mathbb{J}, X)$ (или *обратимой на бесконечности*), если существует функция $y\in C_b(\mathbb{J}, X)$ такая, что $xy-e, yx-e\in C_0(\mathbb{J}, X)$, где $e(t)\equiv e,\ t\in\mathbb{J}$. Функцию y будем называть *обратной к x относительно подпространства* $C_0(\mathbb{J}, X)$.

Теорема 2.6. *Пусть X – банахова алгебра с единицей. Если функция $a\in C_{\omega,\infty}(\mathbb{J}, X)$ обратима относительно подпространства $C_0(\mathbb{J}, X)$ и име-*

ет абсолютно сходящийся ряд Фурье, то любая обратная к ней относительно подпространства $C_0(\mathbb{J}, X)$ функция имеет абсолютно сходящийся ряд Фурье.

Рассмотрим последовательность операторов (A_N) из $End\, C_{b,u}(\mathbb{J}, X)$ вида $A_N = \frac{1}{N}\sum\limits_{k=0}^{N-1} S(k\omega),\ N \geq 1.$

Получен следующий критерий представимости периодической на бесконечности функции в виде суммы периодической и убывающей на бесконечности функций:

Теорема 2.7. *Для того, чтобы функция $x \in C_{\omega,\infty}(\mathbb{J}, X)$ была представима в виде $x = x_1 + x_0$, где $x_1 \in C_\omega(\mathbb{J}, X)$, $x_0 \in C_0(\mathbb{J}, X)$, необходимо и достаточно, чтобы в $C_{b,u}(\mathbb{J}, X)$ существовал $\lim\limits_{N\to\infty} A_N x$.*

В третьей главе получен критерий периодичности на бесконечности решений некоторых классов разностных и дифференциальных уравнений.

Рассмотрим разностное уравнение вида

$$x(t+1) = Bx(t) + y_0(t),\ t \in \mathbb{J},\ \mathbb{J} \in \{\mathbb{R}_+, \mathbb{R}\}, \tag{3}$$

где $B \in EndX$, $y_0 \in C_0(\mathbb{J}, X)$.

Теорема 3.2. *Пусть спектр $\sigma(B)$ оператора B удовлетворяет условию*

$$\sigma(B) \cap \mathbb{T} \subset \{1\}.$$

Тогда каждое равномерно непрерывное ограниченное решение $x_0 : \mathbb{J} \to X$ разностного уравнения (3) является периодической на бесконечности функцией периода 1.

Рассмотрим линейное дифференциальное уравнение

$$\dot{x}(t) - Ax(t) = y(t),\ t \in \mathbb{J}, \tag{4}$$

где $y \in L^1(\mathbb{J}, X)$ и $A : D(A) \subset X \to X$ – генератор сильно непрерывной ограниченной полугруппы операторов $U : \mathbb{R}_+ \to EndX$ класса C_0.

Определение 3.1. Функция $x : \mathbb{J} \to X$ называется *слабым решением* уравнения (4), если для всех $s \le t$ из $\mathbb{J}$ имеет место равенство

$$x(t) = U(t-s)x(s) + \int\limits_s^t U(t-\tau)y(\tau)d\tau,\ s \le t,\ s,t \in \mathbb{J}.$$

При $\mathbb{J} = \mathbb{R}_+$ равенство должно быть выполнено при $s = 0$ и $t \ge 0$. Ясно, что функция x равномерно непрерывна.

Теорема 3.3. *Пусть имеет место включение*

$$\sigma(U(1)) \cap \mathbb{T} \subset \{1\}.$$

Тогда каждое ограниченное на $\mathbb{J}$ слабое решение уравнения (4) является периодической на бесконечности функцией периода 1 ($x \in C_{1,\infty}(\mathbb{J}, X)$).

Теорема 3.4. *Пусть полугруппа операторов $U : \mathbb{R}_+ \to End X$ ограничена и для спектра ее генератора A выполнено включение*

$$\sigma(A) \cap i\mathbb{R} \subset \left\{ i\frac{2\pi n}{\omega}\mathbb{Z},\ n \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Тогда все функции $\varphi_x : \mathbb{R}_+ \to X$ вида $\varphi_x(t) = U(t)x,\ t \ge 0$, являются периодическими на бесконечности функциями периода 1.

В четвертой главе с помощью банаховых пределов исследуются спектры алгебр медленно меняющихся и периодических на бесконечности функций.

Рассмотрим коммутативную C^*-алгебру $\mathcal{U}$ с единицей e, на которой задано изометрическое представление $T : \mathbb{R}_+ \to End\,\mathcal{U}$, обладающее свойствами:

1) $\|T(t)\| = 1$;

2) $T(t)(xy) = (T(t)x)\,(T(t)y)$ для всех $x, y \in \mathcal{U}$,

т.е. представление T образует полугруппу гомоморфизмов алгебры $\mathcal{U}$.

Определение 4.2. Линейный функционал B на инвариантной относительно полугруппы T алгебре $\mathcal{U}$ с единицей e называется *банаховым пределом* на $\mathcal{U}$, если выполнены следующие условия:

1) $B(e) = 1$,

2) $\|B\| = 1$,

3) $B(T(t)x) = B(x),\ t \geq 0,\ x \in \mathcal{U}$.

Множество банаховых пределов алгебры $\mathcal{U}$ будем обозначать через $\mathcal{BL}(\mathcal{U})$.

Для каждого $\tau \geq 0$ рассмотрим функционал $\xi_\tau \in C_{b,u}(\mathbb{R}_+, \mathbb{K})^*$, действующий по правилу

$$\xi_\tau(x) = x(\tau),\ \tau \geq 0. \tag{5}$$

Теорема 4.4. *Спектр алгебры $C_{sl,\infty}(\mathbb{R}_+, \mathbb{K})$ представим в виде $\mathcal{B}_0 \bigcup \{\xi_\tau; \tau \geq 0\}$, где функционалы $\xi_\tau,\ \tau \geq 0$, определяются формулой (5).*

Пусть $\xi_0 \in \mathcal{BL}(C_{sl,\infty}(\mathbb{R}_+, \mathbb{C}))$. По нему построим отображение $T_{\xi_0} : A_{\omega,\infty}(\mathbb{R}_+, \mathbb{C}) \to A_\omega(\mathbb{R}_+, \mathbb{C})$, положив для каждого $x \in A_{\omega,\infty}(\mathbb{R}_+, \mathbb{C})$

$$(T_{\xi_0}(x))(\gamma) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \xi_0(x_k)\gamma^k,\ x \in A_{\omega,\infty}(\mathbb{R}_+, \mathbb{C}),\ \gamma \in \mathbb{T}.$$

Отображение $T_{\xi_0},\ \xi_0 \in \mathcal{BL}(C_{sl,\infty}(\mathbb{R}_+, \mathbb{C}))$, является гомоморфизмом алгебры $A_{\omega,\infty}(\mathbb{R}_+, \mathbb{C})$ в алгебру $A_\omega(\mathbb{R}_+, \mathbb{C})$.

Зафиксируем $\gamma_0 \in \mathbb{T}$ и рассмотрим характер $T_{\xi_0,\gamma_0} : A_{\omega,\infty}(\mathbb{R}_+, \mathbb{C}) \to \mathbb{C}$, действующий по правилу

$$T_{\xi_0,\gamma_0}(x) = (T_{\xi_0}(x))(\gamma_0),\ x \in A_{\omega,\infty}(\mathbb{R}_+, \mathbb{C}). \tag{6}$$

Отметим, что подалгебра $A_{\omega,\infty}(\mathbb{R}_+, \mathbb{C})$ плотна в $C_{\omega,\infty}(\mathbb{R}_+, \mathbb{C})$, а $C_{\omega,\infty}(\mathbb{R}_+, \mathbb{C})$ - есть C^*-алгебра и для характера T_{ξ_0,γ_0} выполняется свойство $|T_{\xi_0,\gamma_0}(x)| \leq \|x\|_\infty,\ \gamma_0 \in \mathbb{T}$. Поэтому характеры T_{ξ_0,γ_0} допускают расширение на все пространство $C_{\omega,\infty}(\mathbb{R}_+, \mathbb{C})$. Это расширение мы также будем обозначать через $T_{\xi_0,\gamma_0} : C_{\omega,\infty}(\mathbb{R}_+, \mathbb{C}) \to \mathbb{C}$.

Рассмотрим множество функционалов вида

$$M = \{T_{\xi_0,\gamma_0}; \gamma_0 \in \mathbb{T}, \xi_0 \in \mathcal{BL}(C_{sl,\infty}(\mathbb{R}_+, \mathbb{C}))\} \bigcup \{\xi_\tau; \tau \geq 0\},$$

где функционалы $\xi_\tau,\ \tau \geq 0$, определяются формулой (5), а функционалы T_{ξ_0,γ_0} – формулой (6).

Теорема 4.6. *Спектр алгебры $C_{\omega,\infty}(\mathbb{R}_+,\mathbb{C})$ совпадает с множеством M.*

В пятой главе рассматриваются периодические на бесконечности функции, заданные на $\mathbb{R}^N$, со значениями в комплексном банаховом пространстве X. Для таких функций приводятся результаты, аналогичные результатам, описанным во второй главе данной диссертации, а именно:

Теорема 5.1 (теорема аппроксимации). *Для любой функции $f \in C_{\omega,\infty}(\mathbb{R}^N, X)$ существует последовательность функций (f_n^0) из $C_0(\mathbb{R}^N, X)$ такая, что*

$$\lim_{n\to\infty} \sup_{x\in\mathbb{R}^N} \|f(x) - \sum_{|k|\leq n, k\in\mathbb{Z}^N} \prod_{i=1}^{N} \left(1 - \frac{|k_i|}{n+1}\right) f_k(x) e_k(x) - f_n^0(x)\|_X = 0,$$

где $f_k,\ k \in \mathbb{Z}^N$, – канонические коэффициенты Фурье функции f.

Теорема 5.2 (теорема аппроксимации). *Для любой функции $f \in C_{\omega,\infty}(\mathbb{R}^N, X)$ и для любого $\varepsilon > 0$ существует последовательность функций (f_n^0) из $C_0(\mathbb{R}^N, X)$ и последовательность функций (y_n) из $C_{sl,\infty}(\mathbb{R}^N, X)$ такие, что*

$$\lim_{n\to\infty} \sup_{x\in\mathbb{R}^N} \|f(x) - \sum_{|k|\leq n, k\in\mathbb{Z}^N} \prod_{i=1}^{N} \left(1 - \frac{|k_i|}{n+1}\right) y_k(x) e_k(x) - f_n^0(x)\|_X = 0.$$

При этом каждая из функций y_k ($k \in \mathbb{Z}^N$) эквивалентна каноническому коэффициенту Фурье f_k и допускает продолжение на всю комплексную плоскость до целой функции экспоненциального типа не выше ε.

Теорема 5.3. *Любой обобщенный ряд Фурье функции $f \in C_{\omega,\infty}(\mathbb{R}^N, X)$ сходится к f относительно подпространства $C_0(\mathbb{R}^N, X)$, если $\lim\limits_{n\to\infty} \omega_\infty(\frac{1}{n}, f) \ln^N n = 0$.*

Теорема 5.4. *Пусть X – банахова алгебра с единицей. Если функция $f \in C_{\omega,\infty}(\mathbb{R}^N, X)$ обратима относительно подпространства $C_0(\mathbb{R}^N, X)$ и* *имеет абсолютно сходящийся ряд Фурье, то любая обратная к ней относительно подпространства $C_0(\mathbb{R}^N, X)$ функция имеет абсолютно сходящийся ряд Фурье.*

Получен следующий критерий представимости периодической на бесконечности функции в виде суммы периодической и убывающей на бесконечности функций:

Теорема 5.5. *Для того, чтобы функция $f \in C_{\omega,\infty}(\mathbb{R}^N, X)$ была представима в виде $f = f_1 + f_0$, где $f_1 \in C_\omega(\mathbb{R}^N, X)$, $f_0 \in C_0(\mathbb{R}^N, X)$, необходимо и достаточно, чтобы в $C_{b,u}(\mathbb{R}^N, X)$ существовал $\lim\limits_{n\to\infty} A_n f$.*

Список публикаций по теме диссертации

[1] Кудрявцева И. И. Оценки элементов матриц обратных операторов / И. И. Кудрявцева, В. Е. Струков // Вестник ПММ. – 2010. – № 8. – С. 243–252.

[2] Кудрявцева И. И. Оценки элементов обратных матриц / И. И. Кудрявцева, В. Е. Струков // ВЗМШ С. Г. Крейна - 2010. Сборник тезисов. – 2010. – С. 88–91.

[3] Кудрявцева И. И. Оценки элементов обратных матриц / И. И. Кудрявцева, В. Е. Струков // Труды ВЗМШ С. Г. Крейна. – 2010. – С. 104–110.

[4] Струкова И. И. Оценки элементов матриц обратных операторов. Теорема Винера для периодических на бесконечности функций / И. И. Струкова // КРОМШ-2010. Сборник тезисов. – 2010. – С. 25.

[5] Струкова И. И. Теорема Винера для периодических на бесконечности функций / И. И. Струкова // Современные методы теории функций и смежные проблемы : материалы ВЗМШ С. Г. Крейна (дополнительный выпуск). – 2011. – С. 35–36.

[6] Струкова И. И. Теорема Винера для периодических на бесконечности функций / И. И. Струкова // КРОМШ-2011. Сборник тезисов. – 2011. – С. 52.

[7] Струкова И. И. Теорема Винера для периодических на бесконечности функций / И. И. Струкова // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. – 2012. – Т. 12. – № 4. – С. 34–41.

[8] Струкова И. И. О теореме Винера для периодических на бесконечности функций / И. И. Струкова // Международный научный журнал "Спектральные и эволюционные задачи". – 2012. – Т. 22. – С. 181–186.

[9] Струкова И. И. Теорема Винера для периодических на бесконечности функций с рядами Фурье, суммируемыми с весом / И. И. Струкова // КРОМШ-2012. Сборник тезисов. – 2012. – С. 66.

[10] Струкова И. И. Теорема Винера для периодических на бесконечности функций с рядами Фурье, суммируемыми с весом / И. И. Струкова // Уфимск. матем. журн. – 2013. – Т. 5. – № 3. – С. 144–152.

[11] Струкова И. И. О спектре алгебры периодических на бесконечности функций / И. И. Струкова // Современные методы теории функций и смежные проблемы : материалы ВЗМШ С. Г. Крейна. – 2013. – С. 233.

[12] Струкова И. И. О гармоническом анализе периодических на бесконечности функций / И. И. Струкова // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. – 2014. – Т. 14. – № 1. – С. 28–38.

[13] Струкова И. И. Гармонический анализ периодических векторов и периодических на бесконечности функций / И. И. Струкова // Вестн. НГУ. Сер. матем., мех., информ. – 2014. – Т. 14. – № 1. – С. 98–111.

[14] Струкова И. И. Спектр алгебры медленно меняющихся на бесконечности функций / И. И. Струкова // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. Сборник трудов. – 2014. – Т. 2. – № 4. – С. 459–462.

[15] Струкова И. И. Спектр алгебры медленно меняющихся на бесконечности функций и банаховы пределы / И. И. Струкова // Международная конференция "Спектральная теория и дифференциальные уравнения посвященная 100-летию Б. М. Левитана: Тезисы докладов. – 2014. – С. 124–126.

[16] Струкова И. И. О гармоническом анализе периодических на бесконечности функций нескольких переменных / И. И. Струкова // Материалы международной конференции ВЗМШ С. Г. Крейна-2014. – 2014. – С. 334–337.

[17] Strukova I. Harmonic analysis of periodic at infinity functions // Modern problems of Mathematics, Mechanics and Computer Science : To the 95th anniversary of Voronezh State University. – 2013. – P. 83–98.

[18] Strukova I. Harmonic analysis of periodic at infinity functions / I. Strukova // CIMC-2013. Book of abstracts. – 2013. – Vol. 1. – P. 90.

[19] Strukova I. Center-stable manifolds for standing waves of the Klein-Gordon equation / I. Strukova, K. Le, L. Ying // Operator semigroups and dispersive equations. Workshop of the 16th Internet Seminar on Evolution Equations. – 2013. – P. 24.

[20] Strukova I. Harmonic analysis of periodic at infinity functions / I. Strukova // Intern. Scientific Journal "Spectral and Evolution Problems". – 2013. – Vol. 23. – P. 183–187.

Работы [7, 10, 12, 13] опубликованы в журналах из перечня рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ.