

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«УРАЛЬСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ ПЕРВОГО
ПРЕЗИДЕНТА РОССИИ Б.Н. ЕЛЬЦИНА»

На правах рукописи

Зейде Кирилл Михайлович

**ДИФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА
ВРАЩАЮЩИХСЯ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ТЕЛАХ**

Специальность 01.04.03 —

Радиофизика

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор технических наук, доцент
Князев Сергей Тихонович

Екатеринбург — 2019

Оглавление

	Стр.
Введение	4
Глава 1. Синтез электродинамических параметров	
движущейся среды	16
1.1 Основные положения	17
1.2 Теория Лоренца для вращающейся среды	23
1.3 Электромагнитные волны в неинерциальной системе отсчета	30
1.4 Электромагнитные волны в движущейся среде	35
1.5 Электромагнитные волны во вращающейся материальной среде	41
1.5.1 Строгий координатный подход	41
1.5.2 Разложение на пространственные гармоники	42
1.5.3 Обратное разложение методом поверхностного источника	44
1.6 Выводы и обсуждение	47
Глава 2. Анализ дифракционных полей системы с	
вращающимся рассеивателем	53
2.1 Осесимметричный рассеиватель сложной формы	54
2.1.1 Силуэтная функция	55
2.1.2 Стратификация геометрии	56
2.2 Описание среды изолированного слоя	62
2.3 Начально-краевые условия при решении задачи дифракции на вращающемся теле	64
2.4 Дифракция на вращающемся круглом бесконечном цилиндре	66
2.5 Дифракция на вращающейся сфере	71
2.6 Метод раскручивания в интерпретационной модели	77
2.7 Моделирование рассеяния электромагнитных волн от вращающейся осесимметричной цели сложной формы	78
2.7.1 Интерпретационная модель вращающейся сферы	80
2.7.2 Оптимизация конечно-элементной сетки	84
2.8 Выводы и обсуждение	87

2.8.1	Результаты описание геометрии и среды распространения осесимметричного рассеивателя сложной формы	88
2.8.2	Результаты строгих решений аналитических дифракционных задач	89
2.8.3	Результаты конечно-элементной сеточной оптимизации	92

Глава 3. Валидация результатов решения задачи дифракции

	электромагнитных волн на вращающихся телах	97
3.1	Полуаналитическая граница	97
3.2	Валидация результатов	102
3.2.1	Корректность строгих решений	102
3.2.2	Валидация результатов моделирования вращающегося цилиндра	104
3.2.3	Валидация результатов моделирования вращающейся сферы	107
3.3	Планирование натурального эксперимента	109
3.4	Автоматизация планирования эксперимента	121
3.4.1	Распределение функционального цикла	121
3.4.2	Мультифизическое моделирование	123
3.5	Выводы и обсуждение	125
	Заключение	127
	Список сокращений и условных обозначений	130
	Словарь терминов	137
	Список литературы	138
	Список рисунков	150
	Список таблиц	153

Введение

Неугасающий интерес к изучению процессов дифракции электромагнитных волн на телах разных форм и состояний наблюдается с момента появления теории Гюйгенса о волновой природе света, которая была дополнена, спустя более чем сто лет, принципом Френеля. Это дополнение было введено, во многом, для возможности описания дифракции света. Принцип Гюйгенса-Френеля в строгой математической форме был записан Кирхгофом, а уже в середине XX века, Фейнман обобщил этот принцип и для квантовой механики. В процессе развития темы видоизменилось даже само определение эффекта, во многом из-за того, что постановка задачи все более и более усложнялась. В современной терминологии дифракция трактуется как любое изменение характеристик волны, вызванное неоднородностью в среде распространения. В настоящее время ряд актуальных проблем достаточно широк, среди них можно выделить: дифракцию на телах произвольной сложной формы, дифракцию на шероховатых телах, дифракцию на неоднородных телах, дифракцию на объектах случайной формы и состояния, дифракцию на телах, изготовленных из современных материалов (метаматериалы, аморфные металлы, диэлектрики с мелкодисперсными примесями и т.д.). В особый класс задач выделяются динамические системы, состояние которых изменяется во времени. Такое изменение может вызываться движением материи в пространстве, ее деформацией или переносом вещества в ней и т.д.

Настоящая работа относится к разделу релятивистской электродинамики, хотя линейные скорости вращения рассматриваемых целей далеки от скорости света в вакууме. Сущность релятивизма заключается в необходимости учета эффектов возникающих вследствие движения среды распространения, а также неинерциальности системы отсчета, связанной с ней, относительно которой наблюдатель находится в покое. Эти эффекты оказываются малыми на фоне прочих, но являются целевыми в данном исследовании. Актуальность такой постановки заключается в возможности реализации точной неразрушающей радиодиагностики вращающихся элементов роторных машин. Затронутый вопрос также актуален для бесконтактной радио расходомерии движущихся по трубам жидкостей или газов. Для космических исследований может оказаться полезным мониторинг за хвостами комет. В глобальных системах позициониро-

вания введение поправок на релятивистские эффекты, позволило существенно увеличить точность определения координат объекта. Для теоретических и фундаментальных исследований предложенная автором методология может быть использована в изучении электромагнитно-гравитационного взаимодействия не только на уровне полей, но и на уровне волн. Это особо интересно в свете недавно полученных сведений об успешном детектировании гравитационных волн. Фактически, такое взаимодействие на полевом уровне уже достаточно давно и успешно применяется на практике для изучения космоса. В целом, благодаря современным высокочувствительным средствам измерения и новым алгоритмам обработки больших данных, нулевой порог принятия решения для наблюдателя стремительно приближается к фактическому нулю, а это, в свою очередь, указывает на необходимость создания физико-математического аппарата, методологий численного анализа и правил компьютерного моделирования, вместе с программными комплексами, которые бы учитывали и позволяли достоверно верифицировать малые целевые эффекты и в частности релятивистские. В качестве пояснений вышеизложенному следует указать, что такое изучение объясняется принципиальной достижимостью детектирования релятивистских эффектов электродинамики в лабораторных условиях.

Литературный обзор по затронутой теме, логично начать с работы, появление которой явилось причиной изучения электродинамики движущихся тел. Символично, что именно так и назван первый труд Эйнштейна по СТО [1]. Основополагающими, являются утверждения о том, что электромагнитные поля подвергаются определенному воздействию, со стороны движущегося тела, а также, что даже ‘нейтральная’ материальная точка, может обладать характерной массой, ибо она может быть превращена в электрон, путем присоединения к ней сколь угодно малого электрического заряда. Спустя менее трех лет, Минковским были получены материальные уравнения Максвелла для движущейся среды, являющиеся основой решения любой дифракционной задачи [2]. Все новейшие положения электродинамики того времени, изложены в фундаментальном труде Зоммерфельда 1949 года, который был переведен, в том числе и на русский язык [3]. Не будет преувеличением сказать, что эта работа не теряет своей актуальности до сих пор. В равной степени то же самое можно утверждать о многотомнике по теоретической физике Ландау и Лифшица, второй том, которого, можно смело отнести к важнейшему источнику знаний по затронутой проблеме [4].

Неразрывная связь неинерциальных систем с изучением и исследованием космоса, в котором релятивистские эффекты наиболее значительны, подтверждается уже самыми ранними трудами. Так в [5] приведены формулы трансформации уравнений Максвелла при переходе в движущиеся системы отсчета. Особо важным для данного изложения, являются, выведенные в [6], выражения для постоянной распространения электромагнитных волн в движущейся проводящей среде. Вместе с полученной в том же году записью теоремы Пойтинга для переноса энергии в движущейся системе отсчета [7], эти работы формируют физико-математическую концепцию расчета полевых параметров в условиях поступательного движения среды. Аналитический подход к решению задач распространения электромагнитных волн в поступательно движущейся изотропной среде был дополнен применением тензорных функций Грина для получения полевых характеристик [8]. Функции Грина были также применены для решения задачи излучения электромагнитных волн в движущейся среде, что соответствует частному случаю, при котором поступательная скорость движения среды выше, чем фазовая скорость электромагнитных волн в ней [9]. Законы электродинамики во вращающихся системах отсчета изложены в статье [10]. Автор делает акцент, что сама формулировка проблемы распространения электромагнитных волн во вращающихся системах отсчета является источником сомнений и разногласий в научных кругах того времени. Упоминается ошибочные предположения выдвинутые ранее. Примечательно, что в этой работе уравнения Максвелла во вращающихся системах отсчета приводятся для микроскопических полей, что в свою очередь, может трактоваться, как уравнения, записанные для вакуума. Вопрос об обоснованности такого подхода становится особенно остро, принимая во внимание тот факт, что одним из постулатов в [1], являлась невозможность присвоения ненулевого вектора скорости 'пустой' точке в пространстве. В работе [11], описывается проблема получения точного электродинамического решения во вращающихся системах отсчета, связанная с тем, что принцип эквивалентности ОТО может быть применен только при известном положении центра массы (в том числе эквивалентной энергии) материи. Эта формулировка, является определенной предпосылкой для сегментирования неоднородных движущихся сред, с целью описания их электродинамических параметров. Особое внимание в [11] заслуживает рассмотрение т.н. единицы силы, действующей на пробную массу, помещенную во вращающуюся систему отсчета. Материальные уравнения первого порядка для

движущейся (в том числе вращающейся) системы отсчета приводятся в [12]. Детальное и всестороннее рассмотрение электродинамики вращающихся систем, в том числе для эффектов распространения порядка более первого, изложены в работах [13], [14], [15]. Уточнения для случая движущейся хиральной среды даны в работе [16]. В работе [17] обсуждается вопрос перехода от записи уравнений Максвелла для 3-х мерного Эвклидова пространства к $(3+1)$ -мерному пространству Минковского. Примечательно то, что данный переход предлагается для расчета характеристик распространения в ускоряющихся системах отсчета, что полностью соответствует принципу эквивалентности ОТО. В контексте технических приложений, в работе [17] сделан важный вывод об эквивалентности трансформации Галилея и Лоренца при низких частотах распространяющихся электромагнитных волн в среде, вне зависимости от скорости движения системы отсчета. Данное утверждение может быть расширено введением соответствующих коэффициентов соотносимости между линейной частотой волны и линейной частотой вращения среды ее распространения, для формулировки рекомендуемых подходов к решению тех или иных прикладных задач. Особая трансформация кинематических параметров предложена в работе [18].

Решение задачи падения электромагнитных волн на движущуюся границу раздела двух сред, является важнейшим этапом развития затронутой проблемы. В работе [19] аналитическим способом, были получены коэффициенты отражения волн разных поляризаций при падении на границу полупространства, движущуюся сонаправлено и противоположно направлено волновому вектору. Квазистационарная аппроксимация отраженных от движущегося зеркала электромагнитных волн, приведена в [20]. Спустя короткое время, была решена задача рассеяния электромагнитных волн на однородном цилиндре, движущемся вдоль своей оси симметрии [21]. Логичным развитием данной проблемы, явилось решение задачи дифракции электромагнитных волн на движущемся вдоль своей оси симметрии неоднородном цилиндре, с магнитными свойствами [22]. В работе [23] рассматривается осевое движение эллиптического многослойного цилиндра. Следующим этапом, явилось решение проблемы рассеяния на вращающемся бесконечном круглом цилиндре с различными электрофизическими свойствами ([18], [24], [25], [26], [27]). Решение дифракционной задачи вращающейся сферы, было получено, с использованием различных аналитических техник, как для диэлектрического, так и для проводящего рассеивателя ([13], [28], [29]). Примечательно, что во всех перечисленных работах, поля первого

порядка, вычислялись субтрактивно, при нахождении полей для неподвижной сферы при помощи теории Ми [30].

Активное развитие численных методов электродинамики, обусловленное непрерывным нарастанием доступных вычислительных ресурсов, привело к своеобразной революции, как в постановке, так и в решении внешних и внутренних задач электродинамики. Существовавшие ранее интерпретации и модели физических процессов, были успешно применены к системам, не поддающимся аналитическому подходу. Задачи релятивистской направленности не явились исключением, а, напротив, в определенной мере, стимулировали и стимулируют до сих пор совершенствование и адаптацию существующих вычислительных подходов к все более и более сложным объектам и средам. В труде [31] приводится описание релятивистских эффектов первого порядка для сред с неоднородной скоростью движения, для этих целей авторы, в частности, применяют лучевую интерпретацию и метод эйконала. Принципы геометрической оптики для вращающихся сред, также изложены в [15].

Цилиндр и сфера, явились основными геометриями для аналитических решений задач дифракции на вращающихся телах. Применение численных методов электродинамики для анализа тел сложных форм - суть современного развития проблемы. В работе [32] описывается методология решения задачи дифракции на идеально проводящем вращающемся цилиндре произвольного сечения. Сама формулировка проблемы указывает на изучение эффектов, зависящих от времени, таких как релятивистский эффект Доплера. Очевидным решением проблемы дифракции на вращающихся проницаемых телах сложной формы, является применение МКЭ. Так в статье [33] описывается методология, и приводятся численные результаты для проблемы рассеяние электромагнитных волн на вращающемся диэлектрическом цилиндре произвольного сечения. Немного позже МКЭ был применен для электромагнитного моделирования движущегося вдоль своей оси цилиндра произвольного сечения со специфическим окружением [34].

Обоснованное методологическими возможностями желание исследователей, в том числе и автора этого текста, является создание алгоритма решения задачи дифракции электромагнитных волн на вращающихся телах произвольной формы. Статья [35] описывает первые полученные результаты от разрабатываемого решателя для таких проблем, использующего МКЭ. Основная сложность заключается в том, что сравнить полученные результаты для вращающихся тел

сложных форм, попросту не с чем. Адаптированный метод конечных разностей во временной области для моделирования задач дифракции электромагнитных волн на вращающихся телах представлен в работе [36]. Принимая во внимание тот факт, что любая движущаяся среда, по отношению к распространяющимся в ней электромагнитным волнам, является бианизотропной, техника моделирования таких сред также входит в сферу рассмотрения данного обзора. Наиболее показательной в данном контексте является работа [37]. Аппроксимация методом PIC для решения задач распространения электромагнитных волн в плазме, как в бианизотропной среде, изложено в работах [38] и [39].

Проведение вычислительного эксперимента, особенно с априорно высокой требуемой точностью, всегда имеет набор оптимизационных алгоритмов для достижения требуемых апостериорных метрологических значений. Совсем недавно появившаяся статья [40] ученого из Италии Мирко Раффетто, занимающегося проблемой численного анализа релятивистских эффектов со своей научной группой уже более десяти лет, является одной из первой (если не первой), в которой приводится детальный и развернутый анализ вносимых в результат вычислений, погрешностей, при использовании конечно-элементной аппроксимации объекта из идеального диэлектрика, в случае его движения. Как уже указывалось выше, малость целевых эффектов устанавливает высокую планку по необходимой точности моделирования, а значит анализ и минимизация ошибок и погрешностей, в данном контексте, является актуальной задачей.

В рамках научного обзора по проблеме диссертационной работы, видится логичным привести труды, описывающие сопутствующие вращению тела электродинамические эффекты. В [41] описан процесс собственного излучения вращающегося тела, а в публикации [42], того же автора приводится объяснение процесса усиления электромагнитных волн в таких системах. Статья [43] посвящена аналитическому решению задачи распространения электромагнитных волн во вращающемся волноводе. Электродинамические эффекты, сопутствующие вращению массивных тел, представляют особый интерес в космологии. Такие системы одновременно являются неинерциальными и с внешним гравитационным полем, в них проявляется эффект Лензе-Тирринга - один из эффектов гравитомagnetизма. Большое количество научных изысканий по этому вопросу изложены в сборнике [44]. В публикации [45] рассматриваются релятивистские эффекты, поправки на которые были сделаны в глобальной системе позиционирования GPS, что позволило существенно повысить ее точность. Проблема

учета релятивистских положений при организации космических систем связи развивается в [46]. В работе [47] того же автора рассматриваются преломляющие свойства Земли.

Электродинамика движущихся тел, зачастую является отдельной главой или разделом в книгах по электромагнетизму или смежных областей ([3], [5], [48], [49]). В издании [50] приводится полное описание релятивистской электродинамики с акцентом на прикладное и инженерное применение. В учебном пособии [51], непосредственно посвященном затронутой теме, приводится всестороннее рассмотрение электродинамических вопросов, обусловленных вращением системы отсчета. Автор подробно излагает вывод уравнений Максвелла для вращающихся систем отсчета, дается решение основных граничных задач, как рассеяния, так и излучения электромагнитных волн на телах основных форм, в том числе для сложной кинематики. Приводится рассмотрение вращающихся излучателей, а так же проблемы возбуждения вращающихся тел. В статье [52] предлагаются обобщения по взаимодействию электрических полей с движущейся средой, делается акцент на образовательную компоненту и, особенно в направлении экспериментальной физики.

Подводя итог обзора, можем заключить следующее: любое взаимодействие электромагнитных волн с поступательно движущейся средой, когда и наблюдатель и объект наблюдения находятся в инерциальных системах отсчета имеют либо строгие решения, либо допустимые приближения первого порядка, а также ряд численных методик анализа с неконтролируемой точностью получаемых результатов, однако в силу того, что в системе отсутствуют эффекты неинерциальности, априорные параметры точности могут быть исключены из рассмотрения. В случае же вращающихся тел ситуация обстоит иначе. Подавляющее большинство работ рассматривают только эффекты первого порядка, не устанавливая обоснованную границу по скорости, выше которой эффектами второго порядка пренебрегать уже нельзя. Данная тенденция справедлива и для случая поступательного движения. При анализе условий распространения электромагнитных волн во вращающейся системе отсчета, в большинстве работ эффектами неинерциальности пренебрегали, как на макроскопическом, так и на микроскопическом уровне. Аналитические решения задач дифракции электромагнитных волн на вращающемся бесконечном круглом цилиндре и сфере, являются единственными данными для верификации численных методов анализа, априорная оценка точности которых является актуальной задачей. Автором

не было найдено работ, в которых бианизотропная форма вращающейся проводящей среды имела бы зависимость от времени прошедшего с момента начала вращения.

Следует указать, что данная работа является логичным продолжением магистерской диссертации автора [53], без которой она бы не была возможна.

Целью данной работы является разработка полной и законченной методологии решения задач дифракции на вращающихся осесимметричных телах произвольной формы.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Получить строгую математическую запись для координатной зависимости постоянной распространения электромагнитных волн во вращающейся системе отсчета, с учетом ее неинерциальности.
2. Исследовать полуаналитическую границу строгих решений дифракционных задач для аналитических форм вращающихся объектов.
3. Разработать алгоритм стратификации и сегментирования геометрии сложного осесимметричного рассеивателя, а также алгоритм оптимизации объемной конечно-элементной расчетной сетки над ним, с учетом степени малости целевых эффектов наблюдения.
4. Разработать и автоматизировать алгоритм постановки вычислительного эксперимента по рассеянию электромагнитных волн от вращающихся тел сложной осесимметричной формы.

Научная новизна:

1. Впервые была предложена и описана пространственно-временная декомпозиция системы с вращающимся рассеивателем для получения его эквивалентной статической модели, с учетом всех целевых эффектов наблюдения.
2. Было выполнено оригинальное исследование возможностей и способов оптимизации объемной конечно-элементной сетки над неоднородным объектом по параметру малости целевого эффекта наблюдения, с целью получения априорного критерия точности получаемых результатов моделирования.
3. Впервые был предложен и описан алгоритм распределения функционального цикла моделирования с использованием формата обмена дан-

ными между САПР STEP, через модуль спецификации объекта изучения для постановки, в том числе мультифизического моделирования.

Практическая значимость

1. Выдвигаемая работа является обобщением существующих подходов в решении задач дифракции электромагнитных волн от вращающихся осесимметричных объектов, заключающимся в рассмотрении всех целевых эффектов, возникающих в неинерциальной системе отсчета во всем временном интервале наблюдения за объектом.
2. Созданный и апробированный метод стратификации среды неоднородного рассеивателя может быть успешно применен для решения широкого класса электродинамических задач, так как в нем не фигурирует причина в необходимости декомпозиции объекта, а только ожидаемая степень точности результатов расчета.
3. Разработанный метод объемной конечно-элементной оптимизации может эффективно применяться при электродинамическом моделировании различных систем, в которых необходимо учитывать малые эффекты и контролировать апостериорную точность результатов.
4. Алгоритм распределения функционального цикла моделирования, предложенный автором, является универсальным средством проведения мультифизического анализа системы.

Некоторые результаты работы использовались в ходе выполнения проекта №14-19-01396 «Разработка теории и технологии создания устройств микроволнового диапазона с использованием композитных материалов нового поколения», поддержанного Российским Научным Фондом, проекта № Н764.42Б.016/14 «Развитие техники и технологии перспективных средств телекоммуникационных, радиолокационных и навигационных систем» и проекта 8.7863.2017/БЧ «Развитие перспективных средств радиолокационных, навигационных и телекоммуникационных систем».

Методология и методы исследования. Синтез основного физико-математического аппарата, применяемого для решения задач дифракции осуществляется классическими аналитическими подходами. Временная декомпозиция системы является следствием применения электронной теории Лоренца для вращающегося тонкого диска. Эффекты неинерциальности учитываются путем внесения в запись постоянной распространения электромагнитных волн в движущейся среде соответствующих поправок на углы отклонения волнового

вектора, связанные с действием центробежной силы и силы Кориолиса, которые, с одной стороны, получаются, с использованием основного принципа эквивалентности ОТО, а с другой стороны из классического закона Снеля и правил трансформации Лоренца. При анализе результатов применяются подходы математических разделов, таких как теория возмущений и теория катастроф.

В работе используются программные продукты электродинамического моделирования, такие как Altair FEKO, ANSYS HFSS и Keysight EMPro. Основные численные методы расчета - метод моментов и метод конечных элементов. Для повышения точности применяются элементы второго порядка. При постановке полуаналитической границы применяются символьные вычисления и арифметика повышенной точности.

Валидация аналитических и численных результатов проводится стандартизированным методом FSV, с обозначением поточечной разницы всех индикаторов сравнения.

Основные положения, выносимые на защиту: В соответствии с пунктами 2, 5 и 7 паспорта специальности 01.04.03 «Радиофизика»:

1. Полная интерпретационная модель распространения электромагнитных волн во вращающейся системе отсчета, должна быть декомпозирована во времени и пространстве. Декомпозиция во времени объясняется тем, что бианизотропная форма материальных уравнений устанавливается спустя некоторый промежуток времени после раскручивания цели. Пространственная декомпозиция позволяет получать полную функциональную запись распределения постоянной распространения электромагнитных волн во вращающейся материальной системе, с учетом ее неинерциальности.
2. Решение задач дифракции на вращающихся телах сложной формы, с требуемой степенью точности, возможно средствами автоматизированного проектирования с использованием стандартных численных методов электродинамики (таких, как ММ и МКЭ).
3. Целевые электродинамические эффекты, возникающие при распространении электромагнитных волн в неинерциальных и эквивалентных им СО, могут быть достоверно обнаружены наблюдателем в лабораторных условиях при постановке высокочувствительного натурального эксперимента, а значит, могут быть применены на практике в области ра-

диодиагностики, радио расходомерии и дистанционного мониторинга (гео-, гидросферы, ионосферы, магнитосферы и атмосферы).

Достоверность полученных результатов обеспечивается строгостью подходов и использованием стандартизированных техник валидации численных и аналитических данных. Анализ применимости ряда предлагаемых техник на задачах электродинамики в других областях, оказался положительным. Результаты находятся в соответствии с результатами, полученными другими авторами.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на: II Международная молодежная научная конференция «Физика. Технологии. Инновации. ФТИ-2015» (Екатеринбург, 20.04.2015 - 24.04.2015). International siberian conference on control and communications SIBCON-2015 (Омск, 21.05.2015 - 23.05.2015). The IEEE world congress on information technology and computer applications WCITCA-2015 (Хаммамет, 11.06.2015 - 13.06.2015). 22nd international conference on applied electromagnetics and communications – ICECom 2016 (Дубровник, 19.09.2016 - 21.09.2016). Всероссийская молодёжная научно-практическая конференция «Орбита молодёжи» и перспективы развития российской космонавтики» (Томск, 18.09.2017 - 23.09.2017). 2018 ural symposium on biomedical engineering, radioelectronics and information technology USBEREIT (Екатеринбург, 7.05.2018 - 8.05.2018). IEEE MTT-S international conference on numerical electromagnetic and multiphysics modeling and optimization NEMO (Рейкьявик, 08.08.2018 - 10.08.2018).

Личный вклад. Основной объем работы был выполнен автором лично. Постановка проблемы, формирование исследовательского протокола и обсуждение результатов полученных на каждом этапе работы осуществлялось с непосредственным участием научного руководителя. К решению ряда частных задач были привлечены студенты. Апробация алгоритма стратификации объекта была проведена в тесной коллаборации с сотрудником Уральского Федерального Университета.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 19 печатных изданиях, 7 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК, 9 — в тезисах докладов, 14 работ опубликовано без соавторства.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, трех глав и заключения. Полный объём диссертации составляет 153 страницы, включая 50 рисунков и 4 таблицы. Список литературы содержит 124 наименования.

В первой главе решается задача синтеза (внутренняя задача электродинамики), целью которой является получение строгой координатной формулы для постоянной распространения электромагнитных волн в материальной неинерциальной системе отсчета. Во второй главе ставится задача анализа (внешняя задача электродинамики), результатами решения которой являются, с одной стороны, вторичные поля в системах с аналитической формой рассеивателя, и, с другой стороны, их готовые интерпретационные модели для численного симулирования. Заключительная глава посвящена планированию экспериментальной верификации результатов, а также валидации численных и аналитических результатов. Тем самым, структура работы формирует законченное научное исследование, состоящее из постановки проблемы, синтеза физико-математического аппарата для ее решения, анализа решения целевых задач с использованием этого аппарата и обоснования их достоверности и/или единственности.

Глава 1. Синтез электродинамических параметров движущейся среды

Прежде чем приступить к решению внешней задачи анализа вторичных полей в системе наблюдателя, необходимым этапом является решение задачи синтеза - внутренней электродинамической задачи. Основной целью данной главы является получение расчетной формулы для постоянной распространения ЭМВ во вращающейся материальной среде, в виде зависимости от координат системы отсчета, в которой были бы учтены все целевые для наблюдателя эффекты. Необходимыми этапами такого исследования являются:

- применение материальной теории Лоренца к вращающейся среде. На этом этапе вращающаяся материальная среда характеризуется только внутренними процессами протекающими в ней, без участия каких-либо внешних воздействий. Главным результатом этого этапа является формулировка правил временной декомпозиции системы с вращающимся рассеивателем;
- рассмотрение и описание физических процессов оказывающих влияние на распространение электромагнитных волн в неинерциальной системе отсчета. На данном этапе, в отличие от первого, в систему вводится субъект изучения, но исключается объект как таковой. Распространение электромагнитных волн на данном этапе происходит в нематериальной среде, но в неинерциальной системе отсчета. Главным результатом этого этапа являются полученные выражения для углов отклонения луча от прямолинейной траектории под действием сил инерции;
- комбинация двух первых этапов - решение задачи распространения электромагнитных волн в неинерциальной материальной среде. Вначале формулируется задача, в которой электромагнитные волны распространяются в поступательно движущейся среде (инерциальная система отсчета), а потом с использованием результатов второго этапа формулировка расширяется до распространения волн во вращающейся среде с учетом неинерциальности системы отсчета. Главным результатом этого этапа является создание правил эквивалентного перехода от вращающейся материальной среды к неподвижной, но с измененными электрофизическими параметрами.

Постоянная распространения получена тремя различными способами: разложением на пространственные гармоники, обратным разложением, с помощью введения локального источника на поверхности среды и строгим методом. Распределение значений постоянной распространения по координатам системы показало необходимость в проведении пространственной декомпозиции системы с вращающимся рассеивателем.

1.1 Основные положения

Для начала, видится важным дать небольшое введение в динамику вращательного движения, которое сформирует важные для настоящей работы основы для дальнейших рассуждений. Также, в этой части раздела, приведем основные положения преобразований Лоренца и субъект-объектной ориентации в анализируемых системах.

Система отсчета, движущаяся с ускорением (\vec{w}) относительно наблюдателя, называется неинерциальной. Ускорение объекта (\vec{a}_r), находящегося в ней, имеет вид:

$$\vec{a}_r = \vec{a}_a - \vec{w}, \quad (1.1)$$

где \vec{a}_a - ускорение объекта в инерциальной системе отсчета. Для записи функции движения в форме второго закона Ньютона, вводятся, так называемые, силы инерции ($\vec{F}_i = m\vec{w}$, где m - масса тела). Выражение (1.1) в терминах классической динамики, принимает следующий вид:

$$m\vec{a}_r = \vec{F}_a - \vec{F}_i. \quad (1.2)$$

Сила инерции является фиктивной силой и не описывает какое-либо воздействие внешних тел на движущийся объект. Наличие этой силы связано с собственным ненулевым ускорением СО, причины возникновения которого, могут быть самыми разнообразными и, в данном контексте, не представляют интереса.

Во вращающихся системах отсчета, \vec{F}_i раскладывается на две независимые силы: центробежную (\vec{F}_{cf}) и кориолисову (\vec{F}_k), при чем на покоящийся объект действует только первая. Сила Кориолиса оказывает влияние на тело

только во время его поступательного движения. Математическая формулировка выглядит следующим образом:

$$\vec{F}_i = \vec{F}_{cf} + \vec{F}_k = m\Omega^2 \vec{R}_0 + 2m[\vec{\Omega} \times \vec{V}_r], \quad (1.3)$$

где Ω - угловая скорость вращения системы, \vec{R}_0 - радиус-вектор проведенный к объекту, V_r - скорость объекта в системе. На рис.1.1 изображены три тела в различных позициях, движущиеся во вращающейся системе отсчета, указаны направления действия сил инерции.

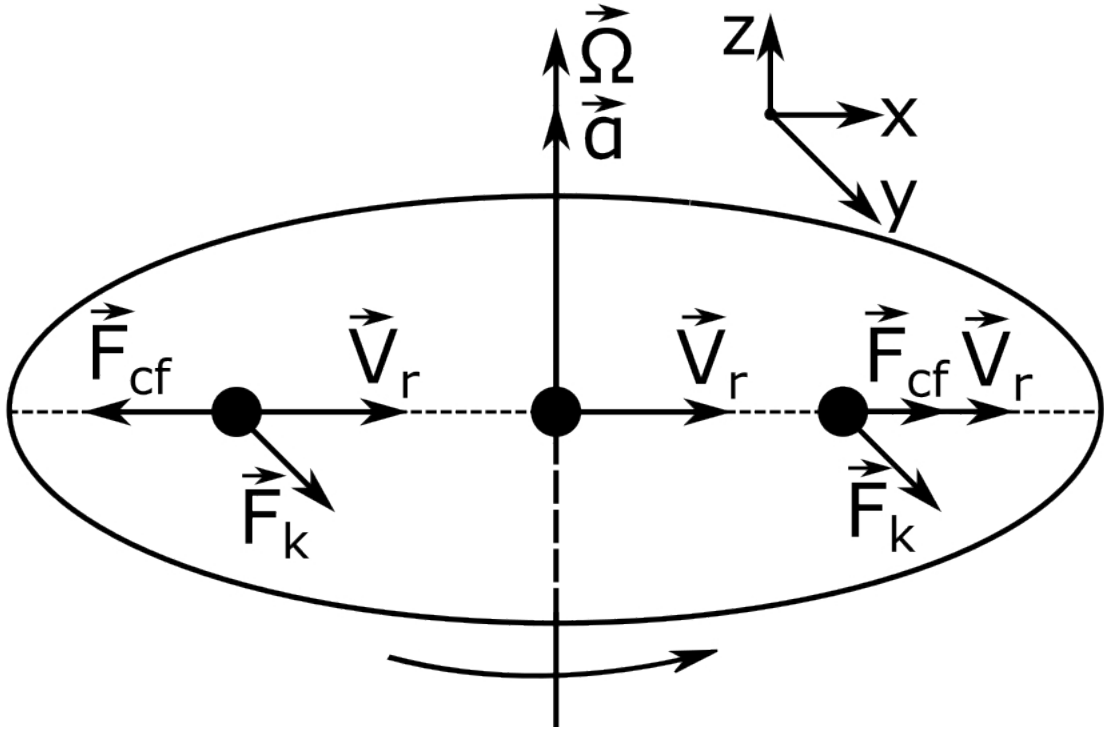


Рисунок 1.1 — Три тела во вращающейся системе отсчета с обозначениями сил, действующих на них.

Вращающаяся система отсчета является априорно неинерциальной, в силу отсутствия центростремительного ускорения у любой точки, принадлежащей ей. Эта величина соответствует нормальной части полного ускорения системы (\vec{a}_n) и входит в формулу для центробежной силы, согласно третьему закону Ньютона. Величина \vec{w} также может обладать тангенциальной составляющей \vec{a}_τ , равной первой производной линейной скорости системы от времени. Модуль полного ускорения равен $w = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$. Наличие тангенсальной составляющей определяет временную зависимость $\Omega(t)$. Быстрота изменения угловой скорости вращения называется угловым ускорением - $\vec{\alpha}$ (также показано на рис.1.1).

Одно из важнейших различий инерциальной и неинерциальной систем отсчета заключается в возможности не инструментального определения динамики

точки принадлежащей той или иной системе. Условия такого определения для инерциальной системы отсчета наглядно демонстрирует известный мысленный эксперимент, объясняющий первый закон Ньютона, который заключается в том, что наблюдатель не в силах определить покоится ли связанная с ним СО относительно лабораторной или движется равномерно прямолинейно. Не инструментальный метод подразумевает, что у наблюдателя нет никаких специальных средств связывающих его с лабораторной системой и он может делать выводы, только исходя из внутренних состояний объектов (или самого себя) в пространстве. Для того, чтобы определить движется ли СО относительно лабораторной или покоится, наблюдателю необходимо покинуть связанную с ним СО и перейти в лабораторную, при чем оставаться в ней в покое. Совершенно другая ситуация имеем место для определения динамики вращающегося с $\nu \ll c$ осесимметричного однородного тела. Понятно, что связанная с таким телом СО является неинерциальной. Находясь в лаборатории наблюдателю невозможно определить, вращается ли тело или находится в состоянии покоя. Что бы сделать однозначный вывод, ему необходимо покинуть лабораторию и перейти в исследуемую СО. Отсюда следует важный факт, что вращательная динамика не инструментально неопределима из лабораторной СО, для этого необходимо иметь наблюдателя (или точку наблюдения) расположенную внутри вращающегося тела. В этой конструкции есть, правда, одно слабое место, определяющее характер не столько СО, сколько движущегося тела, с которым она связана. Наблюдая из лаборатории равномерное прямолинейное движение однородной плоской границы раздела, наблюдатель не может сделать однозначный вывод о том движется ли она или покоится. Для этого наблюдателю необходимо перейти в движущуюся СО и сохранить в ней состояние покоя.

Свяжем с четырехмерным пространством неподвижную инерциальную систему отсчета L (лабораторная СО). Координатами события в L будет являться набор прямоугольных координат и времени (x, y, z, ct) , где c - скорость света в вакууме. Предположим, что относительно L равномерно и прямолинейно с некоторой скоростью $\vec{\nu}$ движется некоторая область V . Свяжем с V систему координат L' , с координатами события (x', y', z', ct') . Оси координат в L и L' соответственно параллельны и в начальный момент времени их начала совпадают. Пусть $\vec{\nu}$ направлен вдоль оси x . Для того, что бы получить координаты события, случившегося в L' , в лабораторной системе, необходимо осуществить трансформацию координат. Трансформация Галилея, при переходе из L в L'

подразумевает одновременность событий ($c \rightarrow \infty$) и выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned}x &= x' + \nu t \\y &= y' \\z &= z' \\t &= t'.\end{aligned}\tag{1.4}$$

Понятно, что физический смысл постоянной c заключается в скорости переноса информации о случившемся событии из L' в L . Трансформация Лоренца опирается на конечность величины c . Она выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned}x &= \frac{x' + \nu t}{\sqrt{1 - \beta^2}} \\y &= y' \\z &= z' \\t &= \frac{t' + \frac{\nu x'}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}},\end{aligned}\tag{1.5}$$

где $\beta = \frac{\nu}{c}$ - безразмерная (или относительная) скорость.

Связанное с 4-системой координат пространство называется пространством Минковского. Четвертая компонента системы обычно принимается мнимой и равной jct - это позволяет получать 4-величины в более удобной форме.

Для удобства решения ряда задач для L и L' связываются не прямоугольные системы координат, а, например, цилиндрические или сферические. Законы перехода сохраняют свою форму, при выполнении соответствующих правил преобразования координат.

Привычная запись системы уравнений Максвелла:

$$\left\{\begin{aligned}\nabla \times \vec{E} &= \frac{d\vec{B}}{dt} \\ \nabla \times \vec{H} &= \vec{J} - \frac{d\vec{D}}{dt} \\ \nabla \cdot \vec{D} &= \rho \\ \nabla \cdot \vec{B} &= 0,\end{aligned}\right.\tag{1.6}$$

обладает важным свойством, которое в частности, является следствием того, что СТО берет свои начала именно с рассмотрения формы 1.6 в различных

СО. Классическая электродинамика, определяемая физическими процессами, математическая запись которых в полной мере дается системой 1.6, является априорно релятивистской, хотя бы уже потому, что скорость распространения ЭМВ в вакууме равна c . В случае монохроматической волны говорят о скорости перемещения плоскости равных фаз - V_p . Этой формулировкой достаточно, чтобы утверждать об инвариантности записи 1.6- эти уравнения сохраняют свой вид для любых СО. Фазовая скорость в среде не равна скорости света в вакууме и зависит от свойств среды. Очевидно, что свойства среды могут меняться в различных СО (скорость движения среды также является ее неотъемлемым свойством). Это означает, что материальные уравнения неинвариантны к СО и изменяют свой вид в зависимости от положения наблюдателя.

В рамках данной работы существенными являются следующие определения: объект изучения - вращающаяся цель, субъект изучения - носитель информации об объекте - рассеянное целью электромагнитное поле (падающая волна является внешним обязательным фактором системы), наблюдатель системы оперирует только с субъектом, как единственным источником информации о динамике объекта, и точка наблюдения - координата системы в которой находится (или изучается) субъект. Примечательно то, что положение наблюдателя и точки наблюдения могут не совпадать между собой. Задача дифракции на вращающихся телах подразумевает изучение изменений объекта при воздействии на него внешнего фактора только по средствам субъекта. Такова формулировка интерпретационной модели, которая заложена в данную работу. С объектом связана вращающаяся СО, тем самым объект находится в состоянии покоя относительно нее. Субъект, как и внешний фактор, всегда находятся в лабораторной системе, а значит, движутся относительно наблюдателя, находящегося в ней же, но в состоянии покоя.

Порядок эффекта наблюдаемого для вращающейся среды определяется величиной безразмерной скорости β . Так если $\beta = 0$ (неподвижная среда), то идет речь об эффекте нулевого порядка, т.е. эффект наблюдаемый в отсутствии вращения. Эффекты первого порядка определяются для $\beta \ll 1$. Отсутствие точного равенства для безразмерной скорости в таких эффектах заключается в том, что в разных интерпретациях и приближениях, она может принимать различное максимальное значение. Эффекты второго порядка должны быть учтены при $\beta \rightarrow 1$. Однако, следует понимать, что при любом не нулевом зна-

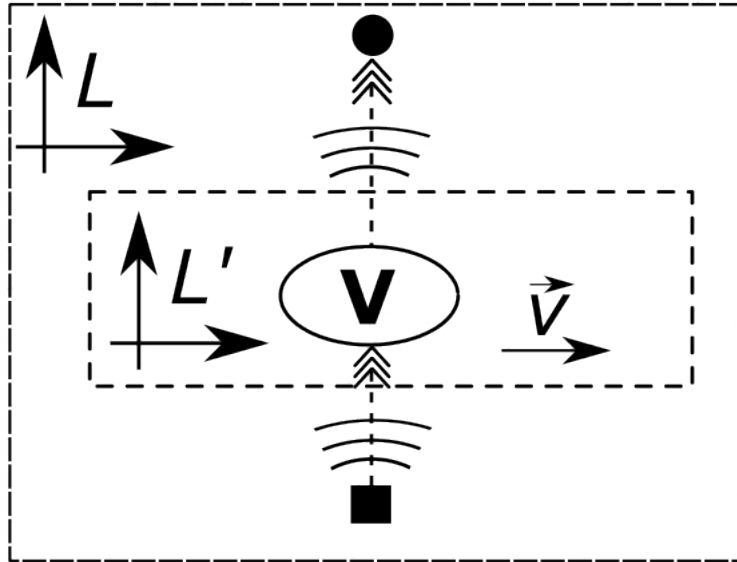


Рисунок 1.2 — Объект-субъектная ориентация и системы отсчета.

чении β в системе существуют все целевые эффекты наблюдения, пусть и с ничтожными магнитудами.

Любая физическая величина, помеченная верхним индексом 0 соответствует нулевому порядку возмущения, то есть, определена для неподвижного тела. Обозначение верхним индексом 1 показывает принадлежность величины, либо непосредственно к вращающемуся телу, либо к его эквивалентной замене. Что бы исключить путаницу в обозначениях аналогичная запись возведения величины в нулевую или первую степень исключена из текста (кроме случаев, когда эта операция однозначно следует из контекста). Возведение числа в любую другую степень обозначается классическим образом поэтому, в случае необходимости указать, что некоторая величина определена только для второго порядка возмущения, она фигурирует с надстрочным индексом (2). Если же физическая величина включает в себе, как эффекты первого, так и нулевого порядка, например, рассеянное от вращающегося тела электрическое поле, то она фигурирует с надстрочным индексом 01. Используя классический подход теории возмущений можем указать, что $A^{01} = A^0 + \beta A^1$. Как уже указывалось во введении, применение субтрактивного метода в ряде работ ([13], [28], [29]) для получения составляющей первого порядка, является прямым следствием из указанного выражения.

В данной работе основной интерес представляют эффекты первого порядка. Для этого есть две основные причины: во-первых, на достижимых в лабораториях угловых скоростях, очевидно, проявляются только эффекты первого

порядка. Именно они представляют практический интерес для их возможного использования. Более того, на макроскопическом уровне, даже не ограничиваясь лабораторными условиями (например, при изучении космоса), именно эффекты первого порядка являются наиболее информативными для инструментария доступной чувствительности. Вторая причина, по мнению автора более важная, заключается в том, что даже при теоретическом рассмотрении быстро вращающихся тел, для которых учет эффектов второго порядка является обязательным, исключая из рассмотрения центробежные силы разрушающие материю и, оставаясь только в рамках ТО, парадокс Эренфеста [54] не позволил бы нам указать начально-краевые условия для дифракционной задачи. В общем случае, это связано с тем, что эффекты второго порядка неразделимы от релятивистской поправки для длины и времени, логичным образом вытекающих из 1.2. Тем не менее, граница перехода между эффектами первого и второго порядка всегда зависит от нулевого порога принятия решения наблюдателя. Если положить, что это величина неизвестна, то все эти эффекты считаются малыми возмущениями (малыми эффектами), но с разной степенью малости. Малые эффекты - это эффекты, магнитуда которых много меньше магнитуды прочих не паразитных эффектов той же природы в системе. Необходимо констатировать тот факт, что если $\beta \neq 0$, то магнитуда этих эффектов также не равна нулю и если их учет возможен, то он является обязательным.

1.2 Теория Лоренца для вращающейся среды

На электрон, помещенный в постоянное электрическое поле напряженностью E действует сила:

$$\vec{F}_E = \vec{E}q_e, \quad (1.7)$$

где q_e - заряд электрона. Эта формула также справедлива и для положительно заряженных атомных ядер, при замене в формуле 1.7 заряда электрона на заряд протона. Движение электрона определяет магнитное поле вблизи, соответственно можем записать формулу для силы, с которой действует магнитное поле на частицу. Однако для краткости будет описывать только электрические эффекты, просто помня тот факт, что для магнитных полей есть их непосредственные аналоги.

Согласно электронной теории Лоренца, все электрофизические свойства материи определяются свойствами и процессами электронов и атомных ядер, входящих в его состав. В силу того факта, что классическая электродинамика обычно оперирует с макропроцессами, формулы описывающие поведение полей в средах являются статистическим обобщением электронной теории Лоренца [3]. В этом контексте понятно, что электронная теория является статистическим обобщением процессов квантовой электродинамики.

Так материальные уравнения для неподвижной среды выглядят следующим образом:

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}. \quad (1.8)$$

Силовая величина \vec{D} пропорциональна напряженности электрического поля, точно, как и в 1.7, ей же пропорциональная механическая сила. Поэтому можно сделать логичный вывод, что абсолютная диэлектрическая проницаемость среды- это статистическое обобщение электронно-ядерных процессов в материи.

Опираясь на ту же самую логику, укажем, что сила, действующая на движущийся в электрическом поле электрон (она не случайно называется силой Лоренца), равна:

$$\vec{F}_l = q_e(\vec{E} + \vec{v}_e \times \vec{B}), \quad (1.9)$$

где \vec{v}_e - скорость движения электрона. Отсюда естественным образом можем получить материальные уравнения движущейся среды (скорость движения заряженных частиц принимаем равной скорости движения среды \vec{v}):

$$\vec{D} = \epsilon(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}). \quad (1.10)$$

Уравнение 1.10 еще не является материальным уравнением Максвелла-Минковского для равномерно движущейся среды, но по форме и по физическому смыслу полностью совпадает с ним. Основной вывод, который необходимо сделать из формулы 1.10, заключается в том, что движущаяся среда является бианизотропной, так как возникает однозначная связь между вектором электрической индукции и напряженностью магнитного поля.

Для данной работы особый интерес представляет ситуация при которой электрон движется по окружности, а значит испытывает действие сил инерции. Равнодействующая на электрон сил представляется суммой $\vec{F}_\Sigma = \vec{F}_i = \vec{F}_l + \vec{F}_{cf}$. В силу того, что связанный с атомом электрон не обладает поступательным движением внутри вращающейся среды, на него не действует сила Кориолиса.

Развернем представленную запись [14]:

$$\vec{F}_\Sigma = q_e(\vec{E} + \vec{v}_e \times \vec{B}) + m_e \Omega^2 \vec{R}_0, \quad (1.11)$$

где m_e - масса электрона. Для связи массы электрона и его заряда используем удельный заряд электрона - $K = \frac{q_e}{m_e}$. Теперь по той же самой схеме запишем материальное уравнение:

$$\vec{D} = \epsilon \left[(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) + K^{-1} \Omega^2 \vec{R}_0 \right]. \quad (1.12)$$

Закон Ома для движущейся среды учитывает создаваемый движущимися электронами ток. Важным следствием из этих рассуждений является то, что материальные уравнения полученные в рамках электронной теории не включают, и не могут включать в себя силу Кориолиса. Эта сила не является характеристикой вращающейся среды, потому как ни один элемент этой среды не обладает поступательным движением относительно СО связанной с ней. Кориолисова сила действует непосредственно на тело (или энергию) перемещающуюся во вращающейся среде и должна быть учтена другими способами.

Для того, что бы проследить величину эффекта центробежной силы на плотность электрического потока в среде, воспользуемся вектором поляризованности, вызванной действием этой силы - \vec{P}_{cf} . По определению \vec{D} можем записать [55]:

$$\vec{D} = \epsilon(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) + \vec{P}_{cf}. \quad (1.13)$$

В отличии от электрической поляризованности, \vec{P}_{cf} т.н. вектор механической поляризованности диполей (размерности величин соответствуют), который присутствует без внешнего электрического поля и обусловлен только внутренней динамикой среды. Дополнительное смещение под действием центробежной силы получают диполи со смещенным центром масс, приобретая механический момент инерции. Используем понятие некоторого эквивалентного электрического поля \vec{E}_{eq} , действие которого вызывало ту же плотность электрического потока, что \vec{P}_{cf} . Сравнивая 1.12 и 1.13, а также учитывая, что вектор поляризованности прямо пропорционален произведению диэлектрической проницаемости и напряженности электрического поля, вызывающего его (в данном случае \vec{E}_{eq}), имеем:

$$\vec{E}_{eq} = K^{-1} \Omega^2 \vec{R}_0. \quad (1.14)$$

Модуль 1.14 удобней записать в следующем виде:

$$E_{eq} = K_c \beta \Omega, \quad (1.15)$$

где постоянная $K_c = \frac{c}{K} = 1.705 \times 10^{-3}$.

Важно отметить, что во всех рассуждениях этого раздела электрон принимался в качестве частицы. Особая математическая связь удельного заряда электрона с фундаментальными физическими константами, такими, как гравитационная постоянная и постоянная тонкой структуры [56], может объяснять иные физические трактовки явления, например, через единицу электромагнитного взаимодействия. Однако данный вопрос выходит за рамки электронной теории и относится к квантовой электродинамике. Тем не менее, с некоторыми моментами квантовой электродинамики нам придется столкнуться в дальнейших рассуждениях.

На данном этапе следует провести разграничение между свободными и связанными заряженными частицами в среде. Если рассматривать действие центробежной силы на электрон, связанный с ядром в атоме, то необходимо учесть, что радиальному смещению электрона препятствует центростремительная сила, компенсирующая кулоновское отталкивание. При эквивалентности этих сил, дополнительное внешнее действие силы инерции, очевидно, должно привести к некоторому радиальному смещению электрона (на внутренних орбитах теоретически возможен переход на орбиту высшего уровня с излучением энергии, с валентной же орбиты электрон может покинуть атом). В самой простой интерпретации, следуя Боровской модели атома, модуль центростремительной силы равен:

$$F_e = \frac{m_e \nu_e^2}{r_n}, \quad (1.16)$$

где ν_e - линейная скорость электрона на n -ой стационарной орбите с радиусом r_n . Приравняв 1.16 к силе кулоновского отталкивания, можем получить значение линейной скорости электрона на стационарной орбите, которая для разных веществ различна. Так для атома водорода на боровской радиусе ($\alpha_0 \approx 5.29 \times 10^{-11}$) $\nu_e \approx 2.184 \times 10^6$. Логично, предположить, что с увеличением номера орбиты, а также с увеличением числа протонов в ядре линейная скорость электрона должна возрастать вплоть до скорости света, но не превышать ее. Центростремительная сила в рассматриваемом случае равна 8.2×10^{-8} Н. Несложно убедиться, что на соизмеримой линейной скорости движения среды, центробежная сила, оказывается на несколько порядков ниже. Очевидной

представляется следующая пропорция:

$$\frac{F_{cf}}{F_e} = \frac{\nu^2 r_n}{\nu_e^2 R_0}. \quad (1.17)$$

Если задать условия $\nu_e \rightarrow c$, что справедливо в большинстве случаев и для наименьшего микроскопического масштаба в рассматриваемом случае, точное равенство 1.17, можем заменить следующей пропорциональностью:

$$\frac{F_{cf}}{F_e} \propto \beta^2 \frac{\alpha_0}{R_0}. \quad (1.18)$$

Совершенно понятно, что на достижимых угловых скоростях, следуя 1.18, центробежной силой, действующей на электрон связанный с ядром атома, можно пренебречь. Несколько другая пропорция, а точнее неравенство для необходимости учета центробежных сил во вращающихся средах дано в [14].

Иначе ситуация обстоит со свободными зарядами. Эти частицы способны относительно беспрепятственно перемещаться по пространству среды, согласно модели Друде. Центробежная сила приводит их в дрейфовое движение - электроны начинают медленно радиально перемещаться от оси вращения к поверхности. Используя величину эквивалентной напряженности электрического поля из выражения 1.15, можем получить модуль дрейфовой скорости электрона, под действием силы инерции:

$$\nu_{edr} = \mu_e E_{eq}, \quad (1.19)$$

где μ_e - подвижность электрона и $\mu_e = \frac{\sigma}{\rho}$. Данный процесс логичным образом ограничен по времени - когда электроны достигают поверхности среды (или определенного поверхностного слоя), то они увлекаются во вращательное движение, создавая тем самым поверхностный ток, учитывать который необходимо в краевых условиях. Строго говоря, это увлечение происходит плавно, под действием силы Кориолиса, которая, однако, изменяет лишь траекторию движения электронов, но не их скорость, поэтому в данном контексте может быть исключена из рассмотрения. Полное увлечение электронов во вращательное движение происходит только близ поверхности среды. Среднее время существования этого эффекта легко найти из тривиальных кинематических тождеств:

$$\langle t_{ex} \rangle = \frac{R}{\nu_{edr}}, \quad (1.20)$$

где R - расстояние от оси вращения до поверхности среды. Плотность электрического тока, обусловленного эффектом равна:

$$\vec{J}_{cf} = \sigma \vec{E}_{eq}. \quad (1.21)$$

Когда действие центробежной силы прекращается ($\Omega = 0$), накопленный на поверхности заряд диффузионно распространяется вглубь среды. Временная зависимость поверхностной плотности заряда ρ_s выглядит следующим образом [55]:

$$\rho_s(t) = \rho e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (1.22)$$

где τ - время релаксации, равное:

$$\tau = \frac{\epsilon}{\sigma}. \quad (1.23)$$

В принятой модели проводимости, подвижность электрона может быть получена следующим соотношением:

$$\mu_e = K\tau. \quad (1.24)$$

Подставляя выражения 1.19, 1.23, 1.24 и значение E_{eq} из 1.15 в 1.20, получаем:

$$\langle t_{ex} \rangle = \frac{\sigma}{\epsilon\Omega^2}. \quad (1.25)$$

Согласно модели проводимости Друде, можем записать:

$$\sigma = \frac{QK\tau}{V_0}, \quad (1.26)$$

где Q - суммарный заряд сконцентрированный в среде объемом V_0 . Получим из этого выражения временную зависимость удельной проводимости, через плотность тока 1.21, протекающего сквозь изолированную единицу площади среды S_0 . Из определения силы тока, как физической величины уже следует временная зависимость. Покажем вывод интересующей нас зависимости:

$$\sigma(t) = \frac{q(t)K\tau}{V_0} = \frac{I_{cf}tK\tau}{V_0} = \frac{J_{cf}S_0tK\tau}{V_0} = \frac{\sigma^0 E_{eq}S_0tK\tau}{V_0} = \frac{\sigma^0 E_{eq}tK\tau}{l_0}. \quad (1.27)$$

К окончательному выражению в 1.27 следует дать ряд пояснений. Во-первых, величина σ^0 - удельная проводимость всего объема среды в момент времени $t = 0$, т.е. неподвижной среды. Время t в свою очередь изменяется в интервале от 0 до $\langle t_{ex} \rangle$. Во-вторых, l_0 - линейное измерение изолированной площади, через которую протекает ток, строго говоря, расстояние, которое проходит

электрон при наблюдении. Необходимым условием также является то, чтобы $l_0 \rightarrow 0$, а значит выражение 1.27 должно вычисляться в пределе $\lim \sigma(t)_{l_0 \rightarrow 0}$. Вопросы связанные с поведением заряженных частиц в бианизотропной среде более подробно рассматриваются в работе [57]. Новые подходы к высокоточному моделированию такой динамики изложены в [38].

Далее необходимо ответить на вопрос, что будет происходить с электроном при достижении поверхности среды. Данная ситуация может возникать на всем интервале времени t . Максимальная концентрация электроном у поверхностного слоя установится к моменту времени $\langle t_{ex} \rangle$. Для того, чтобы электрон покинул поверхность среды и удалился от нее на значительное расстояние, необходимо, чтобы над ним была совершена работа равная или превосходящая работу выхода $W_f = -q_e \phi_{eq} - E_F$, где ϕ_{eq} - эквивалентный электростатический потенциал и E_F - энергия Ферми системы. В свою очередь кинетическая энергия электрона равна: $W_e = \frac{m_e v_{edr}^2}{2}$. В данном случае, мы говорим именно об эквивалентном электростатическом потенциале, потому как работу по перемещению электрона совершает не электрическое поле, а механическая сила, действие которой мы интерпретируем эквивалентным электрическим полем. По определению: $\phi_{eq} = \frac{W_E}{q_e}$, где W_E - энергия электрического поля. Ее мы можем выразить через произведение объемной плотности электрической энергии на единицу объема, в котором она заключена: $W_E = \omega_e V_0$. Из электростатики известно, что

$$\omega_e = \frac{\epsilon E^2}{2}. \quad (1.28)$$

Из выражения (1.28) следует: $\phi_{eq} = \frac{\epsilon E_{eq}^2 V_0}{2q_e}$.

Энергия Ферми системы:

$$E_F = \frac{\hbar^2}{2m_e} \left(\frac{3\pi^2 N_e}{V} \right)^{\frac{2}{3}}, \quad (1.29)$$

где \hbar - приведенная постоянная Планка, N_e - количество электронов в объеме V_0 , т.е. концентрация электронов $n_e = \frac{N_e}{V_0}$. Переписав выражение 1.26 через концентрацию электронов, и выразив ее, получим: $n_e = \frac{\sigma}{K q_e \tau}$. Используя это выражение вместе с исходным 1.29 можем получить энергию Ферми системы с проводящим диэлектриком. Согласно полученной формуле 1.27 энергия Ферми изолированного в системе объема также зависит от времени t .

Если электроны не преодолевают потенциальный барьер на поверхности среды, то они увлекаются во вращательное движение с линейной скоростью равной ΩR .

В рамках данного изучения, также необходимо, рассмотреть ситуацию, при которой удельная проводимость среды возрастает со временем в силу появления валентных электронов преодолевающих запрещенную зону. Как уже рассматривалось выше, соотношение 1.18 показывает невозможность такого процесса для диэлектриков с широкой запрещенной зоной. Исключая металлы из рассмотрения, особый интерес в этом контексте заключается в исследовании поведения связанных электронов под действием центробежной силы в полупроводниках. В силу того, что в рамках целой работы, этот класс материалов не представляется целевым, оставим изучение затронутой проблемы на отдельное большое исследование.

1.3 Электромагнитные волны в неинерциальной системе отсчета

Для дальнейшего изложения необходимо обозначить два принципа эквивалентности, постулируемые общей и специальной теорией относительности:

- Закон, описывающий движение объекта в неинерциальной системе отсчета, эквивалентен закону движения того же тела во внешнем силовом поле инерциальной системы отсчета (чаще всего речь идет о гравитационном поле).
- Масса объекта качественно эквивалентна его энергии, и наоборот.

Используем формулу Эйнштейна: $W = mc^2$, для электромагнитного поля, объемная плотность энергии (w_{EMF}) которого, складывается из объемной плотности энергии электрического (w_e) и магнитного (w_m) полей. В этом случае: $W_{EMF} = w_{EMF}V$, в предыдущем разделе мы уже использовали данную формулировку для энергии электрического поля. Аналогично 1.28 можем записать:

$$w_{EMF} = w_e + w_m = \frac{\epsilon E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu} = \frac{\epsilon E^2 + \mu H^2}{2}. \quad (1.30)$$

Используя связь напряженностей электрического и магнитных полей, формирующих волну, через импеданс пространства ($Z = \frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$), можем переписать

выражение (1.30) в более простом виде:

$$w_{EMF} = \epsilon E^2. \quad (1.31)$$

Отсюда, масса электромагнитного поля, заключенная в единице объема, может быть записана следующим образом:

$$m_{EMF} = \frac{\epsilon E^2 V_0}{c^2}. \quad (1.32)$$

Выражения (1.32) и (1.3) объясняют причину и показывают характер воздействия сил инерции на распространяющееся электромагнитное поле во вращающихся системах отсчета. В данной работе мы не используем представления о фотоне, потому как описываем волновые эффекты. Тем не менее, в этом конкретном случае, положения о массе фотона могут быть эффективно применены. Современное видение этой проблемы представлено в [58].

Примем ускорение объекта в системе источника равным нулю ($\vec{a}_a = 0$), и выразим его конечную скорость за малый интервал времени t_c , соответствующий его движению в неинерциальной СО. Подставляя (1.3) в (1.2), записывая $a_r = \frac{V_r - c}{t_c}$ и выражая модуль конечной скорости, получаем:

$$V_r = -\Omega^2 R_0 t_c - 2\Omega c \sin(\vec{\Omega} \wedge \vec{c}) \Delta t + c. \quad (1.33)$$

В рамках теории возмущений, можем представить изменение линейной скорости объекта в виде суммы: $V_r = c + \beta_\Omega c$, где β_Ω - некоторый множитель возмущения. Данная запись хорошо согласуется с выражением (1.33) и формирует с ним систему алгебраических уравнений, из которой легко получить значение множителя возмущения:

$$\beta_\Omega = \Omega t_c \left(-\frac{\Omega R_0}{c} - 2 \sin(\vec{\Omega} \wedge \vec{c}) \right). \quad (1.34)$$

Общий множитель Ωt_c в 1.34 является углом поворота СО за время изменения фазовой скорости с c до V_{rel} , обозначим его Ψ_m . Первое слагаемое в скобках - безразмерная скорость β . Второе слагаемое представляет собой тригонометрическую функцию от угла, формируемого между векторами угловой скорости среды и вектором начальной скорости, направление которого эквивалентно направлению волнового вектора ЭМВ, здесь и далее мы будем рассматривать ситуацию нормального падения, при котором эти вектора строго ортогональны. Суммируя все сказанное выше, перепишем 1.34 в более удобной форме:

$$\beta_\Omega = -\Psi_m (\beta + 2). \quad (1.35)$$

Заметим, что сумма в скобках всегда положительна, следовательно, значение $\beta_\Omega < 0$, а значит $V_{rel} < c$. Интересующей нас величиной является Ψ_m , она легко выражается из 1.35:

$$\Psi_m = \frac{c - V_{rel}}{c(\beta + 2)}. \quad (1.36)$$

Одним из основных выводов из общих положений распространения электромагнитных волн в неинерциальных системах отсчета является заключение о том, что действующие в системе силы инерции (равно как и гравитационное поле в инерциальной системе отсчета) определенным образом изменяют характеристики пространства. Классическим подходом для описания условий распространения электромагнитных волн в неинерциальных системах отсчета, является уточненный коэффициент рефракции среды. Основные теоретические предпосылки этому изложены, например, в [59]. Для начала запишем коэффициент рефракции для вакуума, находящегося во внешнем гравитационном поле [48]:

$$N_U^{gr} = 1 + \frac{2U}{c^2}, \quad (1.37)$$

где $U = \frac{W_p}{m}$ - силовой потенциал (для гравитационного поля $U = \frac{GM_g}{R_0}$, G - гравитационная постоянная, M_g - масса тела, создающего силовое поле, m - масса тела, движущегося в силовом поле, W_p - потенциальная энергия тела в силовом поле). В силу принципиального физического различия в причинах возникновения классической рефракции на границе раздела двух сред, искажение траектории лучей под действием гравитационного поля, называют дефлексией.

Выражение (1.37) является неточным, так как не учитывает изменение силового поля в пространстве. Похожее приближение было сделано при получении записи (1.33). Для преобразования этой записи для вращающихся систем, следует заметить, что сила тяготения является консервативной силой и создает потенциальное поле. Центробежная сила также консервативна, однако ее направление противоположно силе тяжести: $\vec{F}_{cf} = -\vec{F}_{gr}$. Потенциальная энергия центробежной силы может быть записана в следующем виде: $F_{cf} = -\frac{dW_p}{dR} = m\Omega^2 R \Rightarrow W_p = -\frac{1}{2}m\Omega^2 R^2$. Кориолисова же сила является гироскопической и не может быть описана потенциальным полем, которого попросту не создает. Переписывая выражение 1.37 для вращающейся СО, получаем:

$$N_U^{cf} = 1 - \frac{\Omega^2 R^2}{c^2} = 1 - \beta^2. \quad (1.38)$$

Если использовать аналогию с линзой, то внешнее гравитационное поле в вакууме - собирающая линза с действительным фокусом (среда более оптически плотная, чем просто вакуум), а вращающаяся материя с электрофизическими параметрами вакуума - рассеивающая линза с мнимым фокусом (менее оптически плотная, чем та же среда, но в состоянии покоя) [59]. Возникающее противоречие, связанное с отношением фазовых скоростей при переходе луча из оптически более плотной среды, в оптически менее плотную, легко разрешается, указанием того, что вращательное движение согласно СТО, можно предать только материальному телу, с собственным показателем рефракции в покое $N^0 \geq 1 + \beta^2$.

Получим значение угла отклонения луча ξ_{cf} , вызванное действием центробежной силы. Геометрия системы представлена на рисунке 1.3. Система не является сферически симметричной в смысле координатной зависимости $N_U^{cf}(R)$ [60]. В качестве первичной модели, мы могли бы рассмотреть эквивалентное вращающейся системе расположение двух центров масс - они бы располагались на равном расстоянии в положительной и отрицательной областях вертикальной оси на рис. 1.3. В таком случае мы бы рассматривали две сферически-симметричные системы, одновременно симметричные относительно горизонтальной оси - луч, идущий в нижней полуокружности, есть зеркальное отображение луча идущего в верхней полуокружности и наоборот. Однако такая система не является хорошим приближением из-за принципиально различия в координатной зависимости индекса рефракции, так $N_U^{gr}(R) \propto R^{-1}$, а $N_U^{cf}(R) \propto -R^2$.

Подобно тому, как в [48] были получены законы преломления на относительно тонком слое выделенном в сферически-симметричной среде, через закон Снеля, мы выделим внутренний слой - окружность с центром в начале координат на рис. 1.3 и радиусом $R_{in} < R$, но при условии, что $R_{in} \rightarrow R$. На радиусе слоя R на энергию действует максимальная сила инерции, но на радиусе слоя R_{in} силы инерции становятся равны нулю. Следуя такой формулировке, можем указать, что

$$\xi_{cf} = \arcsin \left(\frac{\sin \alpha}{N_U^{cf}} \right) - \alpha. \quad (1.39)$$

Следующим важным этапом, является нахождение ξ_k - угла отклонения луча от прямолинейной траектории, вызванное действием силы Кориолиса. Из геометрии системы на рис. 1.3, ясно, что $\tan \xi_k = \frac{s_y}{s_x}$, где s - перемещение луча вдоль соответствующей оси за промежуток времени t_c . Следуя рис. 1.1 движе-

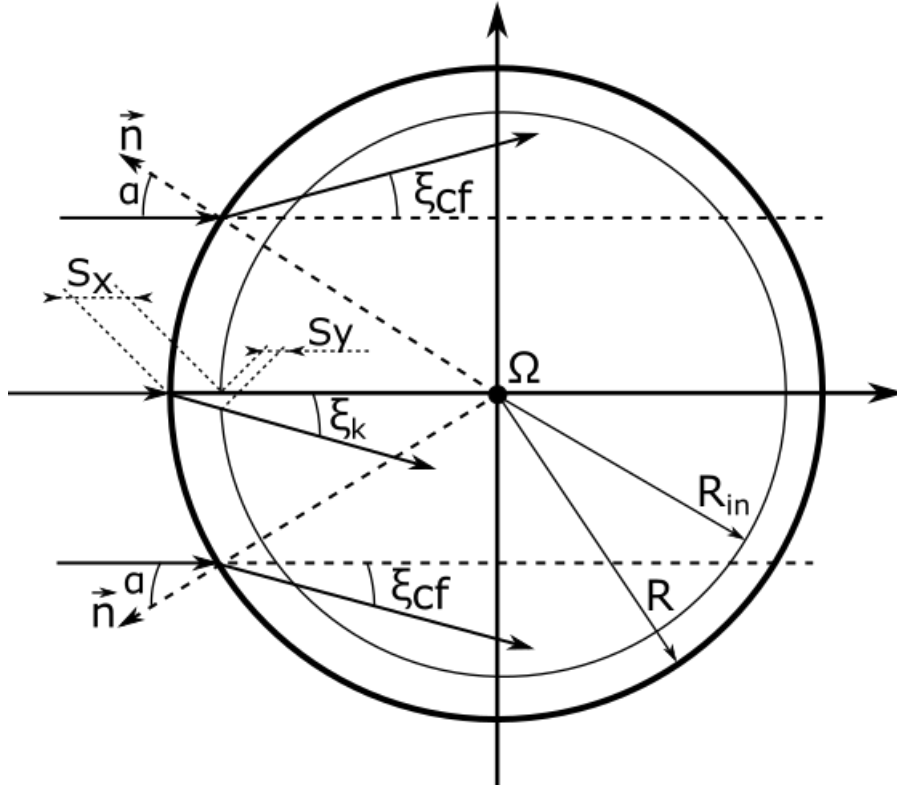


Рисунок 1.3 — Построение отклоненного луча (вращение против часовой стрелки)

ние материальной точки (или луча) относительно оси y будет иметь следующий вид: $s_y = \frac{a_k \Delta t^2}{2}$, где a_k - ускорение вызванное силой Кориолиса. С другой стороны: $s_y = \nu t_c = \Omega s_x t_c$. Приравнивая эти два выражения для s_y и выражая s_x , учитывая 1.2 и 1.3, получаем равенство: $s_x = V_r t_c \sin(\Psi)$. Угол ξ_k может быть записан в следующем виде:

$$\xi_k = \arctan \left(\frac{\Omega s_x}{V_r \sin \Psi} \right). \quad (1.40)$$

Выражение 1.40 требует ряда уточнений. Во-первых, здесь и далее будем полагать, что луч распространяется всегда только в плоскости перпендикулярной плоскости вращения, поэтому $\Psi = \frac{\pi}{2}$. Во-вторых, перемещение s_x - соответствует пути в выделенном слое действия сил инерции с радиусом R_{in} . В ходе работы найдено равенство $s_x = \beta R$, доказательство справедливости которому будет приведено ниже. Выражение для угла ξ_k принимает вид:

$$\xi_k = \arctg \left(\frac{\nu \beta}{V_r} \right). \quad (1.41)$$

Получим теперь полный путь S , который проходит луч под действием сил инерции. Согласно геометрии на рис. 1.3, очевидно, что $S = \sqrt{s_x^2 + s_y^2}$. Подставляя значения перемещений вдоль осей, и учитывая, что $t_c = \frac{s_x}{V_r}$, получаем:

$S = R\beta\sqrt{1 + \left(\frac{\nu\beta}{V_r}\right)^2}$. Полученное выражение не зависит от координат системы, поэтому остается постоянным для любого направления падения луча. Следовательно, $R_{in} = R - S$. Данная окружность является горизонтом действия сил инерции во вращающейся системе отсчета. Имеем:

$$R_{in} = R \left(1 - \beta\sqrt{1 + \left(\frac{\nu\beta}{V_r}\right)^2} \right). \quad (1.42)$$

Для того, чтобы проследить связь между углом поворота системы Ψ_m отсчета за промежуток времени действия сил инерции и углом ξ_k , выразим последний через выражение 1.36. Учтем также, что функция $atan(x)|_{x \rightarrow 0} \approx x$. В итоге получаем:

$$\xi_k = \frac{\beta^2}{1 - \Psi_m(\beta + 2)}. \quad (1.43)$$

Полученное выражение показывает, что искривление луча происходит на угол гораздо меньшей, чем поворот системы отсчета за одинаковое время t_c .

При вычислении волновых характеристик в неинерциальной системе отсчета необходимо учитывать релятивистское изменение частоты. Это происходит в том случае, когда энергия перемещается из области с большим силовым потенциалом в область с меньшим силовым потенциалом и возникновение этого эффекта связано с действием только центробежной силы. Общая энергия кванта изменяется, а значит, изменяется его частота [48]: $\Delta f = \frac{\Delta U}{2\pi\hbar}$. Примем также, что волна перемещается в область с нулевым потенциалом (к оси вращения), следовательно, $\Delta U = \frac{1}{2}m\Omega^2 R^2$. Используя определение электромагнитной массы 1.32, получаем:

$$\Delta f = \frac{\epsilon E^2 V_0 \beta}{4\pi\hbar}. \quad (1.44)$$

При перемещении от центра значение 1.44 меняет свой знак на противоположный, а модуль остается неизменным.

1.4 Электромагнитные волны в движущейся среде

Получив необходимое описание физических процессов вращающейся среды без участия внешнего электромагнитного поля и условия распространения

электромагнитных волн в неинерциальной системе отсчета без участия материальных тел, необходимо объединить эти две задачи в единое целое. Одним из результатов раздела 1.2, является временная декомпозиция системы. Основу решения любой дифракционной задачи составляют материальные уравнения, в данном случае они носят названия уравнения Максвелла-Минковского. Однако, как было выяснено ранее, данные условия устанавливаются в системе не сразу, а спустя промежуток времени $\langle t_{ex} \rangle$. Более того, по истечению этого промежутка времени, уравнения Максвелла-Минковского без какой-либо временной зависимости, могут быть записаны, только если электроны не покидают поверхности тела, совершая работу выхода. Интерпретационная модель эквивалентного перехода от изотропного вращающегося материального тела, к бианизотропному неподвижному, схематично показана на рисунке 1.4.

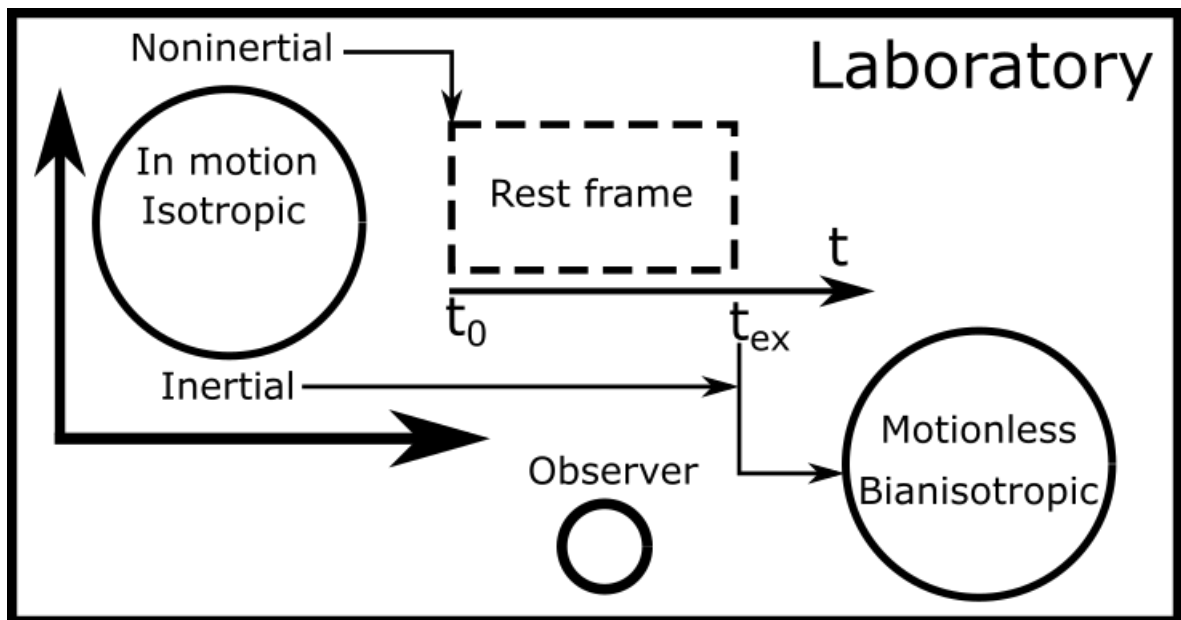


Рисунок 1.4 — Эквивалентный переход и временная декомпозиция

Согласно представленной на рис. 1.4 схеме, наблюдатель покоится в лаборатории. В формулах 1.36, 1.41 и 1.42, мы использовали значение относительной скорости V_r , однако до сих пор оно получено не было. Причина этого заключается в том, что относительную фазовую скорость волны, возможно, получить, только присоединив к движущейся системе отсчета материальную среду.

Фундаментальный опыт Физо [54], [61], который был проведен раньше, чем Лоренцом были получены уравнения 1.2, изначально имел несколько некорректную трактовку. Для его объяснения был использован коэффициент увлечения Френеля F_p . Форма записи этой величины сохраняет свой первоначальный вид, однако СТО дает ей и результатам опыта Физо современную формулиров-

ку. Закон сложения скоростей, вытекающий из трансформации Лоренца должен быть записан в следующем виде:

$$V_r = \frac{V_1 + V_2}{1 + \frac{V_1 V_2}{c^2}}. \quad (1.45)$$

В силу того, что для волны, распространяющейся в среде - $V_p = \frac{c}{N^0}$, при условии, что среда движется в направлении распространения, используя 1.45, получаем:

$$V_r = \frac{\frac{c}{N^0} + \nu}{1 + \frac{\nu}{c N^0}}. \quad (1.46)$$

Представим 1.46 в виде: $V_r = V_p + \nu F_p$, где

$$F_p = 1 - \frac{c + N^0 \nu}{c(N^0)^2 + N^0 \nu}. \quad (1.47)$$

Коэффициент увлечения полученный Френелем дает первое приближение по ν для (1.47):

$$F_p \approx 1 - \frac{1}{(N^0)^2}. \quad (1.48)$$

Увлечение электромагнитной волны движущейся средой - эффект специальной теории относительности. Следует понимать, что эта величина не описывает изменение фазовой скорости распространения волны в движущейся среде, относительно неподвижной. Значение V_r показывает скорость распространения электромагнитно волны в движущейся среде, если бы за ней наблюдали из лабораторной СО. Тем самым этот эффект не связан ни с характеристикой объекта (электрофизические параметры среды остаются неизменными), ни с параметрами субъекта. Коэффициент увлечение есть эффект над точкой наблюдения, расположенной в неподвижной СО. Следует также обратить внимание, что ν в эксперименте не зависит от времени, что говорит нам о том, что среда движется с нулевым ускорением, а значит система отсчета, связанная с ней, инерциальная. Следует также отметить, что существуют среды, движение которых не оказывает обозначенный эффект на фазовую скорость ЭМВ распространяющихся в ней [62].

Современная интерпретация классического эксперимента Физо по измерению скорости света, дана, например, в работе [63]. Следует указать, что результаты, а также сама постановка эксперимента, актуальны до сих пор. Причина этому не только в тесной связи фундаментальных, прикладных и экспериментальных подходах проведенного исследования, которое нашло особое

применение в образовательной сфере ([63]), но и в значительном потенциале к наращиванию доступных для экспериментатора исходящих данных об исследуемом объекте. Это положение, в первую очередь связано с возможностью совершенствования измерительного инструментария, что приводит к проведению высокоточного исследования. Чувствительность современной аппаратной базы сдвигает границу пренебрежимости малыми релятивистскими эффектами на лабораторный и даже прикладной уровень наблюдаемости, а значит и их применимости.

Подставив полученное выражение для относительной скорости в интересующие нас зависимости 1.36, 1.41 и 1.42, мы получим расчетные формулы для этих величин. Теперь получим полный угол рефракции электромагнитных волн во вращающейся материальной среде Ξ . Вновь обратимся к рисунку 1.3. Луч, падающий на границу раздела двух сред, естественным образом преломляется относительно нормали, проведенной к ней. Обозначим угол естественной рефракции, как θ . Принимая, что падающая волна распространяется в вакууме, из закона Снелля имеем: $\theta = \arcsin\left(\frac{\sin\alpha}{N^0}\right)$. Следовательно, в первом квадранте: $\Xi = \theta + \xi_{cf} - \xi_k$, а во втором квадранте $\Xi = \theta + \xi_{cf} + \xi_k$. Обобщая формулировку:

$$\Xi = \arcsin\left(\frac{\sin\alpha}{N^0}\right) + \xi_{cf} \pm \xi_k. \quad (1.49)$$

Характерная динамика пространства распространения ЭМВ вносит ряд существенных изменений в систему уравнений Максвелла, записанную для неподвижной среды. Следует особо указать, что в данной работе, любая вращающаяся среда, априори является материальной (постулат Эйнштейна о невозможности приобретения ненулевой скорости для вакуума [1]). Поэтому уравнения Максвелла для таких систем всегда являются материальными. Следуя той же логике, уравнения Максвелла, записанные для пространства (в том числе и для вакуума), находящегося во внешнем силовом поле так же будем считать материальными (в силу их эквивалентности).

Система уравнений Максвелла для гармонических колебаний (временной множитель $e^{-j\omega t}$, $\frac{d}{dt} = j\omega$ в 1.6) имеет наиболее простой и удобный вид:

$$\begin{cases} \nabla \times \vec{E} = j\omega \vec{B} \\ \nabla \times \vec{H} = -j\omega \vec{D} + \vec{J} \\ \nabla \cdot \vec{D} = \rho \\ \nabla \cdot \vec{B} = 0. \end{cases} \quad (1.50)$$

Система уравнений Максвелла-Минковского для движущейся среды выглядит следующим образом ([3], [6], [25]):

$$\begin{cases} \vec{D} = \epsilon \vec{E} + \frac{(N^0)^2 - 1}{c^2} (\vec{v} \times \vec{H}) \\ \vec{B} = \mu \vec{H} - \frac{(N^0)^2 - 1}{c^2} (\vec{v} \times \vec{E}) \\ \vec{J} = \sigma (\vec{E} + (\mu \vec{v} \times \vec{H})) \\ \rho = \mu_0 \epsilon_0 \vec{v} \cdot \vec{J}. \end{cases} \quad (1.51)$$

Первое уравнение системы 1.51 получается при учете 1.45 в 1.10. Аналогичным образом, но для магнитных полей, получается второе уравнение в системе. Данная система уравнений описывает распространение радиоволн в поступательно движущейся инерциальной материальной системе отсчета. В силу того, что большинство задач дифракции на вращающихся телах решаются именно через представленные уравнения (это связано с оправданным в большинстве случаев применением RFT), мы будем отталкиваться именно от них, однако зафиксируем тот факт, что кроме внутренних процессов среды в установившемся режиме и увлечения электромагнитных волн, интересующих нас эффектов в 1.51 не описано. Аппроксимация RFT для внутренних задач электродинамики, частично схожа с квазистационарной аппроксимацией [20] для внешних задач электродинамики.

Для получения волнового уравнения прибегнем к стандартной подстановке неизвестных из уравнений 1.51 в соответствующие уравнения 1.50. В результате получаем:

$$\begin{cases} \left(\nabla + j\omega \frac{(N^0)^2 - 1}{c^2} \vec{v} \right) \times \vec{E} = j\omega \mu \vec{H} \\ \left(\nabla + \vec{v} \left(j\omega \frac{(N^0)^2 - 1}{c^2} - \mu\sigma \right) \right) \times \vec{H} = (\sigma - j\omega\epsilon) \vec{E} \\ \left(\nabla + \vec{v} \left(j\omega \frac{(N^0)^2 - 1}{c^2} - \mu\sigma \right) \right) \cdot \vec{E} = 0 \\ \left(\nabla + j\omega \frac{(N^0)^2 - 1}{c^2} \vec{v} \right) \cdot \vec{H} = 0. \end{cases} \quad (1.52)$$

Решая 1.52 относительно любой из неизвестных, записываем:

$$\left[\nabla^2 + \vec{\nu} \left(j2\omega \frac{(N^0)^2 - 1}{c^2} - \mu\sigma \right) \cdot \nabla + j\omega\mu (\sigma - j\omega\epsilon) \right] \vec{E} = 0. \quad (1.53)$$

Запись 1.53 остается неизменной и для H с заменой соответствующей неизвестной. Для плоской волны должно соблюдаться условие пропорциональности напряженностей электрического и магнитного поля величине $e^{j\vec{\gamma} \cdot \vec{r}}$, где \vec{r} - радиус вектор от источника к точке наблюдения. Величина $\vec{\gamma}$ - волновой вектор, для нее приводится искомое волновое уравнение:

$$\vec{\gamma}^2 + \vec{\nu} \left(2\omega \frac{(N^0)^2 - 1}{c^2} + j\mu\sigma \right) \cdot \vec{\gamma} - j\omega\mu (\sigma - j\omega\epsilon) = 0. \quad (1.54)$$

В свою очередь волновой вектор является произведением единичного вектора, определяющего направление распространения и комплексной постоянной распространения, определяющей амплитуду волны в точке наблюдения: $\vec{\gamma} = \hat{\gamma} \cdot \gamma$. Обозначим угол между векторами волнового вектора и скорости движения системы отсчета ϕ . Теперь скалярное произведение этих векторов можем представить в виде: $\vec{\nu} \cdot \vec{\gamma} = \nu\gamma\cos(\phi)$. Приведем 1.54 к более функциональному скалярному виду:

$$\gamma^2 + \nu\gamma\cos(\phi) \left(2\omega \frac{(N^0)^2 - 1}{c^2} + j\mu\sigma \right) - j\omega\mu (\sigma - j\omega\epsilon) = 0. \quad (1.55)$$

Теперь из уравнения 1.55 можем выразить постоянную распространения для волны, перемещающейся в движущейся среде. Для сокращения записи введем обозначение: $M = \frac{(N^0)^2 - 1}{c^2}$. Дискриминант уравнения 1.55 $\mathbf{D} = \nu^2\cos(\phi)^2 (2\omega M + j\mu\sigma)^2 + 4j\omega\mu (\sigma - j\omega\epsilon)$.

$$\gamma_{\pm} = \frac{-\nu\cos(\phi) (2\omega M + j\mu\sigma) \pm \sqrt{\mathbf{D}}}{2}. \quad (1.56)$$

Физически обоснованным решением 1.56 является:

$$\gamma = Re(\gamma_+) + jIm(\gamma_-). \quad (1.57)$$

Анализируя 1.56, видим, что модуль вектора постоянной распространения зависит от направления этого вектора. При условии, что постоянная распространения может быть представлена в форме: $\gamma = \frac{\omega\sqrt{\epsilon_r\mu_r}}{c}$, такая зависимость напрямую свидетельствует о пространственной дисперсии в среды [60], [64]. Учтем,

однако, что пространственная дисперсия возникает только в случае ненулевой скорости движения среды и значительным этот эффект становится только при достаточно больших значениях ν .

1.5 Электромагнитные волны во вращающейся материальной среде

В рамках этого раздела мы опишем вывод значения постоянной распространения электромагнитных волн во вращающейся материальной среде тремя различными способами. Первый - строгий координатный подход, дающий полное описание физической величины. Выражение для γ полученное этим методом мы будем использовать при описании среды распространения электромагнитных волн во вращающихся осесимметричных телах сложной формы. Второй - аналитический метод разложения на пространственные гармоники. Данная техника применяется при рассмотрении аналитически разрешимых задач дифракции, таких как дифракция на вращающемся круглом бесконечном цилиндре и дифракция на вращающейся сфере. Именно поэтому выражение для γ_h нам необходимо использовать при первичной верификации результатов моделирования с их аналитическими аналогами. И наконец, третий способ - координатное разложение методом поверхностного источника Гюйгенса. Выражение для $\tilde{\gamma}$, полученное этим методом является приближенным и демонстрирует ожидаемую структурную нестабильность. Однако его применение при решении глобальной задачи также было апробировано и показало допустимую эффективность. Данное исследование нам необходимо для того, чтобы изучить поведение целевой величины на поверхности среды и подтвердить ряд предположений выдвинутых ранее.

1.5.1 Строгий координатный подход

Переписать выражение 1.56 для вращающейся среды несложно, достаточно учесть, что $\nu = \Omega R$. Вектор линейной скорости всегда направлен по кас-

тельной к окружности траектории описываемой точкой, а радиус к этой точки формирует с касательной прямой угол, отсюда можем заключить, что $\phi = \frac{\pi}{2} - \Xi$. Выделим координатную зависимость $C(\rho) = \Omega \rho \sin \Xi (2\omega M + j\mu\sigma)$. Получаем:

$$\gamma_{\pm} = \frac{-C(\rho) \pm \sqrt{C(\rho)^2 + 4j\omega\mu(\sigma - j\omega\epsilon)}}{2}. \quad (1.58)$$

Используя функциональный подход [65] будем находить уточненные электрофизические параметры среды только через ее относительную диэлектрическую проницаемость, по следующему выражению:

$$\epsilon_{rr} = \left(\frac{\gamma c}{\omega}\right)^2. \quad (1.59)$$

В случае если $\Omega = 0$ или $\rho = 0$, выражение 1.58 принимает вид постоянной распространения в неподвижной среде, координатная зависимость $C(\rho) = 0$, и $\gamma = \sqrt{j\omega\mu(\sigma - \omega\epsilon)}$. Обозначим эту величину, как волновое число в среде без возмущения k^0 и приведем ее к стандартной форме:

$$k^0 = \sqrt{\frac{\omega^2 \epsilon_r}{c^2} + j\omega\mu\sigma}. \quad (1.60)$$

В итоге получаем:

$$\gamma_{\pm} = \frac{-C(\rho) \pm \sqrt{C(\rho)^2 + 4(k^0)^2}}{2}. \quad (1.61)$$

При необходимости учета релятивистского изменения частоты 1.44, координатная зависимость должна быть уточнена следующим образом: $C(\rho) = \Omega \rho \sin \Xi (2\omega^{01} M + j\mu\sigma)$. В этом случае угловая частота не является константой и подвергается возмущению: $\omega^{01} = 2\pi(f + \Delta f)$. Для уточнения, в такой формулировке в выражение 1.60 входит величина ω^0 .

1.5.2 Разложение на пространственные гармоники

Альтернативным подходом получения постоянной распространения является разложение функции на пространственные гармоники. Основным недостатком такого метода, является то, что полученное выражение для γ , не имеет выраженной координатной зависимости и может использоваться только в строгих

аналитических выражениях. Введем обозначение γ_h для постоянной распространения для пространственных гармоник, причем, n - номер пространственной гармоники. Для нас этот подход, в первую очередь, ценен именно строгостью, что формирует аналитическую границу, сравниваясь с которой мы можем достоверно верифицировать численные результаты, полученные для координатного разложения γ .

Учитывая правила вычисления дифференциального оператора в цилиндрической системе координат [66], из первых двух уравнений системы 1.52 имеем:

$$\begin{cases} \text{rot} \vec{E} + j\omega M \Omega \rho \hat{\varphi} \times \vec{E} = j\omega \mu \vec{H} \\ \text{rot} \vec{H} + (j\omega M - \mu\sigma) \Omega \rho \hat{\varphi} \times \vec{H} = (\sigma - j\omega\epsilon) \vec{E}. \end{cases} \quad (1.62)$$

$$\begin{cases} \frac{1}{\rho} \frac{df}{d\varphi} + j\omega M \Omega \rho f = -j\omega \mu H_\rho \\ \frac{df}{d\rho} = j\omega \mu H_\varphi \\ \frac{1}{\rho} \frac{d(\rho H_\varphi)}{d\rho} - \frac{1}{\rho} \frac{dH_\rho}{d\varphi} - (j\omega M - \mu\sigma) \Omega \rho H_\rho = (\sigma - j\omega\epsilon) f. \end{cases} \quad (1.63)$$

Решая систему 1.63 методом подстановки H_ρ и H_φ , получаем уравнение относительно одной неизвестной функции f :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} \left(\rho \frac{df}{d\rho} \right) - \frac{1}{\rho^2} \frac{d^2 f}{d\varphi^2} - (2\omega \Omega M - j\mu\sigma\Omega) \frac{df}{d\varphi} - \\ - \left[\omega^2 M - j\omega\mu\sigma + \frac{\omega^2}{c^2} \right] f = 0. \end{aligned} \quad (1.64)$$

Неизвестным членом является радиально-зависимый коэффициент Фурье в разложении 1.72. Учитывая, что $\frac{df}{d\varphi} = jnf$, уравнение 1.64 относительно этого неизвестного принимает следующий вид:

$$\frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} \left(\rho \frac{df(\rho)}{d\rho} \right) + \left[\gamma_h^2 - \frac{n^2}{\rho^2} \right] f(\rho) = 0, \quad (1.65)$$

$$\gamma_h^2 = \omega(\omega M + \omega\epsilon_0\mu_0 - j\mu\sigma) - n\Omega(-2\omega M + j\mu\sigma). \quad (1.66)$$

Заметим, что 1.65 является дифференциальным уравнением Бесселя (см. [66] и [67], а также работы [25], [26], [68], в которых выполнялись аналогичные вычисления), решением которого, является 1.72, с учетом 1.66. Перепишем 1.66 в более удобном и функциональном виде:

$$\gamma_h = \sqrt{(k^0)^2 + \Omega n (k^1)^2}, \quad (1.67)$$

где, в соответствии с теорией возмущений k^1 - волновое число для вращающейся среды, с параметром возмущения Ωn . Следовательно:

$$k^1 = \sqrt{2\omega M + j\sigma\mu_0}. \quad (1.68)$$

Значение для k^0 приведено в 1.60. Отметим также, что в выражении 2.6 не учитываются эффекты связанные с неинерциальностью системы отсчета.

1.5.3 Обратное разложение методом поверхностного источника

Введем в рассматриваемую систему локальный источник электромагнитных волн, располагающийся непосредственно на границе раздела неподвижной-вращающейся сред. Эта формулировка соответствует классической теории дифракции Гюйгенса-Френеля. Геометрия исследуемой системы показана на рис. 1.5.

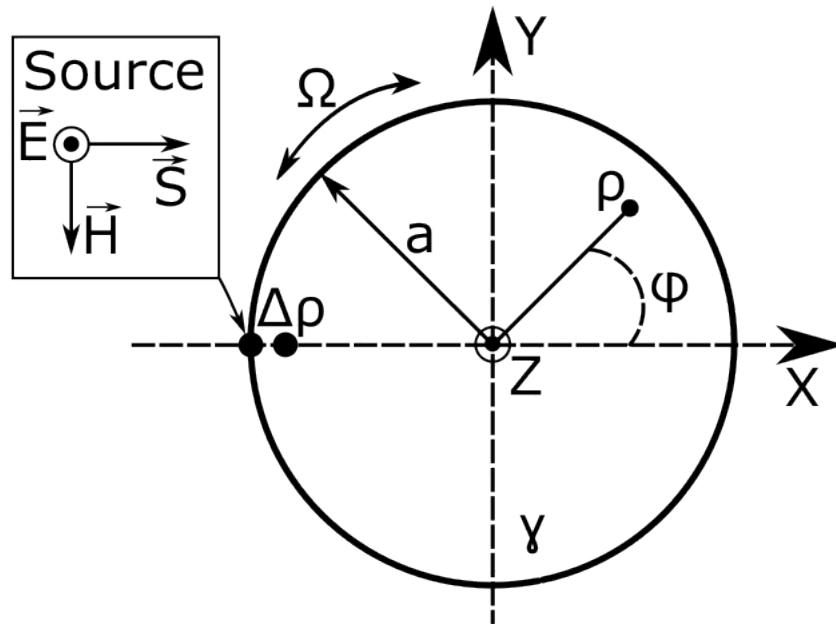


Рисунок 1.5 — Геометрия задачи с локальным источником.

Постоянную распространения будем искать в окрестности локального источника. В соответствии с представленной геометрией рис. 1.5 направлением распространения от локального источника является направление по радиусу к центру вращения - это означает, что условный первичный источник, находящийся в инерциальной СО также создает излучение в этом направлении. Отметим,

что рассматривается плоская непрерывная волна, а локальные источники на границе раздела создаются плоским фронтом. Придерживаясь этих формулировок, будем, оправдано, считать локальный источник неподвижным и не увлекаемым вращением среды. Это легко объясняется тем, что в каждый малый промежуток времени на границе раздела в выбранной точке создается новый локальный источник полностью эквивалентный тому, который находился в ней до этого момента.

Для начала рассмотрим двумерную задачу (среда бесконечна вдоль оси z). Проекция вектора напряженности электрического поля, создаваемого локальным источником в декартовой системе координат, выглядит следующим образом:

$$E_z^{loc} = e^{-j\tilde{\gamma}(x-x_{loc})}, \quad (1.69)$$

здесь и далее любая координата с индексом 'loc', соответствует координате локального источника. Очевидно, что разность $x - x_{loc} = s_x$ - это перемещение волны вглубь среды вдоль координаты x . Для получения значения $\tilde{\gamma}$ в окрестности локального источника (в точке самого источника эта величина неопределима), необходимым условием является $s_x \rightarrow 0$. Тождественно приравняем выражение 1.69 к некоторой неизвестной пока функции $f(x)$. Выражая через нее постоянную распространения, получаем:

$$\gamma = \left. \frac{j \ln[f(x)]}{s_x} \right|_{s_x \rightarrow 0}. \quad (1.70)$$

Геометрия рисунка 1.5 может соответствовать распространению волны во вращающемся бесконечном вдоль оси симметрии цилиндре. Координатами локального источника в цилиндрической системе координат будут являться значения $\rho_{loc}=a$ и $\varphi_{loc}=\pi$, следовательно, $s_x = \rho \cos(\varphi) + a$. Условие $s_x \rightarrow 0$ эквивалентно записи $\rho \rightarrow a$. Представим функцию $f(x)$ в виде бесконечного ряда (раскладывая 1.69 в ряд Фурье по цилиндрическим функциям):

$$f(\rho, \varphi) = \left. \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} j^{-n} J_n(\gamma h [\rho \cos(\varphi) + a]) \right|_{\rho \rightarrow a}, \quad (1.71)$$

где J_n - цилиндрическая функция Бесселя первого рода. Что бы разделить аргумент цилиндрической функции на радиальную и угловую составляющую используем степенные свойства в 1.69 и запишем:

$$f(\rho, \varphi) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} j^{-n} J_n(\gamma h \rho) e^{jn\varphi} \left[\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} j^{-n} J_n(k^0 a) e^{jn\pi} \right]^{-1} \left. \right|_{\rho \rightarrow a}. \quad (1.72)$$

Ряд, оказывающийся в знаменателе, является разложение поля источника, кроме соответствующих координат, в аргументе цилиндрической функции, удобней записать волновое число нулевого порядка. Это объясняется положением источника, в котором отсутствуют эффекты вращения ($\phi = \frac{\pi}{2}$). Строго говоря, если бы в выражении для γ_h , входила величина ξ_k , которая согласно рис. 1.3 описывает искривление траектории луча и на этой оси, то аргумент цилиндрической функции в знаменателе требовалось бы уточнить. Однако здесь особой необходимости в этом нет.

Таким образом, требуемая зависимость постоянной распространения во вращающейся среде найдена. Она получается подстановкой 1.72 в 1.70, с учетом 2.6. Одним из нерешенных вопросов является способ удовлетворения условию $\rho \rightarrow a$. Наиболее простой и эффективный метод заключается в небольшом шевелении функции 1.72 в окрестности локального источника для проверки ее стабильности на катастрофическое поведение. Укажем, что $\rho = \lim_{\Delta_\rho \rightarrow 0} (a - \Delta_\rho a)$. Этот передел не будет вычисляться аналитически, а путем итерационного сокращения шевеления Δ_ρ . Рис. 1.5 иллюстрирует эту формулировку. Диапазон изменения радиальной координаты во многом зависит от проводимости среды. Для сильно проводящих материалов эта величина естественным образом ограничена глубиной проникновения при скин эффекте [69].

Ранее мы уже использовали соотношение $s_x = \beta a = \beta R$. Теперь мы проведем проверку его допустимости в данном исследовании. Для этого введем коэффициент δ и запишем $s_x = \delta \beta a$. Отсюда автоматически следует, что $\Delta_\rho = \delta \beta$, значит $\rho = a(1 - \delta \beta)$, откуда получаем $s_x = a [(1 - \delta \beta) \cos(\varphi) + 1]$. Проверка заключается в исследовании поведения функции 1.70 в окрестности координат источника. Ключевыми являются следующие факторы: $\tilde{\gamma} \rightarrow k^0$ (это справедливо, так как в данном случае мы пренебрегаем силами инерции), а также структурная стабильность исследуемой функции. Второй фактор привлекает аппарат теории катастроф для анализа поведения функции. Учтем также, что $\Delta_\rho \leq \beta$, в противном случае возможны ситуации перехода s_x через ось вращения, что является недопустимым, в силу того, что на ней $\Omega = 0$. Выпишем наиболее упрощенное выражение для постоянной распространения (символ суммирования подразумевает бесконечный ряд по n):

$$\tilde{\gamma} = \frac{j \left[\ln \left(\sum \{ j^{-n} J_n [\gamma_h a (1 - \delta \beta)] e^{jn\varphi} \} \right) + \ln(e^{-jk_0 a}) \right]}{a [(1 - \delta \beta) \cos(\varphi) + 1]}. \quad (1.73)$$

На рисунке 1.6 представлены семейства исследуемых функций при заданных параметрах. Для всех графиков $k^0 = 93.686$ - этот уровень указан горизонтальной прямой. Длительность ряда $1.73 n = \pm 300$, однако ряд сходиться быстрее [70]. Как и указывалось выше предел $s_x \rightarrow 0$ ищется итеративно, сокращением δ . Для показанных случаев выбраны значения $\delta = (1, \frac{1}{2}, \frac{1}{10}, \frac{1}{15})$. Горизонтальной чертой показана угловая координата источника. Пересечение горизонтальной и вертикальной черты соответствует истинному значению γ . Чем ближе подходит кривая к этому значению, при отсутствии катастрофического поведения (или при минимуме особых точек), тем точнее выбран коэффициент при β .

Во всех рассматриваемых случаях условиям выборки соответствует только $\delta = 1$. Конечно, проведенный анализ нельзя назвать полным и общим, однако он кажется достаточным. При прочих параметрах результаты сводятся к такому же значению для s_x . Рассмотрению данного вопроса отчасти посвященная работа [71].

1.6 Выводы и обсуждение

В рамках строгого подхода, нами было получено выражение для постоянной распространения электромагнитных волн во вращающейся материальной среде. Выражение 1.61, вместе с результирующей формулировкой 1.61, будем считать окончательными и полными в представлении целевых эффектов. Дадим этому заключению краткое пояснение - решенное волновое уравнение 1.53, было получено из материальных уравнений Максвелла-Минковского 1.51, записанных только для первого порядка возмущения, эффекты неинерциальности системы отсчета были вложены в результирующую запись через уточнение угла Ξ выражением 1.49. Следует также указать, что полнота записи достигается получением временной шкалы системы, в которой указан момент времени $\langle t_{ex} \rangle$ в выражении 1.25, при котором вращающаяся изотропная среда может быть интерпретирована, как неподвижная бианизотропная, с граничными условиями, независимыми от времени, при выполнении энергетического условия не покидания электронов поверхности вращающегося тела, под действием центробежных сил. Данное обобщенное описание, является главным выводом данного раздела.

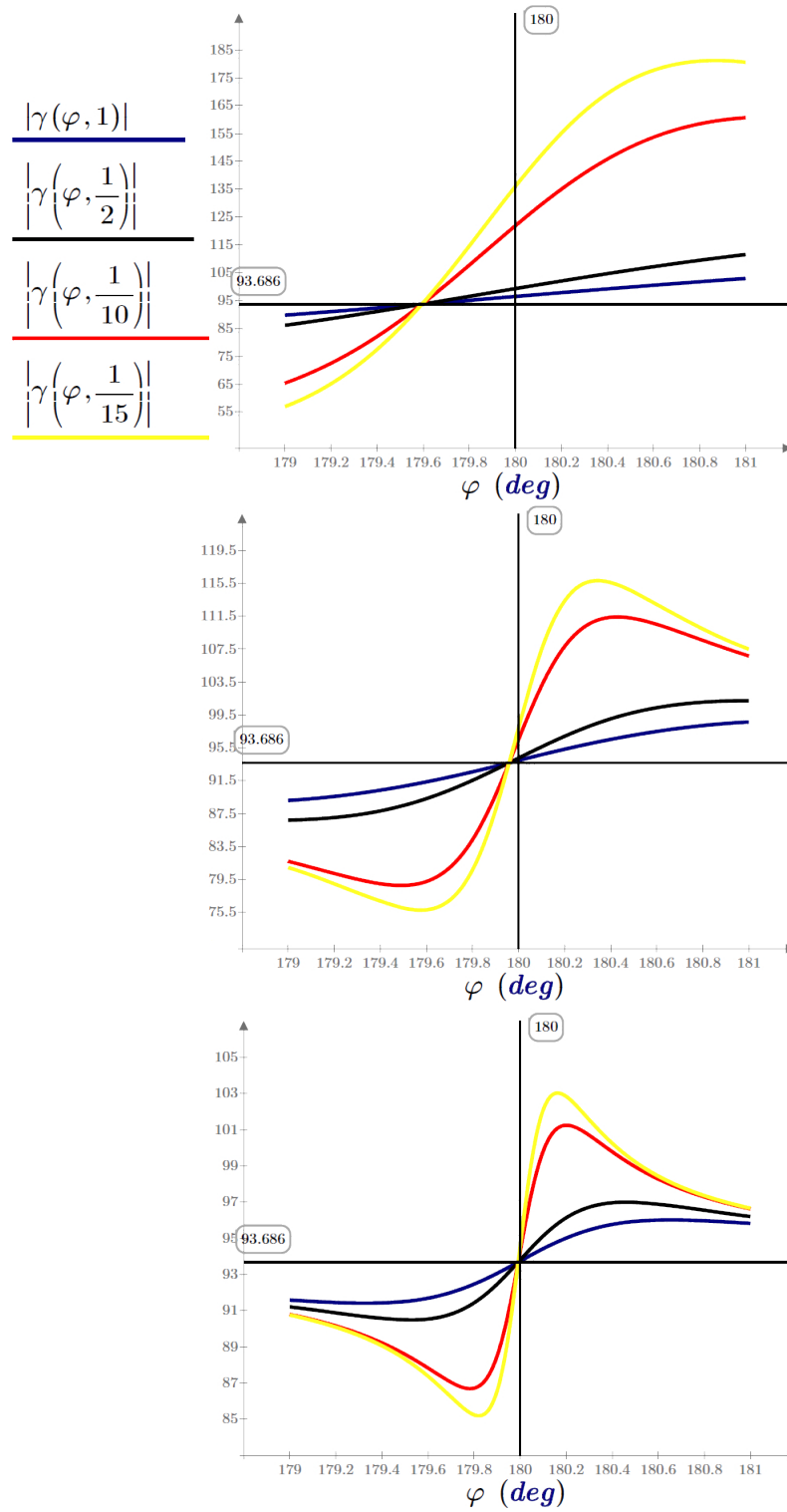


Рисунок 1.6 — Зависимость $|\tilde{\gamma}(\varphi, \delta)|$ при $\beta = 0.003$, $\beta = 3.334 \times 10^{-4}$ и $\beta = 6.668 \times 10^{-5}$.

Вернемся к геометрии показанной на рис. 1.3. На рис. 1.7 показаны результаты моделирования распределения тока J_{cf} для двух моментов времени, соответствующих начальному и конечному состояниям системы. Моделирование производилось наиболее оптимальным для подобного класса задач методом моментов. Радиус диска был выбран равным 0.3 м, со следующими электрофизи-

зическими параметрами: $\epsilon_r = 6$ и $\sigma = 0.1$ См/м. Момент времени $\langle t_{ex} \rangle$ оказался равным 190 с. Техника моделирование подробно изложена в работе [72].

На рис. 1.8 показано трехмерное полупространство постоянной распространения в выбранной системе отсчета. Показанное распределение соответствует положительной по координате x полуокружности на рис. 1.3. В отрицательной полуокружности распределение постоянной распространения симметрично вертикальной оси. На данном изображении осознано не отмечены числовые значения, так как магнитуда эффекта искривления пространства в этом представлении не принципиальна. Форма пространства при ненулевой угловой скорости практически всегда сохраняется, исключением является некоторые случаи структурной неустойчивости и катастрофического поведения в особых точках (данное поведение функции рассматривается в [73]).

На рисунках 1.9, 1.10 и 1.11 показаны контурные графики распределения $\gamma(\rho, \varphi)$ при различных условиях. Так распределение 1.9 соответствует случаю, при котором либо не происходит естественного преломления луча (в отсутствии сил инерции), либо оно происходит таким образом, что $\Xi = \frac{\pi}{2}$. Это распределение может также соответствовать случаю, при котором волна распространяется в многослойной среде, каждый слой которой совершает равномерное прямолинейное поступательное движение в направлении перпендикулярном волновому вектору. Модуль скорости каждого слоя различен, однако направление вектора скорости одинаково. Распределение 1.10 демонстрирует поведение постоянной распространения при в рамках RFT, при котором действием сил инерции пренебрегают. И наконец распределение полной постоянной распространения показано на рис. 1.11. Все три распределения были получены при одинаковых входных условиях: $f = 200$ МГц, $a = 0.955$ м, $\mu_r = 1$, $\epsilon_r = 4$, $\sigma = 0.00223$ См/м, $\Omega = 9.3 \times 10^6$ рад/с ($\beta = 0.03$).

На рисунке 1.12 показана относительная ошибка вычисления $\tilde{\gamma}$ в сравнении с γ при $\phi = \pi - \alpha$ в области локального источника. Ошибка вычисляется по классической формуле: $\delta_{err} = \left| \frac{\tilde{\gamma} - \gamma}{\gamma} \right|$.

Основные результаты данного раздела изложены в работах автора: [69], [71], [72] и [73].

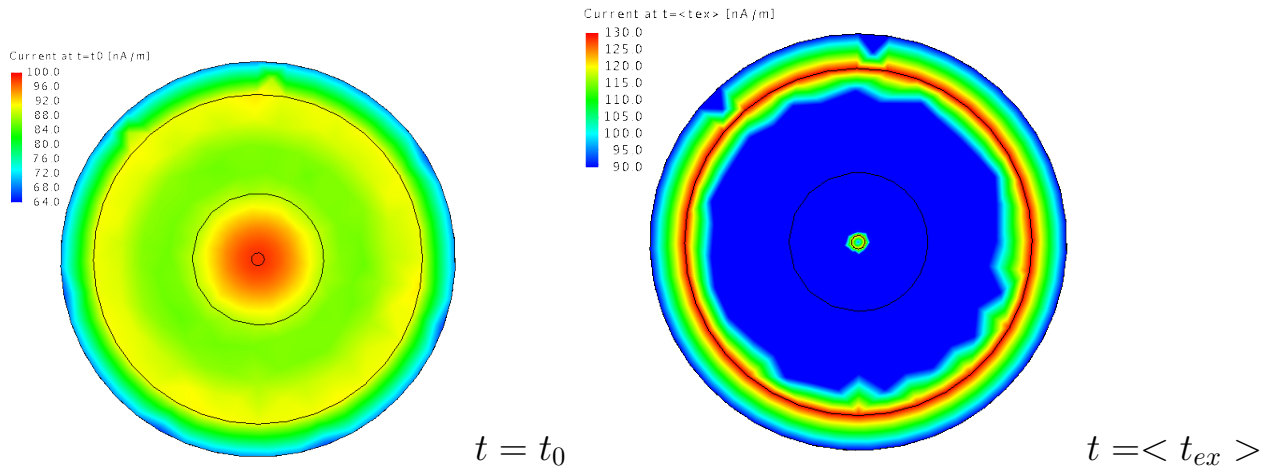


Рисунок 1.7 — Временное моделирование распределения токов во вращающейся среде

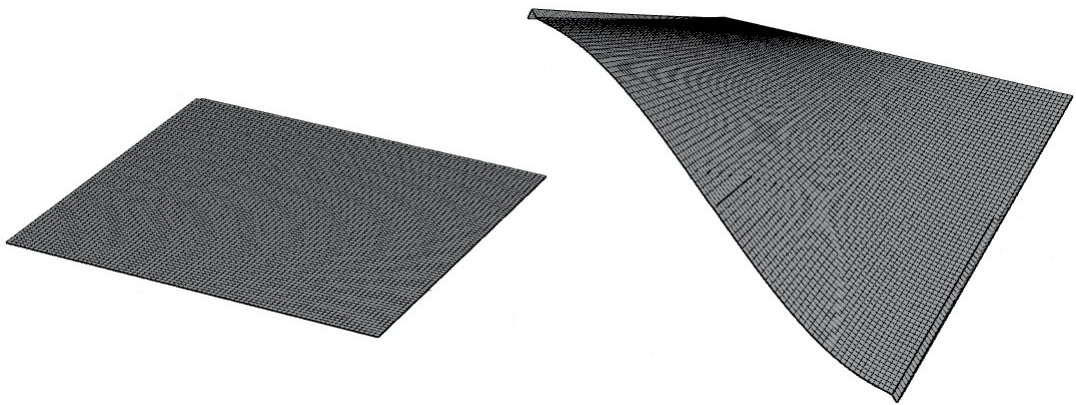


Рисунок 1.8 — Трехмерное пространство постоянной распространения (слева для $\beta = 0$, справа для $\beta \neq 0$).

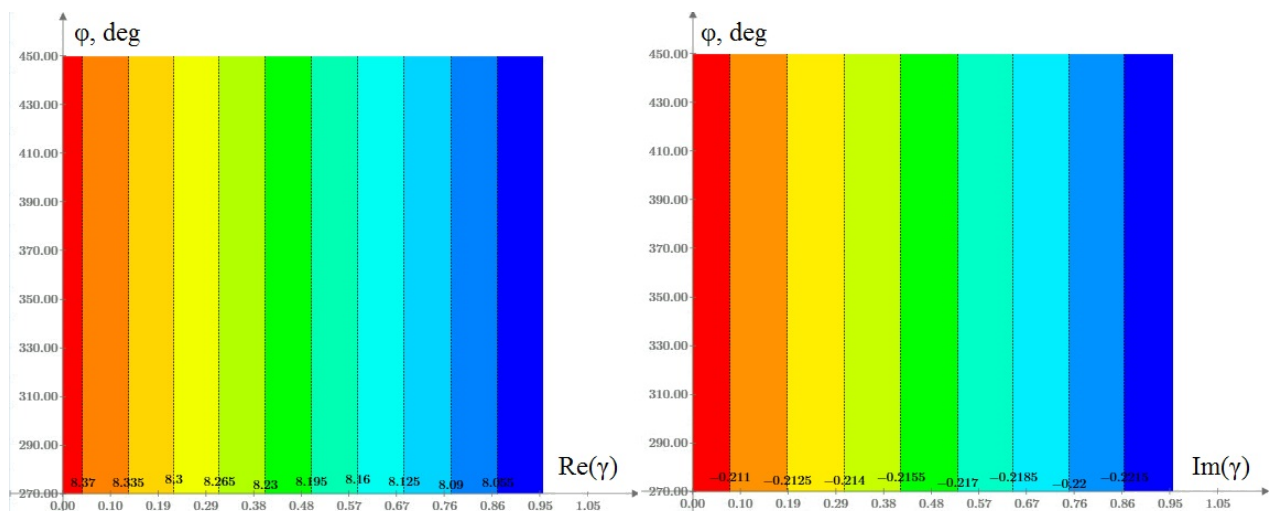


Рисунок 1.9 — Распределение постоянной распространения в движущейся среде при $\phi = 0$

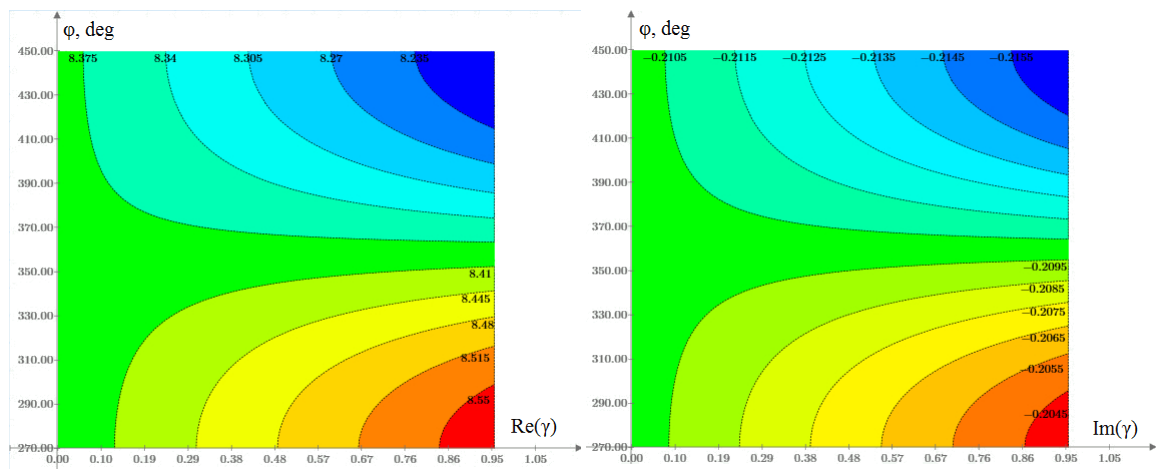


Рисунок 1.10 — Распределение постоянной распространения во вращающейся среде без учета действия сил инерции.

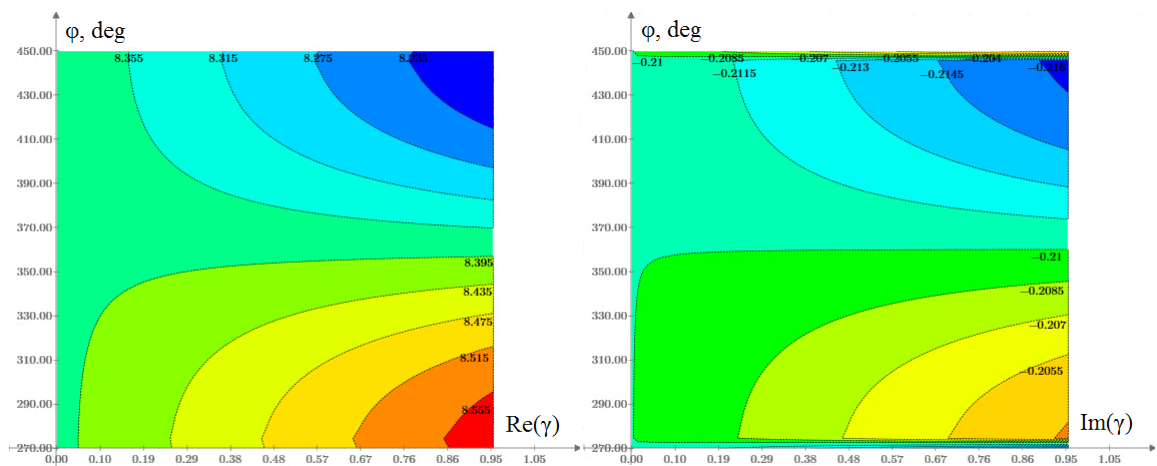


Рисунок 1.11 — Распределение полной постоянной распространения во вращающейся среде.

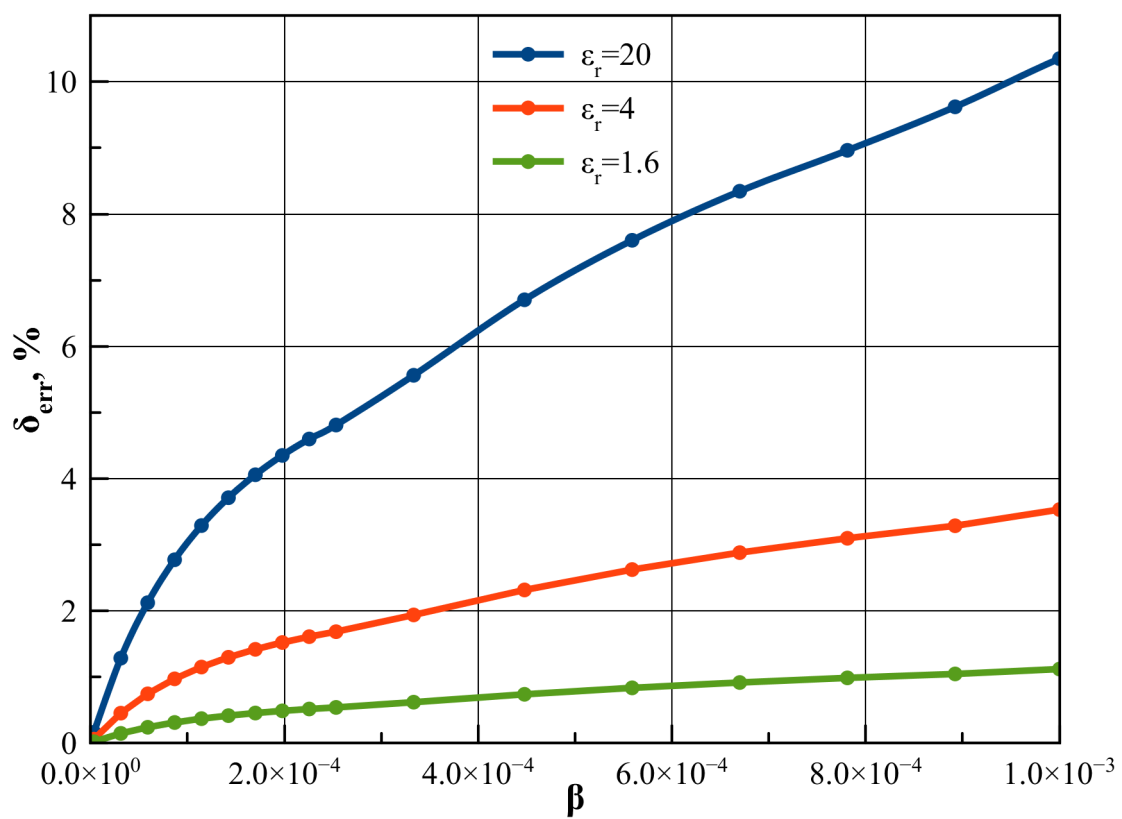


Рисунок 1.12 — Относительная ошибка вычисления $\tilde{\gamma}$

Глава 2. Анализ дифракционных полей системы с вращающимся рассеивателем

Реализовав необходимый синтез всех целевых выражений, а также получив условия для пространственно-временной декомпозиции системы, в которой сформулирована задача дифракции электромагнитных волн на вращающемся теле, логично приступить к решению задачи анализа. В данном контексте, это означает решение внешней электродинамической задачи. Если проблема имеет аналитическое решение, то нахождение вторичных полей в системе представляет завершённую дифракционную задачу. Если же объект изучения имеет неаналитическую (сложную) форму, то в первую очередь, анализу подвергается именно его геометрия, с точки зрения возможности получения ее интерпретационной модели. Необходимыми этапами такого исследования являются:

- разработка алгоритма описания геометрических и электрофизических параметров интерпретационной модели. Геометрическое описание заключается в стратификации осесимметричной формы на слои вдоль оси симметрии, электрофизическая же адаптация, подразумевает нахождение оптимальных способов сегментирования каждого слоя на участки, соответствующие гладким контурам распределения постоянной распространения в нем;
- строгое решение дифракционных задач для аналитических форм рассеивателя - круглый бесконечный цилиндр и сфера;
- разработка эффективного алгоритма моделирования задач дифракции на вращающихся телах сложной осесимметричной формы, которая включает в себя анализ способов оптимизации объемной конечно-элементной сетки, результат расчета которой, априори бы учитывал наличие малых электродинамических эффектов в системе.

Полученные в этой главе результаты, свидетельствуют о том, что интерпретационная модель вращающегося рассеивателя сложной формы может быть эффективно решена средствами автоматизированного проектирования с использованием численных методов электродинамики, причем, адаптация самих методов к модели не требуется. В рамках данного исследования был предложен т.н. метод раскручивания, согласно которому, обладая выражениями или методологиями решения дифракционных задач для неподвижного тела, воз-

можно, решить задачу, в которой это тело вращается без дополнительных входных данных, кроме угловой скорости вращения цели. Доказательство данной формулировки является одним из обоснований справедливости применения интерпретационной модели.

2.1 Осесимметричный рассеиватель сложной формы

В начале настоящей главы, видится необходимым дать подробное изложение метода анализа формы рассеивателя, для его последующего моделирования. Осесимметричный рассеиватель сложной формы (см рис. 2.1) является ключевым объектом исследования в данной работе, отнюдь не только поэтому, но поэтому тоже, полнота, точность и вариативность методологии анализа и описания морфологии цели являются приоритетными задачами, полученные решения которых представлены в этом разделе.

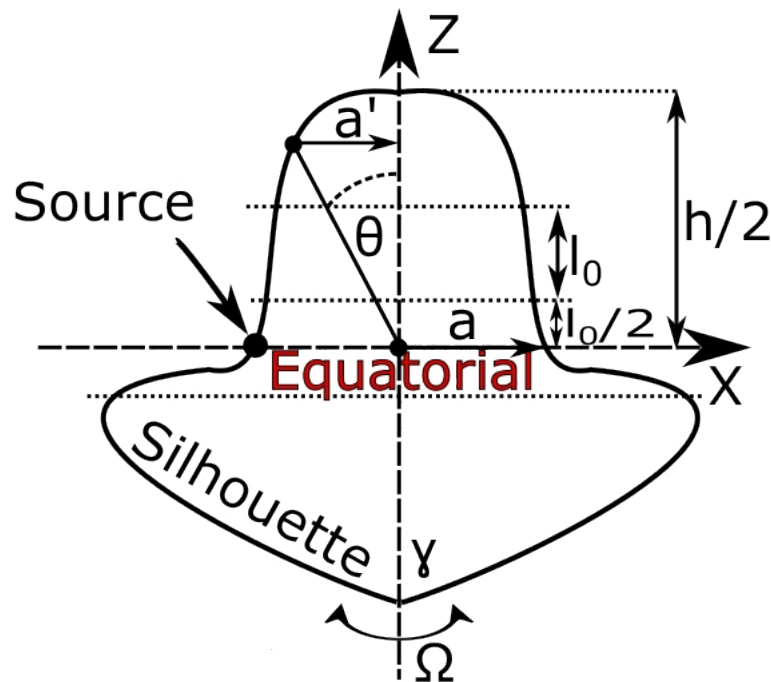


Рисунок 2.1 — Геометрия осесимметричного рассеивателя сложной формы

2.1.1 Силуэтная функция

Ключевой характеристикой, описывающей форму рассеивателя, является функция образующей кривой для тела вращения. Форма сечения осесимметричных тел в плоскости перпендикулярной оси симметрии может быть двух типов - круг и кольцо. В этой плоскости находится вектор Пойтинга \vec{S} при нормальном падении ЭМВ на тело. Фактически, морфология вращающейся среды распространения, в этом случае, учитывается только радиусом границы a' , на которой необходимо получить линейную скорость движения среды: $\vec{V} = \Omega a' \vec{\tau}$, где $\vec{\tau}$ касательная к границе орта базиса. Радиус границы a' изменяется вдоль оси симметрии (в противном случае тело является круглым цилиндром или трубой). В этой работе, силуэтной функцией будем называть зависимость радиуса сечения в плоскости перпендикулярной оси симметрии от координаты по оси симметрии.

Согласно рис. 2.1 силуэтная функция определена как $a'(z)$. Однако, в силу того, что задачи дифракции ЭМВ на телах сложной формы в данной работе формулируются в сферической системе координат, силуэтная функция тела будет выражаться зависимостью $a'(\theta)$. Только и исключительно силуэтной функцией определяется зависимость $\gamma(\theta)$. Это объясняется тем фактом, что в принятой в главе 1 методологии синтеза, безразмерная скорость β определяется только на границе цели, там, где она максимальна (мы не оперировали координатной зависимостью $\beta(\rho)$, хотя очевидно, могли бы выбрать и такую формулировку), и в силу, того, что вдоль оси симметрии изменяется только радиус цели, единственной величиной, отвечающей за изменения постоянной распространения является величина β . В плоскости вращения, в свою очередь, величина β остается неизменной, а γ зависит от координат системы. Зафиксируем:

$$\beta(\theta) = \frac{\Omega a'(\theta)}{c}. \quad (2.1)$$

В таб.1 приведены аналитически полученные силуэтные функции некоторых тел.

Таблица 1 — Силуэтные функции некоторых фигур

Фигура	$a'(\theta)$
Цилиндр	a
Сфера	$a \sin \theta$
Конус (a - радиус основания, h - высота)	$\frac{a \sin(\arctg \frac{h}{a}) \sin \theta}{\sin(\frac{\pi}{2} - \arctg \frac{h}{a} + \theta)}$
Тор (a_{gen} - радиус образующей окружности, a_{hall} - радиус отверстия (расстояния от оси вращения до поверхности образующей окружности))	$a_{gen} \sin \theta \frac{\sin(\frac{\pi}{2} + \theta - \arcsin[\frac{a_{hall} + a_{gen}}{a_{gen}} \cos \theta])}{\cos \theta}$
Параболоид вращения (\mathbf{A} - коэффициент квадратичной функции)	$\frac{tg^2(\frac{\pi}{2} + \theta) tg \theta}{\mathbf{A}}$

2.1.2 Стратификация геометрии

Обязательное условие осесимметричности объекта определяет форму его сечений в плоскости перпендикулярной оси симметрии. Между двумя такими плоскостями формируется слой, в котором определяется постоянная распространения γ , которая зависит от радиуса a' , проведенного от оси симметрии к выбранной точке на поверхности слоя. Процесс разбиения геометрии на слои называется стратификацией. Если в выбранном слое величина a' остается неизменной, то такой слой является цилиндрическим. Наиболее простой, в этом контексте, является стратификация геометрии, состоящей из круглых цилиндров. Эта процедура аналогична описанной в [74] для вычисления средней ЭПР цилиндрических конструкций методом суммы вкладов ее составных частей. Если в выделенном слое силуэтная функцию всюду меняется, то такой слой аппроксимируется цилиндрическим, в том смысле, что постоянная распространения

ищется только для одного радиуса a' . Формулировка дополняется представлением рис. 2.2.

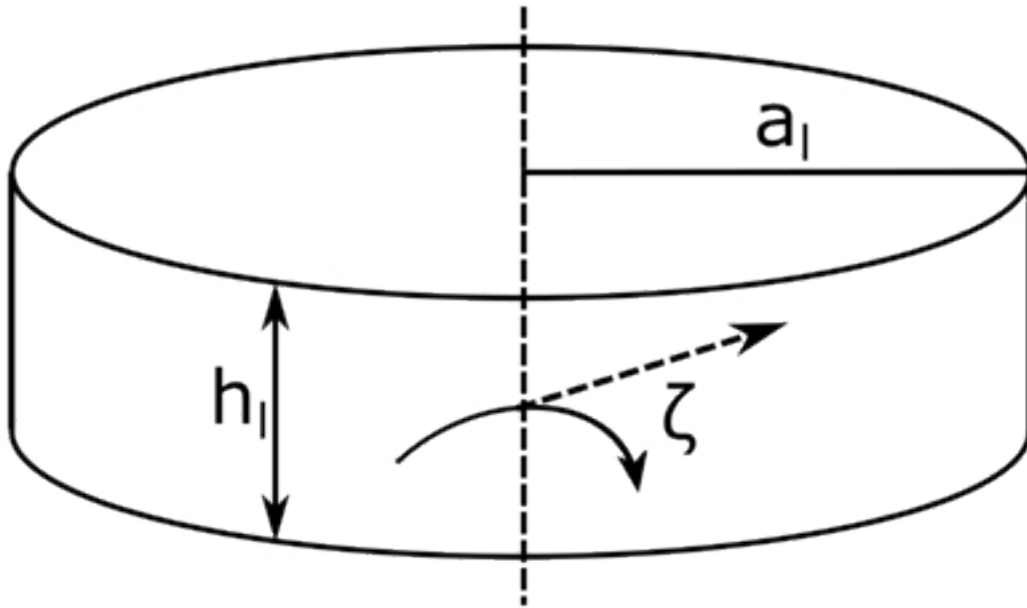


Рисунок 2.2 — Выделенный из геометрии цилиндрический слой

В этой работе мы будем использовать алгоритм стратификации по параметру степени малости целевого эффекта наблюдения. Подробный анализ, со всеми требуемыми объяснениями, а также апробация алгоритма на известной аналитической модели линзы Люнеберга, представлена в работе автора [75]. Введем обозначение η для количества значащих цифр после запятой в получаемых результатах. Обозначим $q_\Delta = 10^{-\eta}$ - шаг изменения целевой величины.

Малым эффектом считается эффект, магнитуда которого много меньше всех других эффектов, имеющих место в системе без этого эффекта, при прочих равных. Малый эффект (или группа малых эффектов) первого порядка определяется теорией возмущений, как ζA^1 . Второй порядок малости, соответственно, как $\zeta^2 A^{(2)}$ [76]. Основным требованием для экспериментального наблюдения малого эффекта первого порядка, является неравенство $RxDT < \zeta$, где $RxDT$ - нулевой порог принятия решения, всецело определяемый чувствительностью измерительного инструментария. Логичным образом, требование для вычислительного эксперимента, по наблюдению малого эффекта первого порядка, является неравенство $\delta_{err} < \zeta$. Из основ метрологии известно, что $\delta_{errmin} = q_\Delta$. При постановке вычислительного эксперимента, это также означает, что $RxDT < q_\Delta$.

Введем в рассмотрение систему, в которой плоская электромагнитная волна распространяется в неограниченном пространстве с электрофизическими па-

раметрами вакуума. Основным (большим) эффектом данной системы является постоянство амплитуды ЭМВ в любой координате связанной с пространством СО. Никаких прочих эффектов в данной постановке наблюдаться не может. Поместим в систему бесконечно малое тело с электрофизическими параметрами отличными от вакуума. Этот процесс - есть возмущение первоначального состояния системы, малым эффектом которого, будет искажение волнового фронта падающей на тело волны: дифракция, магнитуа которой (степень воздействия на падающую волну) зависит от электрических размеров пространственной неоднородности. При сколько угодно малых размерах тела, дифракционные процессы в системе, так или иначе, но, будут иметь место. Если задаться целью наблюдения этих процессов, то дать оценку об их наличии, или отсутствии (а значит и об отсутствии в системе малой неоднородности) возможно только при соблюдении пороговых неравенств при принятии решения. Чувствительность, с которой проводится наблюдение (в отсутствии прочих внешних факторов, таких как шумы и помехи), задает минимальное значение по уровню достоверно детектируемых эффектов. Магнитуа эффекта зависит от линейных размеров неоднородности, а также, от ее электрофизических параметров и описывается законами дифракции. Можем постулировать, что сколь угодно большое тело с электрофизическими параметрами вакуума, или с отличающимися от них на величину меньшую величине порядка малости, не будет обнаружено в поле падающего на него электромагнитного поля. И вторая ситуация, какой бы оптически плотной (или непрозрачной) ни была среда неоднородности, если ее размеры меньше величины порядка малости, то она не будет обнаружена в поле падающего на нее электромагнитного поля. В работе [77] приводилось описание поведения материальной точки в поле электромагнитного излучения, и проверялась гипотеза о том, что ее максимальный электрический размер, может выступать в роли минимального перемещения цели в изучаемой системе. В рамках поставленной задачи такой подход оказался эффективным. Сопоставимость физических процессов позволяет использовать данную формулировку и для решения настоящей проблемы.

Пусть малым телом, в описанной выше системе, будет сфера. КПД рассеяния электромагнитных волн этой сферой, может быть выражен следующим образом [78], [79], [80]:

$$\eta_{sp} = \frac{2\pi}{k^2 G_{sp}} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) (|a_n|^2 + |b_n|^2), \quad (2.2)$$

где $G_{sp} = \pi a_0^2$ - силуэтная площадь сферы радиусом a_0 (эквивалентна ЭПР в приближении геометрической оптики), a_n, b_n - коэффициенты рассеяния Ми.

Величина η_{sp} безразмерна, в ней учтены, как геометрические, так и электрофизические параметры цели. По определению величины: $\eta_{sp} = \frac{\sigma_R}{G_{sp}}$, где σ_R - ЭПР рэлеевской частицы. Отсюда следует, что $\eta_{sp} G_{sp} = \sigma_R$. Если учесть, что присутствие частицы, является единственным возмущением анализируемой системы, с точки зрения возникающих на ней дифракционных эффектов, можем указать для первого порядка малости: $\zeta A^1 = \sigma_R$, а физический смысл величины ζ - есть КПД рассеяния неоднородности η_{sp} . Этот множитель определяет магнитуду целевого эффекта. Для удовлетворения метрологических неравенств описанных выше, введем понятие доверительного интервала, определяющего превышение порогового значения по магнитуде малого эффекта (в долях от процента), для его надежного детектирования: $\eta_{sp} = (1 + CI)q_\Delta$. Возвращаясь к анализируемой системе, возмущением в которой является вращение материальной среды, укажем, что $\zeta = \beta_{max}$, где β_{max} максимальное значение функции 2.1. Отсюда следует окончательное выражение:

$$\eta_{sp} = \zeta = \beta_{max} = 10^{-\eta} (1 + CI). \quad (2.3)$$

В рассматриваемых нами задачах, магнитуда эффекта β_{max} является априорно известной величиной. Из выражения 2.3 можно получить параметр малости при подстройке доверительного интервала, либо, при известном пороге принятия решения, эта величина может быть получена из выражения:

$$CI = \left| \frac{RxDT - q_\Delta}{q_\Delta} \right|. \quad (2.4)$$

Требование к изолированной геометрии - ЭПР слоя должна превосходить по величине ЭПР рэлеевской частицы на значение доверительного интервала. Основные положения оценки ЭПР изолированных рэлеевских объектов представлены в работах [80] и [81]. Аналитическая техника с привлечением тензорных функций Грина описана в работе [82].

Возвращаясь к представлениям работы [77] о материальной точке на фронте электромагнитной волны, утверждение о не принципиальности формы неоднородности, в данном контексте является ключевым. Кажется логичным наложить на изолированную геометрию требование равенства ее КПД ЭПР и КПД ЭПР элементарной сферы. Из [81] имеем:

$$G_{il} \geq \frac{4k^4 V_{il}^2}{\pi}, \quad (2.5)$$

где G_{il} – ЭПР идеально проводящего изолированного слоя в приближении геометрической оптики, а V_{il} – объем изолированного слоя.

Введение в рассмотрение объема является неизбежным следствием очевидного требования для стратификации геометрии, которое справедливо для любых декомпозиционных техник. Это требование заключается в необходимости минимизации объема слоя для увеличения точности описания процессов и уменьшения невязки при рекомпозиции. Очевидным является тот факт, что при $V_{il} \rightarrow 0$, выражение 2.5 переходит в строгое равенство. Для цилиндрического слоя, показанного на рис. 2.2, вычисление объема является тривиальным.

Приравнивая КПД рассеяния сферы и изолированного слоя, получаем:

$$\frac{4k^4 V_{il}^2}{\pi} = \pi a_0^2 \Big|_{V_{il} \rightarrow 0}. \text{ Единственным решением этого уравнения является:}$$

$$V_{il} = \frac{\pi a_0}{2k^2} \Big|_{a_0 \rightarrow 0 \vee k \rightarrow \infty}. \quad (2.6)$$

С точки зрения электрического радиуса рассеивателя условия $a_0 \rightarrow 0$ и $k \rightarrow \infty$, являются тождественными, но они не могут действовать одновременно.

В работе [83] изложен подход к определению размера сферы по резонансной кривой Ми. Важным критерием для описанного подхода является удовлетворения рассеивателем теории Рэлея – Ганса. Математически критерий выражается в форме неравенства: $4\pi a_0(N - 1)/\lambda \ll 1$.

При выдвинутом для 2.6 условии $a_0 \rightarrow 0$, изолированный слой должен удовлетворять этому критерию. Являясь безразмерной величиной, этот критерий, в сущности, есть не что иное, как магнитуда большого эффекта на малой сфере, а значит магнитудой малого эффекта на большом объекте. Можем записать следующее равенство:

$$\frac{4\pi a_0(N - 1)}{\lambda} = \zeta. \quad (2.7)$$

Отнюдь не любой набор значений $[a_0 ; N]$, удовлетворяющих 2.7 одновременно удовлетворяет условия 2.6. Перепишем левую часть 2.7 в следующем виде: $2ka_0(N - 1)$, следовательно, $a_0 = \frac{\zeta}{2k(N-1)}$. Требование $a_0 \rightarrow 0$, означает, что $N \rightarrow \infty$. Критерий малости автоматически учтен в 2.7, следовательно, что бы решение было одновременно оптимальным и единственным, необходимо конкретизировать изменение величины N в ее стремлении к бесконечности. Приняв данную величину за целевую, а значит единственную отвечающую за вычислительную ошибку, можем указать, что минимальное изменение N равно q_Δ и пропорционально η . Это означает, что $N_{inc} = 1 + \eta q_\Delta$. Здесь инкрементальное

изменение целевой величины обозначено как N_{inc} . Окончательное выражение для радиуса элементарной сферы становится следующим:

$$a_0 = \frac{1 + CI}{2k\eta}, \quad (2.8)$$

Что бы при необходимости определить действительное значение N , необходимо решить уравнение 2.2 относительно этой неизвестной.

Аналитическая функция 2.1 аппроксимируется выражением $\tilde{\beta}(\theta)$, таким образом, чтобы невязка δ была минимальна. Такое требование можно записать следующим образом:

$$\delta = \left| \frac{\int_a^b \tilde{\beta}(\theta) d\theta - \int_a^b \beta(\theta) d\theta}{\int_a^b \beta(\theta) d\theta} \right| \rightarrow 0. \quad (2.9)$$

Данный критерий сравнительной оценки двух функций справедливо использовать, если эти функции: во-первых, определены на одинаковом промежутке $[a ; b]$, и, во-вторых, если их разница в любой точке из промежутка $[a ; b]$, стремится к нулю.

Стратифицирующая функция учитывает поведение целевой функции и параметр малости целевого эффекта наблюдения:

$$\zeta_{obj}(\theta) = H\zeta [\tilde{\beta}(\theta)], \quad (2.10)$$

где H - числовой параметр оптимизации.

Главным правилом предложенной стратификации является то, что разбиение геометрии на слои необходимо начинать со слоя со значением β_{max} , что соответствует слою с максимальным радиусом a_l . Согласно рисунку 2.1 стратификации производится вдоль вертикальной оси симметрии, шагом стратификации является длина l_0 , что согласно рис. 2.2 есть высота цилиндрического слоя. Алгоритм стратификации выглядит следующим образом:

$$h_m = \begin{cases} l_{max}, & \text{если } m = 0; \\ l_{max} \pm a_0, & \text{если } m = 1; \\ h_{m-1} \pm \zeta_{obj}(\theta)h. & \end{cases} \quad (2.11)$$

В выражение 2.11, m - порядковый номер слоя и l_{max} - высота уровня слоя со значением β_{max} . Выбор знака соответствует положительному, либо отрицательному направлению стратификации. В силу того, что в данной работе силуэтная

функция зависит от угла θ , а алгоритм стратификации оперирует с высотой h , зачастую необходимо выражать одну величину через другую. Исходя из тривиальных геометрических соображений, согласно рис. 2.1, в общем виде связь представляется в виде: $\tan\theta = \frac{a'}{h}$.

2.2 Описание среды изолированного слоя

Согласно результатам проведенного в главе 1 синтеза, среда распространения электромагнитных волн в пределах одного слоя не является однородной, так как постоянная распространения γ имеет зависимости от координат системы ρ и φ . Это возвращает нас к рис. 1.3, на котором как раз и показано поперечное сечение цилиндрического слоя. На рис. 1.9, 1.10 и 1.11 показано распределение постоянной распространения внутри изолированного слоя и через формулу 1.59 не сложно получить распределение относительной комплексной диэлектрической проницаемости среды, поведение которого качественно, будет таким же. В целом сегментирование выделенного слоя уже проведено, осталась только обобщить и проанализировать полученные данные.

Во-первых, как это было сделано в работе [73], необходимо получить уточняющее слагаемое для электрофизических параметров слоя. Сделать это несложно, достаточно вычесть значение ϵ_{rr} из относительной диэлектрической проницаемости неподвижной среды в комплексной форме: $\Delta_N = \epsilon_{rr} - \epsilon_r$. В силу эквивалентного воздействия возмущения, как на электрические, так и на магнитные поля, распространяющиеся в системе, уточняющее слагаемое Δ_N должно быть также применено к относительной магнитной проницаемости среды: $\mu_{rr} = \mu_r + \Delta_N$.

Во-вторых, необходимо получить базисную функцию, которая будет аппроксимировать контуры распределения постоянной распространения в изолированном слое. В силу малости эффекта на незначительных угловых скоростях, базисная функция первого порядка является допустимой аппроксимацией ($\mathbf{A} \rightarrow 0$). Однако, при росте возмущения, гораздо более точной функцией описывающей границы контуров, является функция второй степени. Для построения параболы симметричной вертикальной оси, необходимо получить три точки, через которые она проходит. Анализируя рис. 1.11, очевидно, что первая точка

с координатами $p_1 = (a; \varphi_1)$, может быть получена из двумерной зависимости $\gamma(\varphi)$ при фиксированном значении $\rho = a$ - эта точка лежит на поверхности слоя. Вторая точка - вершина параболы - располагается на оси симметрии и имеем координаты, например $p_2 = (\rho; 270^\circ)$. Значение радиальной координаты может быть получено из анализа двумерной зависимости $\gamma(\rho)$ при фиксированном значении $\varphi = 270^\circ$. И наконец, третья точка располагается симметрично первой и в рассматриваемом примере имеет координаты $p_3 = (a; 270^\circ - (\varphi_1 - 270^\circ))$. Коэффициенты уравнения параболы $y = \mathbf{A}x^2 + \mathbf{B}x + \mathbf{C}$ вычисляются следующим образом:

$$\begin{cases} \mathbf{A} = \frac{y_3 - \frac{x_3(y_2 - y_1) + x_2y_1 - x_1y_2}{x_2 - x_1}}{x_3(x_3 - x_1 - x_2) + x_1x_2} \\ \mathbf{B} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} - a(x_1 + x_2) \\ \mathbf{C} = \frac{x_2y_1 - x_1y_2}{x_2 - x_1} + ax_1x_2. \end{cases} \quad (2.12)$$

Значения коэффициентов в 2.12 даны в прямоугольной системе координат $(x; y)$. Размах ветвей параболы достаточно большой, так как коэффициент $\mathbf{A} \rightarrow 0$ и зачастую на порядок меньше β - это доказывает положение о том, что при низких угловых скоростях аппроксимация функцией первого порядка более чем оправдана.

Следует указать, что предложенный алгоритм сегментирования слоя в случае отсутствия сил инерции, как на рис. 1.10 также применим, при чем, в силу того факта, что распределение γ является полностью симметричным (но с различными электрофизическими параметрами), относительно оси $\varphi = 0$, на которой отсутствуют эффекты вращения (кроме искривления луча под действием силы \vec{F}_k), сегментирование может производиться только в одной полуокружности, в другой полуокружности базисная функция для аппроксимации контура соответствующего слоя будет такой же, но с противоположным знаком для \mathbf{A} .

Самый простой случай соответствует рис. 1.9. Распределение постоянной распространения соответствует стратификации геометрии на концентрические круговые слои расходящиеся от центра. Эта формулировка полностью соответствует стратификации линзы Люнеберга, подробно рассмотренной в работе [75].

Следует указать, что до сих пор рассматривалось распределение только реальной части постоянной распространения. Это объясняется тем, что ее вклад в магнитуду целевого эффекта наблюдения гораздо выше, чем уточненная мнимая часть γ . Именно поэтому, алгоритм сегментирования описывает контуры

распределения $Re(\gamma)$, а значит и $Re(\epsilon_{rr})$ и $Re(\mu_{rr})$. Тем не менее, после выполнения алгоритма, на этапе присваивания каждому декомпозированному участку изолированного слоя электрофизических параметров, значение электрических и магнитных потерь на сегменте пересчитывается из соответствующих распределений на рис. 1.11.

В работе [84] приводится вывод материальных параметров движущейся анизотропной среды. Естественным образом, в этом случае, электрофизические параметры неподвижной среды записываются в форме тензоров электрической и магнитной проницаемостей. Строго говоря, в таком случае предложенный метод описания движущейся среды также может применяться, но алгоритм стратификации в этом случае является отдельной задачей для каждого элемента матрицы (одним из способов определения характера анизотропии является именно стратификация) проницаемости, тем самым для движущейся среды размерность матрицы увеличивается, что значительно усложняет анализ такой системы. Данная проблема выходит за рамки настоящей работы, и является отдельным большим исследованием.

2.3 Начально-краевые условия при решении задачи дифракции на вращающемся теле

Если предположить, что в пространстве, в котором распространяется электромагнитная волна, возможно явно выделить область действия внешнего силового поля, то задача падения электромагнитной волны на такую границу раздела, лишь отчасти совпадает с задачей дифракции той же волны на вращающемся теле с формой поверхности соответствующей границе раздела указанной выше. Индекс рефракции (1.37) напрямую входит в материальные уравнения Максвелла и описывает распространение электромагнитных волн в среде. Однако, при падении луча на границу раздела внешнего силового поля не происходит отражения и рассеяния мощности, а только его преломление. Это объясняется тем, что до этого мы рассматривали распространение электромагнитных волн в вакууме, в котором можно выделить область действия внешнего силового поля, что в общем смысле не является классической дифракционной задачей. При постановке условий для задачи рассеяния на вращающемся объекте, выражение

для индекса рефракции должно быть переписано с учетом электрофизических параметров неподвижной цели: $N^0 = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$.

Решающим фактором в этом контексте является уточнение достаточных входных условий для удовлетворения принципа единственности решения. Эти условия всецело определяются формой и кинематикой вращающегося объекта. Если ось вращения цели совпадает с осью ее симметрии (в случае осесимметричной формы), а угловое ускорение неинерциальной системы отсчета равно нулю ($\vec{a} = 0$), то граничные условия задачи остаются неизменными в любой момент времени. Решение такой задачи ищется в частотной области и для нее достаточно определить только краевые условия. В том случае, если ось вращения цели не совпадает с осью ее симметрии, то вторичные поля в системе начинают зависеть от времени, что проявляется в амплитудной и частотной модуляциях. Точно так же, если неинерциальная система отсчета вращается ускорено, то временная зависимость вторичных полей системы связана с постоянно изменяющимися граничными условиями. Подобные задачи решаются во временной области и для них необходимо определять начально-краевые условия. Второй тип задач не представляет особого интереса в данной работе по двум причинам: первая - они могут быть решены итеративным образом (решения ищутся в частотной области на фиксированных интервалах времени для неподвижной цели, а затем обобщаются на желаемый временной отрезок), и вторая - интересующие релятивистские эффекты наглядней проявляются в первом классе задач, по причине отсутствия нежелательных возмущений.

Здесь следует также напомнить, что одним из выводов раздела 1 является необходимость временной декомпозиции системы. Независящие от времени граничные условия могут быть записаны только после момента времени 1.25, до которого существуют радиальные токи, в случае, если $\sigma \neq 0$ и при соблюдении условия, при котором свободные электроны не покидают поверхность тела под действием центробежной силы, а увлекаются в движение, создающее поверхностный ток J_s . Даже в случае рассмотрения идеального диэлектрика в начальный момент инициализации вращения, граничные условия зависят от времени наблюдения. Эти вопросы подробно рассмотрены в соответствующем разделе первой главы.

Граничные условия задачи дифракции на вращающемся теле выглядят следующим образом:

$$\begin{cases} \hat{u}_r \cdot (\vec{D}^s - \vec{D}^m) = \rho_s \\ \hat{u}_r \times (\vec{E}^s - \vec{E}^m) = 0 \\ \hat{u}_r \cdot (\vec{B}^s - \vec{B}^m) = 0 \\ \hat{u}_r \times (\vec{H}^s - \vec{H}^m) = \vec{J}_s. \end{cases} \quad (2.13)$$

Надстрочные индексы s и m здесь и далее указывают на принадлежность величины к области пространства окружающего объект, либо к среде внутри этого объекта, соответственно. Плотность поверхностного тока: $\vec{J}_s = \rho_s \vec{\nu}$. Обобщенная схематичная формулировка дифракционной задачи представлена на рис. (2.3). Горизонтальной стрелкой отмечается падающее первичное (I) поле. Пунктирные стрелки обозначают вторичные поля (II) системы: отраженное, дифрагированное и рефрагированное.

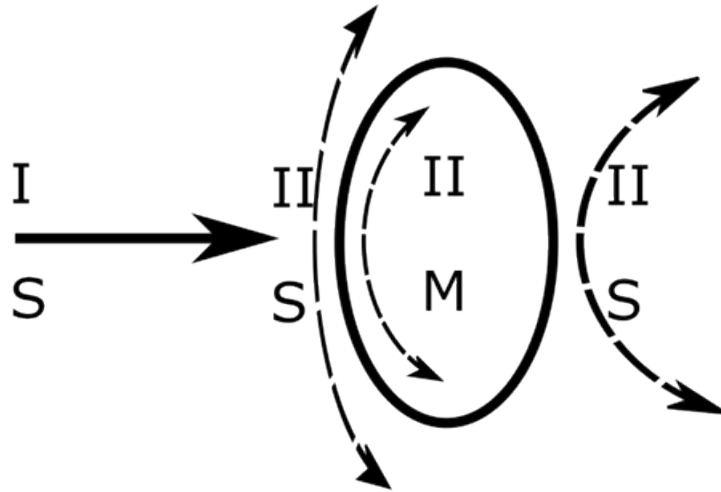


Рисунок 2.3 — Постановка дифракционной задачи

2.4 Дифракция на вращающемся круглом бесконечном цилиндре

Строгое решение ДЗ рассеяния плоской электромагнитной волны на вращающемся вокруг своей оси круглом однородном бесконечном цилиндре с известными электрофизическими параметрами, может быть получено предложенным ниже методом. Геометрия исследуемой системы представлена на 2.4. Среда

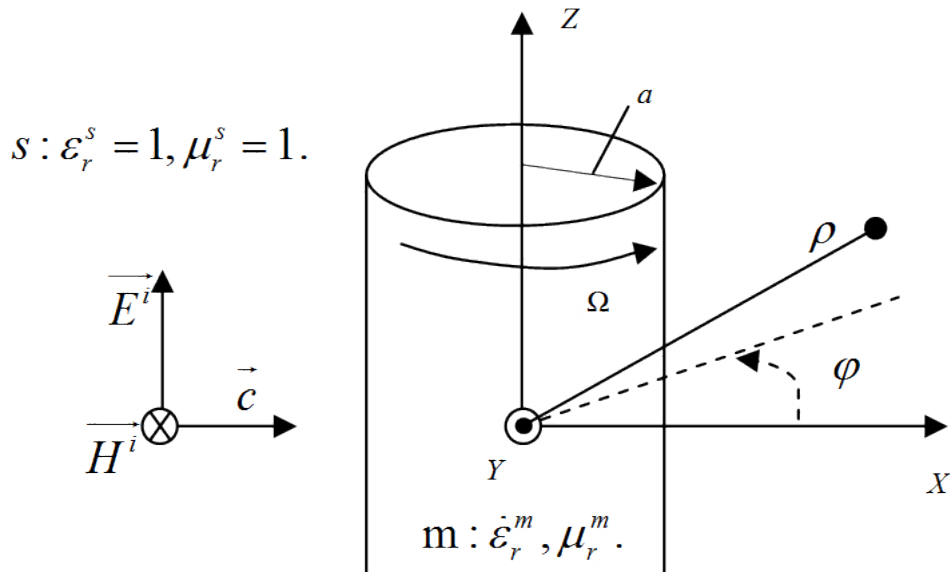


Рисунок 2.4 — Геометрия системы.

распространения внутри рассеивателя – диэлектрик с потерями (комплексное значение диэлектрической проницаемости), без магнитных потерь (чисто реальное значение магнитной проницаемости). Цилиндр вращается в горизонтальной плоскости, вдоль оси центральной симметрии, с угловой скоростью Ω , при чем, $\Omega a \ll c$. Верхний индекс « i », обозначает величины, связанные с падающей волной. Укажем так же, что $\epsilon_r^m = \epsilon_r^m - j \frac{\sigma}{\omega \epsilon_0}$.

Исходя из представленной геометрии видно, что рассматривается параллельная поляризация падающей электромагнитной волны. Проекции векторов напряженностей:

$$\begin{cases} \vec{E}^i = E_x^i \hat{x} + E_y^i \hat{y} + E_z^i \hat{z} = E_0^i e^{-jkx} \hat{z} \\ \vec{H}^i = H_x^i \hat{x} + H_y^i \hat{y} + H_z^i \hat{z} = \frac{E_0^i}{\mu_0 c} e^{-jkx} \hat{y}, \end{cases} \quad (2.14)$$

где E_0^i – амплитуда напряженности электрического поля источника. Связь амплитуд электрического и магнитного полей выражена через характеристическое сопротивление: $Z^s = \frac{E_z^i}{H_y^i} = \mu_0 c$.

При переходе к цилиндрической системе координат (ρ, φ, z) необходимо учесть следующие соотношения, описывающие связь соответствующих орт, и закон преобразования координат:

$$\begin{cases} \hat{x} = \cos(\varphi) \hat{\rho} - \sin(\varphi) \hat{\varphi} \\ \hat{y} = \sin(\varphi) \hat{\rho} + \cos(\varphi) \hat{\varphi} \\ \hat{z} = \hat{z}. \end{cases} \begin{cases} x = \rho \cos(\varphi) \\ y = \rho \sin(\varphi) \\ z = z. \end{cases} \quad (2.15)$$

Преобразуя 2.14, в соответствии с 2.15, получаем запись:

$$\begin{cases} \vec{E}^i = E_0^i e^{-jk\rho\cos(\varphi)} \hat{z} \\ \vec{H}^i = \frac{E_0^i}{\mu_0 c} e^{-jk\rho\cos(\varphi)} [\sin(\varphi)\hat{\rho} + \cos(\varphi)\hat{\varphi}] \end{cases} \quad (2.16)$$

Выразим искомые проекции векторов:

$$\begin{cases} E_z^i = E_0^i e^{-jk\rho\cos(\varphi)} \\ H_\varphi^i = \frac{E_0^i}{\mu_0 c} e^{-jk\rho\cos(\varphi)} \cos(\varphi) \\ H_\rho^i = \frac{E_0^i}{\mu_0 c} e^{-jk\rho\cos(\varphi)} \sin(\varphi) \end{cases} \quad (2.17)$$

В силу того, что цилиндр принимается бесконечным по оси z , то задача сводится к двухмерной, потому как какой-либо зависимости по координатам этой оси в 2.17 нет, при учете однородности цилиндра, зависимостей от этой координаты не будет и в результирующих формулах для любых других полей системы. Следует так же указать, что радиальная составляющая магнитного поля имеет место быть только внутри цилиндра, как в замкнутой области. Радиальная составляющая же магнитного поля пространства при бесконечном удалении от объекта стремится к нулю и может не учитываться в дальнейшем. Очевидно, для полевых характеристик пространства справедлива векторная сумма падающей и рассеянной (верхний индекс «sc» (scattered)) волн: $\vec{E}^s = \vec{E}^i + \vec{E}^{sc}$ и $\vec{H}^s = \vec{H}^i + \vec{H}^{sc}$.

Рассуждения и формулировки, приведенные выше, являются типовыми для ДЗ. Строгое решение задачи рассеяния электромагнитных волн на бесконечном неподвижном цилиндре приводится в работах [85] и [86].

Вращение цилиндра с нерелятивистской линейной скоростью вносит изменения в две системы уравнений, необходимых для аналитического метода решения: материальные уравнения и граничные условия. Уравнения Максвелла-Минковского уже были приведены ранее в предыдущей главе (см. 1.51). Краевые выражения были приведены в начале данной главы (см. 2.13).

С учетом решения, проведенного для получения γ_h 2.6, выражения для полевых напряженностей можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} E_z^m &= \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} A_n J_n(\gamma_h \rho) e^{jn\varphi}, \\ E_z^{sc} &= \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} B_n H_n^{(2)}(k^s \rho) e^{jn\varphi}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Функция Ханкеля второго рода требуется для удовлетворения принципа излучения на бесконечность. Руководствуясь именно им, рассеиватель может рассматриваться как излучатель. Волновое число $k^s = k_0 = \frac{\omega^0}{c}$. Амплитудные коэффициенты A_n и B_n находятся, как и в случае неподвижного цилиндра, применением граничных условий для решения системы уравнений. В данном случае решение принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} A_n &= \frac{(-2j)^{-n+1} \mu_r}{\pi a \left[k^s \mu_r J_n(\gamma_h a) H_n^{(2)'}(k^s a) - \gamma_h J_n'(\gamma_h a) H_n^{(2)}(k^s a) \right]} \\ B_n &= \frac{j^{-n} \left[\gamma_h J_n'(\gamma_h a) J_n(k^s a) - k^s \mu_r J_n(\gamma_h a) J_n'(k^s a) \right]}{k^s \mu_r J_n(\gamma_h a) H_n^{(2)'}(k^s a) - \gamma_h J_n'(\gamma_h a) H_n^{(2)}(k^s a)} \end{aligned} \quad (2.19)$$

В 2.19 штрихами обозначены производные цилиндрических функций по их аргументу. Известные формулы дифференцирования позволяют вычислять их аналитически [67]:

$$Z_n'(z) = \frac{n}{z} Z_n(z) - Z_{n+1}(z), \quad (2.20)$$

где $Z_n(z)$ - цилиндрическая функция и z ее комплексный аргумент.

Таким образом, решение дифракционной задачи для электрического поля получено. Если учесть, что связь напряженности электрического поля, с напряженностью магнитного поля для волны внутри цилиндра однозначно определяется через характеристическое волновое сопротивление среды (\dot{Z}^m), аналитическое представление для H^m , может быть представлено в виде:

$$|\dot{Z}^m| = \frac{E_z^m}{H_y^m} = \mu_0 c \sqrt{\frac{\mu_r}{|\dot{\epsilon}_r|}}. \quad (2.21)$$

Раскладывая H_y^m на цилиндрические орты и выражая искомую величину, получаем следующую запись:

$$H_\rho^m \sin(\varphi) + H_\varphi^m \cos(\varphi) = \frac{E_z^m}{\mu_0 c} \sqrt{\frac{|\dot{\epsilon}_r|}{\mu_r}}. \quad (2.22)$$

Из 1.63 известно, что

$$H_{\varphi}^m = (j\omega\mu)^{-1} \frac{dE_z^m}{d\rho}. \quad (2.23)$$

Комбинируя 2.22 и 2.23 и выражая неизвестную компоненту поля, получаем:

$$H_{\rho}^m = (\mu_0 \sin(\varphi))^{-1} \left[\frac{E_z^m}{c} \sqrt{|\dot{\epsilon}_r|} - \frac{\cos(\varphi)}{j\omega\mu_r} \frac{dE_z^m}{d\rho} \right]. \quad (2.24)$$

Для вычисления 2.23 и 2.24 укажем также, что из 2.18 следует $\frac{dE_z^m}{d\rho} = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} A_n \frac{dJ_n(\gamma_n \rho)}{d\rho} e^{jn\varphi}$.

В силу неравномерности краевых условий 2.13 для напряженности магнитных полей, в рассеянном магнитном поле необходимо учитывать индуцированный на поверхности заряд. Из этой формулировки следует:

$$H_{\varphi}^s - H_{\varphi}^m = \Omega a (D_z^s - D_z^m). \quad (2.25)$$

Решая материальные уравнения для соответствующей компоненты вектора электрической индукции, получаем запись:

$$D_z^m = \epsilon E_z^m + M \Omega \rho H_{\rho}^m. \quad (2.26)$$

Учтем также, что электрическая индукция в пространстве, зависит от напряженности электрического поля обычным образом, так как они наблюдаются в лабораторной СО. Напряженность магнитного поля в пространстве, принимает вид:

$$H_{\varphi}^s = \Omega a \left[\epsilon_0 E_z^s - \epsilon E_z^m + \Omega \rho M H_{\rho}^m \right] + H_{\varphi}^m. \quad (2.27)$$

Запишем полученные полевые характеристики в форме, согласующейся с теорией возмущений:

$$A^{01} = A^0 + \beta A^1, \quad (2.28)$$

где величина A может соответствовать как E , так и H для любой области в системе. Наиболее просто к такой форме привести выражение 2.27. При нулевой угловой скорости, магнитные поля пространства и среды становятся равными - этот факт согласуется с тем, что рассеиватель не магнитный. Отсюда следует:

$$\begin{aligned} H_{\varphi}^s &= H_{\varphi}^{s0} + \beta H_{\varphi}^1 \\ H_{\varphi}^1 &= \frac{E_z^s}{\mu_0 c} - \frac{\epsilon_r^m E_z^m}{\mu_0 c} + M c \Omega \rho H_{\rho}^m. \end{aligned} \quad (2.29)$$

Именно величина H^1 характеризует поля первого порядка, амплитуда которых прямо пропорционально зависит от возмущения системы. По аналогии с магнитными полями первого порядка, можем выделить электрические поля первого порядка E^1 . Эти поля являются рассеянными и излученными в бесконечность и априорно не могут принадлежать среде, именно поэтому индекс принадлежности области у них опущен.

Полезно также проанализировать полученные выражения при условии, что поля в среде отсутствуют. Такая ситуация соответствует случаю рассеяния на идеально проводящем объекте. Для электрических полей, сколь высокой бы ни была угловая скорость вращения цилиндра, никакого влияния такого рода возмущение на них не оказывает, потому что при исключении полей внутри рассеивателя ни одна величина в полевых выражениях не зависит от Ω . Ситуация обстоит иначе с магнитными полями. Исключив из 2.29 поля среды получаем:

$$H_\varphi^s|_{\sigma \rightarrow \infty} = H_\varphi^{s0} + \frac{\beta E_z^s}{\mu_0 c}. \quad (2.30)$$

Для рассматриваемого случая, очевидно, что $H_\varphi^1|_{\sigma \rightarrow \infty} = \frac{E_z^s}{\mu_0 c}$.

2.5 Дифракция на вращающейся сфере

Аналитическое представление, вместе с полученным строгим решением ДЗ для вращающегося бесконечного круглого цилиндра, в большой степени предопределяет ход рассуждений для аналогичной ситуации, но уже в присутствии вращающейся диэлектрической сферы. Главное различие заключается в том, что такая задача является трехмерной, ее решение ищется в сферической системе координат $(\rho; \varphi; \theta)$. Совершенно очевидно, что строгое решение в такой постановке существенно усложняется – необходимо привлекать некоторый дополнительный математический аппарат. В этой связи можно указать, что задача рассеяния на вращающейся сфере, в общем случае, может быть решена с применением метода возмущений. Задача анализа вторичных полей для неподвижной сферы может быть решена согласно теории Ми, а также с использованием функций Грина (например, как в [82]).

Геометрия системы представлена на рисунке 2.5.

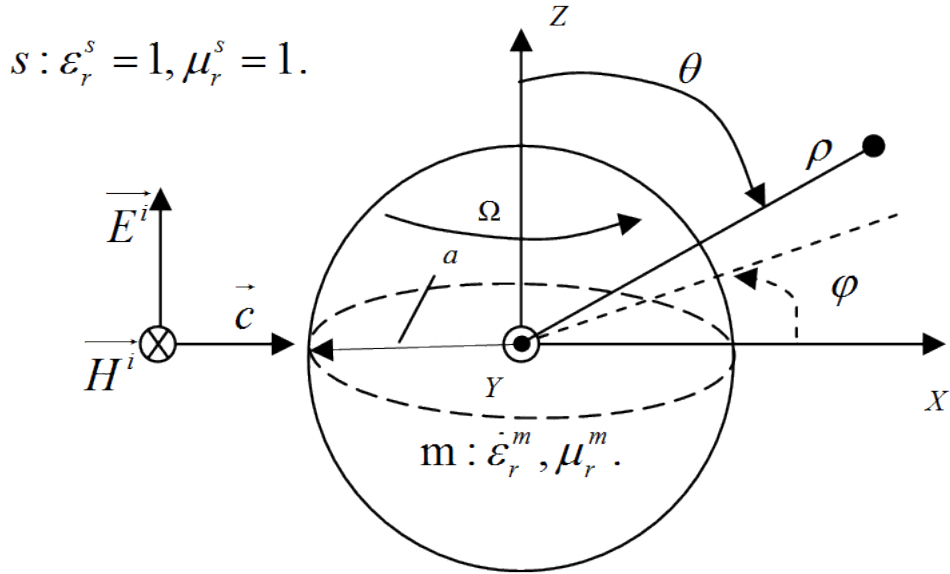


Рисунок 2.5 — Геометрия системы.

При параллельной поляризации падающей волны проекции составляющих поля сохраняют свой вид, представленный в 2.14. Соотношения, описывающие связь орт и закон преобразования координат даны ниже:

$$\begin{cases} \hat{x} = \sin(\theta)\cos(\varphi)\hat{\rho} + \cos(\theta)\cos(\varphi)\hat{\theta} - \sin(\varphi)\hat{\varphi} \\ \hat{y} = \sin(\theta)\sin(\varphi)\hat{\rho} + \cos(\theta)\sin(\varphi)\hat{\theta} + \cos(\varphi)\hat{\varphi} \\ \hat{z} = \cos(\theta)\hat{\rho} - \sin(\theta)\hat{\theta}. \end{cases} \begin{cases} x = \rho\sin(\theta)\cos(\varphi) \\ y = \rho\sin(\theta)\sin(\varphi) \\ z = \rho\cos(\theta). \end{cases} \quad (2.31)$$

Применяя 2.31 к 2.14 получаем:

$$\begin{cases} \vec{E}^i = E_0^i e^{-jk\rho\sin(\theta)\cos(\varphi)} [\cos(\theta)\hat{\rho} - \sin(\theta)\hat{\theta}] \\ \vec{H}^i = \frac{E_0^i}{\mu_0 c} e^{-jk\rho\sin(\theta)\cos(\varphi)} [\sin(\theta)\sin(\varphi)\hat{\rho} + \cos(\theta)\sin(\varphi)\hat{\theta} + \cos(\varphi)\hat{\varphi}]. \end{cases} \quad (2.32)$$

Исключая из 2.32 тригонометрические функции, обращающиеся в нуль при фиксированном угле падения, в соответствии с рис. 2.5, получаем:

$$\begin{cases} E_\rho^i = E_0^i e^{-jk\rho\sin(\theta)\cos(\varphi)} \cos(\theta) \\ E_\theta^i = E_0^i e^{-jk\rho\sin(\theta)\cos(\varphi)} \sin(\theta) \\ H_\varphi^i = \frac{E_0^i}{\mu_0 c} e^{-jk\rho\sin(\theta)\cos(\varphi)} \cos(\varphi). \end{cases} \quad (2.33)$$

Материальные уравнения Максвелла-Минковского даны в 1.51. Граничные условия для $\rho = a$ соответствуют записи 2.13. Система 1.52 записывается, как 1.62, с той лишь разницей, что $\vec{v} = \Omega\rho\sin(\theta)\hat{\varphi}$.

Задача рассеяния на неподвижной сфере любых размеров и электрофизических параметров является классической для электродинамики. Строгое решение ДЗ описывает теория Ми [30]. Также данная проблема может быть решена методами, описанными в [82] и [87].

Подобно разложению 1.71 для 1.69, показатель фазы, раскладывается по сферическим гармоникам следующим образом:

$$e^{-jk\rho\sin(\theta)\cos(\varphi)} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n (-j)^n \zeta_m \psi_{nm} j_n(k\rho) P_n^m(0) P_n^m(\cos(\theta)) \cos(m\varphi). \quad (2.34)$$

В 2.34 введены следующие обозначения: ζ_m - символ Кронекера и по определению $\zeta_{m=0} = 1$ и $\zeta_{m \neq 0} = 2$. Параметр $\psi_{nm} = \frac{(2n+1)[(n-m)!]}{(n+m)!}$. Специальные функции $j_n(\dots)$ и $P_n^m(\dots)$ - сферические функции Бесселя первого рода и присоединенные полиномы Лежандра, соответственно. Функция Лежандра с нулевым аргументом объясняется геометрией системы рис.2.5 с неподвижным источником в точке с $\theta = \pi/2$.

Для нахождения вторичных полей системы, удобно использовать скалярные потенциалы Дебая:

$$\begin{cases} \Pi^e = \vec{\rho} \cdot \vec{E} \\ \Pi^h = \vec{\rho} \cdot \vec{H}. \end{cases} \quad (2.35)$$

Система 2.35 является решением дифференциального уравнения:

$$\frac{1}{\rho} \frac{d^2 \rho \Pi}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho^2 \sin(\theta)} \frac{d}{d\theta} \left(\sin(\theta) \frac{d\Pi}{d\theta} \right) + \frac{1}{\rho^2 \sin^2(\theta)} \frac{d^2 \Pi}{d\varphi^2} + \gamma^2 \Pi = 0, \quad (2.36)$$

удовлетворяющего волновому уравнению $\nabla^2 \Pi + \gamma^2 \Pi = 0$.

Уравнение 2.36 решается методом разделения переменных, ответ ищется в форме произведения: $\Pi = R(\rho)\Theta(\theta)\Phi(\varphi)$. Прямая подстановка скалярного потенциала 2.35 в 2.36 дает систему из трех дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{d^2(\rho R)}{d\rho^2} + \left(\gamma^2 - \frac{n}{\rho^2} \right) \rho R = 0 \\ \frac{1}{\sin(\theta)} \frac{d}{d\theta} \left(\sin(\theta) \frac{d\Theta}{d\theta} \right) + \left(n - \frac{m}{\sin^2(\theta)} \right) \Theta = 0 \\ \frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} + m\Phi = 0. \end{cases} \quad (2.37)$$

Решением третьего уравнения в системе 2.37 является выражение:

$$\Phi = a_n \cos(m\varphi) + b_n \sin(m\varphi). \quad (2.38)$$

Вторая строка системы 2.37 - уравнение сферических гармоник, решение которого ищется через присоединенные полиномы Лежандра: $\Theta = P_n^m(\cos(\theta))$. Далее, для сокращения записи будем указывать просто P_n^m , так как аргумент $\cos(\theta)$, является типичным для данной задачи. Несложно установить схожесть первого уравнения системы 2.37 с 1.65 - это уравнение бесселевского типа, решение которого записывается в следующем виде:

$$\rho R = c_n j_n(\gamma\rho) + d_n y_n(\gamma\rho), \quad (2.39)$$

где $y_n(\dots)$ - сферическая функция Бесселя второго рода. Величины a_n, b_n, c_n, d_n называются коэффициентами Ми и являются пока неизвестными.

С учетом полученных результатов, легко сопоставить введенное разложение для падающей волны 2.34 с ожидаемыми разложениями всех прочих полей, присутствующих в системе. Удобнее всего получить общее векторное решение задачи. Так, произвольный вектор \vec{A} в данной системе, может быть описан как

$$\begin{aligned} \vec{A} &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n j_n(\rho) \vec{X} + \vec{\nabla} \times [j_n(\rho) \vec{X}], \\ \vec{X} &= \frac{m P_n^m}{\sin(\theta)} [\cos(m\varphi) - \sin(m\varphi)] \hat{\theta} + \frac{d P_n^m}{d\theta} [-\sin(m\varphi) - \cos(m\varphi)] \hat{\varphi}. \end{aligned} \quad (2.40)$$

Для того чтобы получить решение для напряженностей электрических и магнитных полей, в 2.40 необходимо, во-первых, соблюсти условие излучения на бесконечность (для рассеянных полей) и, во-вторых, произвести перерасчет из скалярного потенциала 2.35 через разложение по сферическим гармоникам 2.34.

Для дальнейшего изложения, нам пригодятся следующие полезные соотношения, известные из теории специальных функций:

$$\begin{aligned} \frac{d P_n^m}{d\theta} &= \frac{1}{2} [(n-m+1)(n+m) P_n^{m-1} - P_n^{m+1}] \\ P_n^{-m} &= (-1)^m \frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_n^m. \end{aligned} \quad (2.41)$$

Полная векторная запись для вторичных полей выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned}
\vec{E}^m &= E_0^i \sum \left\{ d_n \beta_i j_n(\gamma \rho) \vec{X}_1 + \frac{j}{kN} c_n \alpha_i \vec{\nabla} \times [j_n(\gamma \rho) \vec{X}_2] \right\}, \\
\vec{E}^{sc} &= E_0^i \sum \left\{ -b_n \beta_i h_n^{(2)}(k \rho) \vec{X}_1 - \frac{j}{k} a_n \alpha_i \vec{\nabla} \times [h_n^{(2)}(k \rho) \vec{X}_2] \right\}, \\
\vec{H}^m &= \frac{E_0^i}{|\dot{Z}^m|} \sum \left\{ -c_n \alpha_i j_n(\gamma \rho) \vec{X}_2 + \frac{j}{kN} d_n \beta_i \vec{\nabla} \times [j_n(\gamma \rho) \vec{X}_1] \right\}, \\
\vec{H}^{sc} &= \frac{E_0^i}{Z_0} \sum \left\{ a_n \alpha_i h_n^{(2)}(k \rho) \vec{X}_2 - \frac{j}{k} b_n \beta_i \vec{\nabla} \times [h_n^{(2)}(k \rho) \vec{X}_1] \right\}.
\end{aligned} \tag{2.42}$$

Входящие в выражение 2.42 коэффициенты, характеризующие источник, определяются, как

$$\begin{aligned}
\alpha_i &= \frac{-(-j)^n \zeta_m \psi_{nm}}{2n(n+1)} [(n-m-1)(n+m)P_n^{m-1}(0) - P_n^{m+1}(0)], \\
\beta_i &= \frac{-(-j)^n \zeta_n \psi_{nm} m P_n^m(0)}{n(n+1)}.
\end{aligned} \tag{2.43}$$

Линейная комбинация векторов \vec{X}_1 и \vec{X}_2 - есть вектор \vec{X} в выражении 2.40. Что бы выделить \vec{X}_1 необходимо из обеих скобок (сумма тригонометрических функций, входящая в выражение для каждой из орт составляющих вектор) исключить второе слагаемое, соответственно для получения \vec{X}_2 необходимо исключить первое. Комплексное характеристическое сопротивление среды дается выражением 2.21. Пределы суммирования в 2.42, определены, как $\sum = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n$. Исключение из ряда нулевой гармоники $n = 0$ правомерно - это объясняется возникающей неопределенность в коэффициентах 2.43 [55].

Для того чтобы получить законченное решение ДЗ, осталось получить выражения для неизвестных коэффициентов Ми. Как и ранее, в задаче рассеяния на цилиндре, амплитудные множители ищутся путем подстановки компонент

полей 2.42 в граничные условия 2.13 с их последующим выражением:

$$\begin{aligned}
a_n &= \frac{N^0 j_n(\gamma a) \delta \{ka \cdot j_n(ka)\} - \frac{|Z|^{m01}}{\mu_0 c} j_n(ka) \delta \{\gamma a \cdot j_n(\gamma a)\}}{N^0 j_n(\gamma a) \delta \{ka \cdot h_n^{(2)}(ka)\} - \frac{|Z|^{m01}}{\mu_0 c} h_n^{(2)}(ka) \delta \{\gamma a \cdot j_n(\gamma a)\}}, \\
b_n &= \frac{j_n(\gamma a) \delta \{ka \cdot j_n(ka)\} - j_n(ka) \delta \{\gamma a \cdot j_n(\gamma a)\}}{j_n(\gamma a) \delta \{ka \cdot h_n^{(2)}(ka)\} - h_n^{(2)}(ka) \delta \{\gamma a \cdot j_n(\gamma a)\}}, \\
c_n &= \frac{\frac{|Z|^{m01} N^0}{\mu_0 c} \left[j_n(ka) \delta \{ka \cdot h_n^{(2)}(ka)\} - h_n^{(2)}(ka) \delta \{ka \cdot j_n(ka)\} \right]}{N^0 j_n(\gamma a) \delta \{ka \cdot h_n^{(2)}(ka)\} - \frac{|Z|^{m01}}{\mu_0 c} h_n^{(2)}(ka) \delta \{\gamma a \cdot j_n(\gamma a)\}}, \\
d_n &= \frac{j_n(ka) \delta \{ka \cdot h_n^{(2)}(ka)\} - h_n^{(2)}(ka) \delta \{ka \cdot j_n(ka)\}}{j_n(\gamma a) \delta \{ka \cdot h_n^{(2)}(ka)\} - h_n^{(2)}(ka) \delta \{\gamma a \cdot j_n(\gamma a)\}}.
\end{aligned} \tag{2.44}$$

Оператор, использующийся в 2.44, $\delta \{x \cdot z_n(x)\} = \frac{d[x \cdot z_n(x)]}{dx}$, где x - переменная и z_n - сферическая функция. Изменение импеданса, вызванное вращением, можно описать через диэлектрическую проницаемость вращающейся среды, выраженную через связь постоянной распространения с фазовой скоростью (как это было сделано в 1.59):

$$\dot{\epsilon}_r^{m01} = \left(\frac{\gamma c}{\omega} \right)^2. \tag{2.45}$$

Строгое решение задачи дифракции на вращающейся сфере получено. Удобно, однако, для дальнейшего анализа разложить полную векторную запись 2.42 на отдельные компоненты. Ограничимся только электрическим полем:

$$\begin{aligned}
E_\rho^m &= \sum \frac{j c_n \alpha_i j_n(\gamma \rho) \cos(m\varphi)}{k N^0 \rho \sin(\theta)} \left(-\sin(\theta) \frac{d^2 P_n^m}{d\theta^2} - \cos(\theta) \frac{dP_n^m}{d\theta} + \frac{m^2 P_n^m}{\sin(\theta)} \right), \\
E_\rho^{sc} &= \sum \frac{-j a_n \alpha_i h_n^{(2)}(k\rho) \cos(m\varphi)}{k \rho \sin(\theta)} \left(-\sin(\theta) \frac{d^2 P_n^m}{d\theta^2} - \cos(\theta) \frac{dP_n^m}{d\theta} + \frac{m^2 P_n^m}{\sin(\theta)} \right), \\
E_\theta^m &= \sum \cos(m\varphi) \left[\frac{d_n \beta_i j_n(\gamma \rho) m P_n^m}{\sin(\theta)} + \frac{j c_n \alpha_i}{k N^0} \frac{dP_n^m}{d\theta} \left(\frac{j_n(\gamma \rho)}{\rho} + \frac{d j_n(\gamma \rho)}{d\rho} \right) \right], \\
E_\theta^{sc} &= \sum \cos(m\varphi) \left[\frac{-b_n \beta_i h_n^{(2)}(k\rho) m P_n^m}{\sin(\theta)} - \frac{j a_n \alpha_i}{k} \frac{dP_n^m}{d\theta} \left(\frac{h_n^{(2)}(k\rho)}{\rho} + \frac{d h_n^{(2)}(k\rho)}{d\rho} \right) \right], \\
E_\varphi^m &= \sum \sin(m\varphi) \left[-d_n \beta_i j_n(\gamma \rho) \frac{dP_n^m}{d\theta} + \frac{j c_n \alpha_i m P_n^m}{k N^0 \sin(\theta)} \left(\frac{-j_n(\gamma \rho)}{\rho} - \frac{d j_n(\gamma \rho)}{d\rho} \right) \right], \\
E_\varphi^{sc} &= \sum \sin(m\varphi) \left[-b_n \beta_i h_n^{(2)}(k\rho) \frac{dP_n^m}{d\theta} - \frac{j a_n \alpha_i m P_n^m}{k \sin(\theta)} \left(\frac{-h_n^{(2)}(k\rho)}{\rho} - \frac{d h_n^{(2)}(k\rho)}{d\rho} \right) \right].
\end{aligned} \tag{2.46}$$

2.6 Метод раскручивания в интерпретационной модели

Как указывалось в первом разделе настоящей работы, при решении основной задачи, используется простая интерпретационная модель. Движущаяся среда, на которой происходит дифракция, эквивалентно замещается неподвижной средой с измененными значениями проницаемостей. Из этого заключения следует вывод о том, что обладая строгим решением ДЗ на неподвижно теле, несложно получить решение ДЗ при прочих равных условиях, кроме того, что данное тело начинает вращаться с некоторой угловой скоростью Ω вокруг оси своей симметрии. Для этого достаточно произвести перестановку всех параметров электрофизических свойств тела при $\Omega = 0$ на параметры при $\Omega \neq 0$. Назовем такой подход методом раскручивания.

Обосновав справедливость такого подхода, попутно докажем правильность выражений полученных для постоянной распространения во вращающейся среде, а также связанных с ними предположений и гипотез. Самый простой случай в этом контексте - дифракция на бесконечном круглом цилиндре. Обратимся к выражениям (2.18) и (2.19). В качестве основного электрофизического параметра, описывающего влияние вращения, выступает γ_h . Фигурируя в суммирующих сериях, очевидно, что замена γ_h на γ (из источников [25] или [26]), является абсолютно эквивалентной и в какой-то мере даже упрощает (и уточняет) вычисления. Одновременно с этим решение задачи для неподвижного цилиндра по форме выглядит в точности также (например, в [86]), за исключение того, что в аргументе цилиндрических функций находится волновое число для среды без возмущений. Будем на этом полагать, что для двумерных задач справедливость метода раскручивания доказана.

Метод раскручивания для сферы был применен в работе [88]. Следует указать, что в данной статье решается задача учета влияния вращения сферического тела покрытого диэлектриком на его радиолокационные характеристики. В силу того, что рассеиватель является многослойным, аналитически задача решается с использованием тензорных функций Грина, что представляет из себя альтернативный теории Ми подход к решению дифракционной задачи. Данная работа подтвердила универсальность метода раскручивания и его независимость к методам получения решения для статического случая.

Вернемся к разделу 1.5.2. В нем было получено разложение постоянной распространения по пространственным гармоникам только первого рода n , именно поэтому, данная величина не может фигурировать в решении ДЗ на вращающейся сфере. Получить запись, подобную , но с учетом пространственных гармоник второго типа m , оказывается возможно с использованием представлений об обратном разложении методом поверхностного источника (раздел 1.5.3) и силуэтной функции сферы (таб. 1). Полученное разложение будет приближенным значением, которое стремится к точному в области локального источника. Вывод и апробация данного метода изложена в работе [73]. Запишем:

$$\tilde{\gamma}_h = \sqrt{(k^0)^2 + \kappa \sin\theta (k^1)^2}, \quad (2.47)$$

где κ - коэффициент гармоник: $\kappa = - \left(\frac{k^0}{k^1}\right)^2 - \left(\frac{\ln[E_z^{loc}]}{k^1(\rho \cos\varphi + a)}\right)^2$. Прямая подстановка $\tilde{\gamma}_h$ вместо γ в расчетные выражения 2.46 дает результат с ожидаемой ошибкой, соответствующей 1.12.

Метод раскручивания в интерпретационной модели есть следствие эквивалентности ряда электродинамических констант в лабораторной СО и движущейся (вращающейся) СО [89]. Предлагаемый подход расширяет границы поставленные в [89], т.к. постулируется эквивалентность формы решения между лабораторной и движущейся СО, которая различается лишь содержанием переменной γ .

2.7 Моделирование рассеяния электромагнитных волн от вращающейся осесимметричной цели сложной формы

Защищаемый автором тезис, заключается в том, что для получение точного результата по рассеянным от вращающегося тела сложной формы электромагнитным полям, возможно проводить моделирование в САПР, при чем стандартными численными методами электродинамики, такими как методов моментов и метод конечных элементов. Данный вопрос имеет особую актуальность в аспекте ожидаемой точности получаемых результатов, так как целевыми эффектами моделирования являются малые по магнитуде эффекты. Отчасти в силу этого факта, вычислительные методы, применяемые для моделирования

таких, задач являются специфическими, уточняющими стандартные методы или дополняющие их.

В работе [35] приводится первичная оценка применимость модернизированного метода конечных элементов для решения подобных дифракционных задач. Дополненный метод конечных разностей во временной области описан в труде [36]. Специфический гибридный метод рассматривается в [37]. Моделирование задачи распространения электромагнитных волн в плазме методом РИС описано в работах [38], [39].

В первую очередь мы будем полагать, что топология модели рассеивателя является априорно осесимметричной и никаких дополнительных проверок по этому признаку проводить не следует. Первым шагом описания модели рассеивателя является стратификация по силуэтной функции. Исчерпывающие данные по этому вопросу изложены в разделе 2.1.2 настоящей работы. Далее среда распространения каждого выделенного цилиндрического слоя параметризуется по выделенным сегментам, согласно контурам распределения постоянной распространения (пример приведен на рис. 1.11). Сведения по данному процессу представлены в разделе 2.2.

На рисунке 2.6 изображена модель в САПР Altair FEKO, представляющая собой интерпретацию вращающегося цилиндра. Входные данные полностью соответствуют тем, для которых было получено изображение на рис. 1.11. Сегментирование цилиндра проводилось по базисной функции второй степени процедурой 2.12. На рис. 2.7 представлена интерпретационная модель вращающегося цилиндра, при прочих равных, но без учета инерционности системы отсчета (распределение γ согласно рис. 1.10). Для сравнения на рис. 2.8 показана интерпретационная модель цилиндра при таких же входных условиях, но при декомпозиции по значению $\tilde{\gamma}$ (1.73), что возможно только в области поверхностного источника. Строго говоря, данные интерпретационные модели должны являться тождественными. Сложности и неоднозначности в моделировании интерпретационной модели $\tilde{\gamma}$ описаны в [73], а относительная ошибка между расчетами двух представленных интерпретационных моделей соизмерима с ошибкой 1.12.

Данные примеры показательны тем, что в любой осесимметричной геометрии с круговым поперечным сечением, выделенный цилиндрический слой будет обладать похожим разбиением на сегменты для описания среды распространения.

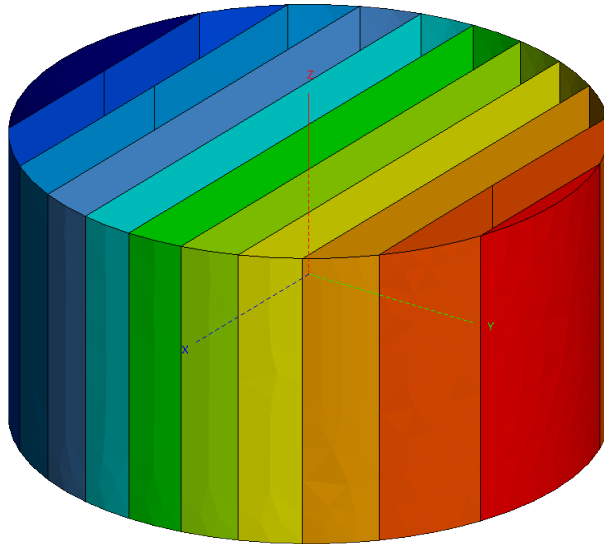


Рисунок 2.6 — Интерпретационная компьютерная модель вращающегося цилиндра при значении γ

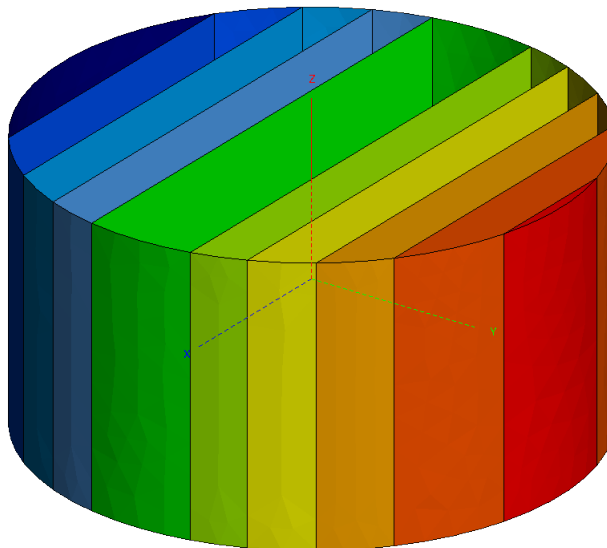


Рисунок 2.7 — Интерпретационная компьютерная модель вращающегося цилиндра при значении γ без учета инерционности системы

2.7.1 Интерпретационная модель вращающейся сферы

Опишем процесс моделирования задачи дифракции электромагнитных волн на вращающейся сфере. Данный пример важен для нас, потому как далее мы будем проводить валидацию результатов именно по этому случаю, как единственному имеющему строгое решение в трехмерном пространстве. Геометрия задачи полностью соответствует рис. 2.5. Условия задачи следующие: $f = 50$

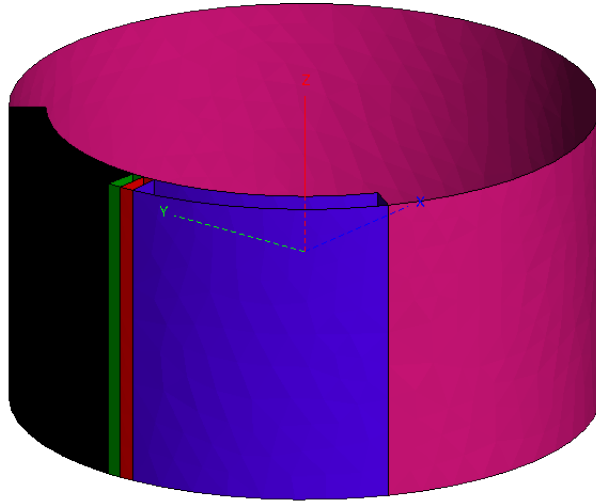


Рисунок 2.8 — Интерпретационная компьютерная модель вращающегося цилиндра при значении $\tilde{\gamma}$

МГц, $a = 1$ м, $\mu_r = 1$, $\epsilon_r = 16$, $\Omega = 1.5 \times 10^6$ рад/с, материал из идеального диэлектрика - $\sigma = 0$.

На первом шаге, нам необходимо провести разбиение геометрии на слои. Силуэтная функция для сферы указана в таблице 1. Так как тело обладает центральной симметрией, стратификация может быть выполнена только для одной любой полусферы, для другой части выделенные слои будут такими же по размеру и симметрично расположенными относительно горизонтальной оси. Используем алгоритм изложенный в 2.1.2. Одним из условий стратификации, является фиксированное количество слоев выделенных на полусфере. Следуя из входных условий задачи, величина a_0 оказывается всего лишь на порядок меньше, чем a - это означает, что критерием оптимального количество слоев в полусфере может являться округленное отношение $\frac{a}{a_0}$. Стратификацию проводим только для положительной полусферы, при параметрах: $\beta_{max} = 0.005$, $CI = 0.7$, $\eta = 3$, $H = 4 \times 10^4$. Отметим, что для сферы справедливо равенство: $\cos\theta = \frac{h}{a}$. В алгоритме 2.11: $l_{max} = 0$ (экваториальный слой) и $\tilde{\beta}(\theta) = \beta \left(\arccos \left(\frac{h_{m-1} + \frac{h_{m-1}}{H}}{a} \right) \right)$. Факторы оптимизации: $\zeta = 0.0017$, $a_0 = 0.270563$ м, а, следовательно, оптимальным количеством слоев является 4.

На рис. 2.9 представлены графики $\beta(\theta)$ и $\tilde{\beta}(\theta)$. Теперь необходимо получить значение невязки этих функций по выражению 3.2. В силу того, что $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta d\theta = 1$, то для силуэтной функции сферы можем заключить, что

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\Omega a \sin \theta}{c} d\theta = \frac{\Omega a}{c} = \beta_{max}$. Невязка для сферы становится равной:

$$\delta_{sp} = \left| \frac{\beta_{max} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \tilde{\beta}(\theta) d\theta}{\beta_{max}} \right|, \quad (2.48)$$

причем, важным требованием к качеству аппроксимации является то, чтобы абсолютная невязка $\left| \beta_{max} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \tilde{\beta}(\theta) d\theta \right| \ll \zeta$.

Для численного интегрирования $\tilde{\beta}(\theta)$ будем использовать метод Гаусса-Кронрода по 21-ой точке с вычислительной погрешностью менее 10^{-3} [75]. Для описываемых параметров имеем: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \tilde{\beta}(\theta) d\theta = 0.0049391533699857$, абсолютная невязка $0.000061 \ll 0.0017$ и относительная невязка в процентах ≈ 1.22 . Результирующие данные процесса стратификации представлены в таблице 2.

Таблица 2 — Результат стратификации полусферы

m	h_m , м	θ_m , рад	a'_m , м	β_m
0	0	$\frac{\pi}{2}$	a	β_{max}
1	a_0	$\arccos\left(\frac{a_0}{a}\right)$	$a \sin \theta$	$\frac{\Omega a'_1}{c}$
2	0.597939	0.929869	0.801585	0.004011
3	0.870648	0.514278	0.491906	0.002461
4	1	0	0	0

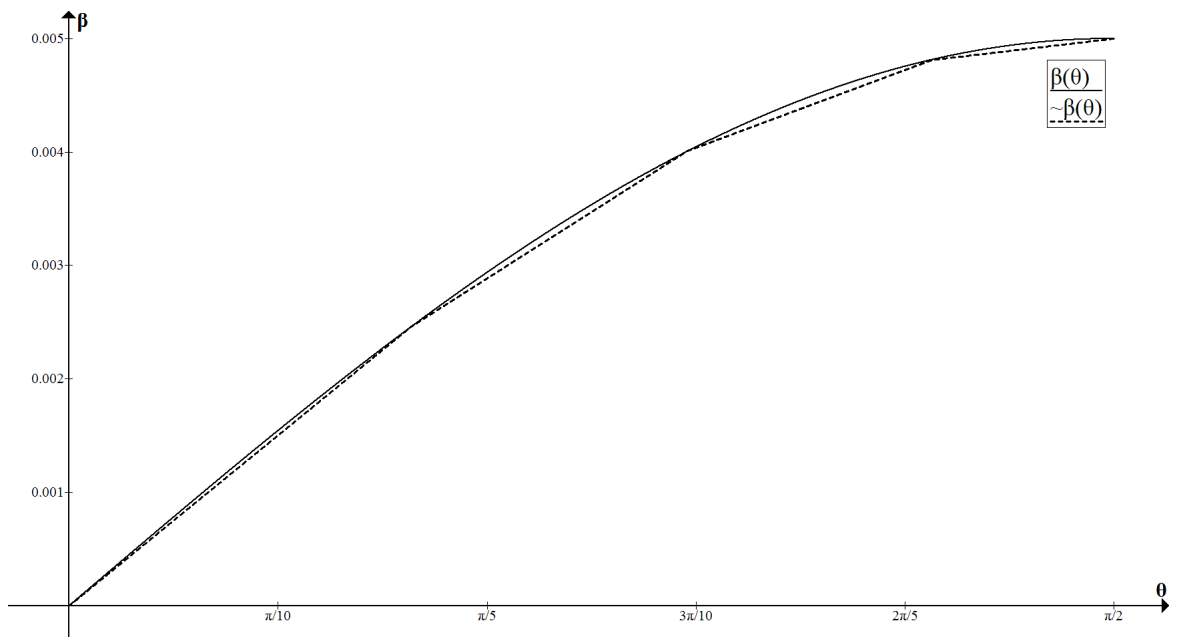


Рисунок 2.9 — Сравнение аналитического и аппроксимирующего выражения для силуэтной функции сферы.

После того, как стратификации геометрии объекта произведена, каждый слой аппроксимируется цилиндрическим, согласно рис. 2.2. Однако, данная аппроксимация справедлива только для магнитуды эффекта наблюдения на слое, которая остается неизменной, форма же слоя сохраняется соответствующей силуэтной функции. Данная формулировка показана на рис. 2.10. Распределение постоянной распространения ищется как на бесконечно тонком цилиндре (двумерном круглом диске), с радиусом a'_m с сохранением формы. После того, как распределение на двумерном диске найдено, оно экстраполируется на весь слой в целом, так как если бы он был цилиндрическим. Контуры распределения γ при данных входных параметрах логично аппроксимировать базисной функцией первого порядка.

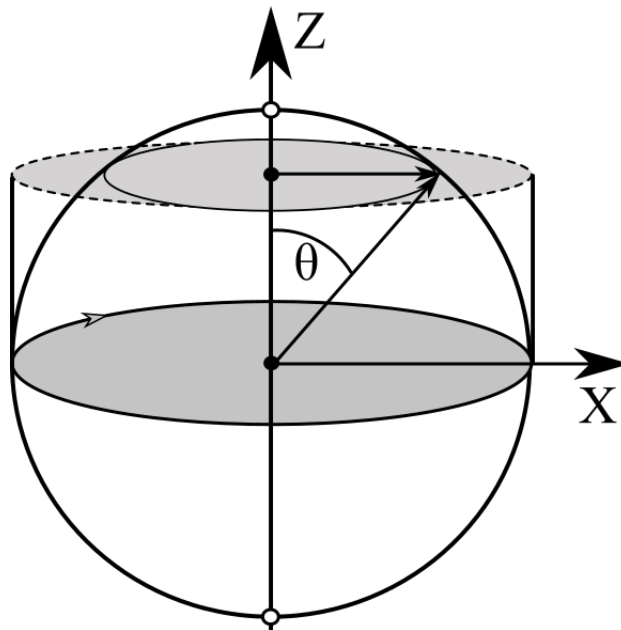


Рисунок 2.10 — Сохранение формы сферы при выделении цилиндрического слоя.

На рис. 2.11 и 2.12 изображена получившаяся интерпретационная модель вращающейся сферы. Рис. 2.11 показывает изометрический вид на сегментированную сферу, в свою очередь на рис. 2.12 представлена та же сфера, но с двумя плоскостями сечения для наглядности изложения техники декомпозиции.

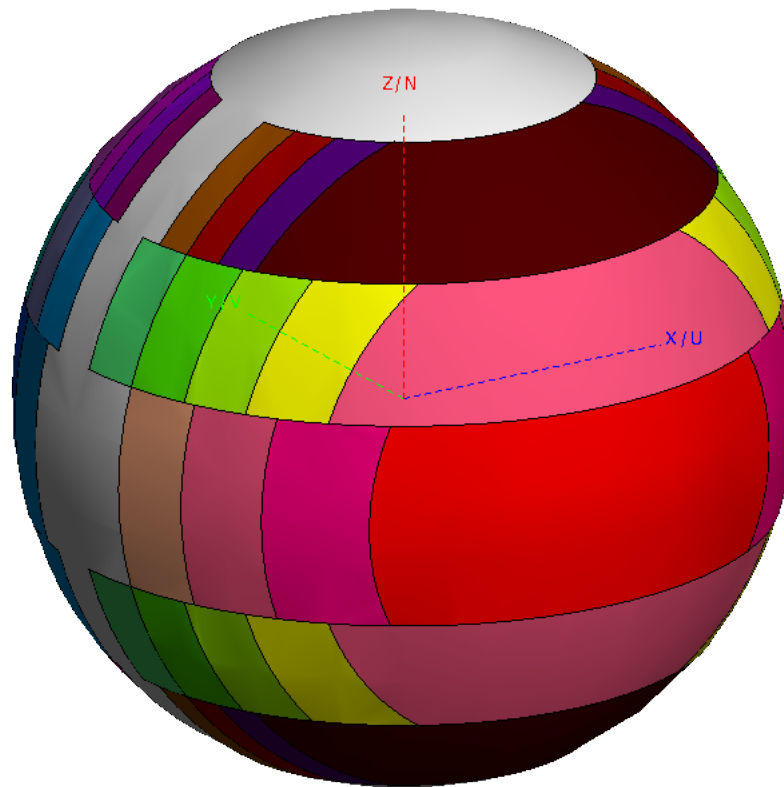


Рисунок 2.11 — Интерпретационная компьютерная модель вращающейся сферы (белая область - электрофизические параметры материала соответствует неподвижному объекту).

2.7.2 Оптимизация конечно-элементной сетки

Целью оптимизации является априорная точность моделирования, при которой малые целевые эффекты наблюдения были бы достоверно определены с учетом неустранимой вычислительной ошибки. В силу того, что ровно такая же цель стояла перед разработанным алгоритмом стратификации в разделе 2.1.2, здесь мы будем руководствоваться теми же принципами и подходами.

Из выражения 2.2 могут быть получены параметры т.н. калибровочной сферы - возмущения в свободном пространстве для распространяющихся в ней электромагнитных волн с магнитудой равной магнитуде возмущения, вносящего в рассматриваемую систему вращение цели - β . Интересующими параметрами для калибровочной сферы являются a_0 и ϵ_{r0} . Основной разницей между параметрами калибровочной сферы для алгоритма стратификации и для сеточной оптимизации является то, что для первого случая, нам достаточно лишь радиуса сферы (см. 2.8) с электрофизическими параметрами отвечающи-

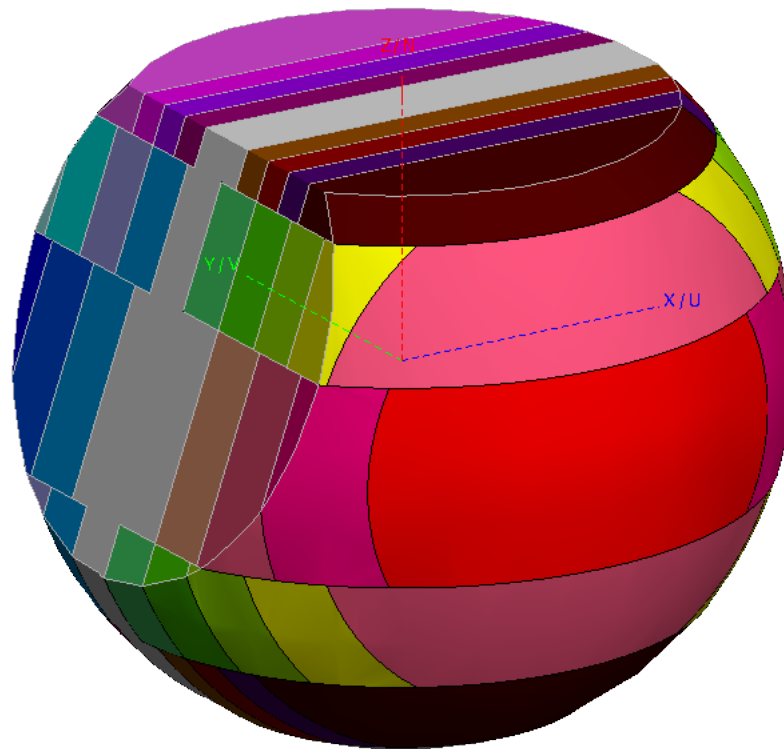


Рисунок 2.12 — Интерпретационная компьютерная модель вращающейся сферы с двумя плоскостями сечения.

ми условию Ганса-Рэлея, то для второго случая помимо радиуса, необходимо точно знать значение диэлектрической проницаемости, так как на этом калибровочном элементе будет рассчитываться объемная конечно-элементная сетка. Как указывалось в работе [75] для этого случая используется оптимизационный метод. Физическое обоснование и апробация данного метода изложена в работе [90].

Основная идея оптимизационного подхода заключается в том, что оптимальная длина ребра элемента сетки l_0 , в физической интерпретации может выступать как минимальный электрический размер дискретного рассеивателя. Формула 2.8 показывает значение для радиуса калибровочной сферы, причем данное значение априори удовлетворяет параметру малости целевого эффекта наблюдения. Мы можем либо организовать процедуру поиска решения неопределенного уравнения 2.2 относительно двух неизвестных, как это делается в [90], либо решить это уравнение относительно одной неизвестной N при имеющемся значении a_0 .

Здесь необходимо дать пояснение о том, что значение радиуса калибровочной сферы, получаемое в 2.8, является близким к минимально возможному радиусу неоднородности вызывающей требуемое возмущение. Это объясняет-

ся тем, что радиус находится для первого изменения целевой величины N_{inc} , значит действительное значение $N = \infty - N_{inc}$, при решении уравнения 2.2, получает достаточно большим - сфера является оптически плотной, а в некоторых случаях близка к проводнику. Для алгоритма стратификации такой подход является эффективным, однако для получения оптимального значения l_0 , необходимым условием является анализ и сравнение объемов наложенной на сферу расчетной сетки и действительного объема рассеивателя. Поэтому в данном случае минимальным значением должна обладать величина N , а значит a_0 должно быть близко к максимальному. Данное требование означает в точности противоположную операцию. Целевой величиной теперь становится a_0 , значение $N = N_{inc}$. Радиус сферы ищется из уравнения 2.2.

После того, как параметры калибровочной сферы получены, на нее накладывается объемная конечно-элементная сетка. Для калибровочной сферы не приемлема адаптивная сетка и при автоматизированном разбиении на элементы, полагаем, что чем уже гистограмма распределения количества элементов по длине их ребра, тем более точно описывается требуемая геометрия, а наложенная сетка состоит из большего количества правильных тетраэдров. Алгоритм оптимизации конечно-элементной сетки в задачах электромагнитного моделирования разработанный, в том числе и для настоящей задачи и апробированный на хорошо изученной диэлектрической антенне, изложен в [91].

На рис. 2.13 показаны конечно-элементные сетки для одной калибровочной сферы. Одна из сеток является очень грубой и поэтому вносит большую вычислительную ошибку, другая же сильно избыточной, что также сказывается на вычислительную ошибку не лучшим образом (малая ошибка на каждом элементе в аддитивной свертке приводит к большой результирующей погрешности).

При сравнительном анализе, описанном в [92], в котором сравнивались ЭПР калибровочных сфер полученных численным способом при различных сетках и аналитические данные из [81], было получено, что оптимальный объем для сетки калибровочной сферы должен быть

$$V_{am} \approx \frac{16}{15} \pi a_0^3. \quad (2.49)$$

Из известного оптимального объема сетки, целевое количество элементов N_m в ней, не следует напрямую. Мы должны принять, что тетраэдры правильные, а значит объем одного элемента равен $V_{me} = \frac{l_0^3}{6\sqrt{2}}$. Исключая сеточную

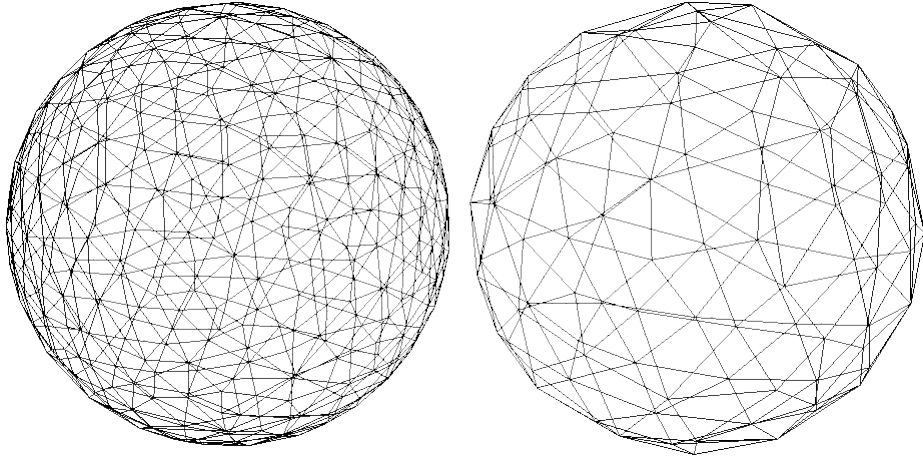


Рисунок 2.13 — Примеры конечно-элементной сетки для калибровочной сферы (второй порядок элементов).

адаптацию любого рода, мы можем заключить, что $V_{am} = N_m V_{me}$. Выражая длину ребра, получаем:

$$l_0 \approx 3.052a_0 N_m^{-\frac{1}{3}}. \quad (2.50)$$

В статье [93] рассматривался вопрос оптимального разбиения сферы на тетраэдры. Авторы данной работы также верифицировали результаты численного анализа со строгим решением теорией Ми, однако априорной оценки точности не проводились. Используя усредненные значения оптимальной декомпозиции для сферы, можем указать, что $\frac{l_0}{\lambda} \approx 0.214$. Если параметр Рэлея-Ганса 2.7 удовлетворяется, мы можем полагать, что длина волны λ , соответствует длине волны на частоте f в вакууме. Из этой пропорции можем получить оптимальное количество элементов в сетке калибровочной сферы:

$$N_m \approx 2901 \left(\frac{a_0}{\lambda} \right)^3. \quad (2.51)$$

Значение N_m при расчете по формуле 2.51 округляется по стандартным правилам.

Моделирование и оптимизация сетки производится только для конечных элементов второго порядка.

2.8 Выводы и обсуждение

Основные результаты проведенного в настоящей главе анализа можно разбить на три больших блока: результаты описания геометрии осесимметричного

рассеивателя сложной формы и описание среды распространения электромагнитных волн в движущейся среде; результаты строгих аналитических решения задач дифракции электромагнитных волн на вращающихся круглом бесконечном цилиндре и сфере; и результаты оптимизации конечно-элементной сетки для моделирование и учета малых электродинамических эффектов. Обсудим данные выводы в соответствующих подразделах.

2.8.1 Результаты описание геометрии и среды распространения осесимметричного рассеивателя сложной формы

Изложенные в разделах 2.1 и 2.2 техники стратификации и сегментирования, разработанные специально для описания геометрических и электрофизических параметров интерпретационной модели, тем не менее, являются универсальными, и могут применять при решении ряда других задач. Так, уже упоминалось, что апробация предложенного алгоритма стратификации проводилась на примере линзы Люнеберга [75], которая по своим целевым топологическим характеристика близка к интерпретационным моделям, а также имеет строгие аналитические представления. Необходимость в стратификации геометрии, а также в учете условий распространения электромагнитных волн в многослойных средах, возникает достаточно часто. Однако, гораздо реже, в этих задачах малые электродинамические эффекты являются целевыми для наблюдателя. Возможно самым ярким примером в этом контексте может является задача дифракции луча в устройствах высокочувствительных интерферометров [94].

Следует отметить тот факт, что в данной работе, в частности в таблице 2.1, рассматриваются лишь тела с априорно известной силуэтной функцией. Однако, указание на тот факт, что методология распространяется на возможность моделирования осесимметричного тела любой сложной формы, устанавливает необходимые требования к восстановлению (или нахождению) неизвестной силуэтной функции цели. Особенно остро этот вопрос встает в том случае, если функция вращения, образующая объем, не является гладкой аналитической кривой.

2.8.2 Результаты строгих решений аналитических дифракционных задач

На рисунках 2.14, 2.15, 2.16 приведены результаты строгого решения задачи дифракции на вращающемся цилиндре. Введены следующие обозначения: $r_e = ka$ - электрически радиус цилиндра, разностная функция $Df\{f(arg)\} = |f^0(arg) - f^{01}(arg)| = f^1$. ЭПР цилиндра находится обычным способом, независящая от координаты ρ выражение рассеянного поля приведено в [26].

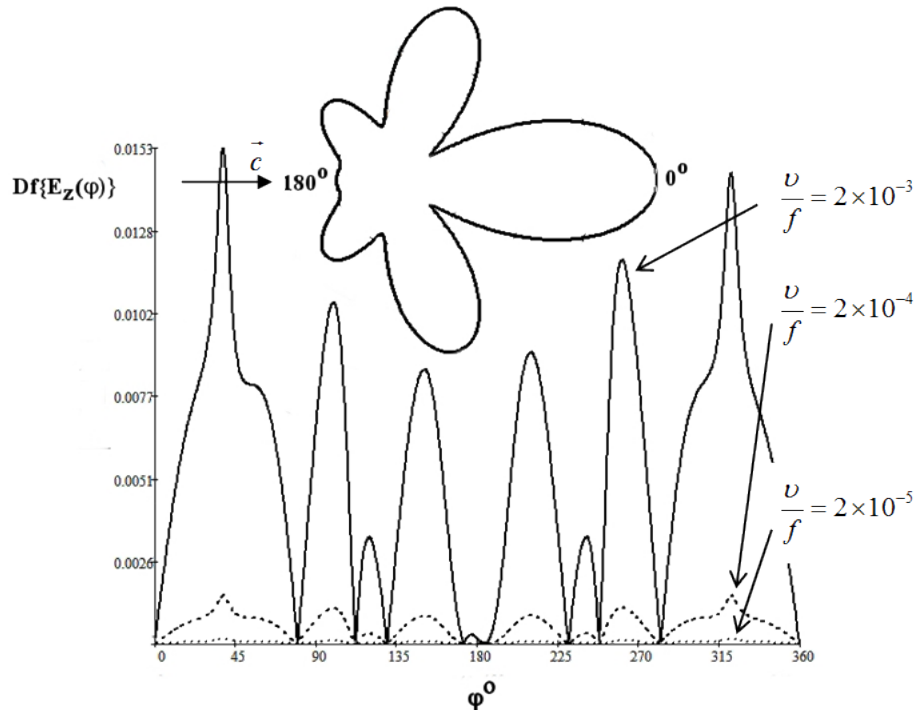


Рисунок 2.14 — Результат строгого решения задачи дифракции на вращающемся цилиндре: $r_e = 2.5$, $\epsilon_r^m = 5 - 0.2j$.

Сверху рисунка 2.16 помещена зависимость нормированной ЭПР неподвижного цилиндра от его электрического радиуса. Для сравнения с ней, приведена функция разности нормированной ЭПР неподвижного и вращающегося цилиндра. Решая радиолокационную задачу очевидно, более показательным представляется случай, когда в разностной функции Df исключен модуль, чтобы проследить качественное расхождение в обратном отражении вращающейся и статичной цели. Особый интерес представляет объяснение наличия главного максимума зависимости, расположенного на $r_e \approx 3.8$, при котором отражение в направлении источника вращающегося цилиндра меньше, чем у неподвижного примерно на 0.1 дБ. На частотной зависимости ЭПР в этой точке наблюдается

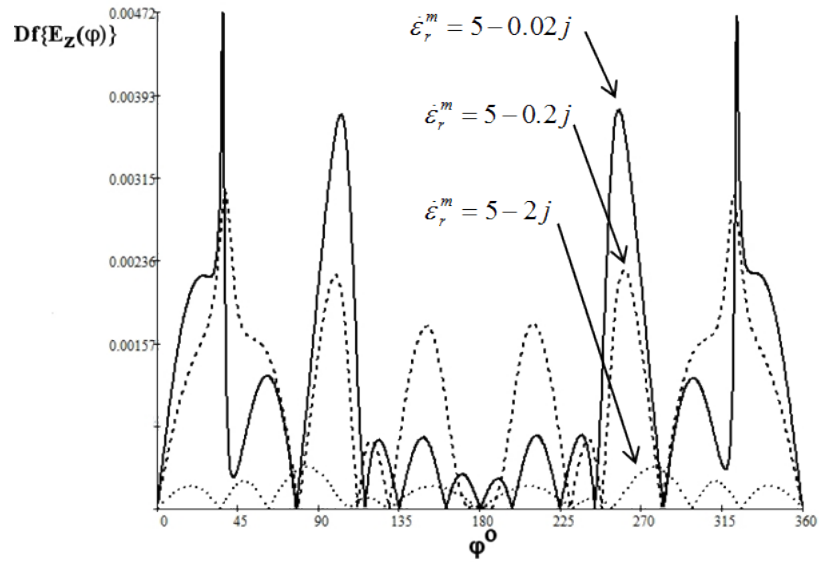


Рисунок 2.15 — Результат строгого решения задачи дифракции на вращающемся цилиндре: $r_e = 2.5$, $\frac{\nu}{f} = 4 \times 10^{-4}$.

локальный минимум. Несложно получить соотношение частот для этой точки: $\frac{\nu}{f} \approx 2.5 \times 10^{-4}$.

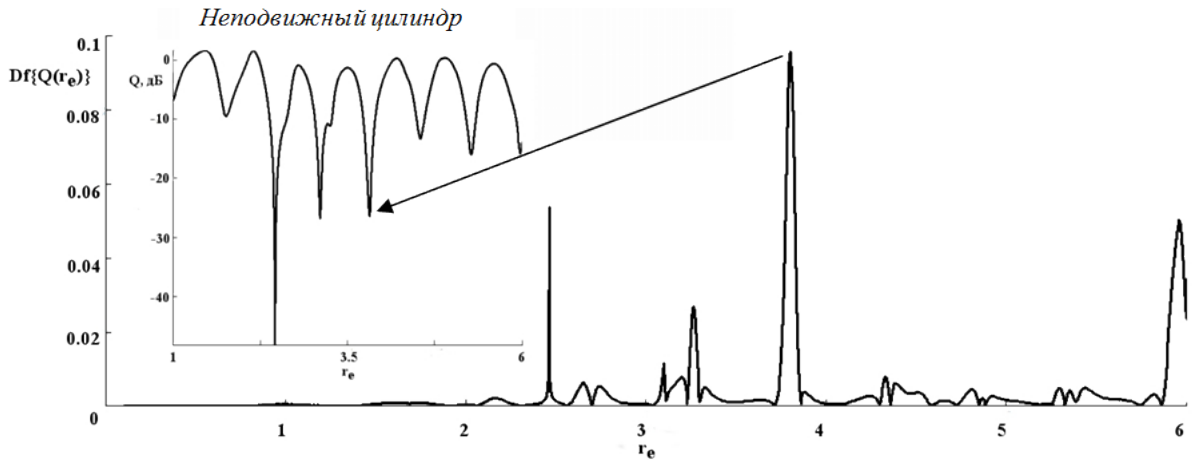


Рисунок 2.16 — Результат строгого решения задачи дифракции на вращающемся цилиндре: $a = 0.15$ м, $\epsilon_r^m = 5 - 0.2j$, $\beta = 1 \times 10^{-3}$.

На рисунках 2.17, 2.18, 2.19 приведены результаты строгого решения задачи дифракции на вращающейся сфере.

На рис. 2.19 показана частотная зависимость ЭПР сферы. Представление аналогично рис. 2.16. Максимум разностной функции наблюдается при $r_e = 2.45$, что соответствует $\frac{\nu}{f} \approx 4 \times 10^{-4}$. Интересен тот факт, что, судя по рис. 2.16, для цилиндра так же присутствует экстремум разностной функции примерно на этом же электрическом радиусе, однако он не брался во внимание, так как не являлся максимумом. Для объяснения такого поведения

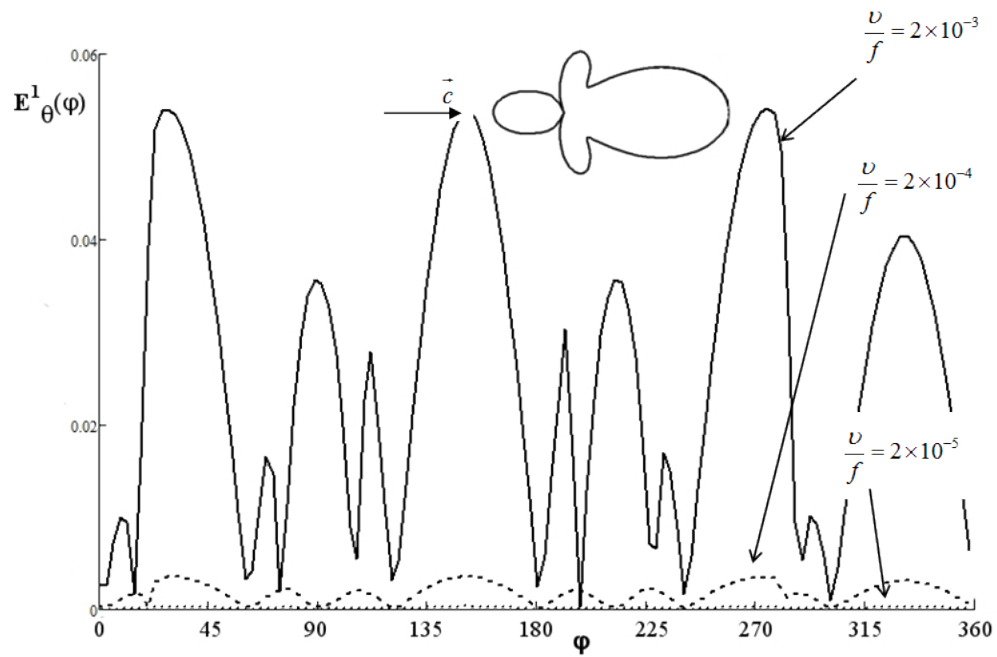


Рисунок 2.17 — Результат строгого решения задачи дифракции на вращающейся сфере: $r_e = 2.5$, $\epsilon_r^m = 5 - 0.2j$.

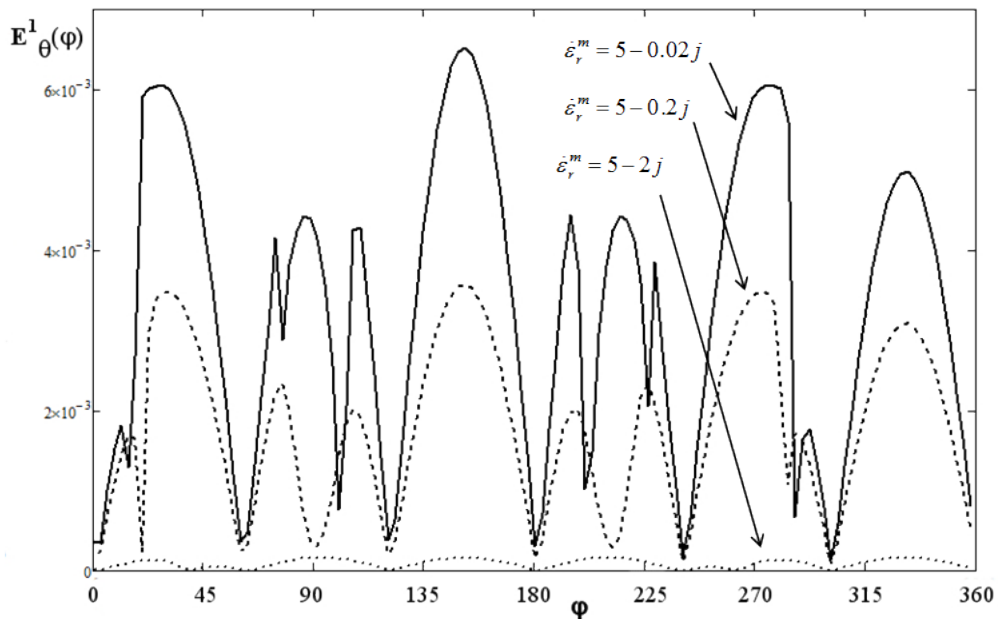


Рисунок 2.18 — Результат строгого решения задачи дифракции на вращающейся сфере: $r_e = 2.5$, $\frac{\nu}{f} = 4 \times 10^{-4}$.

функции, очевидно, необходимо использовать положения MDR [77], [90], [95], [96].

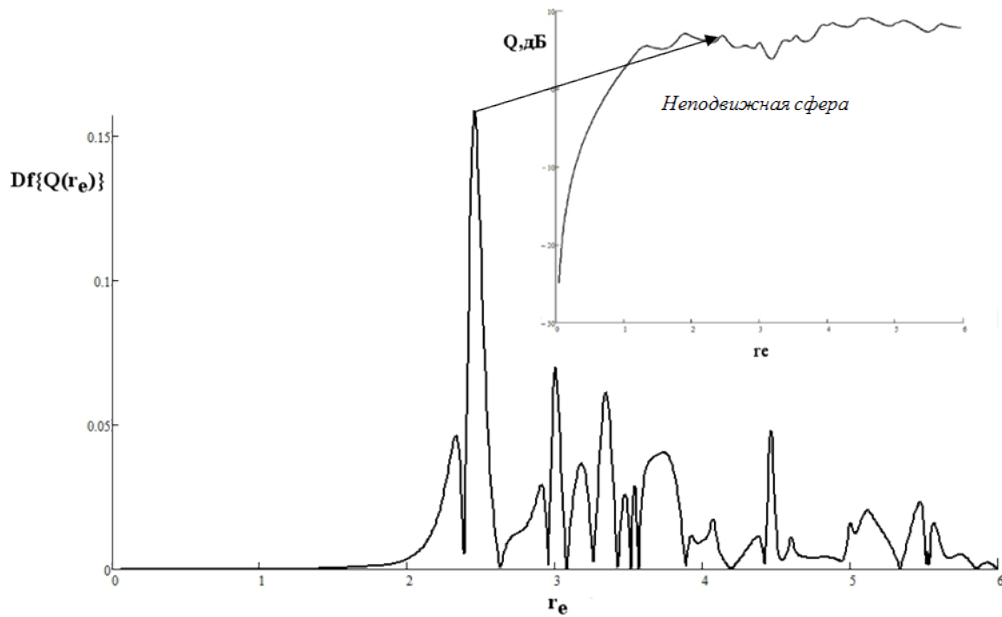


Рисунок 2.19 — Результат строгого решения задачи дифракции на вращающейся сфере: $a = 0.15$ м, $\epsilon_r^m = 5 - 0.2j$, $\beta = 1 \times 10^{-3}$.

2.8.3 Результаты конечно-элементной сеточной оптимизации

Изложенная в разделе 2.7.2 схема оптимизации объемной сетки, с использованием калибровочной сферы, как элемента описывающего малое электродинамическое возмущение в системе, применима только и исключительно в задачах, где мысле эффекты являются целевыми для наблюдателя в лаборатории. В этой связи калибровочная сфера должна быть рэлеевским рассеивателем, а параметр Рэлея-Ганса, является основным индикатором применимости метода. Главным критерием оптимизации является то, что при $\eta \rightarrow \infty$, наблюдается $\delta = \left| \frac{\sigma_{num} - \sigma_{Mie}}{\sigma_{Mie}} \right| \rightarrow 0$, где σ_{num} и σ_{Mie} - ЭПР рэлеевской частицы полученная численным методом и аналитическим соответственно. На рис. 2.20 представлена результирующая оптимизационная кривая.

Как уже отмечалось выше, предложенная оптимизация является эффективной и уместной только в том случае, если малые эффекты в системе являются целевыми. В таблице 3 приведены результаты работы оптимизационного алгоритма для калибровочной сферы при различных значениях величины η . Интерполяционная кривая приведена на рис. 2.20.

Переходя от сетки, наложенной на калибровочную сферу, на эквивалентную ей сетку сформированную над геометрией рассеивателя сложной осесим-

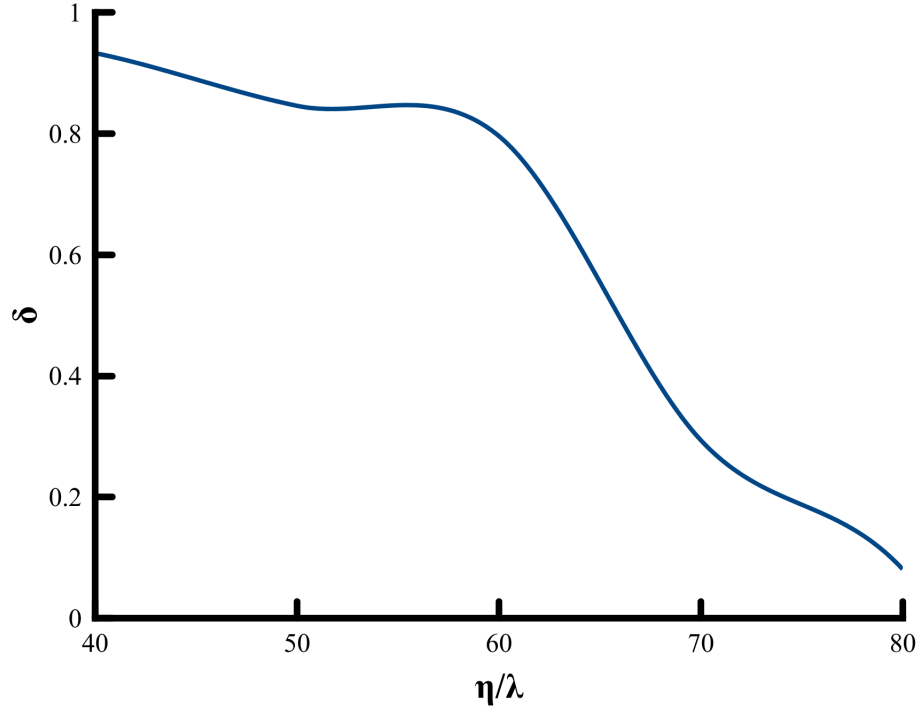


Рисунок 2.20 — Результирующая оптимизационная кривая

метричной формы можем заключить, что $l_0 = const$. Из этого следует, что $N_\Sigma = N_m \frac{V_{obj}}{V_{cs}}$, где V_{obj} - объем объекта и V_{cs} - объем калибровочной сферы. Из выражений 2.49 и 2.51 следует:

$$N_\Sigma \approx 693 \frac{V_{obj}}{\lambda^3}. \quad (2.52)$$

Одной из основных целей подобной оптимизации, чего не было сделано, например в [93], являлось получение априорной точности моделирования. Так, например работа [40] представляет всестороннюю апостериорную оценку погрешности конечно-элементной аппроксимации для решения задач дифракции на движущемся теле. Такое изучение является обоснованием положений априорного предсказания о вносимых в результат погрешностях. Это позволит наблюдателю предсказать будет ли определен малый эффект на доступной ему вычислительной сетки или нет. В рамках данной задачи, главным результатом является следующее приближение:

$$\frac{1.442 \sqrt[3]{\frac{V_{meobj}}{N_\Sigma}}}{\langle l_{tet} \rangle} \approx 0.894, \quad (2.53)$$

где V_{meobj} - объем конечно-элементной сетки наложенной на объект и $\langle l_{tet} \rangle$ - средняя длина ребра тетраэдра сетки. В случае если данное приближение

Таблица 3 — Результаты работы оптимизационного алгоритма для калибровочной сферы при $f = 3$ ГГц

η	a_0 , м и ϵ_{r0}	RGP	N_m и l_0 , м	δ	δ_{err}
4	0.045 и 1.114	0.315	268 и 0.023	0.147	0.933
5	0.03 и 1.113	0.208	81 и 0.0218	0.258	0.846
6	0.014 и 1.250	0.194	12 и 0.0153	0.702	0.796
7	0.016 и 1.050	0.05	10 и 0.0179	0.486	0.294
8	0.016 и 1.015	0.015	10 и 0.0179	0.486	0.081

справедливо, то можем считать, что вычисления над такой сеткой не внесут в результаты ошибки, превышающей магнитуду целевого малого эффекта. Возвращаясь к рисунку 2.13 можем указать, что для сферы с сильно избыточной сеткой (слева) левая часть 2.53 равна 0.643. Априорное предсказание того, что данная сетка для калибровочной сферы является неуместной, подтверждается апостериорной погрешностью $\delta = 0.47$. Более грубая сетка для калибровочной сферы (справа) удовлетворяет неравенству 2.53 и апостериорная погрешность становится равной $\delta = 0.10$.

Соблюдение точностного критерия 2.53 является приоритетным, в сравнении с достижением целевого значения для 2.52.

Необходимо отметить следующий факт: выражение 2.52 справедливо только для однородных целей. В рамках численного моделирования - это означает, что во внутренней поверхности объекта отсутствуют ребра геометрических фигур и любые другие границы, требующие адаптивного сеточного наложения. Очевидно, что интерпретационные модели представленные на рис. 2.6 и 2.12 не удовлетворяют этому требованию. Значительное количество граней, на которых происходит уточнение средней длины конечного элемента, исключает формирование сетки правильных тетраэдров и расширяет гистограмму их распределения (в большинстве случаев, однако, незначительно). Поэтому, оставаясь в рамках предложенного подхода, критерий 2.52 справедлив для однородного те-

ла, находящегося в состоянии покоя. Количество конечных элементов на его интерпретационной модели должно быть априорно выше, со средним значение длины ребра равным 2.50. В этом случае, если критерий 2.53 удовлетворяется для неподвижного объекта, то требуемая точность достигается при моделировании и его интерпретационной модели.

Следует также указать, что ранее мы исключали сеточную адаптацию, так как в ней не было смысла. Иначе обстоит дело с наложением сетки на неоднородную среду. Как уже отмечалось выше - сформированная слоем или сегментом грань, также является неотъемлемой частью топологии, на которую необходимо накладывать сетку, но даже в этом случае конечный элемент может не менять своих размеров. Одновременно с этим, на границе перехода двух сред, для эффективного сшивания целевой функции на ней, сетку вблизи ребра необходимо учащать. Это является стандартным правилом для метода конечных элементов [97], а значит и для метода моментов. Это положение обязывает проводить сеточную адаптацию. Введем следующие обозначения: N_{Σ}^0 и N_{Σ}^1 - суммарное количество элементов для неподвижного и вращающегося рассеивателя без сеточной адаптации (или при ее минимальных воздействиях) соответственно, R_f - уточняющий коэффициент для внутренних граней и R_e - уточняющий коэффициент для внутренних ребер. Укажем, что $R_f = \frac{N_{\Sigma}^1}{N_{\Sigma}^0}$. Общее количество элементов для интерпретационной модели:

$$N_{\Sigma}^R = N_{\Sigma}^0 R_f R_e = N_{\Sigma}^1 R_e. \quad (2.54)$$

Понятно, что $R_e \geq 1$. В сущности, оптимизация конечно-элементной объемной сетки для моделирования вращающегося осесимметричного рассеивателя сложной формы сводится к поиску минимального значения R_e , при котором точностный параметр 2.53 максимально близок к своему целевому значению. Заметим также, что увеличение коэффициента R_e не приводит к целевому влиянию на объем сетки, а именно $V_{meobj} \rightarrow V_{obj}|_{R_e \rightarrow \infty}$. Это означает, что при оптимизации этого параметра точностный критерий зависит только от $\langle l_{tet} \rangle$ и N_{Σ} , при чем, очевидно, эти величины связаны между собой обратной пропорцией: $\langle l_{tet} \rangle = \frac{l_{\Sigma}}{N_{\Sigma}}$, где l_{Σ} - суммарная длина одного ребра всех тетраэдров в сетке. Более развернутого представления для этой величины дать невозможно, потому что ее значение зависит как от количества, так и от длины внутренних граней. В случае если эти данные известны, получение интерполяционных

формул для оптимального значения R_e должно явиться задачей отдельного большого исследования.

Основные результаты данного раздела изложены в работах автора: [69], [71], [73], [75], [76], [77], [88], [90], [91], [92], [98].

Глава 3. Валидация результатов решения задачи дифракции электромагнитных волн на вращающихся телах

Обоснование справедливости полученных результатов первых двух глав является завершающим этапом исследования. Использование всех доступных способов валидировать данные является необходимым для данной задачи, потому что постановка натурального эксперимента, как основного механизма апробации модели, для ее последующего практического применения, хоть и является большой и комплексной задачей, но всего лишь следствие успешно проведенной первичной проверки. Необходимыми этапами такого исследования являются:

- постановка полуаналитической границы для компьютерной адаптации строгих решений дифракционных задач. Данный предел используется для валидации компьютерных моделей простых форм;
- валидация строгих решений дифракционных задач по признаку непрерывности полевых компонент при переходе границы раздела двух сред;
- валидация результатов моделирования методом FSV.

Планирование натурального эксперимента, с рядом конкретных рекомендаций, как результат успешной первичной валидации, также представлено в данной главе. Автоматизация основных этапов планирования эксперимента для уменьшения целевого количества опытов, а также технология распределения функционального цикла моделирования завершают данную главу и работу в целом.

3.1 Полуаналитическая граница

Постановка полуаналитической границы при модельных исследованиях преследует одну важную цель - верификация данных моделирования с аналитическими задачами, как один из критериев истинности модели, в том числе, и для результатов, которые не могут быть верифицированы, потому как они являются новыми научными знаниями. В данной работе представлены строгие решение ДЗ для круглого бесконечного цилиндра и сферы. Компьютерные

адаптации этих решений предоставляют требуемую полуаналитическую границу.

Начнем с описания адаптации ДЗ на цилиндре. В первую очередь, для рядов 2.18 должна быть определена скорость сходимости. Любая серия с пределами $(-\infty; \infty)$, должна быть представлена в виде $\sum_{n=-\frac{Run}{2}}^{\frac{Run}{2}} f(n)$, где переменная Run - четное положительное целое число. Результаты большого количество различных систем, показали, что при $Run = 100$, погрешностей в расчетах не встречается. Для $Run = 10$, среднеквадратическое отклонение от точного решения, в большинстве случаев, не превышает 0.035 по нормированной напряженности электрического поля. Дальнейшая вариация длинны рядов, показала, что для частоты падающей волны до 1ГГц, разность значений соответствующих величин для $Run = 60$ и $Run = 100$ равна нулю. Выше этой частоты выбор длинны ряда может быть автоматизирован, и во многом зависит от характера проводимого вычисления. Стоит отметить, что среднеквадратическое отклонение разности значений при $Run = 20$ и $Run = 100$, имеет порядок не выше 10^{-4} . Оценка сходимости рядов для вычисления рассеянного цилиндром поля проводилась в работе [99]. Авторами было получено, что при длительности ряда более двух электрических радиусов цилиндра точность расчета становится допустимой. Тем не менее, в рамках данной работы, допустимая точность расчета должна быть многократно выше. Рассеянное цилиндром поле - есть большой эффект, наблюдаемый и при грубых вычислениях.

Подобно тому, как разложение 1.71 является определяющим для решения двумерной задачи дифракции, аналогичная операция в трехмерном пространстве 2.34, является отправной точкой для обобщенного алгоритма решения электродинамической задачи. Основная сложность заключается в реализации вычислений сферических функций Бесселя и присоединенных полиномов Лежандра. Задача решается с тем важным условием, что источник является неподвижным и взаимное расположение 'объект - источник', задается смещением объекта, т.е. сферы. При неподвижной сфере это положение не имеет смысла, т.к. вторичные поля в системе не зависят от угла падения первичного на сферу. В случае ненулевой угловой скорости объекта, взаимное положение определяется ориентацией плоскости вращения к плоскости, в которой лежит волновой вектор источника. Это геометрическая интерпретация 'субъект-объект' исследуемых систем.

Основная сложность при вычислениях сферических функций Бесселя заключается в быстром нарастании ошибки вычисления, по мере приближения к особым точкам функции. В таких случаях использование асимптотических выражений обязательно. Важным фактором является установление точных границ аргумента, при которых вместо прямого нахождения значения функции, применяются асимптотические зависимости. Эти границы устанавливаются с тем решающим фактом, чтобы точность последних, априорно превышала точность любых прочих методов.

По определению:

$$\begin{aligned}
 j_n(x) &= \frac{1}{x} \left[\sin \left(x - \frac{n\pi}{2} \right) \sum_{k=0}^{\min(\frac{n}{2})} \frac{(-1)^k (n+2k)!}{2x^{2k} (2k)! (n-2k)!} + \right. \\
 &\quad \left. \cos \left(x - \frac{n\pi}{2} \right) \sum_{k=0}^{\min(\frac{n-1}{2})} \frac{(-1)^k (n+2k+1)!}{2x^{2k+1} (2k+1)! (n-2k-1)!} \right], \\
 y_n(x) &= \frac{(-1)^{n+1}}{x} \left[\sin \left(x + \frac{(n+1)\pi}{2} \right) \sum_{k=0}^{\min(\frac{n}{2})} \frac{(-1)^k (n+2k)!}{2x^{2k} (2k)! (n-2k)!} + \right. \\
 &\quad \left. \cos \left(x + \frac{(n+1)\pi}{2} \right) \sum_{k=0}^{\min(\frac{n-1}{2})} \frac{(-1)^k (n+2k+1)!}{2x^{2k+1} (2k+1)! (n-2k-1)!} \right], \\
 h_n^{(2)} &= j_n(x) - jy_n(x).
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Операция $\min(\dots)$ в 3.1 означает округление дробного числа в меньшую сторону, x - в общем случае комплексная величина.

Исходя из 2.34, $n > 0$, также важно определиться в каких пределах может изменяться аргумент в ДЗ. Аргументом сферической функции Бесселя, выступает произведение волнового числа (или постоянной распространения) на радиальную координату (или радиус сферы). Очевидно, если приближаться к центру сферы, то $\rho \rightarrow 0$ - это значит, что весь аргумент будет стремиться к нулю. В противоположном случае, при расчете полей в дальней зоне, $\rho \rightarrow \infty$. Асимптотического поведения функции при увеличении аргумента нет, и 3.1 даст точный результат. Однако, при очень электрически больших измерениях, максимальный порядок функции оказывается ограниченным для точного анализа. Так для $|x| \propto 10^4$, максимальный, достоверно рассчитываемый порядок функции принимает значение около 50, что является более чем достаточным пределом суммирования для многих задач.

При малых аргументах (особенно комплексных), неточности аналитического расчета могут стать значительными. Как известно, функции Бесселя обладают асимптотическим поведением при $|x| \rightarrow 0$. Для сферической функции Бесселя второго рода приближение не используется, однако, при очень электрически малых измерениях, порядок может быть также ограничен. Так, при $|x| \propto 10^{-4}$, $n \leq 50$. При определении границы начала использования асимптотического приближения необходимым условием является минимизация невязки:

$$\left| \frac{j_n^r(x) - j_n(x)}{j_n(x)} \right| \leq \delta_{err}, \quad (3.2)$$

где $j_n^r(x)$ - точная функция, полученная вне рамок модели. Как только невязка становится равной ожидаемой вычислительной ошибки, выражения 3.1, уступают место асимптотическому приближению:

$$j_n(|x| \rightarrow 0) = \sqrt{\frac{\pi}{2x}} \frac{1}{\Gamma(n + 3/2)} \left(\frac{x}{2}\right)^{n+1/2}, \quad (3.3)$$

$\Gamma(\dots)$ - гамма функция Эйлера. Производная сферической функции Бесселя по аргументу, может быть вычислена, с помощью соотношения 2.20.

Теперь представим некоторые особенности вычислительной адаптации присоединенных полиномов Лежандра. Определяющее функцию выражение [67]:

$$P_n^m(x) = (1 - x^2)^{(m/2)} \frac{d^m P_n(x)}{dx^m}. \quad (3.4)$$

В некоторых случаях, выражение 3.4 дополняется множителем $(-1)^m$, который называется фазой Кондона-Шортли. В данном случае необходимости в этом нет.

Судя по 3.4, аналитическое нахождение присоединенного полинома Лежандра, обязывает вычислять определенное количество производных от сферических функций. При относительно небольшом $n = 20$, требуется найти двадцатую производную функции Лежандра. Численное дифференцирование, с использованием разностных схем, может быть эффективным методом, однако накапливающаяся погрешность, с каждой последующей разностью, может быстро превысить ожидаемую δ_{err} . Символьные операции имеют высокую точность, однако требуют значительных вычислительных ресурсов - на мощностях персонального компьютера этот процесс может занять длительное время. Эффективным методом, в данном случае, является использование расширенной

записи функции, для ее вычислений. Из [67] имеем:

$$P_n^m(x) = \frac{(2n)!}{2^n n! (n-m)!} (1-x^2)^{m/2} \left[x^{n-m} - \frac{(n-m)(n-m-1)}{2(2n-1)} x^{n-m-2} + \frac{(n-m)(n-m-1)(n-m-2)(n-m-3)}{2 \cdot 4(2n-1)(2n-3)} x^{n-m-4} - \dots \right]. \quad (3.5)$$

Можем ограничиться представленными в 3.5 слагаемыми. При программном описании этого выражения, возникают некоторые, легко устранимые трудности. Во-первых, неопределенность 0^0 должна преобразовываться в единицу. Также, необходимо исключить неопределенность типа 0^a , при $a < 0$. Разложим запись 3.5 на возможные случаи набора переменных n, m, x , при обращении к процедуре:

$$P_n^{0 \leq m \leq n}(0) = \frac{(2n)!}{2^n n! (n-m)!} \cdot 0^{n-m} \Big|_{n-m < 2}$$

$$P_n^{0 \leq m \leq n}(0) = \frac{(2n)!}{2^n n! (n-m)!} \left[0^{n-m} - \frac{(n-m)(n-m-1)}{2(2n-1)} \cdot 0^{n-m-2} \right] \Big|_{2 \leq n-m \leq 4}. \quad (3.6)$$

При $n - m \geq 4$ неопределенностей в 3.5 не возникает. Для случая отрицательного m уже приведены соотношения в 2.41. Неопределенность типа факториал отрицательного числа (когда $m > n$), обходится принудительным приравниванием функции к нулю при любом аргументе и порядке. Производная по полярному углу вычисляется из соотношения приведенного в 2.41. Производная второго порядка, встречающаяся в выражениях 2.46, может быть получена с использованием правил дифференцирования:

$$\frac{d^2 P_n^m(\cos(\theta))}{d\theta^2} = \frac{1}{2} \left((n-m+1)(n+m) \frac{dP_n^{m-1}}{d\theta} - \frac{dP_n^{m+1}}{d\theta} \right). \quad (3.7)$$

Созданию компьютерного симулятора расчета рассеянных от вращающегося цилиндра ЭМВ, в которой всецело основан на представленной полуаналитической границе, посвящена магистерская диссертация автора [53]. Численное нахождение функции Бесселя первого и второго рода для целых и комплексных аргументов изложено в [100]. Полуаналитическая граница для функции Ханкеля комплексного порядка и комплексного аргумента описывается в [101].

3.2 Валидация результатов

После постановки полуаналитической границы, возможно провести первичную валидацию. Схема валидации следующая: обоснование истинности, а значит единственности строгих решений для полученного аналитического предела по признаку непрерывности тангенсальных компонент поля на границе раздела двух сред. После этого, убедившись в адекватности строгих решений, провести валидация результатов моделирования аналитических форм с соответствующими результатами строгих решений.

3.2.1 Корректность строгих решений

Несмотря на строгие математические формулировки, используемые для вывода расчетных формул ДЗ в разделах 2.4 и 2.5, постановка полуаналитической границе, в общем смысле, уже исключает единственность получаемого решения. Тем не менее, результаты полученные в других работах (для вращающегося цилиндра [24], [25], [26], [27] и для вращающейся сферы [28], [29], [35]), совпадают с результатами полученными в данной работе. Дополнительную проверку корректности для двумерной задачи проводить не имеет смысла, потому как сам ход решения является стандартным, к тому же обоснование корректности уже было приведено в разделе 2.6. Немного иначе обстоит дело с трехмерной дифракционной задачей. В силу того, что решение данной задачи может быть получено как минимум тремя различными математическими подходами, и при поставленной полуаналитической границе, ни один из них не может гарантировать единственность решения и не возникновения ложных решений, требуется провести дополнительную валидацию.

Для обоснования полученного решения необходимо получить распределение электрического поля вдоль оси ОХ. Согласно условиям непрерывностей θ и φ компонент напряженностей электромагнитного поля для среды без потерь, особо показательной в этом контексте будет именно такое представление. Очевидно, что увеличение проводимости среды будет уменьшать прошедшую в нее ЭМ мощность, рассеянное же поле будет расти, тем самым радиальное

распределение на границе раздела двух сред будет иметь разрыв. На рис. 3.1 показано распределение электрического поля проходящего через границу раздела при различных электрофизических параметрах среды. Для наглядности, на рис. 3.1, вертикальной пунктирной линией показана граница раздела «пространство – среда».

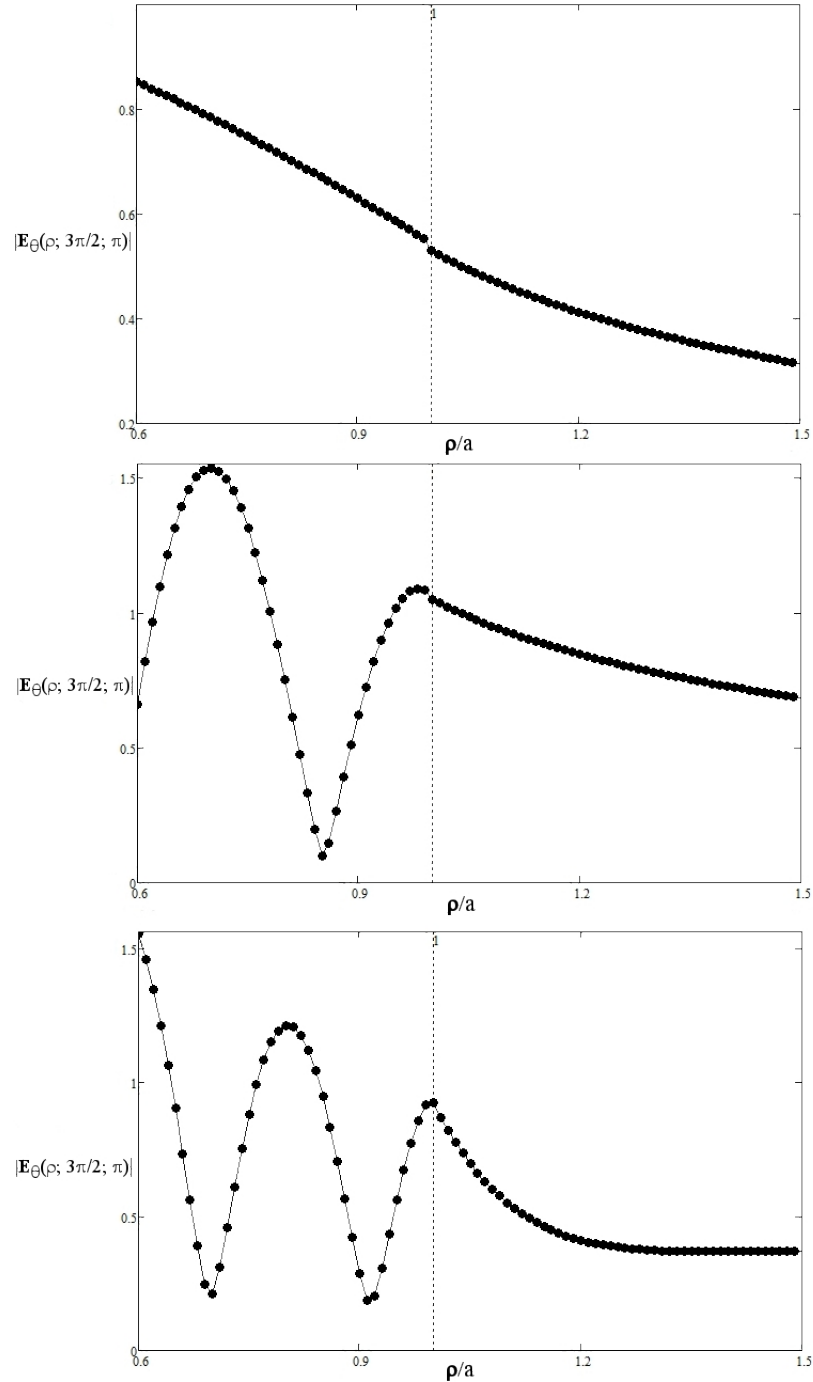


Рисунок 3.1 — Непрерывность электрического поля на границе раздела при $\sigma = 0$ ($\epsilon_r^m = 2, 16, 8$ и $r_e = 1.5, 3, 6$, соответственно сверху вниз).

3.2.2 Валидация результатов моделирования вращающегося цилиндра

Для того чтобы валидировать результаты численного моделирования мы используем стандартизированные методы сравнения данных, описанные в [102]. Описание наиболее часто применяемых методов валидации в электродинамике представлено в [103]. Процедура валидации по событийной выборке (FSV), стандартизированная IEEE, будет применяться как наиболее подходящая для рассматриваемых случаев. Величина суммарного различия между двумя наборами данных GDM будет являться главным показателем качества валидации, в свою очередь, $GDM = \sqrt{ADM^2 + FDM^2}$, где ADM - показатель различия в амплитудах и FDM - показатель различия в событиях (особых точках). Не имеет смысла подробно останавливаться на математических основах данной процедуры, так как они могут быть найдены в указанных источниках. Существуют множество компьютерных программ, в которых реализована данная процедура, что значительно упрощает и ускоряет процесс валидации. В данной работе мы используем ПО GVT 3.1 в которых присутствует расширенное описание реализованных методов. Укажем только основные моменты использования процедуры FSV в GVT 3.1. В рамках данного метода выполняется поточечное сравнение двух функций по двум критериям: ADM_i и FDM_i , индекс i указывает на принадлежность критерия к точке, а не к целой функции. Поточечная разница в FSV гораздо более информативна, нежели просто поточечная разность двух функций (как при вычислении Df), это связано с механизмом вычисления критериев. Особенностью данного метода, является стандартизированная шкала степени валидации с соответствующими качественными формулировками (т.н. интерпретационная шкала). Так, например при $GDM < 0.1$ валидация считается отличной (Excellent), при $0.1 \leq GDM \leq 0.2$ - очень хорошей (Very Good), если $0.2 < GDM \leq 0.4$, то хорошей (Good), $0.4 < GDM \leq 0.8$ удовлетворительной (Fair), при $0.8 < GDM \leq 1.6$ валидация является плохой (Poor) и, наконец для $GDM > 1.6$ - очень плохой (Very Poor). Точно такие же качественные метрики используются для индикаторов ADM и FDM . При сравнении двух наборов данных может быть получена гистограмма распределения этих метрик в рамках одного индикатора, обозначенного индексом s . Данный алгоритм валидации применялся автором при проведении натурального эксперимента

по дифракции электромагнитных волн на неподвижных объектах, описанного в [104], а также для валидации результатов полученных при сегментировании рассеивателя по контурам $\tilde{\gamma}$ в области локального источника [73].

На рисунках 3.2 и 3.3 представлены результаты валидации для диаграмм рассеяния в горизонтальной плоскости бесконечного круглого цилиндра. Аналитические данные были получены для заданной полуаналитической границы, описанной выше. Численные данные соответствуют модели на рис. 2.7. Входные параметры для обеих задач одинаковы и соответствуют тем, для которых были получены распределения постоянной распространения показанного на рис. 1.10. Так как в строгом решении силы инерции не учитываются, то валидация производится для распределения γ , в котором исключены величины ξ_{cf} и ξ_k .

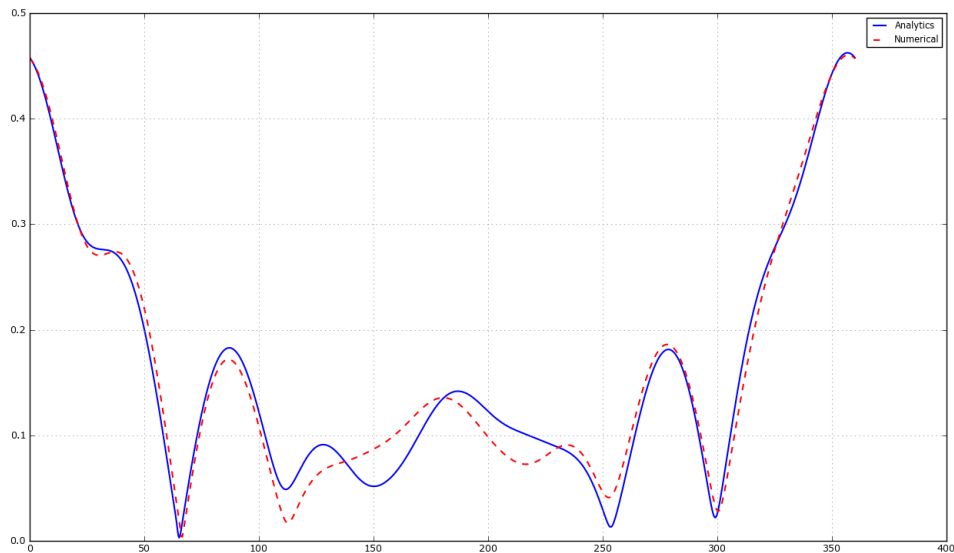


Рисунок 3.2 — Валидация процедурой FSV диаграмм рассеяния вращающегося цилиндра

Исходя из результатов валидации, можем заключить, что основная ошибка в вычислениях наблюдается в области обратного рассеяния (по направлению к источнику при $112^\circ \leq \varphi \leq 252^\circ$). Причина такого расхождения заключается в том, что в модели невозможно учесть противоположное направление распространения волны, при котором распределение γ должно быть зеркально отображено относительно оси OX (либо декомпозированный цилиндр должен быть повернут относительно этой оси на 180°). Что бы добиться согласования результатов в этой области необходимо проводить повторное моделирование над той же моделью, но с указанными поправками и исключать из рассмотрения

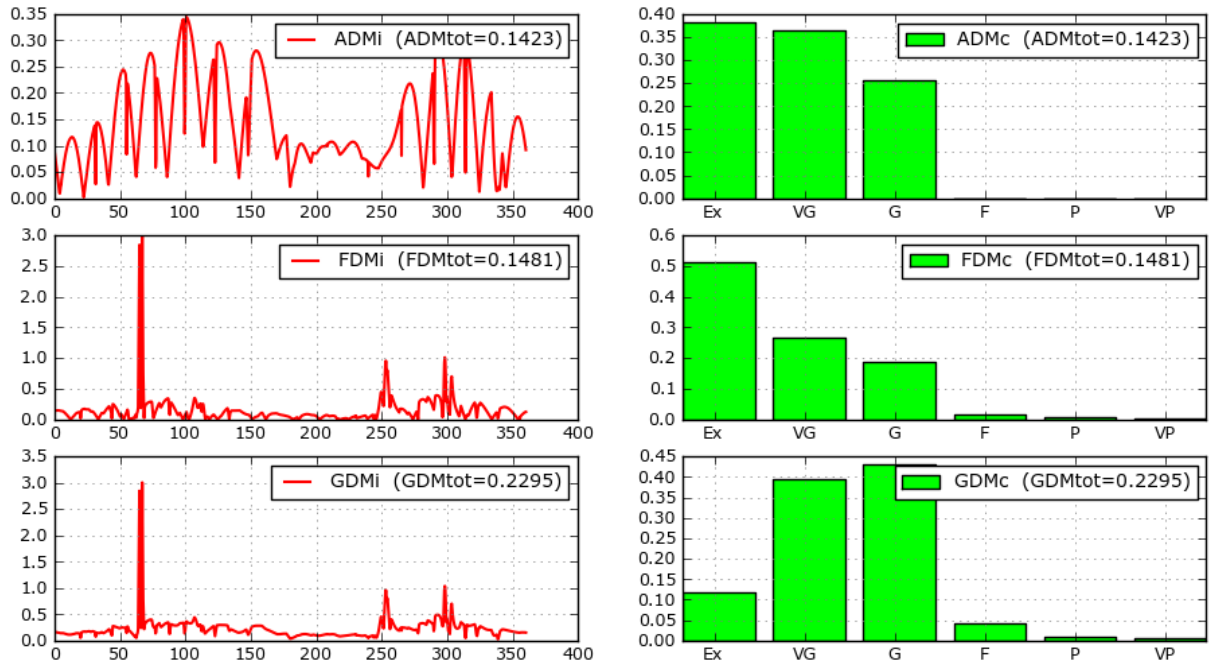


Рисунок 3.3 — Поточечная разница индикаторов FSV и гистограммы распределения интерпретационной шкалы для валидации диаграмм рассеяния вращающегося цилиндра

область излучения на бесконечность. Подобная ситуация возникает и при вычислении диаграммы рассеяния для интерпретационной модели 2.8. Алгоритм сшивающие результатов в двух областях изложен в работе [73]. Даже с учетом этой ошибки, валидация может считаться успешной. Тем не менее, была проведена валидации результатов только в области излучения цилиндра на бесконечность (направление от источника: $0^\circ \leq \varphi < 112^\circ$ и $252^\circ < \varphi \leq 360^\circ$). Данные представлены на рисунках 3.4, 3.5, 3.6 и 3.7.

Успешная валидация результатов для вращающегося цилиндра автоматически является обоснованием справедливости полученных распределений для γ в главе 1. Однако, данная проверка не является законченной, так как необходимо привести обоснование алгоритму стратификации, изложенному в разделе 2.1.2. Для данной цели существует единственный объект для сравнения, имеющий строгое аналитическое решение - это сфера. Одновременно с алгоритмом стратификации валидация результатов для сферы, позволит обосновать используемый при моделировании алгоритм конечно-элементной оптимизации, изложенный в 2.7.2.

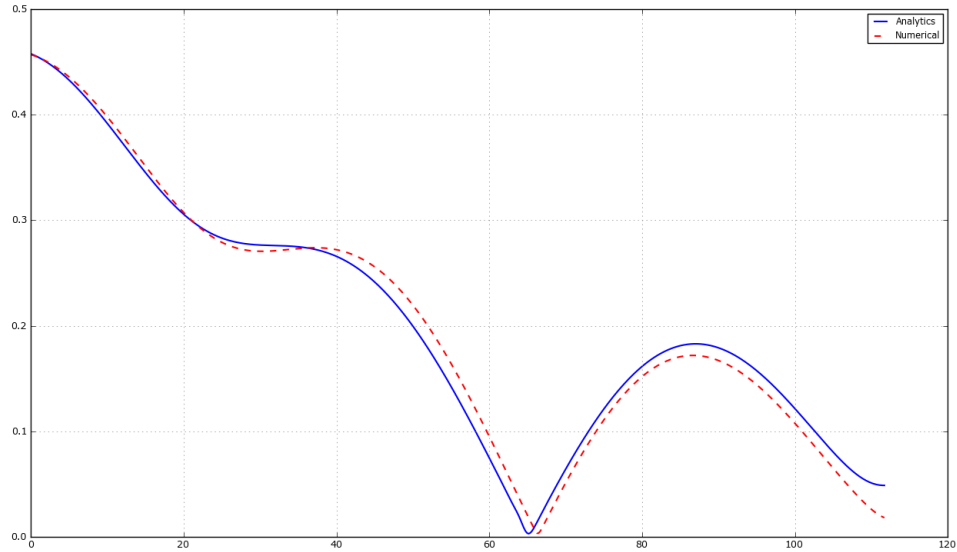


Рисунок 3.4 — Валидация процедурой FSV диаграмм рассеяния вращающегося цилиндра при $0^\circ \leq \varphi < 112^\circ$.

3.2.3 Валидация результатов моделирования вращающейся сферы

Для проведения априорной оценки точности моделирования, как указывалось выше, необходимо получить оптимальную конечно-элементную сетку для неподвижной сферы. При данных входных параметрах (параметры указаны в разделе 2.7.1), параметр N_Σ по формуле 2.52, равен 13. Небольшое целевое количество элементов в объемной сетке, объясняется малыми электрическими размерами сферы (величина N_m из выражения 2.51 равна нулю, что свидетельствует о неразличимости калибровочной сферы в поле падающей волны). Точностный критерий 2.53 в этом случае равен 0.59, что является крайне низким значением, не удовлетворяющем принципу априорной оценки точности, поэтому целевое количество элементов в сетке приходится значительно увеличивать. Значение точностного критерия на сильно избыточной сетке ($N_\Sigma = 40000$) равно 0.63. В случае если $\langle l_{tet} \rangle = a_0$, $N_\Sigma = 2000$, критерий 2.53 равен 0.67. Данная сетка является оптимальной с точки зрения получаемой точности результатов. Оптимальная расчетная сетка интерпретационной модели состоит из $N_\Sigma^1 = 3563$. Гистограмма сетки представлена на рис. 3.8. В рассматриваемом случае получаем, что $R_f = 1.78$. Значение R_e должно быть оптимизировано. Оказывается, что сильно избыточная сетка для неподвижного объекта, может

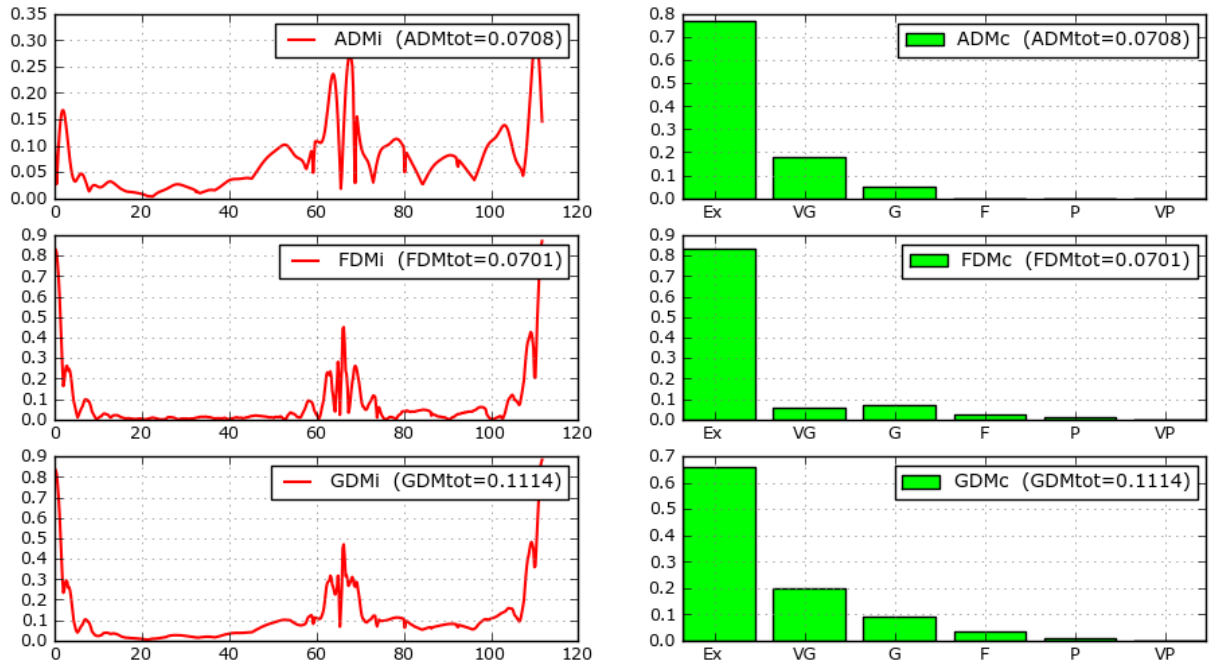


Рисунок 3.5 — Поточечная разница индикаторов FSV и гистограммы распределения интерпретационной шкалы для валидации диаграмм рассеяния вращающегося цилиндра при $0^\circ \leq \varphi < 112^\circ$.

быть оптимальной для интерпретационной модели того же объекта. Так при $R_e = 11.23$, значение $N_\Sigma^R = 40000$, точностный критерий равен 0.658. Валидация результатов аналитического расчета и моделирования на оптимальной сетке для вращающейся сферы представлены на рис. 3.9 и 3.10.

Следует отметить, что в статье [73] приведена валидация результатов при тех же входных параметрах, но только для интерпретационной модели вращающейся сферы, полученной при декомпозиции среды в области поверхностного источника. Значение параметра GDM_{total} в этом случае было равно 0.6144 (на расчетной сетке полученной тем же способом). Значительно более лучшее значение GDM при валидации интерпретационной модели для вращающейся сферы при ее декомпозиции на контуры γ , а не $\tilde{\gamma}$, свидетельствует о полноте описания этой величины, а также полностью соответствует значением относительной ошибки расчетов, показанной на рис.1.12.

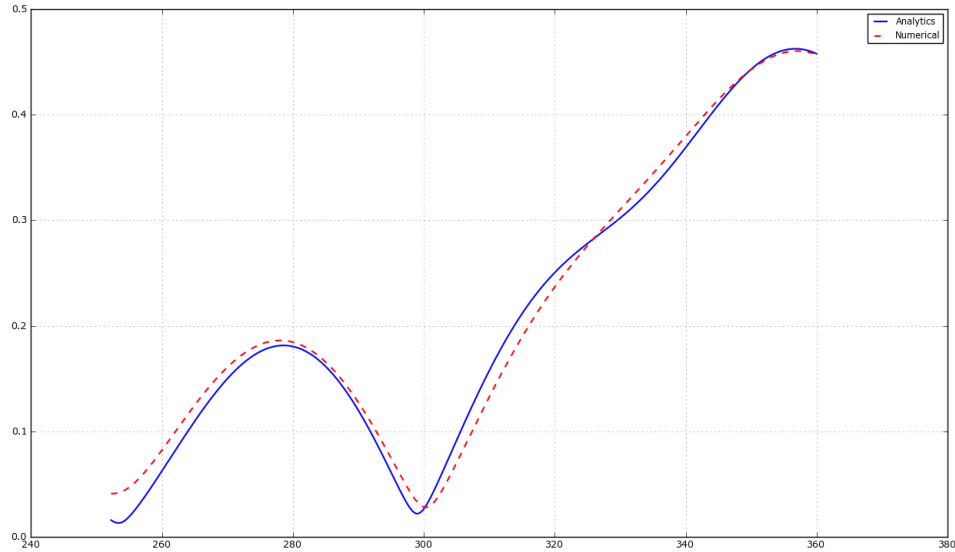


Рисунок 3.6 — Валидация процедурой FSV диаграмм рассеяния вращающегося цилиндра при $252^\circ < \varphi \leq 360^\circ$.

3.3 Планирование натурального эксперимента

Основной интерес в постановке эксперимента по рассеянию электромагнитных волн от вращающейся осесимметричной цели, заключается в установлении принципиальной возможности детектирования полей первого порядка. Ожидания экспериментатора не связаны с подтверждением теоретических выкладок, а заключаются в получении данных о точности, стабильности и целесообразности таких измерений для их дальнейшего применения в технических приложениях (радиолокация, радионавигация, радио диагностика и т.д.). Ранее полученные подтверждения зачастую являются следствиями, либо результатами изучения космоса [45], [48], [105]. В этом контексте, самым значительным научным открытием является детектирование гравитационных волн [106]. Характеристики исследования полей первого порядка, полученные в лабораторных условиях, могут быть экстраполированы на все случаи рассеяния и распространения электромагнитных волн в движущихся средах, что так же является актуальной задачей, в частности для расходомерии жидкостей или газов в непроводящих трубах [107].

В таблице 4 приведены значения магнитуд целевых эффектов для различных угловых нерелятивистских скоростей. Для получения этих результатов,

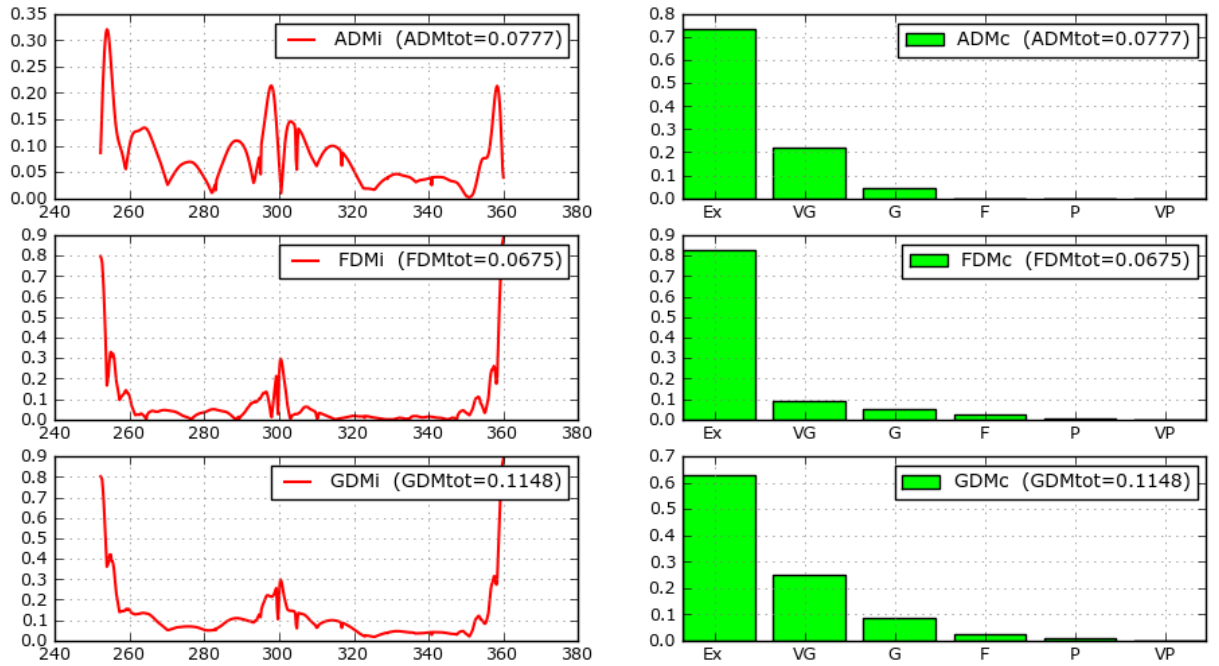


Рисунок 3.7 — Поточечная разница индикаторов FSV и гистограмма распределения интерпретационной шкалы для валидации диаграмм рассеяния вращающегося цилиндра при $252^\circ < \varphi \leq 360^\circ$.

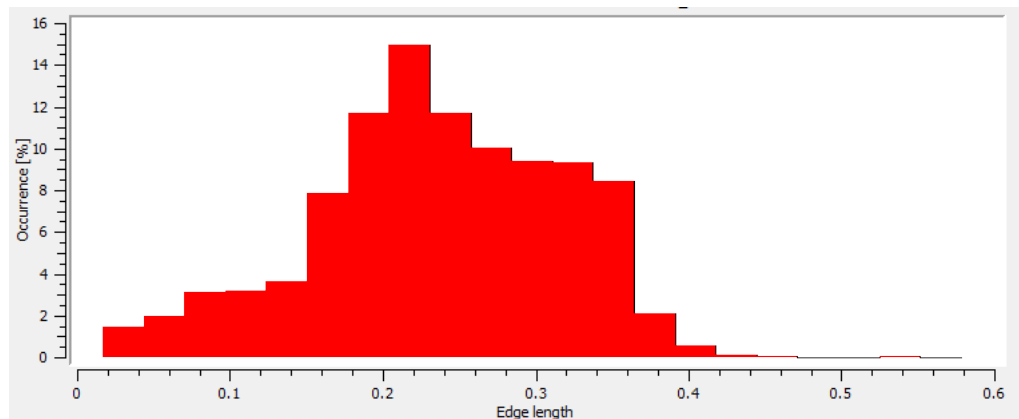


Рисунок 3.8 — Гистограмма оптимальной неадаптированной расчетной сетки для интерпретационной модели.

единичный объем выражался через связь с линейной составляющей βR . В итоге, можем считать, что $V_0 = \pi \beta R^3$.

Строго говоря, вращение осесимметричного тела не вызывает модуляций падающего поля, поэтому установление такой динамики радиолокационными методами возможно только при детектировании полей высших порядков, обусловленных изменением рефракционных свойств цели. Главный технический интерес в этой формулировке заключается в наблюдении возмущений первого

Таблица 4 — Величина эффектов, обусловленных вращением твердого тела с $R = 20$ см, $\epsilon_r = 2$, $\sigma = 10^{-4}$ См/м, $\alpha = 30^\circ$ и $E^i = 0.01$ В/м.

Устройство	Ω , об/- мин	β	J_{cf} , А/м ² < t_{ex} >, с	W_f W_e	ξ_{cf} ξ_k	Δf , Гц
Бытовой вентиля- тор	1200	8.4×10^{-8}	1.8×10^{-12} 357.6	2.1×10^{-28} 1.4×10^{-40}	4.0×10^{-15} 9.9×10^{-15}	23
Турбина генератора	3000	2.1×10^{-7}	1.1×10^{-11} 57.2	2.1×10^{-28} 5.6×10^{-39}	2.5×10^{-14} 6.2×10^{-14}	144
ДВС авто- мобильный	8000	5.6×10^{-7}	8.0×10^{-11} 8.0	2.1×10^{-28} 2.8×10^{-37}	1.8×10^{-13} 4.4×10^{-13}	10^3
ДВС авиа- модельный	17000	1.2×10^{-6}	3.6×10^{-10} 1.8	2.1×10^{-28} 5.7×10^{-36}	8.1×10^{-13} 2.0×10^{-12}	4×10^3
ЭД бескол- латорный	25000	1.7×10^{-6}	7.8×10^{-10} 0.8	1.9×10^{-28} 2.7×10^{-35}	1.8×10^{-12} 4.3×10^{-12}	10^4
Двигатель газотур- бинный	100000	7.0×10^{-6}	1.2×10^{-8} 0.05	2.4×10^{-26} 6.9×10^{-33}	2.8×10^{-11} 6.9×10^{-11}	1.5×10^5
Двигатель турбореак- тивный	250000	1.7×10^{-5}	7.8×10^{-8} 8.2×10^{-3}	2.3×10^{-24} 2.7×10^{-31}	1.8×10^{-10} 4.3×10^{-10}	10^6
Бормашина	500000	3.5×10^{-5}	3.1×10^{-7} 2.1×10^{-3}	7.6×10^{-23} 4.3×10^{-30}	7.0×10^{-10} 1.7×10^{-9}	4×10^6

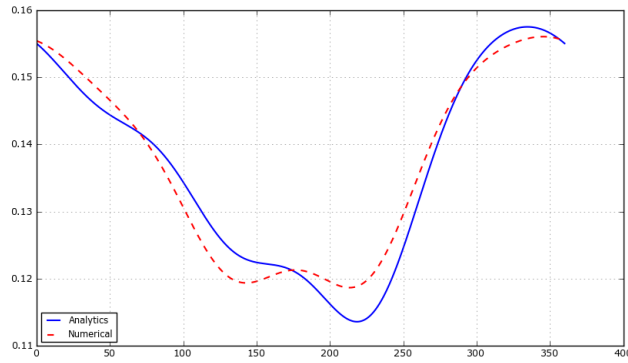


Рисунок 3.9 — Валидация процедурой FSV диаграмм рассеяния вращающейся сфере при $N_{\Sigma} = 40000$. Точностный критерий 2.53 равен 0.658.

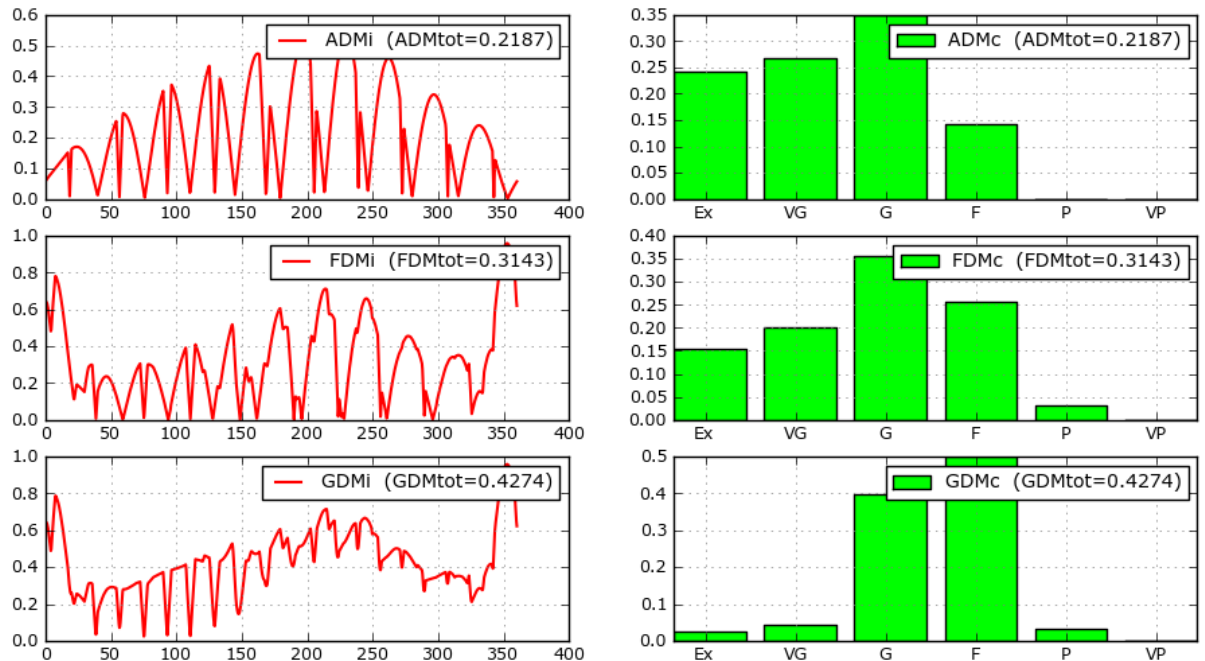


Рисунок 3.10 — Поточечная разница индикаторов FSV и гистограммы распределения интерпретационной шкалы для валидации диаграмм рассеяния вращающейся сферы при $N_{\Sigma} = 40000$. Точностный критерий 2.53 равен 0.658.

порядка, которые соответствуют нерелятивистским скоростям. Планирование эксперимента заключается в задании четкого параметра оптимизации (выходная характеристика, требуемый результат, целевая функция), для которого затем определяются требуемые факторы оптимизации (входная характеристика, переменные целевой функции) [108].

Наиболее оптимальные условия для детектирования полей первого порядка достигаются при проведении эксперимента в свободном пространстве антенным методом. Геометрия системы представлена на рис 3.11.

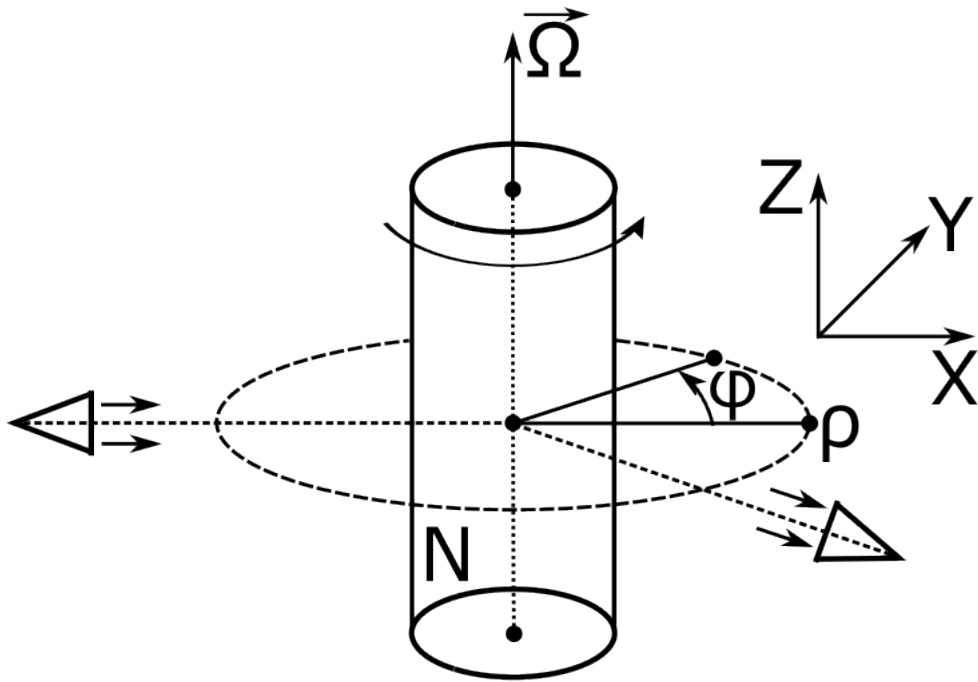


Рисунок 3.11 — К условиям проведения эксперимента (треугольниками со стрелками обозначены антенны – передающая и приемная).

Важным в этом контексте является выбор поляризации передающей антенны. Рассматриваемыми типами являются: параллельная (ТМ) и перпендикулярная (ТЕ) поляризации (вектор напряженности падающего электрического поля параллелен, либо перпендикулярен оси Z , соответственно). Основным критерием оптимального выбора в этом случае служит минимизация влияния вращающегося идеального проводящего цилиндрического ротора на поля первого порядка. В работе [27] показаны результаты моделирования, которые свидетельствуют о том, что при ТЕ поляризации, рассеянные от вращающегося сильно проводящего цилиндра поля значительно выше, чем при ТМ поляризации. В последнем случае вращение идеально проводящих целей вообще не оказывает влияния на рассеянные поля. Исходя из этих данных, логично выбрать ТМ – поляризацию падающего поля.

Вращение цели обеспечивается электродвигателем. В этой связи необходимо указать два связанных с характерной динамикой явления. Первое – возможная модуляция (амплитудная и частотная) падающей на цель ЭМВ. Это явление соответствует временной области, и является шумом для целевой функции.

Амплитудная и частотная модуляция объясняется возникновением оси прецессии цели и биениями в различных плоскостях. Характеристики такого сигнала могут быть учтены, с помощью анализа спектра на принимающей стороне на наличие вибрационных помех. Экспериментальное выявление такой динамики цели, особенно для сильно проводящих объектов, не является затруднительным [109], однако магнитуа эффекта является параметром минимизации и может выходить за пределы чувствительности измерительного инструментария. В рамках планирования эксперимента, имеет смысл провести опыт по выявлению эффектов временной области. Целью такого исследования, в первую очередь, является установление чувствительности радио измерительного комплекса, который будет использоваться в целевом эксперименте. Ограничимся здесь лишь кратким описанием такого изучения, более детальная информация может быть найдена в выпускной квалификационной работе [110], выполненной под руководством автора данного текста, а также в работе [111]. Перспективный метод анализа вибраций, основанный на обработке получаемых изображений, изложен в работе [112]. Разработка автоматизированных виртуальных приборов для диагностики вибрационных сигналов роторных систем описана в работе [113].

На рис. 3.12 представлена фотография экспериментальной установки. Вибрация проводящего вала цилиндрической формы обеспечивается вибромотором. Исследование проводится двумя рупорными антеннами, на частоте $f = 7.5$ ГГц.

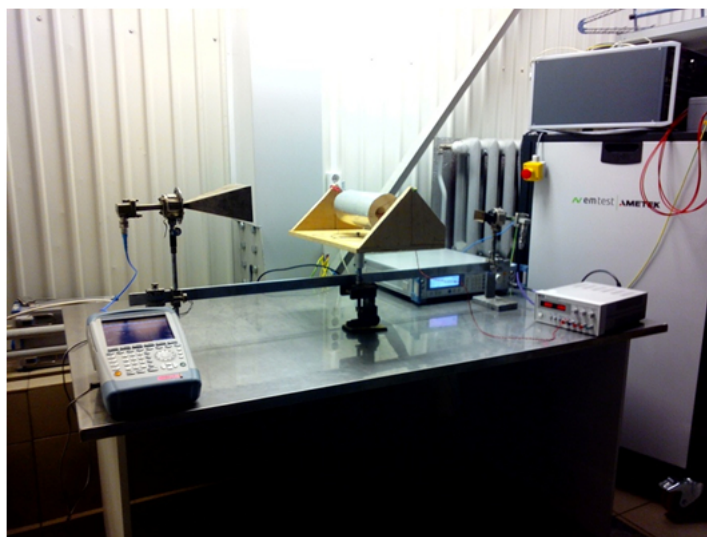


Рисунок 3.12 — Лабораторная установка по изучению эффектов временной области

На рис. 3.13 представлены показания анализатора спектра для двух крайних положений вала относительно приемника. Характерная динамика вызывает амплитудную модуляцию сигнала, которая может наблюдаться во временной области по фиксации уровня пика в спектре. Анализ разброса амплитуд может

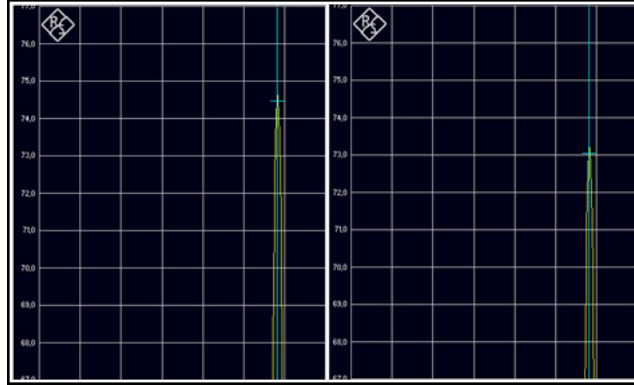


Рисунок 3.13 — Скачки уровня пика спектра рассеянного сигнала.

предоставить значения угла качки цели. Из [74] имеем:

$$\bar{G}_{sp} = kaL^2 \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \omega(\theta) \frac{\sin^2(kL \sin(\theta))}{(kL \sin(\theta))^2} \cos(\theta) d\theta, \quad (3.8)$$

где $\bar{\sigma}$ - средняя ЭПР проводящего цилиндра в приближении геометрической оптики, $\omega(\theta)$ - плотность распределения углов качки в плоскости образующей цилиндра, θ - угол качки, $2rL = G_{sp}$ - силуэтная площадь цели. При разбросе амплитуд в 1.4 dBuV, что наблюдается для спектрограмм на рис. 3.13, из 3.8, угол качки составляет 0.6 градуса. Смещение цели относительно приемника можно получить оценивая характерную динамику и геометрические размеры объекта.

Частотная модуляция, обусловленная микро эффектом Доплера [114], проявляется в появлении боковых составляющих в спектре рассеянного сигнала. Левая и правая составляющие, разнесенные во времени, представлены на рис.3.14.

Анализ динамики цели во временной области может быть реализован путем периодического снятия отчетов о радиолокационных параметрах объекта [77], [115].

Второе явления связанное с вращательной динамикой ротора двигателя – излучение электромагнитных волн движущегося с ускорением проводящего тела [51]. Если принять, что ротор является идеально проводящим цилиндром, то задача излучения может быть сведена к статическому случаю, при введении

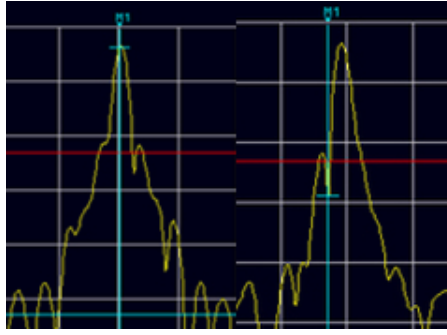


Рисунок 3.14 — Составляющая боковой полосы, обусловленная биением.

внешнего источника магнитных токов, а именно кольцевой щели на поверхности объекта. Плотность такого стороннего тока задается в классическом виде [116]:

$$J_{\varphi}^M(\rho, \varphi, Z) = I_0^M \delta\{\rho - R_{rot}\} \delta\{z\} e^{-jm\varphi}, \quad (3.9)$$

где $\delta\{\dots\}$ - дельта функция Дирака, R_{rot} - радиус ротора, I_0^M - магнитный ток.

Следует указать, что формула 3.9 является справедливой только для цилиндров бесконечной длины. В случае ТМ поляризации, напряженности электрического и магнитного полей, излучаемые вращающимся ротором, находятся в поляризационной развязке, с рассеянными полями [107]. Такая формулировка позволяет исключить их из рассмотрения и подтверждает оптимальность выбора типа поляризации. Однако, в случае цилиндра конечной длины, 3.9 должна быть записана в сферической системе – полевые характеристики приобретают зависимость по всем координатам и поляризационная развязка исчезает. Излучаемые реальным ротором поля могут быть легко учтены при калибровке измерительного оборудования.

Последний фактор, который необходимо учесть при планировании условий проведения эксперимента – возможное влияние магнитного поля Земли на ожидаемые результаты (гравитационное поле Земли не учитывается, так как считается инвариантным к вращению цели). Исключение такого влияния определяет очевидные ограничения на ряд факторов оптимизации: $\mu_r = 1$ (в идеальном случае отсутствие магнитных свойств должно сохраняться на всех трех диапазонах: на частотах геомагнитного поля, на частоте вращения ротора и на частоте падающей на цель волны) и $\sigma = 0$. Эти два условия одновременно обеспечивают оптимальный выбор по смежным параметрам: выбор немагнитного материала цели исключает воздействие на него магнитного поля, создаваемого вращением ротора, а так же магнитные поля создаваемые электродвигателем,

нулевая проводимость материала цели обеспечивает максимальную амплитуду полей первого порядка при прочих равных условиях [26].

Классическими параметрами оптимизации дифракционной задачи неподвижной цели является экстремум частотной зависимости ЭПР объекта, а также экстремум мощности в заданном направлении. Для удовлетворения точностного критерия, в качестве параметра оптимизации необходимо выбрать экстремум напряженности электрического поля в направлении источника (это направление определяется согласно рис. 3.11, как $\varphi = 0 \pm 90^\circ$, положение экстремума будем обозначать φ_{ext}).

Основным условием параметрической оптимизации эксперимента будет являться:

$$\begin{cases} E^1(\varphi_{ext}) > RxDT \\ RxDT > \sum E_{pi}(\varphi_{ext}), \end{cases} \quad (3.10)$$

где E_{pi} – напряженность электрического поля i -го паразитного эффекта.

В рамках алгоритма предсказания поведения рассеянного от вращающегося цилиндра электромагнитного поля, описанного в работах [69], [98] входные параметры системы, определяющие возможность предсказания, так же являются факторами оптимизации эксперимента. Ряд критериев для возможности предсказания поведения вторичного поля в системе, не связанных с линейностью целевой функции, полностью совпадает с требованиями к факторам оптимизации: первое – обязательное формирование главного луча рассеяния (накладывает ограничения на электрический размер цели); второе – различимый эффект вызываемый вращением цели (накладывает ограничение на минимальную угловую скорость объекта). Оба этих требования являются логичным следствием из 3.10.

Для более детального анализа следует перечислить факторы оптимизации.

- Силуэтная функция цели.
- Частота падающей волны.
- Диэлектрическая проницаемость цели.
- Угловая скорость вращения цели.

Многофакторная параллельная оптимизация может быть эффективно реализована только по трем критериям одновременно: достижение минимально возможного значения $RxDT$ при максимально достижимых амплитудах E^1 , на фоне минимальных паразитных эффектов E_p .

Самым простым фактором оптимизации, который не входит в множество Парето системы – геометрическая форма цели и ее силуэтная функция. Очевидно, что для достижения максимальных линейных скоростей, радиус образующих окружностей a' должен быть также максимальным. Это означает неизменность силуэтной функции вдоль оси вращения. Такой формулировке соответствует круглый цилиндр (рисунок 3.11 изображает фактическую геометрию цели).

По причине принципиальной ограниченности условиями предсказуемости для нижнего предела и доступными техническими средствами для верхнего предела, угловая скорость вращения цели, так же находится вне рамок сильно коррелируемых факторов оптимизации (хотя и определяет нелинейное поведение целевой функции). Для определенных материалов, при высоких Ω может происходить перенос вещества, вынужденное изменение поляризованности, увеличение внутреннего давления за счет центробежной силы, упругая деформация. Все перечисленные моменты обуславливают появление паразитных эффектов. Частично они могут быть учтены на стадии планирования эксперимента путем анализа влияния, вносимого в систему внешним возмущением [76]. Примем диапазон Ω : [3000 – 20000] об/мин, и будем производить оптимизацию, согласно 3.10 по минимуму для Ω , начиная со среднего значения из указанного диапазона.

Для удобства оптимизации, выразим относительную скорость β , через электрический радиус цели r_e :

$$\beta = \frac{r_e \nu}{f}, \quad (3.11)$$

где ν - частота вращения цели. Выражение 3.11 наглядно показывает взаимную корреляцию между факторами оптимизации: одновременно пытаюсь увеличить электрический радиус цели за счет увеличения a , и уравнивать отношение по линейным частотам уменьшая f , β будет изменяться пропорционально линейной скорости на поверхности цели – поэтому в этом контексте геометрический радиус, является единственным фактором оптимизации. С другой стороны, приравнивая частоту падающего поля к линейной частоте вращения рассеивателя, что бы достичь резонансного явления, максимальный электрический радиус цилиндра принимает значение, соответствующее рэлеевскому диапазону, что указывает на принципиальную неразличимость цели в поле падающей электромагнитной волны (с поправкой на величину $RxDT$).

Для определения функции отклика используем формулу выражения полей первого порядка из рассеянного целью поля. Амплитуда падающей волны

нормируется к единице. Оптимизация диэлектрической проницаемости материала цели осуществляется итерационным методом. Выборка производится из интервала $\epsilon_r \in [2 - 10]$ (допустимые значения для СВЧ материалов), с шагом $\Delta\epsilon_r = 0.1$ (разумная точность определения величины). Значения Ω и R принимают фиксированные значения из указанных диапазонов, a выбирается произвольно; в аналитическом подходе радиальная координата должна удовлетворять единственному требованию $\rho > a$. Ищется функция отклика от двух переменных $F(\varphi, f)$.

На рисунке 3.15 представлена блок-схема алгоритма оптимизации (МПЭ – модель паразитных эффектов).

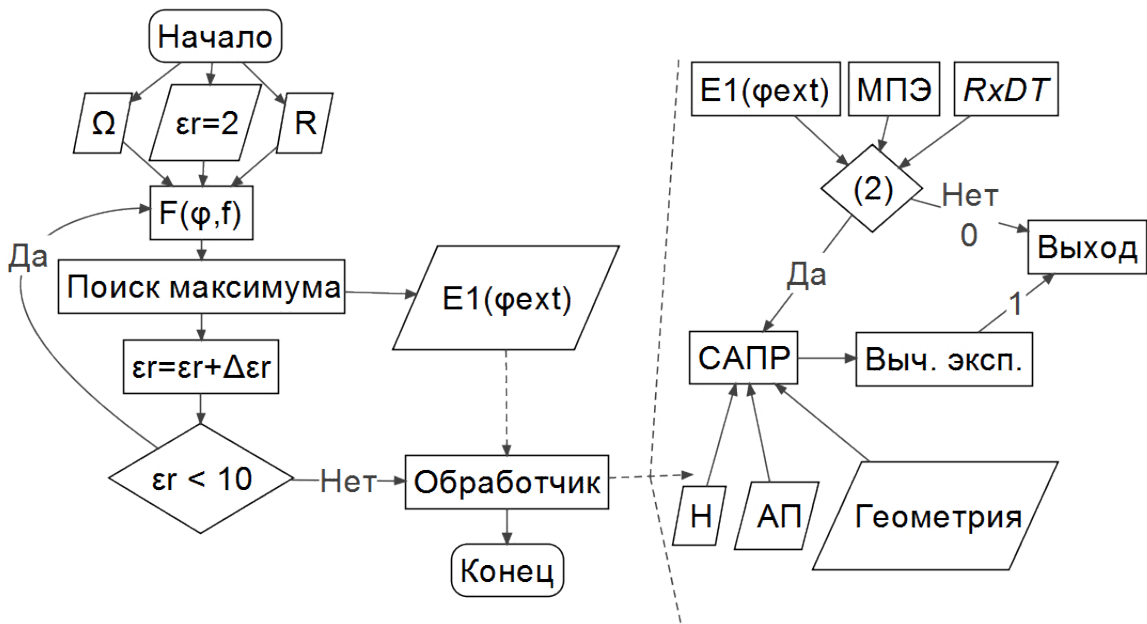


Рисунок 3.15 — Блок-схема оптимизационного алгоритма.

На рисунке (3.16) показана одна из возможных целевых функций. Она получена для следующего набора переменных: $\epsilon_r = 2$, $R = 0.025$ м, $\Omega = 11500$ об/мин, в точке $\rho = 2R$. Поиск максимума для рис. (3.16) возвращает значение $E^1(335^\circ) \approx 4 \times 10^{-7}$ при $f = 7.91$ ГГц и равный ему для $\varphi = 24.5^\circ$. Электрический радиус цели $r_e = 4.14$. Этот результат согласно рис. (3.15) сверяется с условием (3.10).

В случае если система неравенств 3.10 выполняется, переменные целевой функции, вместе с уточняющими реальный эксперимент данными, включающими в себя: АП – антенные параметры (диаграмма направленности, дальняя зона, коэффициент усиления) и геометрию (положение антенн, R_{rot} , крепление и положение ротора) отправляются в САПР электромагнитного моделирования, для численного анализа рассеянных от цилиндра конечной длины волн.

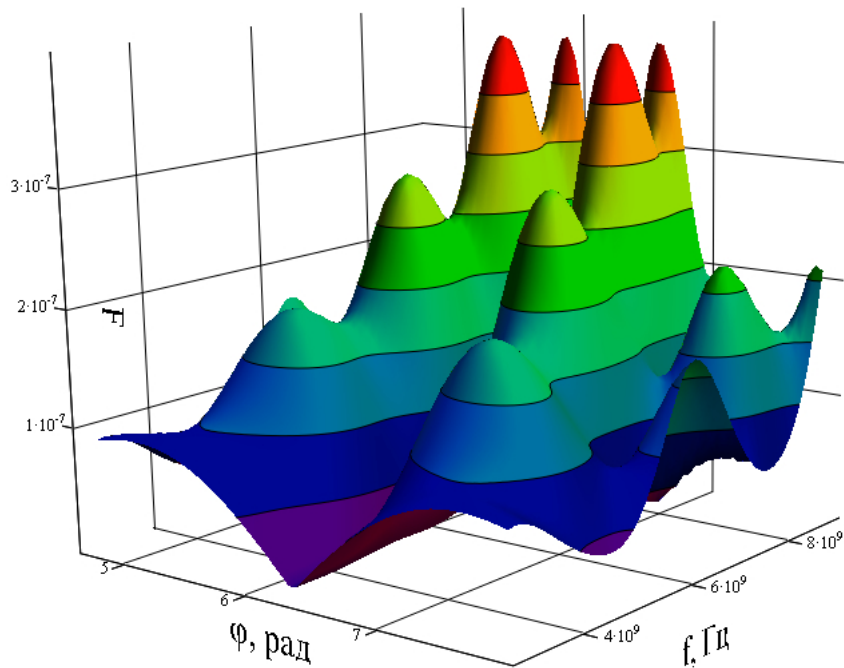


Рисунок 3.16 — Графическое представление распределения полей первого порядка в направлении к приемнику.

Данные вычислительного эксперимента могут быть повторно сверены с условием оптимизации 3.10, однако отдельно автоматизировать этот процесс не имеет смысла. В случае выхода из обработчика после операции вычислительного эксперимента, основному алгоритму оптимизации возвращается значение «1», что соответствует допустимому набору факторов. Выход из обработчика со значением «0» соответствует недопустимому набору факторов. Оптимальным из допустимых наборов, кроме всех прочих факторов, связанных со спецификой проведения эксперимента, может являться тот, который обеспечивает запас по порогу принятия решения не менее 25% на минимальных угловых скоростях цели ($CI = 0.25$). Главным критерием антенн, как передающей, так и принимающей, является ширина главного лепестка. Сужение главного луча приводит к более точному детектированию полей первого порядка, особенно важно это для приемной антенны.

Подробное описание нелинейной многофакторной оптимизации эксперимента изложено в работе автора [117].

3.4 Автоматизация планирования эксперимента

Необходимость изучения релятивистских эффектов электродинамики объясняется фундаментальной возможностью их детектирования и использования в практических целях. Таблица магнитуд эффектов 4 хорошо иллюстрирует это положение. По большей части, перемещение релятивистской границы непренебрежимости, заключается в существующем сейчас высокочувствительном измерительном инструментарии, а также в новых средствах и алгоритмах обработки информации и больших данных. Именно в этом состояла основная проблема эксперимента, описываемого в [118]. Несмотря на то, что теория, в том числе, феноменологическая, хорошо описана, количество натуральных экспериментов, особенно в лабораторных условиях не велико. Быстрая и точная (с априорной оценкой точности) постановка вычислительного эксперимента по рассеянию электромагнитных волн на вращающихся телах, может обеспечить необходимые для натурального эксперимента данные по ожидаемым результатам. Реализация данного подхода сталкивается с очевидными трудностями. В качестве альтернативного уже существующим подходам (например [36] или [35]), в данной работе предлагается подход распределенного моделирования, в котором объектом изучения является именно интерпретационная модель, а ее анализ проводится в частотной области.

3.4.1 Распределение функционального цикла

Под функциональным циклом моделирования понимается набор операций, выполняемых пользователем, на всех стадиях постановки вычислительного эксперимента. В этот набор операций входит: черчение топологии и определение фактор и параметров моделирования, определение правил наложения расчетной сетки (в некоторых случаях наложение конечно-элементной сетки также является необходимым этапом), обработка результатов. В рамках данной работы главным фактором эксперимента является то, что объект изучения вращается, то есть является динамическим. Предложенный в главе 1 подход заключается в замещении динамического объекта эквивалентным с точки зрения

возникающих на нем электродинамических эффектов, но неподвижным объектом - его интерпретационной моделью. При постановке вычислительного эксперимента замещение динамического объекта его интерпретационной моделью, указывает на необходимости спецификации его электрофизических параметров. Именно в рамках такой спецификации выполняется нахождение контуров распределения γ , затем производится стратификации геометрии на цилиндрические слои, и наконец, каждый слой декомпозируется на сегменты, в соответствии с распределением полученным ранее. Обладая необходимой теорией и математическим аппаратом, представленным в данной работе, спецификации модели может выполняться в ручную в любом доступном пользователю САПР электромагнитного моделирования. Однако, как показала практика, спецификации параметров вращающейся сферы для получения ее интерпретационной модели как на рис. 2.11 в ручном режиме, занимает в несколько раз больше времени, чем компьютерный расчет получившейся системы. Более того, в процессе ручной спецификации, возможно появление нежелательных ошибок, связанных с человеческим фактором, которые недопустимы при постановке высокоточного моделирования. Логичным решением данной проблемы является использование автоматизированного средства спецификации. В силу того, что данный программный модуль выходит за рамки существующих САПР электромагнитного моделирования, так как создан, как отдельный программный комплекс, использование его в общем функциональном цикле, отчасти, является распределенным моделированием. Распределение в этом случае производится не по месту вычисления, а по функционалу (что не исключает возможности удаленности этих вычислений и способствует их параллельности), что в ряде случаев соответствует концепции мультифизического моделирования.

Схема такого распределения подразумевает передачу данных из головного САПР в программу-обработчик полученной информации об объекте спецификации, результатом работы которой, являются измененные данные, возвращаемые в головной САПР для дальнейшего моделирования. Стандартизированный формат обмена данными между САПР - STEP. Предназначение и возможности этого формата описываются в соответствующих главах стандарта ISO 10303. Информация по применению формата STEP в средствах автоматизированного проектирования изложена в [119]. Функциональный цикл в этом контексте формируется путем экспорта данных об объекте спецификации в формат STEP, затем эти данные передаются программе-обработчику. Очевидно, что модуль спе-

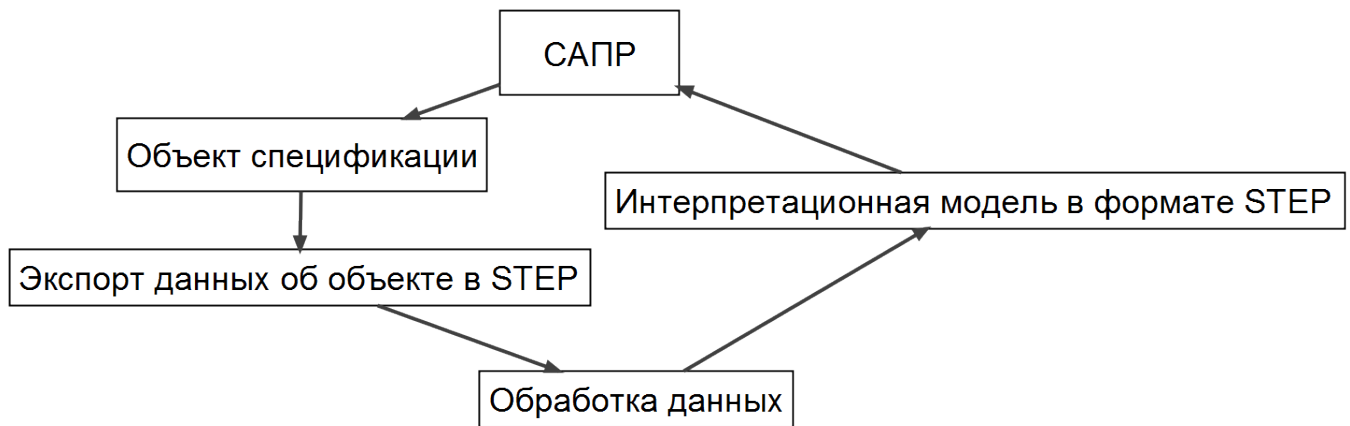


Рисунок 3.17 — Распределение функционального цикла через модуль спецификации модели в САПР.

цификации анализирует данные формата STEP на языке EXPRESS. Данная обработка и определение необходимых синтаксических единиц кода, которые необходимо изменить, в соответствии с требованиями модуля спецификации, заключается в машинном извлечении целевой информации об объекте. Некоторая информация по этому процессу может быть получена в [120]. Описание протоколов работы STEP, методов обмена информацией, а также спецификации модели дано в [121]. Алгоритм предлагаемого распределения функционального цикла представлен в виде схемы на рис. 3.17.

3.4.2 Мультифизическое моделирование

Сама формулировка и подход к решению задачи дифракции электромагнитных волн на вращающихся телах, налагают ряд условий на процесс моделирования с точки зрения мультифизического подхода. Так, раздел 1.1 отчасти посвящен механике, и в нашем примере, именно с точки зрения механических свойств \mathbf{V} , мы опишем удобство использования распределенного функционального цикла через предлагаемый модуль спецификации.

Пример будет описывать упругую деформацию вращающегося тела из-за действия центробежной силы \vec{F}_{cf} , и эффект этой деформации на рассеянные электромагнитные поля от него. С точки зрения электродинамики, проблема и ее применение, описаны в [96]. Объектом изучения является эластичная сфера,

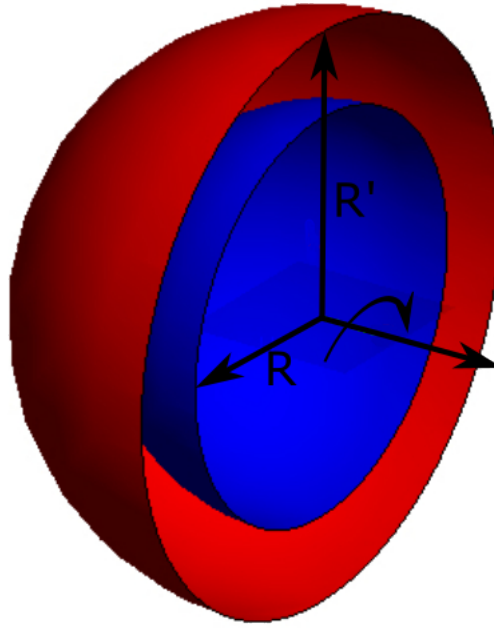


Рисунок 3.18 — Спецификации радиуса вращающейся сферы.

изменение радиуса которой, приводит к изменению ее рефракционных свойств, а не только электрических размеров.

Модуль спецификации реализует поиск в файле с описанием STEP по ключевому слову `SPHERICAL_SURFACE`. В каждой обнаруженной синтаксической единице, третий аргумент есть радиус параметрической поверхности: `SPHERICAL_SURFACE(Имя, Ось, Радиус)`. Радиус уточняется в модуле через вложенные в него зависимости $R(\Omega)$, специфицированное значение радиуса, заменяет аргумент синтаксической единицы. Далее, вложенные в модуль спецификации зависимости $N(R)$ дают пользователю значение нового индекса рефракции для сферы, который необходимо учитывать в САПР, при экспорте в него новой геометрии объекта.

На рис. 3.18 показана сфера (в сечении) до и после спецификации в САПР электромагнитного моделирования.

Мультифизическое моделирование в смежных областях затронутой проблемы может преследовать цель в определении условий распространения электромагнитных волн в движущейся среде, в которой происходит перенос вещества. Так в работе [122] рассматривается задача нахождения рефракционных свойств композитного материала, в котором мелкодисперсный металлический порошок помещен в диэлектрическую матрицу, в качестве которой применяется движущаяся вода. Основным интерес такого изучения заключается в получении материала, рефракционными свойствами которого можно управлять в режиме

реального времени. В работе [122], при моделировании системы, не учитываются релятивистские эффекты, возникающие при распространении электромагнитных волн в движущейся среде, а в частности увлечение Френеля (раздел 1.4), по причине незначительности величины ν в эксперименте. Тем не менее, в строгой постановке задачи, все рассмотренные в настоящей работе эффекты могут быть учтены.

В той же работе [122] рассматривается возможность применения метода дискретных элементов для решения задач электродинамики. Очевидно, что при реализации физико-математического аппарата, описанного в разделе 1.2, в качестве расчетных процедур взаимодействия частиц в методе дискретных элементов, представляется возможность моделирования эффектов электронной теории Лоренца, а значит и процессов протекающих в материи, на микро уровне. Основой для первичной верификации результатов такого моделирования могут служить данные полученные в работе [72]. Для повышения точности моделирования может применяться подход описанный в [38]. Развитие темы в этом направлении является приоритетной задачей стоящей перед автором настоящей работы.

3.5 Выводы и обсуждение

Основной вывод данной главы заключается в том, что предложенная интерпретационная модель вращающегося осесимметричного тела является обоснованной. Численные данные полученные для нее с помощью САПР электромагнитного моделирования и с использованием оптимизированных по степени малости МКЭ и ММ, были успешно валидированы стандартизированной процедурой FSV при сравнении с аналогичными физически обоснованными результатами строгих аналитических формулировок. Качество валидации является допустимым, однако повышение точности моделирования в рамках предложенного подхода может быть затруднено. Единственный эффективный способ повышения точности, заключается в уменьшении η и H для алгоритма стратификации, однако это, в свою очередь, приведет к катастрофическому росту количества изолированных слоев, а значит к сильному увеличению значения N_{Σ} и в конечном итоге к недопустимо долгому времени расчета или требовательности

к вычислительным ресурсам. Отсюда можем сделать вывод, как показала валидация результатов, оптимальный предел по точности расчета достигнут. Более эффективным и разумным способом увеличения точности или вариативности модели, является адаптация самих численных методов к анализируемой задаче.

В качестве дополнительных выводов, необходимо указать, что предлагаемая схема распределения функционального цикла моделирования, является мощным оптимизационным механизмом в контексте экономии времени пред-процессинговой стадии, а также исключает появления ошибок в топологии объекта, связанных с человеческим фактором. Более того, в рамках этой схемы можно успешно реализовать мультифизические исследования.

Основные результаты данного раздела изложены в работах автора: [70], [98], [104], [117], [122], [123], [124].

Заключение

Основные результаты работы заключаются в следующем.

1. Синтез электродинамических параметров вращающихся сред показал необходимость в пространственно-временной декомпозиции системы.
2. Развитие электронной теории Лоренца для вращающейся среды позволило проводить моделирование распределения плотности электрического тока, вызванного центробежными силами, действующими в системе и показало необходимость в их учете при проведении высокочувствительных измерений.
3. С помощью принципа эквивалентности общей теории относительности, были получены значения углов дефлексии луча распространяющегося во вращающейся среде, которые дополняют строгое выражение постоянной распространения ЭМВ в ней до полного описания всех целевых эффектов наблюдения.
4. Выражение для постоянной распространения ЭМВ во вращающейся среде было получено тремя различными способами: строгий подход, разложение по сферическим гармоникам и обратное разложение методом локального источника Гюйгенса. В рамках этого изучения была получена приближенная координатная запись постоянной распространения, в которой учтены пространственные гармоники второго рода.
5. В качестве основного объекта исследования было предложено использовать интерпретационную модель вращающейся среды, для анализа которой, возможно использовать стандартные численные методы электродинамики.
6. Анализ строгих решений дифракционных задач, в которых объектами являлись вращающийся бесконечный круглый цилиндр и вращающаяся сфера, дал необходимые основания для справедливости использования интерпретационной модели, а также, явился толчком к развитию метода раскручивания.
7. Предложенный автором алгоритм стратификации осесимметричного рассеивателя сложной формы показал свою эффективность и был апробирован на объектах, входящих в область интересов других разделов электродинамики.

8. Предложенная автором процедура оптимизации по параметру малости целевого эффекта наблюдения доказала свою эффективность и позволила проводить моделирование процессов дифракции электромагнитных волн на вращающихся телах сложной формы стандартными численными методами электродинамики.
9. Постановка полуаналитической границы компьютерной адаптации строгих решений дифракционных задач, а также их физическое обоснование, позволило провести валидацию численных результатов расчета интерпретационной модели по стандартизированной процедуре FSV.
10. Планирование натурального эксперимента по детектированию поле первого порядка возмущения рассеянных от вращающегося цилиндра в лабораторных условиях на нерелятивистских скоростях, доказало возможность их практического применения в неразрушающей радио диагностике и расходомерии жидкостей или газов в непроводящих трубах антенным методом.
11. В процессе автоматизации планирования целевого эксперимента был разработан алгоритм распределения функционального цикла и частично программный комплекс, осуществляющий спецификацию объекта исследования, работающий со стандартизированным форматом обмена информацией между САПР - STEP, на основе которого возможно проводить мультифизическое моделирование.

Перспективы дальнейшей разработки темы следующие.

1. Применение и адаптация метода дискретных элементов для моделирования движения электронов под действием центробежной силы.
2. Изучение свойств полупроводников с точки зрения электронной теории Лоренца во вращающейся СО.
3. Усовершенствование алгоритма конечно-элементной оптимизации по параметру малости эффекта наблюдения для его применения при моделировании неоднородных, анизотропных сред.
4. Проведение натурального эксперимента по наблюдению малого целевого эффекта с контролируемым нулевым порогом принятия решения.
5. Проведение натурального эксперимента по детектированию полей первого порядка рассеянных от вращающейся с нерелятивистской скоростью цели в лабораторных условиях.

6. Завершение создания программного комплекса, осуществляющего спецификацию объекта исследования, работающий со стандартизированным форматом обмена информацией между САПР - STEP, на основе которого возможно проводить мультифизическое моделирование.

Соблюдая принципы научного подхода, данная работа содержит в себе все три необходимых элемента: синтез, анализ и обоснование. Каждый элемент является полной, завершенной и самостоятельной единицей, что свидетельствует о цельном и законченном научном исследовании.

В заключение автор выражает благодарность и большую признательность научному руководителю Князеву С.Т. за поддержку и научное руководство. Автор благодарит Раффетто М. за предложенный им проект исследования, что сделало данную работу возможной, а также за помощь и обсуждение результатов. Автор благодарит Шабунина С.Н. за поддержку и помощь и Плохова С.Н. за ряд консультаций и ценных замечаний. Выражается отдельная благодарность авторам шаблона *Russian-Phd-LaTeX-Dissertation-Template*.

Список сокращений и условных обозначений

- A** коэффициент квадратичной функции перед членом второй степени
- A любая физическая величина
- A^0 любая физическая величина определенная для $\nu \ni \mathbf{V} = 0$
- A^1 любая физическая величина определенная для $\nu \ni \mathbf{V} \neq 0$, при $\beta \ll 1$
- A^{01} любая физическая величина включающая в себе как A^0 , так и A^1
- $A^{(2)}$ любая физическая величина определенная для $\nu \ni \mathbf{V} \neq 0$, при $\beta \rightarrow 1$
- \vec{a} угловое ускорение
- a радиус объекта (цели)
- a' радиус выделенного в топологии объекта слоя ($a' \ni \mathbf{V}$)
- a_0 радиус малой (калибровочной) сферы
- \vec{a}_a полное ускорение объекта, находящегося в инерциальной СО
- \vec{a}_k ускорение объекта, вызванное силой Кориолиса
- \vec{a}_n нормальная часть полного ускорения
- $\left. \begin{matrix} a_n, b_n \\ c_n, d_n \end{matrix} \right\}$ коэффициенты разложения Ми
- \vec{a}_r полное ускорение объекта, находящегося в неинерциальной СО
- \vec{a}_τ тангенциальная часть полного
- \vec{B} магнитная индукция
- C координатная зависимость γ от ρ
- CI доверительный интервал
- c скорость света в вакууме
- \vec{D} электрическая индукция
- D** дискриминант квадратного уравнения
- Df разность двух функций (поточечное сравнение)
- \vec{E} напряженность электрического поля
- E_F энергия Ферми
- E_p модуль напряженности электрического поля паразитного (нецелевого) эффекта
- \vec{E}_{eq} эквивалентное электрическое поле
- \vec{F}_E сила действия электрического поля

- \vec{F}_a сумма сил, действующих на тело в инерциальной СО
 \vec{F}_e центростремительная сила
 \vec{F}_i сумма сил инерции
 \vec{F}_k сила Кориолиса
 \vec{F}_l сила Лоренца
 F_p коэффициент увлечения Френеля
 \vec{F}_{cf} центробежная сила
 \vec{F}_Σ сумма всех сил действующих на тело
 f частота электромагнитного поля
 f некая неизвестная функция
 G гравитационная постоянная
 G_{il} ЭПР идеально проводящего изолированного слоя в приближении геометрической оптики
 G_{sp} силуэтная площадь объекта (ЭПР объекта в приближении геометрической оптики)
 \vec{H} напряженность магнитного поля
 H числовой параметр оптимизации процесса стратификации
 $H_n^{(2)}$ цилиндрическая функция Ханкеля второго рода
 h высота объекта
 $h_n^{(2)}$ сферическая функция Ханкеля второго рода
 \vec{J} плотность электрического тока
 J_n цилиндрическая функция Бесселя первого рода
 \vec{J}_s плотность поверхностного электрического тока
 \vec{J}_{cf} плотность электрического тока, создаваемого центробежной силой
 j мнимая единица
 j_n сферическая функция Бесселя
 K удельный заряд электрона
 K_c постоянная величина, равная отношению c к K
 k волновое число
 k_0 волновое число в инерциальной СО (при решении ДЗ эквивалентная запись k^s)
 L лабораторная СО
 L' движущаяся СО
 l_0 некоторая длина, при чем $l_0 \ni \mathbf{V}$
 $\langle l_{tet} \rangle$ средняя длина ребра тетраэдра сетки

M	$= \frac{(N^0)^2 - 1}{c^2}$
M_g	масса, создающее гравитационное взаимодействие
m	масса объекта
m	порядковый номер слоя в процессе стратификации
m	номер пространственной гармоники второго типа
m_e	масса электрона
m_{EMF}	масса электро-магнитного поля
N	коэффициент рефракции среды
N_e	количество электронов
N_m	целевое количество элементов в сетке калибровочной сферы
N_Σ	общее количество элементов в конечно-элементной сетке модели
N_U^{cf}	коэффициент рефракции, обусловленный действием центробежной силы
N_U^{gr}	коэффициент рефракции вакуума, находящегося во внешнем гравитационном поле
n	номер пространственной гармоники
n_e	объемная концентрация электронов
P_n^m	присоединенный полином Лежандра
\vec{P}_{cf}	поляризованность под действием центробежной силы
Q	суммарный электрический заряд
q_e	заряд электрона
q_Δ	шаг изменения целевой величины
R	расстояние от оси вращения до поверхности среды, радиус объекта (эквивалентно обозначению a)
\vec{R}_0	радиус-вектор к объекту от оси вращения
R_{in}	радиус внутреннего слоя для вращающегося тела, в пределах которого действуют силы инерции
Run	величина, входящая в определение предела суммирования рядов
$RxDT$	нулевой порог принятия решения наблюдателя
\vec{r}	радиус-вектор от источника электромагнитных волн к точке наблюдения
r_e	электрический радиус \mathbf{V}
r_n	радиус n -ой стационарной орбиты в атоме
\vec{S}	вектор Пойнтинга
S	полный путь объекта под действием сил инерции

- S_0 некоторая площадь, при чем $S_0 \ni \mathbf{V}$
 s перемещение объекта
 t момент времени
 t_c время движения объекта в неинерциальной СО
 $\langle t_{ex} \rangle$ среднее время существования тока в среде, создаваемого центробежной силой
 U силовой потенциал
 \mathbf{V} объект исследования
 V_0 некоторый объем, при чем $V_0 \ni \mathbf{V}$
 V_p фазовая скорость волны
 V_r скорость объекта в рассматриваемой системе относительно лаборатории
 V_{am} оптимальный объем сетки (сумма объемов каждого элемента сетки) калибровочной сферы
 V_{il} объем изолированного слоя
 V_{obj} объем \mathbf{V}
 \vec{v}_e скорость движения электрона в среде
 W внутренняя энергия тела
 W_E энергия электрического поля
 W_e кинетическая энергия движущегося электрона
 W_p потенциальная энергия тела
 W_f работа выхода
 W_{EMF} энергия электро-магнитного поля
 \vec{w} полное ускорение неинерциальной СО
 w_e объемная плотность энергии электрического поля
 w_m объемная плотность энергии магнитного поля
 w_{EMF} объемная плотность энергии электро-магнитного поля
 \vec{X} векторная величина, входящая в разложение по сферическим гармоникам
 x, y, z набор координат в прямоугольной системе (со штрихами в движущейся СО)
 Z волновой импеданс
 $Z_n(z)$ цилиндрическая функция от аргумента z .
 α угол падения электромагнитных волн на границу раздела неподвижной и вращающейся сред
 α_0 боровский радиус

- α_i характеристика источника при разложении на сферические гармоники
 β безразмерная скорость
 β_i характеристика источника при разложении на сферические гармоники
 β_Ω множитель возмущения для вращающейся СО
 Γ гамма функция Эйлера
 $\vec{\gamma}$ волновой вектор (модуль величины - постоянная распространения) электромагнитных волн в среде
 $\tilde{\gamma}$ постоянная распространения в области локального источника
 γ_h постоянная распространения в форме разложения по пространственным гармоникам
 Δ_ρ малое шевеление функции по координате ρ
 δ числовой коэффициент
 δ невязка
 δ_{err} вычислительная ошибка (дополнительный индекс *min* указывает на минимальное значение величины)
 ϵ абсолютная диэлектрическая проницаемость
 ϵ_0 электрическая постоянная
 ϵ_r относительная диэлектрическая проницаемость (может быть комплексной)
 ϵ_{rr} уточненная относительная диэлектрическая проницаемость среды (часть величины ϵ_r^{01})
 ζ множитель возмущения (в зависимости от задачи, эквивалентен β , β_Ω или η_{sp})
 ζ_m символ Кронекера
 η степень малость эффекта наблюдения
 θ угол естественной рефракции
 κ коэффициент гармоник
 λ длина волны
 μ абсолютная магнитная проницаемость
 μ_0 магнитная постоянная
 μ_e мобильность электрона
 μ_r относительная магнитная проницаемость (может быть комплексной)
 ν линейная скорость поступательного или вращательного движения СО (объекта, среды и т.д.)

ν_e	линейная скорость электрона на орбите в атоме
ν_{edr}	дрейфовая скорость электрона в среде
Ξ	полный угол рефракции электромагнитных волн во вращающейся материальной среде
ξ_{cf}	угол дефлексии, обусловленный действием центробежной силы
ξ_k	угол дефлексии, обусловленный действием силы Кориолиса
$\left. \begin{matrix} \Pi^e \\ \Pi^h \end{matrix} \right\}$	скалярные потенциалы Дебая соответствующие электрическим и магнитным полям
ρ	объемная плотность электрического заряда
ρ	радиальная координата
ρ_s	поверхностная плотность электрического заряда
σ	проводимость среды
σ_R	ЭПР релеевской частицы
τ	время релаксации
ϕ	угол между $\vec{\gamma}$ и $\vec{\nu}$
ϕ_{eq}	эквивалентный электростатический потенциал
φ	азимутальная угловая координата системы (ρ, φ, θ)
Ψ	угол, формируемый между векторами угловой скорости вращения среды и направлением распространения волны в инерциальной СО
Ψ_m	угол поворота вращающейся СО за время t_c
ψ_{nm}	$= \frac{(2n+1)[(n-m)!]}{(n+m)!}$
Ω	угловая скорость вращения СО (объекта, среды и т.д.)
ω	угловая частота
\hbar	приведенная постоянная Планка
АП	антенные параметры
ДЗ	дифракционная задача
КПД	коэффициент полезного действия
МКЭ	метод конечных элементов
ММ	метод моментов
МПЭ	модель паразитных эффектов
ОТО	общая теория относительности
СВЧ	сверхвысокие частоты
САПР	система автоматизированного проектирования
СО	система отсчета
СТО	специальная теория относительности

ЭМВ	электромагнитная волна
ЭПР	эффективная поверхность рассеяния
ADM	amplitude difference measure
FDM	features difference measure
FSV	features selective validation
GDM	grand difference measure
GPS	global positioning system, система глобального позиционирования
PIC	particle in cell, численный метод решения физических задач
RGP	Rayleigh-Gans parameter, параметр Рэлее-Ганса
STEP	finite integration technique, метод конечных интегралов
TE	transverse electric, перпендикулярная поляризация
TM	transverse magnetic, параллельная поляризация

Словарь терминов

Гравитационная линза - область пространства, создающее гравитационное возмущение, которое приводит к дефлексии лучей и их фокусировке.

Эффект Лензе-Тирринга - дополнительное частичное увлечение электромагнитных волн вблизи массивного вращающегося тела.

Модель проводимости Друде - одна из возможных моделей проводимости, основным положением которой, является заключение об относительной мобильности свободного электрона в среде.

Лабораторная система отсчета - неподвижная инерциальная система отсчета, в которой находится наблюдатель. Если из контекста ясно, что речь идет именно о системе отсчета, то может фигурировать просто - лаборатория.

RFT (анг. Rest frame theory) - теория, согласно которой любая точка неинерциальной системы отсчета в первом приближении, может рассматриваться, как принадлежащая инерциальной системе отсчета.

Список литературы

1. *Einstein A.* Zur elektrodynamik bewegter körper // Annalen der Physik und Chemie. — 1905. — Vol. 17. — P. 891–921.
2. *Minkowski H.* Die grundgleichungen für die elektromagnetischen vorgänge in bewegten körpern // Nachrichten von der gesellschaft der wissenschaften zu göttingen. — 1908. — P. 53–111.
3. *Зоммерфельд А.* Электродинамика / под ред. С. А. Элькинда. — М. : Издательство иностранной литературы, 1958. — 495 с.
4. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика в десяти томах. Том II. Теория поля / под ред. Л. П. Питаевского. — 7-е изд., исправленное. — М. : Наука, 1988. — 512 с.
5. *Alfven H.* Cosmical electrodynamics / ed. by R. Fowler [et al.]. — London : Oxford University Press, 1950.
6. *Collier J. R., Tai C. T.* Propagation of plane waves in lossy moving media // IEEE trans. on antennas and propagat. — 1964. — Vol. 12, no. 3. — P. 375–376.
7. *Compton R. T., Tai C. T.* Poynting's theorem for radiating systems in moving media // IEEE trans. on antennas and propagat. — 1964. — Vol. 12, no. 2. — P. 238–239.
8. *Tai C. T.* The dyadic Green's function for a moving isotropic medium // IEEE Transactions on antennas and propagation. — 1965. — Vol. 13, no. 2. — P. 322–323.
9. *Alekseev A. I., Nikitin Y. P.* Electromagnetic radiation in a moving medium // Journal of Experimental and Theoretical Physics. — 1973. — Vol. 36, no. 4. — P. 629–630.
10. *Irvine W. M.* Electrodynamics in a rotating system of reference // Physica. — 1964. — Vol. 30. — P. 1160–1170.
11. *Stephenson L. M.* Relativistic electromagnetic solutions in rotating systems // Proceedings of the IEEE. — 1966. — Vol. 54, no. 6. — P. 885–886.

12. *Censor D.* First-order propagation in moving media // IEEE Transactions on microwave theory and techniques. — 1968. — Vol. 16, no. 8. — P. 565–566.
13. *Mo T. C.* Theory of electrodynamics in media in noninertial frames and applications // Journal of mathematical physics. — 1970. — Vol. 11, no. 8. — P. 2589–2610.
14. *Shiozawa T.* Phenomenological and electron-theoretical study of the electrodynamics of rotating systems // Proceedings of the IEEE. — 1973. — Vol. 61, no. 12. — P. 1694–1702.
15. *Hillion P.* Relativistic electromagnetism in rotating media // Turk J Elec Eng and Comp Sci. — 2010. — Vol. 18, no. 2. — P. 281–297.
16. *Ben-Shimol Y., Censor D.* First order propagation in moving chiral media // IEEE Convention of electrical and electronics engineers. — Israel, 1996. — P. 192–195.
17. *Kurz S., Flemisch B., Wohlmuth B.* Maxwell's equations in accelerated reference frames and their application in computational electromagnetism // Progress in electromagnetic research symposium. — Italy, 2004. — P. 53–56.
18. *Censor D.* The quasi Lorentz transformation for rotating objects // IEEE Convention of electrical and electronics engineers. — Israel, 2012. — P. 1–5.
19. *Ramasastrey J., Chin G. Y.* Wave interaction with moving boundaries // Electronics Letters. — 1967. — Vol. 3, no. 11. — P. 479–481.
20. *Millott L. J.* Electromagnetic fields and the quasistationary approximation near a moving mirror // IEEE Transactions on antennas and propagation. — 1991. — Vol. 39, no. 5. — P. 673–676.
21. *Censor D.* Scattering of electromagnetic waves by a cylinder moving along its axis // IEEE Transactions on microwave theory and techniques. — 1969. — Vol. MTT-17, no. 3. — P. 154–158.
22. *Shiozawa T., S. S.* Scattering of electromagnetic waves from an inhomogeneous magnetoplasma column moving in the axial direction // IEEE Transactions on antennas and propagation. — 1972. — Vol. AP-20, no. 4. — P. 455–463.

23. *Pastorino M., Raffetto M.* Scattering of electromagnetic waves from a multilayer elliptic cylinder moving in the axial direction // IEEE trans. on antennas and propagat. — 2013. — Vol. 61, no. 9. — P. 4741–4753.
24. *Shiozawa T., Seikai S.* Scattering of electromagnetic waves by a rotating electron-plasma column // IEEE Transactions on antennas and propagation. — 1975. — Vol. AP-23, no. 1. — P. 75–83.
25. *Van Bladel J.* Electromagnetic fields in the presence of rotating bodies // Proceedings of the IEEE. — 1976. — Vol. 64, no. 3. — P. 301–318.
26. *De Zutter D.* Scattering by a rotating circular cylinder with finite conductivity // IEEE Transactions on antennas and propagation. — 1983. — Vol. AP-31, no. 1. — P. 166–169.
27. *Abuhdima E. M. M., Penno R. P.* Simulation of the scattered EM fields from a rotating conducting cylinder // RadarCon proceedings. — 2015. — P. 1078–1083.
28. *De Zutter D.* Scattering by a rotating dielectric sphere // IEEE Transactions on antennas and propagation. — 1980. — Vol. AP-28, no. 5. — P. 643–651.
29. *De Zutter D., Goethals D.* Scattering by a rotating conducting sphere // IEEE Transactions on antennas and propagation. — 1984. — Vol. AP-32, no. 1. — P. 95–98.
30. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики / под ред. Г. П. Мотулевич. — 2-е изд, исправленное. — М. : Наука, 1973. — 720 с.
31. *Розанов Н. Н., Сочилин Г. Б.* Релятивистские эффекты первого порядка в электродинамике сред с неоднородной скоростью движения // Успехи физических наук. — 2006. — Т. 176, № 4. — С. 421–439.
32. *Tanaka K.* Scattering of electromagnetic waves by a rotating perfectly conducting cylinder with arbitrary cross section: point-matching method // IEEE Transactions on antennas and propagation. — 1980. — Vol. AP-28, no. 6. — P. 796–803.
33. *Graglia R. D., Freni A., Pelosi G.* A finite element approach to the electromagnetic interaction with rotating penetrable cylinders of arbitrary cross section // IEEE Transactions on antennas and propagation. — 1993. — Vol. 41, no. 5. — P. 635–650.

34. *Freni A., Mias C., Ferrari R. L.* Finite element analysis of electromagnetic wave scattering by a cylinder moving along its axis surrounded by a longitudinal corrugated structure // IEEE Transactions on magnetics. — 1996. — Vol. 32, no. 3. — P. 874–877.
35. *Brignone M., Ramakrishnan P. K., Raffetto M.* A first numerical assessment of the reliability of finite element simulators for time-harmonic electromagnetic problems involving rotating axisymmetric objects // URSI EMTS proceedings. — 2016. — P. 787–790.
36. *Sahrani S., Iwamatsu H., Kuroda M.* A novel approach for the analysis of electromagnetic field with rotating body // ACES Journal. — 2011. — Vol. 26, no. 8. — P. 651–659.
37. Analysis of EM scattering from 3D bi-anisotropic objects above a lossy half space using FE-BI with UV method / J. Zhu [et al.] // ACES Journal. — 2013. — Vol. 28, no. 10. — P. 917–923.
38. A high precision particle-moving algorithm for particle-in-cell simulation of plasma / X. Li [et al.] // IEEE Transactions on magnetics. — 2015. — Vol. 51, no. 3.
39. *Cary J. R.* Particle-in-cell methods for modeling electromagnetic propagation in plasmas // International Applied Computational Electromagnetics Society Symposium (ACES). — USA, 2018. — P. 917–923.
40. *Ramakrishnan P. K., Raffetto M.* Accuracy of finite element approximations for two-dimensional time-harmonic electromagnetic boundary value problems involving non-conducting moving objects with stationary boundaries // ACES Journal. — 2018. — Vol. 33, no. 6. — P. 585–596.
41. *Зельдович Я. Б.* Генерация волн вращающимся телом // Письма в ЖЭТФ. — 1971. — Т. 14. — С. 270–272.
42. *Зельдович Я. Б.* Усиление цилиндрических электромагнитных волн при отражении от вращающегося тела // Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 1972. — Т. 62, № 6. — С. 2076–2081.
43. *Петров Б. М.* Волны во вращающемся волноводе. Эффект Саньяка // Известия ВУЗов России. Радиоэлектроника. — 2009. — № 5. — С. 13–20.
44. Reference frames and gravitomagnetism / ed. by J. F. Pascual-Sanchez [et al.]. — Spain : World Scientific, 2000. — 367 p.

45. *Ashby N.* Relativistic effects in the global positioning system // Journal of systems engineering and electronics. — 1995. — Vol. 6, no. 4. — P. 199–237.
46. *Фатеев В. Ф.* Гравитационные и релятивистские эффекты в односторонней околоземной космической радиолинии // Электромагнитные волны и электронные системы. — 2013. — Т. 18, № 5. — С. 83–93.
47. *Фатеев В. Ф.* Преломляющие свойства гравитационной сферы Земли во вращающихся системах отсчета // Электромагнитные волны и электронные системы. — 2013. — Т. 18, № 5. — С. 73–82.
48. *Яковлев О. И.* Распространение радиоволн в космосе. — М. : Наука, 1985. — 246 с.
49. *Van Bladel J.* Electromagnetic fields / ed. by D. G. Dudley. — Second edition. — IEEE Press, 2007. — 1155 p.
50. *Van Bladel J.* Relativity and engineering / ed. by L. B. Felsen. — Springer-Verlag, 1984. — 404 p.
51. *Петров Б. М.* Прикладная электродинамика вращающихся тел / под ред. Ю. Н. Чернышева. — М. : Горячая линия - Телеком, 2009. — 288 с.
52. *Melcher J. R.* Electric fields and moving media // IEEE Transactions on education. — 1974. — Vol. E-17, no. 2. — P. 100–110.
53. *Зейде К. М.* Симулятор расчета рассеянного электромагнитного поля от круглого вращающегося цилиндра с конечной проводимостью. Магистерская диссертация : дис. . . . канд. / Зейде К. М. — Екатеринбург : Уральский Федеральный Университет, 2012.
54. *Паули В.* Теория относительности / под ред. В. Л. Гинзбурга, В. П. Фролова. — 3-е изд. испр. — М. : Наука, 1991. — 328 с.
55. *Balanis C. A.* Advanced engineering electromagnetics. — Wiley, 1989. — 981 p.
56. *Ivanter I. G.* Relation between the gravitational constant, the charge to mass ratio of the electron, and the fine structure constant // Journal of Experimental and Theoretical Physics. — 1959. — Vol. 9, no. 6. — P. 1380.

57. *Kong J. A.* Charged particles in bianisotropic media // *Radio Science*. — 1971. — Vol. 6, no. 11. — P. 1015–1019.
58. *Tu L.-C., Luo J., Gillies G. T.* The mass of the photon: tech. rep. / Institute of physics publishing. — 2005. — P. 77–130. — No. 68. — *Reports on progress in physics*.
59. *Bliokh P. V., Minakov A. A.* Diffraction of light and lens effect of the stellar gravitation field // *Astrophysics and Space Science*. — 1975. — No. 34. — P. 7–9.
60. *Соллимено С., Крозиньяни Б., Ди Порто П.* Дифракция и волноводное распространение оптического излучения / под ред. В. С. Летохова. — М. : Мир, 1989. — 663 с.
61. *Франкфурт У. И.* Эйнштейновский сборник. Оптика движущихся сред и специальная теория относительности. — М. : Наука, 1977. — 257-327.
62. *Berger H., Griemsmann J. W. E.* Moving media without electromagnetic drag // *IEEE Trans. on antennas and propagat.* — 1967. — Vol. 15, no. 4. — P. 585.
63. A modern Fizeau experiment for education and outreach purposes / O. Morizot [et al.] // *European Journal of Physics*. — 2011. — Vol. 00. — P. 1–10.
64. *Сивухин Д. В.* Общий курс физики. В 5 т. Т IV. Оптика. — 3-е изд., стереот. — М. : ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 792 с.
65. *Starke R., Schober G. A. H.* Microscopic theory of refractive index // *International Journal for Light and Electron Optics*. — 2017. — Vol. 140. — P. 62–85.
66. *Романовский П. И.* Ряды Фурье. Теория поля. Аналитические и специальные функции. Преобразование Лапласа. — М. : Наука, 1980. — 336 с.
67. *Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф.* Специальные функции / под ред. Л. И. Седова. — 3-е изд. — М. : Наука, 1977. — 344 с.
68. *Tai C. T.* Two scattering problems involving moving media: Report 1691-7. — Ohio State University Research Foundation, 1964. — 12 p.
69. *Zeyde K. M.* Linear dependences of secondary field parameters versus angular velocity of scatterer // *Proc. SibCON*. — Omsk, 2015.

70. *Зейде К. М.* Анализ параметров вычислительного эксперимента по рассеянию ЭМВ от вращающегося цилиндра // *Фундаментальные исследования*. — 2015. — Т. 2, № 16. — С. 3503–3507.
71. *Zeyde K. M.* The coordinate expression of the propagation constant for a moving dielectric medium // *Proc. USBEREIT*. — Ekaterinburg, 2018. — P. 295–298.
72. *Zeyde K. M.* Augmented interpretation model of a moving media for the electrodynamic effects simulation // *Proc. NEMO*. — Reykjavik, 2018. — P. 162–165.
73. *Zeyde K. M.* Fast segmentation of a rotating axisymmetric scatterer medium of an arbitrary form for the first order fields numerical analysis // *Ural Radio Engineering Journal*. — 2018. — Vol. 2, no. 2. — P. 26–39.
74. *Штагер Е. А.* Рассеяние радиоволн на телах сложной формы. — М. : Радио и связь, 1986. — 184 с.
75. *Зейде К. М., Коротков А. Н.* Алгоритм сегментирования геометрии диэлектрического объекта по параметру малости целевого эффекта наблюдения. Стратификация линзы Люнеберга // *Радиотехника*. — 2019. — № 1. — С. 15–23.
76. *Зейде К. М., Пирожков Д. В.* ИТ: глобальные вызовы и новые решения. Сборник докладов. Реализация кластерного метода описания анизотропной среды в рамках теории возмущений / под ред. А. В. Круглова. — М. : Эдитус, 2017. — 80–86.
77. *Зейде К. М.* Оценка оптимальной пространственно-временной дискретизации в задачах слежения за вращающимися целями с использованием MDR // *Электромагнитные волны и электронные системы*. — 2016. — Т. 21, № 5. — С. 46–51.
78. *NG L. N.* Manipulation of particles on optical waveguide : PhD thesis / NG Li Na. — United Kingdom : University of Southampton, 09/2000.
79. *Ладыгин А. И., Лучин А. А.* Аппроксимация точного решения задачи дифракции на проводящей сфере // *Электромагнитные волны и электронные системы*. — 2003. — Т. 8, № 9. — С. 20–25.

80. *Тухов В. А., Яцышен В. В.* Оценка применимости Рэлеевского приближения для рассеивающих материальных сред // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. — 2007. — Т. 10, № 4. — С. 35–40.
81. *Kleinman R. E., Senior T. B. A.* Rayleigh scattering cross section // Radio Science. — 1972. — Vol. 7, no. 10. — P. 937–942.
82. *Panchenko B., Glotov E., Gizatullin M.* Scattering and absorption of electromagnetic waves in inhomogeneous bodies // EuCAP Proceedings. — 2006.
83. *Patitsas A. J.* Size determination of a perfectly conducting sphere from the extrema Mie scattering intensities // IEEE Trans. on antennas and propagat. — 1973. — Vol. 21, no. 2. — P. 243–245.
84. *Lindell I. V.* On the definiteness of the constitutive parameters of a moving anisotropic medium // Proceedings of the IEEE. — 1972. — Vol. 60, no. 5. — P. 638–639.
85. *Гольдштейн Л. Д., Зернов Н. В.* Электромагнитные поля и волны. — 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Советское радио, 1971. — 664 с.
86. *Никольский В. В., Никольская Т. И.* Электродинамика и распространение радиоволн. — 3-е изд., перераб. и доп. — М. : Наука, 1989. — 544 с.
87. *Панченко Б. А.* Рассеяние и поглощение электромагнитных волн неоднородными сферическими телами. — Монография. — М. : Радиотехника, 2012. — 292 с.
88. *Мусин А. М., Зейде К. М.* Влияние вращения сферического тела, покрытого диэлектриком, на характеристики рассеяния // Известия ВУЗов России. Радиоэлектроника. — 2015. — № 5. — С. 29–32.
89. *Beckmann P.* Equivalent electromagnetic constants of moving media // Proceedings of the IEEE. — 1970. — Vol. 58, no. 5. — P. 800–801.
90. *Zeyde K. M.* Setting and physical rationale of heterogeneous turning scatterer system mesh optimization // 22nd International Conference on Applied Electromagnetics and Communications (ICECOM). — Dubrovnik, 2016.

91. *Зейде К. М., Яндовский Н. Г.* Оптимизация конечно-элементной сетки в задачах электромагнитного моделирования // Тезисы докладов V Международной молодежной научной конференции Физика. Технологии. Инновации ФТИ-2018. — Екатеринбург, 2018. — С. 79—80.
92. *Zeyde K. M.* Optimization of the finite element mesh by the a priori parameter of smallness // Proc. NEMO. — Reykjavik, 2018. — P. 188—191.
93. *Schaubert D. H., Wilton D. R., Glisson A. W.* A tetrahedral modeling method for electromagnetic scattering by arbitrarily shaped inhomogeneous dielectric bodies // IEEE Trans. on antennas and propagat. — 1984. — Vol. AP-30, no. 1. — P. 77—85.
94. Baffle diffraction in interferometric detectors of gravitational waves / G. Pelosi [et al.] // ACES Journal. — 2017. — Vol. 32, no. 7. — P. 569—574.
95. *Zeyde K. M.* MDR analysis technique for a metallic sphere in the rectangular waveguide // CEUR Workshop Proceedings. Vol. 2035. — Ekaterinburg, 2017. — P. 41—45.
96. *Ali A. R., Ioppolo T.* Effect of angular velocity on sensors based on morphology dependent resonances // Sensors. — 2014. — Vol. 14. — P. 7041—7048.
97. *Григорьев А. Д.* Методы вычислительной электродинамики. — М. : Физматлит, 2013. — 430 с.
98. *Зейде К. М.* Предсказание результатов моделирования ЭМ дифракции в системах с вращающимся рассеивателем // Физика. Технологии. Инновации: сборник научных трудов / под ред. В. Н. Рычковой. — 2015. — С. 248—251.
99. *Гизоло А. И., Кузнецов Г. Ю.* Решение задачи рассеяния на протяженных цилиндрических телах различного сечения // Труды МАИ. — — № 68.
100. *Du Toit C. F.* The numerical computation of Bessel functions of the first and second kind for integer orders and complex arguments // IEEE Transactions on antennas and propagation. — 1990. — Vol. 38, no. 9. — P. 1341—1349.
101. *Paknyis R.* Evaluation of Hankel functions with complex argument and complex order // IEEE Transactions on antennas and propagation. — 1992. — Vol. 40, no. 5. — P. 569—578.

102. *IEEE*. Standard for validation of computational electromagnetics computer modeling and simulations / IEEE Electromagnetic Compatibility Society. — USA, 2008. — IEEE Std 1597.1.
103. *Duffy A., Orlandi A.* A review of statistical methods for comparing two data sets // *ACES Journal*. — 2008. — Vol. 23, no. 1. — P. 90–97.
104. *Zeyde K. M., Sharov V. V., Yandovskiy N. G.* A free-space samples material parameters validation technique // *Proc. SIBIRCON*. — Novosibirsk, 2017. — P. 371–376.
105. *Tyler G. L.* Radio propagation experiments in the outer solar system with voyager // *Proceedings of the IEEE*. — 1987. — Vol. 75, no. 10. — P. 1404–1431.
106. *Abbott B. P.* GW170104: Observation of a 50-solar-mass binary black hole coalescence at redshift 0.2 // *Physical Review Letters*. — 2017. — Vol. 118. — P. 1–16.
107. *Pastorino M., Raffetto M., Randazzo A.* Electromagnetic inverse scattering of axially moving cylindrical targets // *IEEE Trans. on geosciences and remote sensing*. — 2015. — Vol. 53, no. 3. — P. 1452–1462.
108. *Адлер Ю. П., Маркова Е. В., Грановский Ю. В.* Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. — Издание второе перераб. и доп. — М. : Наука, 1976. — 278 с.
109. *Клюев В. В.* Приборы и системы для измерения вибрации, шума и удара: Справочник. / под ред. В. В. Клюева. — М. : Машиностроение, 1978. — 448 с.
110. *Степнов П. П.* Разработка полунатурной модели для исследования и вибрационной диагностики роторных систем. Выпускная квалификационная работа бакалавра по направлению 'Радиотехника.' Дис. ... канд. / Степнов П. П. — Екатеринбург : Уральский Федеральный Университет, 2016.
111. *Гаврина О. В.* Информационно-измерительная система биений вращающихся валов. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук : дис. ... канд. / Гаврина О. В. — Пенза : Пензенский Государственный Университет, 2014.

112. Method of vibration measurement based on the analysis of the central asymmetric blur image of a circular mark / A. Grigoriev [et al.] // Proc. US-BEREIT. — Ekaterinburg, 2018. — P. 203–207.
113. *Соломин О. В., Комаров М. В., Широков С. В.* Разработка виртуальных приборов для экспериментальных исследований и вибрационной диагностики роторных систем // Вестник компьютерных и информационных технологий. — 2005. — Т. 12. — С. 46–51.
114. Micro-Doppler effect in radar: phenomenon, model and simulation study / V. C. Chen [et al.] // IEEE Trans. On aerospace and electronic systems. — 2006. — Vol. 42, no. 1. — P. 2–19.
115. *Monzon J. C.* Scattering by a moving unidirectionally conducting screen // IEEE Transactions on antennas and propagation. — 1989. — Vol. 37, no. 1. — P. 64–70.
116. *Марков Г. Т., Чаплин А. Ф.* Возбуждение электромагнитных волн. — 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Радио и связь, 1983. — 296 с.
117. *Зейде К. М.* Многофакторная нелинейная оптимизация нерелятивистского эксперимента по рассеянию электромагнитных волн от вращающихся целей // Нелинейный мир. — 2017. — Т. 15, № 5. — С. 11–17.
118. *Занимонский Е. Е., Омельченко А. В.* Схема локального релятивистского эксперимента с периодическим движением системы в гравитационном поле // Электромагнитные волны и электронные системы. — 2008. — Т. 13, № 1. — С. 53–57.
119. *Xiao K., Sun J.* STEP based CAD/CAM system integration // Tsinghua Science and Technology. — 1996. — Vol. 1, no. 2. — P. 134–138.
120. *Bhandarkar M. P., Nagi R.* STEP-based feature extraction from STEP geometry for Agile Manufacturing // Computers in Industry. — 2000. — Vol. 41. — P. 3–24.
121. *Pratt M. J., Anderson B. D., Ranger T.* Towards the standardized exchange of parameterized feature-based CAD models // Computer-Aided Design. — 2005. — Vol. 37. — P. 1251–1265.
122. *Зейде К. М.* Применение метода дискретных элементов для изучения рефракционных свойств потока жидкости с мелкодисперсными примесями // Журнал радиоэлектроники. — 2018. — № 9. — С. 1–12.

123. *Зейде К. М.* Особенности полуаналитического моделирования рассеяния ЭМВ от вращающейся диэлектрической сферы // *Фундаментальные исследования*. — 2016. — Т. 3. — С. 263–267.
124. *Zeyde K. M.* Time-precision variations features for computational experiment on EM diffraction model // *Proc. WCITCA*. — Hammamet, 2015.

Список рисунков

1.1	Три тела во вращающейся системе отсчета с обозначениями сил, действующих на них.	18
1.2	Объект-субъектная ориентация и системы отсчета.	22
1.3	Построение отклоненного луча (вращение против часовой стрелки) .	34
1.4	Эквивалентный переход и временная декомпозиция	36
1.5	Геометрия задачи с локальным источником.	44
1.6	Зависимость $ \tilde{\gamma}(\varphi, \delta) $ при $\beta = 0.003$, $\beta = 3.334 \times 10^{-4}$ и $\beta = 6.668 \times 10^{-5}$	48
1.7	Временное моделирование распределения токов во вращающейся среде	50
1.8	Трехмерное пространство постоянной распространения (слева для $\beta = 0$, справа для $\beta \neq 0$).	50
1.9	Распределение постоянной распространения в движущейся среде при $\phi = 0$	50
1.10	Распределение постоянной распространения во вращающейся среде без учета действия сил инерции.	51
1.11	Распределение полной постоянной распространения во вращающейся среде.	51
1.12	Относительная ошибка вычисления $\tilde{\gamma}$	52
2.1	Геометрия осесимметричного рассеивателя сложной формы	54
2.2	Выделенный из геометрии цилиндрический слой	57
2.3	Постановка дифракционной задачи	66
2.4	Геометрия системы.	67
2.5	Геометрия системы.	72
2.6	Интерпретационная компьютерная модель вращающегося цилиндра при значении γ	80
2.7	Интерпретационная компьютерная модель вращающегося цилиндра при значении γ без учета инерционности системы	80
2.8	Интерпретационная компьютерная модель вращающегося цилиндра при значении $\tilde{\gamma}$	81

2.9	Сравнение аналитического и аппроксимирующего выражения для силуэтной функции сферы.	82
2.10	Сохранение формы сферы при выделении цилиндрического слоя.	83
2.11	Интерпретационная компьютерная модель вращающейся сферы (белая область - электрофизические параметры материала соответствует неподвижному объекту).	84
2.12	Интерпретационная компьютерная модель вращающейся сферы с двумя плоскостями сечения.	85
2.13	Примеры конечно-элементной сетки для калибровочной сферы (второй порядок элементов).	87
2.14	Результат строгого решения задачи дифракции на вращающемся цилиндре: $r_e = 2.5$, $\epsilon_r^m = 5 - 0.2j$	89
2.15	Результат строгого решения задачи дифракции на вращающемся цилиндре: $r_e = 2.5$, $\frac{\nu}{f} = 4 \times 10^{-4}$	90
2.16	Результат строгого решения задачи дифракции на вращающемся цилиндре: $a = 0.15$ м, $\epsilon_r^m = 5 - 0.2j$, $\beta = 1 \times 10^{-3}$	90
2.17	Результат строгого решения задачи дифракции на вращающейся сфере: $r_e = 2.5$, $\epsilon_r^m = 5 - 0.2j$	91
2.18	Результат строгого решения задачи дифракции на вращающейся сфере: $r_e = 2.5$, $\frac{\nu}{f} = 4 \times 10^{-4}$	91
2.19	Результат строгого решения задачи дифракции на вращающейся сфере: $a = 0.15$ м, $\epsilon_r^m = 5 - 0.2j$, $\beta = 1 \times 10^{-3}$	92
2.20	Результатирующая оптимизационная кривая	93
3.1	Непрерывность электрического поля на границе раздела при $\sigma = 0$ ($\epsilon_r^m = 2, 16, 8$ и $r_e = 1.5, 3, 6$, соответственно сверху вниз).	103
3.2	Валидация процедурой FSV диаграмм рассеяния вращающегося цилиндра	105
3.3	Поточечная разница индикаторов FSV и гистограммы распределения интерпретационной шкалы для валидации диаграмм рассеяния вращающегося цилиндра	106
3.4	Валидация процедурой FSV диаграмм рассеяния вращающегося цилиндра при $0^\circ \leq \varphi < 112^\circ$	107

3.5	Поточечная разница индикаторов FSV и гистограммы распределения интерпретационной шкалы для валидации диаграмм рассеяния вращающегося цилиндра при $0^\circ \leq \varphi < 112^\circ$	108
3.6	Валидация процедурой FSV диаграмм рассеяния вращающегося цилиндра при $252^\circ < \varphi \leq 360^\circ$	109
3.7	Поточечная разница индикаторов FSV и гистограммы распределения интерпретационной шкалы для валидации диаграмм рассеяния вращающегося цилиндра при $252^\circ < \varphi \leq 360^\circ$	110
3.8	Гистограмма оптимальной неадаптированной расчетной сетки для интерпретационной модели.	110
3.9	Валидация процедурой FSV диаграмм рассеяния вращающейся сфере при $N_\Sigma = 40000$. Точностный критерий 2.53 равен 0.658. . . .	112
3.10	Поточечная разница индикаторов FSV и гистограммы распределения интерпретационной шкалы для валидации диаграмм рассеяния вращающейся сферы при $N_\Sigma = 40000$. Точностный критерий 2.53 равен 0.658.	112
3.11	К условиям проведения эксперимента (треугольниками со стрелками обозначены антенны – передающая и приемная).	113
3.12	Лабораторная установка по изучению эффектов временной области .	114
3.13	Скачки уровня пика спектра рассеянного сигнала.	115
3.14	Составляющая боковой полосы, обусловленная биением.	116
3.15	Блок-схема оптимизационного алгоритма.	119
3.16	Графическое представление распределения полей первого порядка в направлении к приемнику.	120
3.17	Распределение функционального цикла через модуль спецификации модели в САПР.	123
3.18	Спецификации радиуса вращающейся сферы.	124

Список таблиц

1	Силуэтные функции некоторых фигур	56
2	Результат стратификации полусферы	82
3	Результаты работы оптимизационного алгоритма для калибровочной сферы при $f = 3$ ГГц	94
4	Величина эффектов, обусловленных вращением твердого тела с $R = 20$ см, $\epsilon_r = 2$, $\sigma = 10^{-4}$ См/м, $\alpha = 30^\circ$ и $E^i = 0.01$ В/м.	111