

На правах рукописи



Гермидер Оксана Владимировна

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ
ТЕПЛО- И МАССОПЕРЕНОСА В РАЗРЕЖЕННЫХ ГАЗАХ
В МИКРО- И НАНОКАНАЛАХ С РАЗЛИЧНОЙ
КОНФИГУРАЦИЕЙ СЕЧЕНИЯ**

Специальность 05.13.18 – математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Воронеж – 2019

Работа выполнена в ФГАОУ ВО "Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова"

Научный руководитель: Доктор физико-математических наук,
профессор, Попов Василий Николаевич

Официальные оппоненты: Батаронов Игорь Леонидович,
доктор физико-математических наук, профессор,
ФГБОУ ВО "Воронежский государственный
технический университет", кафедра высшей
математики и физико-математического
моделирования, заведующий

Жалнин Руслан Викторович,
кандидат физико-математических наук, доцент,
ФГБОУ ВО "Национальный исследовательский
Мордовский государственный университет
им. Н. П. Огарёва", кафедра прикладной
математики, дифференциальных уравнений
и теоретической механики, заведующий

Ведущая организация: ФГБОУ ВО "Московский государственный
технологический университет "СТАНКИН"

Защита состоится "19" июня 2019 года в 17 часов 00 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.038.20 при ФГБОУ ВО "Воронежский государственный университет" по адресу: 394018, Воронеж, Университетская пл., 1, главный корпус, ауд. 333

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке ФГБОУ ВО "Воронежский государственный университет", а также на сайте <http://www.science.vsu.ru/disserinfo&cand=3179>

Диссертация_Гермидер_О.В..pdf

Автореферат разослан "12" апреля 2019 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
доктор физико-математических наук,
доцент

Шабров Сергей Александрович

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. Математическое моделирование процессов тепло- и массопереноса в микро- и наноканалах с различной конфигурацией поперечного сечения в силу большого числа их практических применений является одной из наиболее значимых в прикладном аспекте областей динамики разреженного газа. Данное обстоятельство приводит к необходимости проведения исследований процессов переноса в микро- и наносистемах (MEMS, NEMS), разработка которых осуществляется для внедрения в промышленность нанотехнологий. В качестве примеров таких систем можно привести установки для создания высокоскоростных молекулярных пучков импульсного типа, исследования травления кремневых пластин, оценки утечки газа через компрессорные клапаны, наноподшипники, высоковакуумные молекулярные насосы Кнудсена и Холвека, используемые в оптических и масс-спектрометрах, вакуумные датчики Pirani и т.д. Для практического применения указанных выше технологий необходимо описание процессов переноса массы газа и тепла через каналы, имеющие различные формы поперечного сечения. Стоит отметить, что в наноканалах, размеры поперечного сечения которых сопоставимы со средней длиной свободного пробега, нарушается основное предположение гидродинамики о локальном равновесии. В этом случае использование уравнений Навье–Стокса становится невозможным, и возникает необходимость применения уравнения Больцмана и соответствующих ему граничных условий или модельных кинетических уравнений. Построение численного решения уравнения Больцмана требует значительных вычислительных затрат, тогда как аналитические и численные методы, применяемые к модельным кинетическим уравнениям, позволяют существенно уменьшить данные затраты. Поэтому при решении задач математического моделирования процессов переноса в микро- и наноканалах являются актуальными разработка и применение аналитических и численных методов к модельным кинетическим уравнениям.

Цель диссертационного исследования заключается в построении математических моделей процессов тепло- и массопереноса в разреженных газах через каналы с различной конфигурацией поперечного сечения в широком диапазоне изменения значений числа Кнудсена в рамках кинетического подхода.

Для достижения цели сформулированы и решены следующие **задачи**:

1. разработать комплексный подход к моделированию течений разреженного газа в микро- и наноканалах с различными конфигурациями их сечений с учетом характера поверхностного взаимодействия;
2. построить на основе предложенного подхода математические модели, описывающие процессы тепло- и массопереноса в газах в каналах со сложной геометрией сечений для различных значений числа Кнудсена;
3. разработать алгоритмы и комплексы программ для реализации вычислений макропараметров разреженного газа в каналах и визуализации полученных результатов с использованием численных методов и применением системы ком-

пьютерной алгебры Maple 18;

4. получить репрезентативные наборы значений потоков тепла и массы газа для валидации полученных результатов на основе построенных моделей.

Предметом исследования выступают потоки тепла и массы одноатомного газа в длинных микро- и наноканалах, которые имеют различные конфигурации поперечного сечения. Данные потоки исследуются в рамках задач о тепловом крипе и течении Пуазейля.

Объектом исследования являются математические модели процессов тепло- и массопереноса в каналах для различных режимов течения газа.

Методология и методы исследования. В основу проведенного исследования положено комплексное использование методов кинетической теории разреженных газов, линейной теории переноса, классических методов решения интегро-дифференциальных уравнений в частных производных и методов численного интегрирования с использованием полиномов Чебышёва. Программная реализация численных алгоритмов выполнена в системе компьютерной алгебры Maple 18.

Научная новизна проведенного исследования. До настоящего момента при моделировании пространственных течений газа в каналах зависимость частоты столкновений молекул газа от молекулярной скорости не учитывалась и использовались только модельные кинетические уравнения с постоянной частотой столкновения молекул газа, а их решения находились численно. В рамках диссертационного исследования разработан комплексный подход к моделированию течений разреженного газа с применением аналитических методов для построения решений кинетического модельного уравнения с частотой, пропорциональной молекулярной скорости, и численных методов для получения значений потоков тепла и массы газа в микро- и наноканалах технических систем. Построены новые модели процессов переноса в каналах в зависимости от геометрии сечений этих каналов, значений числа Кнудсена и характера взаимодействия молекул газа со стенками каналов. Предложены алгоритмы расчета макропараметров газа в канале с использованием полиномов Чебышёва, и осуществлена их программная реализация. Получены репрезентативные наборы макропараметров газа на основе построенных моделей, которые приобретают особо важное значение в условиях, когда проведение эксперимента затруднено.

Теоретическая значимость предложенного исследования связана с тем, что полученные математические модели, численные процедуры, алгоритмы могут быть применены при решении задач динамики разреженного газа и плазмы, теории переноса.

Практическая значимость предложенного исследования обусловлена тем, что полученные математические модели, численные процедуры, алгоритмы и комплекс программ могут быть использованы при описании различных процессов переноса тепла и массы газа в микро- и наноканалах технических систем в химической промышленности, при использовании вакуумного оборудования, микро- и наноэлектронных приборов (MEMS, NEMS).

Положения, выносимые на защиту:

1. Построенные математические модели процессов тепло- и массопереноса в микро- и наноканалах в рамках задач о тепловом крипе и течении Пуазейля для переходного режима течения газа.

2. Разработанные алгоритмы вычислений макропараметров разреженного газа в микро- и наноканалах на основе построенных моделей с использованием полиномов Чебышёва.

3. Компьютерная реализация предложенных алгоритмов вычислений в виде комплекса программ. Визуализация полученных распределений компоненты вектора потока тепла и массовой скорости газа в каналах в виде графических моделей в трехмерном пространстве.

4. Результаты, проведенного численного эксперимента по нахождению приведенных потоков тепла и массы газа для различных конфигураций поперечных сечений каналов, режимов течений газа, моделей взаимодействия молекул газа со стенками каналов.

Достоверность полученных научно значимых результатов обусловлена тем, что в их основу положены фундаментальные уравнения классической кинетической теории переноса газа и плазмы, классические методы решения интегро-дифференциальных уравнений в частных производных, методы численного интегрирования. Разработанные вычислительные алгоритмы верифицированы на модельных двумерных и трехмерных задачах.

Область исследования. Полученные в диссертационном исследовании основные научные положения, относящиеся к построению и исследованию математических моделей процессов переноса в каналах, предложенные модели, алгоритмы, численные процедуры, которые используются в работе для решения научных и прикладных проблем кинетики разреженного газа, соответствуют паспорту научной специальности 05.13.18 "Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ" по физико-математическим наукам. А именно: "разработка новых математических методов моделирования объектов и явлений" (п.1), "реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента"(п.4), "комплексные исследования научных и технических проблем с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента" (п.5).

Апробация работы. Основные результаты диссертационного исследования были представлены на следующих научных и научно-технических конференциях и семинарах: международной научной конференции "Моделирование нелинейных процессов и систем", Московский государственный технологический университет "СТАНКИН", Москва, 22-26 июня 2015 г.; XIV и XV молодежных научных школах-конференциях "Лобачевские чтения – 2015, 2016", Казанский государственный университет, Казань, 22-27 октября 2015 г. и 24-29 ноября 2016 г.; VII, VIII и IX международных молодежных научно-практических школах "Высокопроизводительные вычисления на GRID системах", Северный (Арк-

тический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова, Архангельск, 28 марта-2 апреля 2016 г., 6-11 февраля 2017 г. и 5-10 февраля 2018 г.; XVII Всероссийской конференции молодых ученых по математическому моделированию, Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск, 30 октября-3 ноября 2016 г.; VIII и IX международных научно-практических конференциях "Современные проблемы прикладной математики, теории управления и математического моделирования", Воронежский государственный университет, Воронеж, 21-26 сентября 2015 г. и 20-26 сентября 2016 г.; международной научной конференции "XII Белорусская математическая конференция", Белорусский государственный университет, Минск, 5-10 сентября 2016 г.; международной конференции "Физика конденсированных сред и дисперсных систем", Московский государственный областной университет, Москва, 18-20 апреля 2017 г.; XXIV международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых "Ломоносов", Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, 10-14 апреля 2017 г.

По теме диссертационного исследования опубликовано 25 работ, среди которых 15 входят в издания из списка ВАК РФ, 11 в одну из международных баз данных и систем цитирования Scopus, Web of Science. Также по результатам диссертации оформлено 1 свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ. Диссертация включает в себя Введение, четыре главы, Заключение, Список литературы из 99 наименований, 2 Приложения, 27 рисунков, 25 таблиц. Объем диссертации составляет 147 страниц машинописного текста.

Работа выполнена в рамках государственного задания в сфере научной деятельности за 2015-2016 г.г. проект №3628 "Создание вычислительной инфраструктуры для решения наукоемких прикладных задач".

Соискатель благодарит А.А. Юшканова за помощь в постановке задач и обсуждении полученных результатов.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы проведенного исследования, сформулирована цель диссертационной работы и задачи исследования, показана ее научная новизна, научная и практическая значимости, сформулированы научные положения, выносимые на защиту.

В первой главе рассмотрены общие принципы математического моделирования течений разреженного газа в длинных микро- и наноканалах. Приведено обоснование используемого в работе модельного кинетического уравнения Вильямса в качестве основного уравнения, описывающего кинетику процессов переноса. Определены модели граничных условий на стенках каналов и основные параметры при моделировании течений разреженного газа в каналах. Сформулированы основные положения, лежащие в основе математических моделей процессов переноса. Проведена линеаризация кинетического уравнения Вильямса и определены основные макропараметры газа в каналах через функцию распределения.

Во второй главе в первом разделе сформулированы условия задачи о тепловом крипе в рамках диффузной модели отражения. Во втором разделе рассмотрено неизотермическое течение разреженного газа в длинном прямоугольном канале, стенки которого расположены в плоскостях $x = \pm a/2$ и $y = \pm b/2$. В предположении, что течение газа обусловлено продольным градиентом температуры, который является малым по абсолютной величине (задача о тепловом крипе), линеаризованное уравнение Вильямса сведено к квазилинейному дифференциальному уравнению в частных производных

$$\left(\frac{\partial Z}{\partial x} \cos \varphi + \frac{\partial Z}{\partial y} \sin \varphi \right) \gamma \text{Kn} \sin \theta + Z(x, y, \varphi, \theta) + 1 = 0, \quad (1)$$

где $Z(x, y, \varphi, \theta)$ – неизвестная функция; x и y – координаты радиус-вектора \mathbf{r} молекул газа в плоскости, перпендикулярной сечению канала; C, φ, θ – сферические координаты вектора молекулярной скорости \mathbf{C} в пространстве скоростей; Kn – число Кнудсена, $\gamma = 5\sqrt{\pi}/4$. При этом все величины в (1) записаны в безразмерном виде. В качестве размерного масштаба выбрана величина b' . Показано, что в рамках диффузной модели отражения граничное условие для функции $Z(x, y, \varphi, \theta)$ становится однородным

$$Z(\pm a/2, y, \varphi, \theta) = 0, \quad \pm \cos \varphi < 0, \quad (2)$$

$$Z(x, \pm b/2, \varphi, \theta) = 0, \quad \pm \sin \varphi < 0. \quad (3)$$

Решение уравнения (1) с граничными условиями (2) и (3) найдено методом характеристик. Для этого записана система уравнений характеристик и получены два ее первых интеграла

$$\frac{dx}{\gamma \text{Kn} \cos \varphi \sin \theta} = \frac{dy}{\gamma \text{Kn} \sin \varphi \sin \theta} = -\frac{dZ}{Z(x, y, \varphi, \theta) + 1} = dt,$$

$$\frac{x}{\cos \varphi} - \frac{y}{\sin \varphi} = C_1, \quad (Z(x, y, \varphi, \theta) + 1) \exp\left(\frac{x}{\gamma \text{Kn} \cos \varphi \sin \theta}\right) = C_2. \quad (4)$$

Постоянные интегрирования C_1 и C_2 в (4) найдены из граничных условий (2) и (3). В результате решение краевой задачи (1)-(3) записано аналитически и получен явный вид функции распределения. Показано, что отличные от нуля компоненты безразмерных вектора потока тепла $q_{T,z}(x, y)$ и массовой скорости $U_{T,z}(x, y)$ газа в канале определяются по формулам

$$q_{T,z}(x, y) = -\frac{3\gamma \text{Kn}}{2\sqrt{\pi}} \left(1 - \frac{3}{4\pi} \sum_{k=1}^4 \int_0^{\pi} \cos^2 \theta \sin \theta d\theta \int_{\varphi_{k-1}}^{\varphi_k} w_k d\varphi \right), \quad (5)$$

$$U_{T,z}(x, y) = \frac{\gamma \text{Kn}}{3\sqrt{\pi}} \left(1 - \frac{3}{4\pi} \sum_{k=1}^4 \int_0^{\pi} \cos^2 \theta \sin \theta d\theta \int_{\varphi_{k-1}}^{\varphi_k} w_k d\varphi \right), \quad (6)$$

$$w_1(x, \varphi, \theta) = \exp\left(-\frac{2x - a}{2\gamma\text{Kn} \cos \varphi \sin \theta}\right), \quad w_2(y, \varphi, \theta) = \exp\left(-\frac{2y - b}{2\gamma\text{Kn} \sin \varphi \sin \theta}\right),$$

$$w_3(x, \varphi, \theta) = \exp\left(-\frac{2x + a}{2\gamma\text{Kn} \cos \varphi \sin \theta}\right), \quad w_4(y, \varphi, \theta) = \exp\left(-\frac{2y + b}{2\gamma\text{Kn} \sin \varphi \sin \theta}\right),$$

$$\varphi_0 = \text{arctg} \frac{2y + b}{2x - a} + \pi, \quad \varphi_1 = \text{arctg} \frac{2y - b}{2x - a} + \pi, \quad \varphi_2 = \text{arctg} \frac{2y - b}{2x + a} + 2\pi,$$

$$\varphi_3 = \text{arctg} \frac{2y + b}{2x + a} + 2\pi, \quad \varphi_4 = \text{arctg} \frac{2y + b}{2x - a} + 3\pi.$$

С учетом построенного решения получены выражения для приведенных потоков тепла и массы газа в канале

$$J_{T,Q} = \frac{8}{ab} \int_0^{b/2} \int_0^{a/2} q_{T,z}(x, y) dx dy, \quad J_{T,M} = \frac{8}{ab} \int_0^{b/2} \int_0^{a/2} U_{T,z}(x, y) dx dy. \quad (7)$$

В таблице 1 приведены значения $J_{T,M}$, найденные согласно (7), и результаты работ [1], [2], полученные с использованием S-модели кинетического уравнения Больцмана методом дискретных ординат. Отличие приведенных значений потока массы газа от [1] и [2] для каналов с квадратным сечением ($a = 1$) не превышает 8% при $\text{Kn} > 10$. Для каналов с $a > 1$ различие значений увеличивается. Причем значения $J_{T,M}$ при $\text{Kn} = 1000$, полученные по формуле (7), как следует из таблицы 1 ближе к свободномолекулярному пределу (первая строка таблицы), чем результаты работ [1] и [2]. При $\text{Kn} = 50$ отличие значений массового потока уменьшается до 3% для $a = 1, 2$.

Таблица 1. Значения $J_{T,M}$ для $a = 1, 2, 4$ и 10 в сравнении с результатами [1], [2]

$\frac{1}{\text{Kn}}$	a							
	1		2		4		10	
	[1]	(7)	[2]	(7)	[2]	(7)	[1]	(7)
0.000	0.4194	0.4194	—	0.5762	—	0.7504	0.9954	0.9954
0.001	0.4181	0.4186	0.5736	0.5749	0.7451	0.7479	0.9839	0.9898
0.010	0.4110	0.4142	0.5558	0.5666	0.7120	0.7329	0.9165	0.9579
0.020	0.4037	0.4102	0.5416	0.5593	0.6874	0.7198	0.8658	0.9314
0.040	0.3912	0.4033	0.5210	0.5468	0.6524	0.6981	0.7960	0.8892
0.080	0.3716	0.3918	0.4925	0.5262	0.6051	0.6632	0.7078	0.8251
0.100	0.3637	0.3866	0.4815	0.5172	0.5871	0.6483	0.6763	0.7990
0.500	0.2953	0.3182	0.3731	0.4033	0.4239	0.4735	0.4490	0.5323
1.000	0.2545	0.2669	0.3122	0.3246	0.3428	0.3659	0.3553	0.3949
10.00	0.0868	0.0705	0.0921	0.0851	0.0947	0.0749	0.0956	0.0758

[1] Sharipov, F.M. Rarefied gas flow through a long rectangular channel/ F.M. Sharipov// J. Vac. Sci. Technol. A. – 1999. – Vol. 17. № 5. – Pp. 3062–3066.

[2] Graur, I. Rarefied gas flow through a long rectangular channel of variable cross section / I. Graur, M.T. Ho // Vacuum. – 2014. – Vol. 101. – Pp. 328–332.

Профили распределения массовой скорости газа в канале, вычисленные по формуле (6) при $\text{Kn} = 1$ и 10 для отношения сторон сечения $a = 1$ и 10 , представлены на рис. 1. Из рисунка видно, что величина $U_{T,z}$ монотонно возрастает с увеличением a и значений числа Kn , что обусловлено с одной стороны ослаблением сопротивления на стенках $x = \pm a/2$ и уменьшением влияния межмолекулярных столкновений на характер течения газа с другой стороны. Начиная с $\text{Kn} = 10$, распределение массовой скорости приближается по своей форме к параболическому цилиндру, отклонение от которого происходит в непосредственной близости от стенок канала. При этом значительная часть профиля скорости постоянна, что соответствует квазиодномерному течению в средней части канала. Для $\text{Kn} \geq 10$ профиль распределение $U_{T,z}$ в канале с квадратным сечением представляет собой эллиптический параболоид. Уменьшение числа Кнудсена ведет к уменьшению скорости скольжения на каждой из стенок канала, причем на стенках $y = \pm b/2$ значение этой величины остается больше, чем на $x = \pm a/2$ для $a > 1$. Профиль скорости имеет максимум в начале координат.

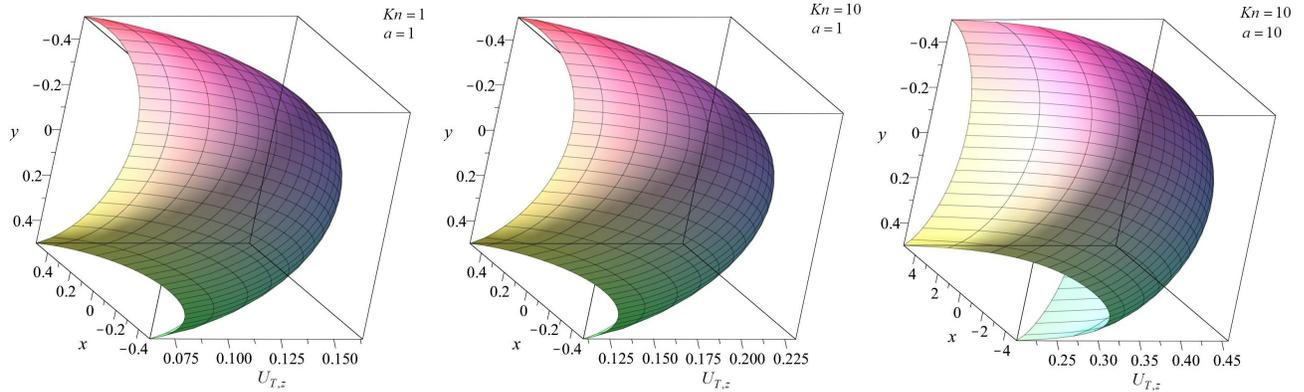


Рис. 1. Профили массовой скорости газа $U_{T,z}$ в прямоугольном канале при $\text{Kn} = 1, 10$ для $a = 1$ и 10

С использованием описанной выше процедуры в остальных разделах второй главы получены аналитические решения краевых задач о тепловом крипе и течении Пуазейля для цилиндрического, эллиптического каналов и каналов, имеющих внутренний цилиндрический элемент. При этом для цилиндрического канала и каналов, образованных двумя цилиндрами, осуществлен переход к цилиндрической системе координат в конфигурационном пространстве. Полученные на основании этих решений профили распределения массовой скорости газа в канале, образованном двумя цилиндрами, при $\text{Kn} = 10$ представлены на рис. 2, где $R_1 = R'_1/R'_2$ и $a = a'/R'_2$ – безразмерные радиус внутреннего цилиндра и расстояние между осями цилиндров. Из рис. 2 следует, что при любом отношении радиусов величина $U_{T,z}$ имеет максимум, который сдвигается в сторону внутреннего цилиндра при уменьшении его радиуса. При $a > 0$ распределение $U_{T,z}$ перестает быть осесимметричным.

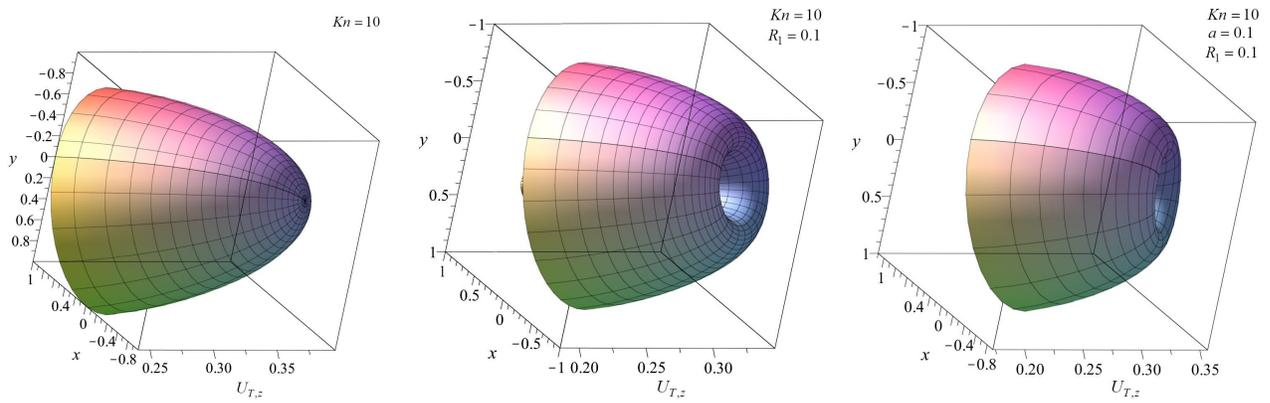


Рис. 2. Профили массовой скорости газа $U_{T,z}$ в канале, образованном двумя цилиндрами, при $\text{Kn} = 10$

На основе построенных моделей получены выражения приведенных потоков для промежуточного режима течения и вычислены значения этих потоков. Показано, что в свободномолекулярном пределе найденные выражения переходят в аналогичные, полученные с использованием кинетического уравнения Больцмана для бесстолкновительного газа. Проведен сравнительный анализ полученных значений приведенных потоков с результатами, полученными в рамках БГК и S моделей кинетического уравнения Больцмана с постоянной частотой столкновения, а также с экспериментальными данными для цилиндрического канала. Получены формулы для определения приведенных потоков в прямоугольном и слабдеформированном эллиптическом канале в свободномолекулярном режиме течения, а в цилиндрическом канале — для режимов течения, близких к свободномолекулярному. Показано, что для режимов, близких к гидродинамическому, приведенные потоки тепла и массы не зависят от размеров сечения канала.

В третьей главе построены математические модели течений разреженного газа в каналах при зеркально-диффузном отражении молекул газа от стенок каналов. Показано, что результаты, полученные на основании этих моделей обобщают ранее найденные во второй главе результаты. Выявлено существенное влияние коэффициента аккомодации тангенциального импульса молекул газа на величины потоков при приближении к свободномолекулярному режиму течения.

В четвертой главе приведено описание алгоритмов и программного комплекса для нахождения макропараметров газа в каналах на основе построенных моделей с использованием полиномов Чебышёва. Данные алгоритмы реализованы в системе компьютерной алгебры Maple 18 в виде программного комплекса с применением объектно-ориентированного подхода. Выбор среды вычислений обусловлен тем, что эта система сочетает в себе инструменты для сложных программных вычислений и эффективные средства графической визуализации математических моделей. Схема программного комплекса показана на рис. 3.

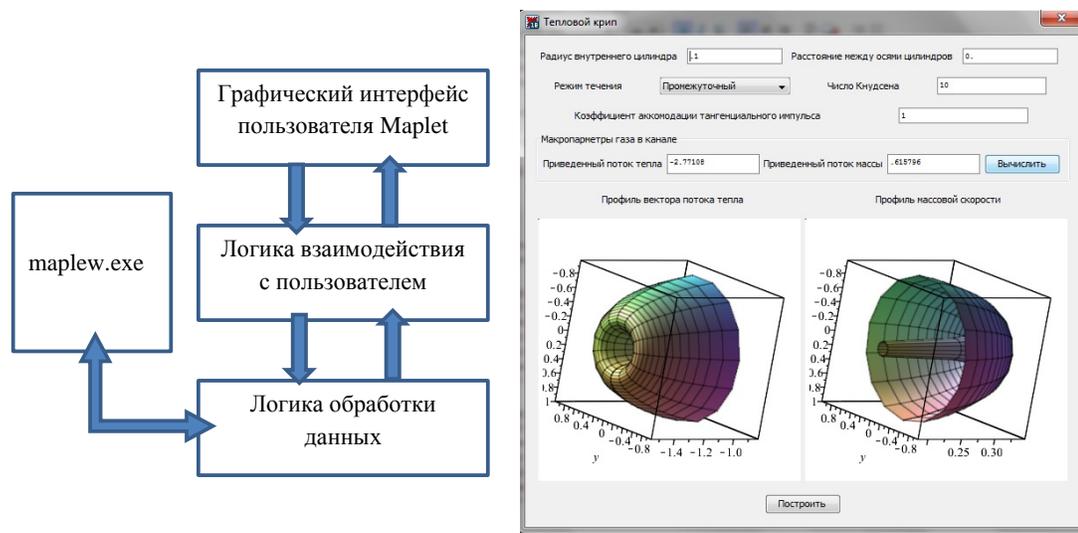


Рис. 3. Схема программного комплекса и интерфейс программы ”Расчет макропараметров газа в канале, образованном двумя цилиндрическими поверхностями”

Предложенный комплекс включает в себя программы для вычисления значений приведенных потоков тепла и массы газа в этих каналах, а также построения сложных динамически управляемых геометрических моделей компонент массовой скорости и вектора потока тепла. Одним из элементов этого комплекса является графический интерфейс пользователя, который представляет собой Marplet с функциональными возможностями Java-приложений (рис. 3). Данный компонент реализован с использованием библиотек Maplets, Elements, Tools. Приведена структура разработанного комплекса и рассмотрены его основные элементы и инструменты моделирования с описанием функциональных возможностей. С использованием разработанного программного комплекса выполнен ряд верифицированных расчетов. По результатам проведенного исследования оформлено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ

Диссертация представляет собой завершенную научно-квалификационную работу, в которой на основании проведенного исследования получены решения задач математического моделирования процессов тепло- и массопереноса в каналах при произвольных значениях числа Кнудсена и коэффициента аккомодации тангенциального импульса, которая вносит существенный вклад в развитие кинетической теории разреженного газа и имеет важное значение для таких отраслей промышленности, как вакуумная и микро- и нанoeлектронная.

В представленной работе получены следующие значимые научные результаты.

1. Разработан комплексный подход к моделированию течений разреженного газа с применением аналитических методов для построения решений кинетического модельного уравнения с частотой, пропорциональной молекулярной скорости, и численных методов для получения значений потоков тепла и массы газа в микро- и наноканалах технических систем.

2. Получены аналитические решения задач о тепловом крипе и течении Пуазейля в длинных микро- и наноканалах в зависимости размеров и конфигураций их поперечных сечений, значений коэффициента аккомодации тангенциального импульса и числа Кнудсена.

3. Для промежуточного режима течения газа с использованием предложенного комплексного подхода построены математические модели процессов переноса в прямоугольном, цилиндрическом, эллиптическом каналах и каналах, содержащих внутренний цилиндр, в рамках задач о тепловом крипе и течении Пуазейля.

4. В рамках построенных моделей получены распределения вектора потока тепла и массовой скорости газа в поперечных сечениях каналов, вычислены значения приведенных потоков тепла и массы газа. Показано, что выражения для макроскопических величин в свободномолекулярном режиме согласуются с результатами, полученными на основе уравнения Больцмана для бесстолкновительного газа.

5. Предложены эффективные алгоритмы расчета макропараметров газа с использованием полиномов Чебышёва. Выполненный в работе анализ полученных результатов показал, что предложенные алгоритмы позволяют получать верифицированные наборы значений макропараметров газа для произвольных значений числа Кнудсена при диффузном и зеркально-диффузном отражениях молекул газа от внутренних поверхностей каналов.

6. В результате проведенного на основе полученных математических моделей вычислительного эксперимента показано существенное влияние наличия цилиндрического элемента и отклонения коэффициента аккомодации тангенциального импульса от единичного значения на макропараметры газа в каналах с размерами, сопоставимыми со средней длиной сводного пробега частиц газа.

7. Полученные в представленном диссертационном исследовании результаты могут быть применены для решения многих практически важных задач при разработке и модернизации микро- и нанoeлектронных систем, а также в высшей школе при подготовке инженерных и научных кадров.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Список публикаций в изданиях, рекомендованных ВАК РФ

[1] Гермидер, О.В. Математическое моделирование процесса теплопереноса в длинном цилиндрическом канале / О.В. Гермидер, В.Н. Попов, А.А. Юшканов // Журнал Средневолжского математического общества. – 2015. – Т. 17, №1. – С. 22–29.

[2] Гермидер, О.В. Вычисление в рамках кинетического подхода потока тепла в длинном канале постоянного прямоугольного поперечного сечения / О.В. Гермидер, В.Н. Попов, А.А. Юшканов // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. – 2015. – №2. – С. 96–106

[3] Гермидер, О.В. Математическое моделирование процесса переноса тепла в прямоугольном канале в задаче о течении Пуазейля / О.В. Гермидер, В.Н. По-

пов // Сибирские электронные математические известия. – 2016. – Т. 13. – С. 1401–1409. (*Входит в Web of Science*).

[4] Гермидер, О.В. Вычисление потоков массы газа и тепла в канале прямоугольного сечения в свободномолекулярном режиме / О.В. Гермидер, В.Н. Попов, А.А. Юшканов // Журнал технической физики. – 2016. – Т. 86, №6. – С. 37–41.

Переводная версия: Germider, O.V. Computation of the gas mass and heat fluxes in a rectangular channel in the free molecular regime / O.V. Germider, V.N. Popov, A.A. Yushkanov // Technical Physics. – 2016. – Vol. 61, no 835. – Pp. 835–840. (*Входит в Scopus и Web of Science*).

[5] Гермидер, О.В. Математическое моделирование процесса переноса тепла в прямоугольном канале в зависимости от числа Кнудсена / О.В. Гермидер, В.Н. Попов // Журнал Средневолжского математического общества. – 2016. – Т. 18, №2. – С. 85–93.

[6] Гермидер, О.В. Математическое моделирование процесса переноса тепла в прямоугольном канале в задаче о течении Пуазейля с зеркально-диффузными граничными условиями / О.В. Гермидер, В.Н. Попов // Вычислительные технологии. – 2017. – Т. 22, №S1. – С. 13–26.

[7] Гермидер, О.В. Математическое моделирование процессов переноса в канале эллиптического сечения в свободномолекулярном режиме / О.В. Гермидер, В.Н. Попов, А.А. Юшканов // Сибирский журнал индустриальной математики. – 2017. – №3. – С. 24–30.

Переводная версия: Germider, O.V. Mathematical simulation of transfer processes in an elliptical channel in a free molecular regime / O.V. Germider, V.N. Popov, A.A. Yushkanov // Journal of Applied and Industrial Mathematics. – 2017. – Vol. 11, no 347. – Pp. 347–353. (*Входит в Scopus*).

[8] Гермидер, О.В. Процесс переноса тепла в эллиптическом канале / О.В. Гермидер, В.Н. Попов, А.А. Юшканов // Математическое моделирование. – 2017. – Т. 29, №1. – С. 84–94.

Переводная версия: Germider, O.V. Heat transfer process in an elliptical channel / O.V. Germider, V.N. Popov, A.A. Yushkanov // Mathematical Models and Computer Simulations. – 2017. – Vol. 9, no 521. – Pp. 521–528. (*Входит в Scopus*).

[9] Гермидер, О.В. Математическое моделирование течения разреженного газа в прямоугольном канале с внутренним цилиндрическим элементом / О.В. Гермидер, В.Н. Попов // Сибирские электронные математические известия. – 2017. – Т. 14. – С. 518–527. (*Входит в Web of Science*).

[10] Гермидер, О.В. Потоки тепла и массы при неполной аккомодации молекул разреженного газа стенками эллиптического канала / О.В. Гермидер, В.Н. Попов // Известия РАН. Механика жидкости и газа. – 2017. – №5. – С. 103–109.

Переводная версия: Germider, O.V. Heat and mass fluxes upon incomplete accommodation of rarefied gas molecules by the walls of an elliptic channel / O.V. Germider, V.N. Popov // Fluid Dynamics. – 2017. – Vol. 52, no 5. – Pp. 695–701. (*Входит в Scopus и Web of Science*).

[11] Гермидер, О.В. Математическое моделирование процесса переноса тепла в эллиптическом канале под действием градиента давления / О.В. Гермидер, В.Н. Попов, А.А. Юшканов // Журнал технической физики. – 2017. – Т. 87, №3. – С. 331–334.

Переводная версия: Germider, O.V. Mathematical simulation of heat transfer in an elliptic channel under the action of a pressure gradient / O.V. Germider, V.N. Popov, A.A. Yushkanov // Technical Physics. – 2017. – Vol. 62, no 3. – Pp. 355–358. (*Входит в Scopus и Web of Science*).

[12] Гермидер, О.В. Математическое моделирование процессов тепло- и массопереноса в цилиндрическом канале в зависимости от коэффициента аккомодации тангенциального импульса / О.В. Гермидер, В.Н. Попов // Журнал технической физики. – 2017. – Т. 87, №11. – С. 1603–1608.

Переводная версия: Germider, O.V. Mathematical simulation of heat and mass transfer in a cylindrical channel versus the tangential momentum accommodation coefficient / O.V. Germider, V.N. Popov // Technical Physics. – 2017. – Vol. 62, no 11. – Pp. 1605–1610. (*Входит в Scopus и Web of Science*).

[13] Гермидер, О.В. Аналитическое решение задачи о переносе тепла в разреженном газе между двумя коаксиальными цилиндрами / О.В. Гермидер, В.Н. Попов, А.А. Юшканов // Прикладная механика и техническая физика. – 2017. – Т. 58, №2 (342). – С. 115–121.

Переводная версия: Germider, O.V. Analytical solution of the problem of heat transfer in rarefied gas between two coaxial cylinders / O.V. Germider, V.N. Popov, A.A. Yushkanov // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. – 2017. – Vol. 58, no 2. – Pp. 285–290. (*Входит в Scopus и Web of Science*).

[14] Гермидер, О.В. Математическое моделирование процессов переноса в цилиндрическом канале / О.В. Гермидер, В.Н. Попов // Журнал Средневолжского математического общества. – 2018. – Т. 20, №1. – С. 64–77.

[15] Гермидер, О.В. Процессы переноса при неполной аккомодации на стенках прямоугольного канала / О.В. Гермидер, В.Н. Попов // Математическое моделирование. – 2018. – Т. 30, №1. – С. 55–62. (*Переводная версия входит в Scopus*).

Список публикаций в прочих научных журналах и изданиях

[16] Germider, O.V. Computation of the heat flux in a cylindrical duct within the framework of the kinetic approach / O.V. Germider, V.N. Popov, A.A. Yushkanov // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2016. – Vol. 89, no 5. – Pp. 1338–1343. (*Входит в Scopus и Web of Science*).

[17] Germider, O.V. Mathematical modelling of the mass transfer process between two coaxial cylinders in the problem of thermal creep / O.V. Germider, V.N. Popov // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2016. – Vol. 158, no 1. (*Входит в Scopus*).

[18] Germider, O.V. Mathematical Simulation of the Heat and Mass Transfer in a Plane Channel with Infinite Parallel Walls under the Action of a Temperature Gradient / O.V. Germider, V.N. Popov // Nonlinearity Problems, Solutions and Applications. Monograph, Volume 1. Chapter 2. – Nova Science Publishers, Inc.

New York, 2017. – Pp. 33–45.

[19] Germider, O.V. Mathematical Simulation of the Mass Transfer in a Long Rectangular Channel under the Action of a Temperature Gradient / O.V. Germider, V.N. Popov // Nonlinearity Problems, Solutions and Applications. Monograph, Volume 1. Chapter 4. Nova Science Publishers, Inc. New York. – 2017. Pp. 63–75.

[20] Гермидер, О.В. Математическое моделирование процесса переноса тепла в полукруглом канале / О.В. Гермидер, В.Н. Попов // Современные методы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий (ПМТУКТ-2015) Сборник трудов VIII международной конференции. – 2015. – С. 284–287.

[21] Гермидер, О.В. Математическое моделирование процесса переноса массы в эллиптическом канале // О.В. Гермидер, В.Н. Попов // Современные методы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий (ПМТУКТ-2016) Сборник трудов IX международной конференции. – 2016. – С. 280–283.

[22] Гермидер, О.В. Вычисление потоков массы газа и тепла в сильноразреженном газе через поперечное сечение канала, образованного двумя цилиндрическими поверхностями / О.В. Гермидер, В.Н. Попов // Физический вестник Высшей школы естественных наук и технологий САФУ, Архангельск. – 2016. – С. 9–21.

[23] Гермидер, О.В. Моделирование потоков массы газа и тепла в канале эллиптического сечения в свободномолекулярном режиме / О.В. Гермидер, В.Н. Попов // Высокопроизводительные вычисления на GRID системах сборник тезисов молодежной научной конференции. – 2016. – С. 69–71.

[24] Гермидер, О.В. Математическое моделирование процессов переноса тепла и массы в прямоугольном канале в свободномолекулярном режиме / О.В. Гермидер, В.Н. Попов, А.А. Юшканов // Фундаментальные физико-математические проблемы и моделирование технико-технологических систем ежегодный сборник научных трудов. – 2016. – С. 88–97.

[25] Гермидер, О.В. Математическое моделирование течения разреженного газа в прямоугольном канале с внутренним цилиндрическим элементом / О.В. Гермидер / ЛОМОНОСОВ - 2017 Сборник тезисов XXIV Международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. – 2017. – С. 62–64.

Свидетельства о регистрации программных продуктов

Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ №2017619922.