

На правах рукописи

Минина Анастасия Александровна

**Адиабатическое приближение для процессов
нелинейной ионизации и генерации высших
гармоник в интенсивных лазерных полях**

01.04.02 – Теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Воронеж – 2019

Работа выполнена в Воронежском государственном университете.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, доцент
Фролов Михаил Владимирович.

Официальные оппоненты: Попов Александр Михайлович,
доктор физико-математических наук, профессор,
НИИ ядерной физики имени Д.В. Скобельцына МГУ, кафедра атомной физики, физики плазмы и микроэлектроники, профессор.
Гореславский Сергей Павлович,
доктор физико-математических наук, профессор,
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», кафедра теоретической ядерной физики, профессор.

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет».

Защита состоится «19» сентября 2019 г. в 16⁴⁰ часов на заседании диссертационного совета Д 212.038.06 при Воронежском государственном университете, расположенном по адресу: 394006, Воронеж, Университетская пл., 1, ауд. 428.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Воронежского государственного университета.

Автореферат разослан « » 2019 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,
доктор физико-математических наук

Дрождин С. Н.

Общая характеристика работы

Актуальность работы

Актуальность исследования нелинейных процессов, возникающих при взаимодействии атомных и молекулярных мишеней с интенсивным лазерным излучением, в первую очередь, обусловлена неослабевающим интересом к нелинейным эффектам в сечениях элементарных процессов, индуцированных взаимодействием сильного лазерного поля с атомными и молекулярными системами. К элементарным процессам в интенсивном лазерном поле относят нелинейную ионизацию (включая одноэлектронную и многоэлектронную), генерацию высших гармоник (ГВГ), тормозное излучение, модифицированное лазерным полем, и т.д. [1–3]. Из всего многообразия нелинейных эффектов в интенсивном лазерном поле выделяют эффект плато в спектрах ГВГ, который заключается в слабой зависимости выхода гармоники от её частоты [1–4]. Значимость данного эффекта состоит в возможности создания на его основе компактных источников когерентного ультрафиолетового и вакуумного ультрафиолетового излучения [5, 6], генерации импульсов предельно короткой длительности порядка 10^{-18} сек. (аттоимпульсов) [2, 3], развитие методов аттосекундной спектроскопии [7, 8] и спектроскопии сверхбыстрых процессов [4, 9], а также в приготовлении «затравочных» импульсов для лазерных установок на свободных электронах [10, 11].

Несмотря на то, что первая модель, качественно описывающая эффект плато, была предложена более 25 лет назад [12], развитие аналитических теорий и моделей для ГВГ остаётся актуальным и по настоящее время. Этот факт определяется тем, что в существующих теоретических моделях присутствует ряд существенных недостатков, обусловленных необходимостью одновременного учёта взаимодействия оптически активного электрона с сильным лазерным полем и внутренней динамики атомной (молекулярной) мишени, включающей воздействие атомного остова на электрон.

Например, широко используемое приближение сильного поля [13] качественно описывает поведение атомной системы в сильном лазерном поле. Одним из недостатков данной модели является пренебрежение кулоновским взаимодействием между электроном и атомным остовом на всех трёх этапах формирования гармоники (ионизация, распространение, рекомбинация) [12]. Это связано с тем, что данная модель основана на плосковолновом приближении, что не позволяет учесть эффекты атомной (молекулярной) структуры мишени. Поэтому в случае применения этого приближения для расчёта спектров ГВГ возникают количественные, а порой и качественные расхождения с экспериментальными данными и численными расчётами. Несмотря на указанные недостатки, данная модель оказалась весьма полезной для дальнейшего развития теории ГВГ, а именно послужила основой для создания

метода квантовых орбит (МКО) [4, 14, 15]. В рамках этого метода амплитуда представляется в виде суммы парциальных амплитуд, каждой из которых можно поставить в соответствие замкнутую комплексную траекторию. Данные траектории формально удовлетворяют уравнениям Ньютона с комплексными временами начала и окончания движения электрона. Несмотря на то, что в рамках данного метода с квазиклассической точностью можно учесть влияние кулонова поля на оптически активный электрон [16, 17], физическая интерпретация спектров ГВГ в рамках данного подхода в ряде случаев весьма затруднительна.

Стоит отметить, что большой популярностью при расчёте спектров ГВГ пользуется численное моделирование, основанное на интегрировании нестационарного уравнения Шрёдингера (НУШ). Однако, получить точные решения в рамках этого метода удаётся лишь в ограниченном интервале параметров лазерного поля. Например, даже в приближении одного активного электрона [9, 18] численное моделирование в низкочастотных (с длиной волны $\lambda \gtrsim 2$ мкм) интенсивных ($I > 10^{14}$ Вт/см²) лазерных полях является крайне сложной задачей, особенно в случаях, когда поляризация лазерного импульса отлична от линейной [19, 20]. Таким образом, в силу того, что численное моделирование может быть выполнено в ограниченной области лазерных параметров и обладает малой предсказательной силой, создание аналитических моделей становится ещё более актуальным.

В последнее время особо возрос интерес к генерации излучения атомными и молекулярными системами в бициркулярном лазерном поле (поле, представляющем собой суперпозицию двух циркулярно поляризованных импульсов с различными частотами), вызванный возможностью генерации излучения (включая короткие импульсы) с циркулярной или эллиптической поляризацией [21–25]. С практической точки зрения короткие лазерные импульсы ультрафиолетового или рентгеновского диапазона с контролируемой степенью циркулярной поляризации используются для изучения взаимодействия излучения с веществом, например, с киральными материалами [22, 26–28] и многоатомными молекулами [21, 24, 29]. Следует отметить, что задача контроля поляризационных свойств гармоник и коротких импульсов остаётся актуальной по настоящее время.

Цель диссертационной работы – разработка учитывающей эффекты атомной структуры аналитической модели для описания процесса генерации высших гармоник в интенсивном низкочастотном лазерном поле с произвольной временной структурой, и её применение к задаче о ГВГ в импульсном бициркулярном лазерном поле.

В рамках поставленной цели решены следующие задачи:

1. Дано обобщение модели эффективного радиуса с двумя связанными состояниями на случай интенсивного лазерного поля с произвольной

временной зависимостью.

2. В рамках адиабатического подхода предложен приближённый метод вычисления амплитуды ГВГ в интенсивном низкочастотном лазерном импульсе с произвольной огибающей.
3. Получены аналитические выражения для кулоновских факторов в амплитудах фотоотрыва и генерации высших гармоник в адиабатическом приближении для интенсивного низкочастотного лазерного поля.
4. Предложено обобщение модельных результатов для амплитуды ГВГ на случай реальных атомных систем, и установлена точность развитой модели посредством сравнения с результатами численного интегрирования нестационарного уравнения Шрёдингера.
5. В рамках развитой аналитической модели рассмотрена генерация высших гармоник в импульсном бициркулярном лазерном поле с целью исследования зависимости выхода гармоник и их поляризационных свойств от временной задержки между двумя циркулярно поляризованными компонентами поля с несущими частотами ω и 2ω .

Научная новизна

В рамках диссертации предложено обобщение аналитической модели взаимодействия интенсивного монохроматического лазерного поля с атомной системой, основанное на теории эффективного радиуса и формализме квазистационарных квазиэнергетических состояний (ККЭС), на случай лазерного импульса с произвольной временной огибающей. Данная модель учитывает два связанных состояния с пространственной s и p -симметрией, а также динамический континуум, описываемый двумя парциальными фазами рассеяния в каналах с $l = 0, 1$, где l -орбитальный момент. Разработан теоретический подход для вычисления кулоновских факторов для парциальных амплитуд фотоотрыва и ГВГ в адиабатическом приближении. Развита обобщённая модель ГВГ нейтральными атомными системами (с валентным s электроном) в интенсивном низкочастотном лазерном поле и исследована её точность. Предложены новые каналы управления выходом гармоник и их поляризационными свойствами в импульсном бициркулярном лазерном поле посредством изменения временной задержки между циркулярными компонентами этого поля.

Научная ценность и практическая значимость состоит в разработке модельного подхода к описанию процесса ГВГ в интенсивном низкочастотном лазерном поле с произвольной временной структурой в рамках адиабатического приближения, и его дальнейшего обобщения на нейтральные атомные системы. Полученные аналитические результаты позволяют предсказать

ряд новых эффектов в процессе ГВГ, в частности, усиление или подавление отдельной части спектра ГВГ и изменение поляризационного состояния генерируемых гармоник посредством изменения задержки по времени между компонентами бициркулярного поля. Предложенный механизм управления выходом гармоник и их поляризационными свойствами путём изменения временной задержки между компонентами импульсного бициркулярного поля может быть использован для генерации коротких импульсов с циркулярной и эллиптической поляризацией. Практическое приложение полученных результатов напрямую связано с возможностью создания компактных источников интенсивного когерентного излучения и аттосекундных импульсов с контролируемым поляризационным состоянием, а также развития спектроскопии сверхбыстрых процессов. Результаты диссертации целесообразно использовать в научно-исследовательских организациях и центрах, занимающихся взаимодействием сильного лазерного излучения с веществом: Институт общей физики РАН, Научно-исследовательский институт ядерной физики МГУ, РНЦ Курчатовский институт, Санкт-Петербургский государственный университет, Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Институт прикладной физики РАН, Воронежский государственный университет.

На защиту выносятся следующие основные положения:

1. Обобщение модели эффективного радиуса для системы с двумя связанными состояниями на случай интенсивного лазерного поля с произвольной временной структурой.
2. Аналитические выражения для кулоновских факторов в парциальных амплитудах фотоотрыва и генерации гармоник в адиабатическом приближении.
3. Аналитические выражения для амплитуды ГВГ нейтральными атомными системами (с валентным s электроном) в интенсивном низкочастотном лазерном поле с произвольной огибающей.
4. Механизм управления выходом ГВГ и поляризационными свойствами гармоник в импульсном бициркулярном лазерном поле, основанный на изменении временной задержки между компонентами поля.

Апробация работы

Основные результаты диссертации представлялись и докладывались на следующих конференциях:

1. 26th International Laser Physics Workshop (LPHYS' 17), July 17-21, 2017, Kazan, Russia.

2. 6th International Conference on Attosecond Physics (ATTO), 2-7 July 2017, Xi'an, China.
3. Нелинейные волны – 2018, XVIII научная школа, 26 февраля-4 марта, 2018, Нижний Новгород, Россия.
4. Научная сессия Воронежского государственного университета, 2019, Воронеж, Россия.

Публикации

Результаты диссертации опубликованы в четырёх научных статьях, цитируемых базой данных Web of Science и входящих в перечень ВАК (см. [1-4] в Списке основных публикаций по материалам диссертации), а также пяти тезисах докладов на международных конференциях (см. [5-9] в Списке основных публикаций по материалам диссертации).

Личный вклад автора

Определение целей и задач диссертации осуществлялось научным руководителем. Аналитическая модель разработана автором совместно с научным руководителем. Автором лично проведены аналитические вычисления и созданы программы для численных расчётов, интерпретированы результаты, представленные в диссертации. Подготовка к публикации полученных результатов проводилась совместно с соавторами, причём вклад диссертанта был существенным. Положения диссертационной работы, выносимые на защиту, получены автором лично.

Структура и объём диссертации

Диссертация состоит из Введения, Обзора литературы, 4 глав, Заключение и Списка литературы. Общий объём диссертации 130 страниц, из них 99 страниц текста, включая 21 рисунок, 1 таблицу. Список литературы включает 172 наименования на 26 страницах.

Содержание работы

Во Введении обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и аргументирована научная новизна исследований, указана практическая значимость полученных результатов и представлены выносимые на защиту научные положения.

В первой главе развита модель эффективного радиуса (МЭР) с двумя связанными состояниями в сильном лазерном поле с произвольной огибающей. В рамках МЭР в низкочастотном пределе получены уравнения на комплексную квазиэнергию и выражение для амплитуды ГВГ.

В разделе 1.1 дан краткий обзор формализма ККЭС.

В разделе 1.2 в адиабатическом приближении получены уравнения на комплексную квазиэнергию, а также выражение для поправки к комплексной квазиэнергии в периодическом двухкомпонентном лазерном поле, обусловленной полем гармоника. Векторный потенциал суммарного поля, состоящего из лазерного поля и поля гармоника, имеет вид:

$$\tilde{\mathbf{A}}(t) = \mathbf{A}_\tau(t) + \frac{F_\Omega}{\Omega} \text{Im} [\mathbf{e}_\Omega e^{-i\Omega t}], \quad (1)$$

$\mathbf{A}_\tau(t)$ — векторный потенциал периодического лазерного поля, который соответствует последовательности коротких импульсов сдвинутых относительно друг друга на время $\mathcal{T} = 2\pi/\omega_\tau$, вектор напряжённости поля гармоника даётся выражением: $\mathbf{F}_\Omega(t) = F_\Omega \text{Re}[\mathbf{e}_\Omega e^{-i\Omega t}]$, \mathbf{e}_Ω — вектор поляризации гармоника, Ω — частота гармоника. Учитывая, что F_Ω мало, можно представить комплексную квазиэнергию ϵ в виде суммы $\epsilon = \epsilon_0 + \Delta\epsilon$, где ϵ_0 — комплексная квазиэнергия для сильного периодического поля с векторным потенциалом $\mathbf{A}_\tau(t)$ и $F_\Omega = 0$, $\Delta\epsilon \propto F_\Omega$ — линейная по F_Ω поправка, обусловленная полем гармоника.

Амплитуда ГВГ $\mathcal{A}(\Omega)$ в сильном периодическом лазерном поле определяется Фурье-компонентой лазерно-индуцированного дипольного момента \mathbf{D}_Ω , которая выражается через первую производную от $\Delta\epsilon$ [30] (в работе используется атомная система единиц):

$$\mathcal{A}(\Omega) = \mathbf{e}_\Omega^* \cdot \mathbf{D}_\Omega, \quad (2)$$

$$\mathbf{D}_\Omega = -4 \frac{\partial \Delta\epsilon}{\partial \mathbf{F}_\Omega^*}, \quad \mathbf{F}_\Omega^* = F_\Omega \mathbf{e}_\Omega^*. \quad (3)$$

Выражение для амплитуды ГВГ для случая периодического импульса получается как предельный случай $\omega_\tau \rightarrow 0$ при фиксированном Ω [31]:

$$\mathcal{A}(\Omega) = \mathbf{e}_\Omega^* \cdot \mathbf{D}(\Omega), \quad \mathbf{D}(\Omega) = \lim_{\omega_\tau \rightarrow 0} \mathbf{D}_\Omega / \omega_\tau, \quad (4)$$

В разделе 1.3 сформулированы основные результаты первой главы.

Вторая глава диссертации посвящена применению адиабатического приближения для вычисления амплитуды фотоотрыва и кулоновского фактора для парциальной амплитуды фотоотрыва в интенсивном низкочастотном лазерном поле.

В разделе 2.1 рассматривается амплитуда фотоотрыва в адиабатическом пределе, который реализуется для параметра Келдыша $\gamma \ll 1$ ($\gamma = \kappa\omega/F$, $\kappa = \sqrt{2I_p}$, F и ω — напряжённость и частота лазерного поля соответственно, I_p — потенциал ионизации) и $\omega \ll I_p$. В этом случае интеграл, описывающий амплитуду фотоотрыва, может быть оценён методом перевала. В

этом приближении амплитуда фотоотрыва может быть представлена в виде суммы парциальных амплитуд:

$$\mathcal{A}(\mathbf{p}) = \sum_{\nu} a_{\nu}(\mathbf{p}), \quad (5)$$

где индекс ν нумерует перевальные решения, удовлетворяющие уравнению:

$$[\mathbf{p} + \mathbf{A}(t_{\nu})]^2 + 2I_p = 0, \quad (6)$$

\mathbf{p} — импульс фотоэлектрона, $\mathbf{A}(t)$ — векторный потенциал лазерного поля, $\mathbf{V}(t) = \mathbf{p} + \mathbf{A}(t)$ — обобщённый импульс. Решениями уравнения (6) могут быть только комплексные числа, $t_{\nu}(\mathbf{p}) \equiv t_{\nu} = \bar{t}_{\nu} + i\Delta_{\nu}$, где \bar{t}_{ν} и Δ_{ν} вещественны. Отметим, что только корни с положительной мнимой частью ($\Delta_{\nu} > 0$) должны быть включены в сумму (5), так как переход происходит из низколежащего в высоколежащее состояние [32].

В туннельном переделе $\gamma \ll 1$ время подбарьерного движения мало, поэтому $\omega\Delta_{\nu} \ll 1$ [16, 33, 34] и уравнение (6) можно формально разложить в ряд по адиабатическому параметру Δ_{ν} . С учётом этого разложения парциальная амплитуда фотоотрыва в адиабатическом пределе принимает вид:

$$\begin{aligned} a_{\nu}(\mathbf{p}) &= \frac{f_l(\mathbf{p}, \bar{t}_{\nu}) e^{iS(\mathbf{p}, \bar{t}_{\nu})}}{\sqrt{2\pi\kappa_{\nu}\mathcal{F}_{\nu}}} e^{-\kappa_{\nu}^3/(3\mathcal{F}_{\nu})}, \quad (7) \\ S(\mathbf{p}, t) &= \int_{-\infty}^t \left\{ \frac{1}{2} [\mathbf{p} + \mathbf{A}(t')]^2 + I_p \right\} dt', \\ \kappa_{\nu} &= \sqrt{\kappa^2 + \mathbf{V}_{\nu}^2}, \quad \mathbf{V}_{\nu} \equiv \mathbf{V}(\bar{t}_{\nu}), \\ \mathcal{F}_{\nu} &= \sqrt{\mathbf{F}_{\nu}^2 - \mathbf{V}_{\nu} \cdot \dot{\mathbf{F}}_{\nu}}, \quad \mathbf{F}_{\nu} \equiv \mathbf{F}(\bar{t}_{\nu}), \\ \dot{\mathbf{F}}_{\nu} &\equiv \partial\mathbf{F}(t)/\partial t|_{t=\bar{t}_{\nu}}, \end{aligned}$$

где $f_l(\mathbf{p}, t)$ — некоторая гладкая функция, явный вид которой зависит от пространственной симметрии волновой функции электрона в начальном состоянии (l — орбитальный момент электрона в начальном состоянии), $\mathbf{F}(t) = -\partial\mathbf{A}(t)/\partial t$ — вектор напряжённости лазерного поля.

В разделе 2.2 вычисляется кулоновский фактор для парциальной амплитуды фотоотрыва в адиабатическом приближении. Общий алгоритм вычисления кулоновского фактора может быть разбит на четыре шага. Первым шагом является определение траектории электрона $\mathbf{r}(t)$, удовлетворяющей граничным условиям в лазерном поле, $\mathbf{F}(t)$:

$$\left(\frac{d\mathbf{r}(t)}{dt} \right)^2 \Big|_{t=t_{\nu}} = -\kappa^2, \quad \mathbf{r}(t_{\nu}) = \mathbf{0}. \quad (8)$$

В адиабатическом пределе ($\omega\Delta_\nu \ll 1$) траекторию движения электрона достаточно рассмотреть в пределе малых времён, ограниченных лазерным периодом T : $|t - t_\nu| \ll T$, что позволяет разложить скорость электрона в окрестности точки $t = \bar{t}_\nu$ по параметру $\tau = t - \bar{t}_\nu$:

$$\frac{d\mathbf{r}(t)}{dt} = \mathbf{p} + \mathbf{A}(t) \approx \mathbf{V}_\nu - \mathbf{F}_\nu\tau - \dot{\mathbf{F}}_\nu\frac{\tau^2}{2}. \quad (9)$$

Интегрируя уравнение (9) по τ и учитывая начальное условие для $\tau = i\Delta_\nu$, можно получить искомую траекторию:

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{V}_\nu(\tau - i\Delta_\nu) - \frac{\mathbf{F}_\nu}{2}(\tau^2 + \Delta_\nu^2) - \frac{\dot{\mathbf{F}}_\nu}{6}(\tau^3 + i\Delta_\nu^3). \quad (10)$$

Следующим шагом является нахождение точек ветвления ($t^{(\text{bp})}$) функции $\sqrt{\mathbf{r}^2(t)}$ в комплексной плоскости, удовлетворяющих условию $\mathbf{r}^2(t^{(\text{bp})}) = 0$.

Третий шаг в определении кулоновского фактора заключается в вычислении кулоновской части действия вдоль найденной траектории $\mathbf{r}(t)$:

$$\delta S(\zeta) = \int_{\mathcal{C}} \frac{Z}{\sqrt{\mathbf{r}^2(t)}} dt, \quad (11)$$

где Z — заряд атомного остова ($Z = 0$ и 1 для отрицательных ионов и нейтральных атомов соответственно). Полубесконечный контур интегрирования, \mathcal{C} , выбирается так, чтобы он не пересекал линии разрезов, исходящих от точек ветвления $t^{(\text{bp})}$. Интеграл (11) является логарифмически расходящимся в перевальной точке, поэтому путь интегрирования должен стартовать с комплексного времени $t = \zeta$ близкого к t_ν , которое будет исключено из окончательного результата путём регуляризации:

$$\Delta S_\nu(\mathbf{p}) = \lim_{\zeta \rightarrow t_\nu} \left(\delta S(\zeta) + i \frac{Z}{\kappa} \ln |\kappa^2(\zeta - t_\nu)| \right). \quad (12)$$

В данном разделе проведён топологический анализ расположения точек ветвления функции $1/\sqrt{\mathbf{r}^2(t)}$ в комплексной плоскости времени. Найдены траектории движения точек ветвления и построен учитывающий их контур интегрирования для вычисления кулоновского фактора.

Последним шагом является вычисление непосредственно самого кулоновского фактора. Если кулоновская поправка к действию является чисто мнимой величиной, то для всех веток решения ν (как в случае монохроматических полей), кулоновский фактор для амплитуды фотоотрыва будет зависеть от импульса:

$$Q_\nu(\mathbf{p}) = e^{-\text{Im}\Delta S_\nu(\mathbf{p})}.$$

Учёт эффектов кулонова поля производится путём умножения каждой парциальной амплитуды $a_\nu(\mathbf{p})$, определяемой выражением (7), на коэффициент Q_ν :

$$\tilde{\mathcal{A}}(\mathbf{p}) = \sum_{\nu} Q_\nu a_\nu(\mathbf{p}), \quad (13)$$

$$Q_\nu = Q_{\text{stat}}^{(\nu)} \mathcal{R}^{(\nu)}, \quad (14)$$

$$Q_{\text{stat}}^{(\nu)} = \left(\frac{2\kappa^3}{F_\nu} \right)^{Z/\kappa}, \quad F_\nu = \sqrt{\mathbf{F}_\nu^2}, \quad (15)$$

$$\mathcal{R}^{(\nu)} = \left(\frac{2F_\nu}{\mathcal{F}_\nu \left[\sqrt{1 + \frac{\mathbf{V}_\nu^2}{\kappa^2}} + \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - \frac{F_\nu^2}{4\mathcal{F}_\nu^2}} \right]} \right)^{Z/\kappa}. \quad (16)$$

В разделе 2.3 сформулированы основные выводы ко второй главе.

В третьей главе развито адиабатическое приближение для ГВГ. Получено выражение для амплитуды ГВГ, представленной в виде суммы парциальных амплитуд, каждая из которых ассоциирована с классическими (действительными) замкнутыми траекториями, начинающимися в момент t'_j и заканчивающимися в момент t_j . Предложена модификация кулоновской поправки для ГВГ. Получены уравнения для вычисления времён ионизации электрона и его возврата к атомному остову:

$$\mathbf{K}'_j \cdot \dot{\mathbf{K}}'_j + \Delta'_j = 0, \quad (17a)$$

$$\mathbf{K}'_j{}^2 + \Delta_j = 2(\Omega - I_p), \quad (17b)$$

$$\mathbf{K}'_j = \mathbf{A}(t'_j) + \mathbf{p}(t'_j, t_j), \quad \dot{\mathbf{K}}'_j \equiv \partial \mathbf{K}'_j / \partial t'_j$$

$$\mathbf{K}_j = \mathbf{A}(t_j) + \mathbf{p}(t'_j, t_j), \quad \mathbf{p}(t'_j, t_j) = - \int_{t'_j}^{t_j} \mathbf{A}(t) dt / (t_j - t'_j),$$

$$\Delta'_j = -\frac{1}{6} \left(\frac{\varkappa_j}{\mathcal{F}_j} \right)^2 \ddot{\mathbf{K}}_j'^2, \quad \Delta_j = \left(\frac{\varkappa_j}{\mathcal{F}_j} \right)^2 \frac{\partial^2 \mathbf{K}'_j{}^2}{\partial t'_j \partial t_j},$$

$$\varkappa_j = \sqrt{\kappa^2 + \mathbf{K}'_j{}^2}, \quad \mathcal{F}_j = \sqrt{\ddot{\mathbf{K}}_j'^2}, \quad \kappa = \sqrt{2I_p},$$

$$\ddot{\mathbf{K}}_j'^2 \equiv \partial^2 \mathbf{K}'_j{}^2 / \partial^2 t'_j, \quad \ddot{\mathbf{K}}_j'^2 \equiv \partial^3 \mathbf{K}'_j{}^2 / \partial^3 t'_j.$$

В разделе 3.1 в рамках адиабатического приближения получено выражение для индуцированного дипольного момента. Интеграл, определяющий

дипольный момент вычисляется с помощью метода стационарной фазы, что приводит к представлению $\mathbf{D}(\Omega)$ в виде суммы парциальных дипольных моментов \mathbf{d}_j :

$$\mathbf{D}(\Omega) = \sum_j \mathcal{P}_j \mathbf{d}_j, \quad (18)$$

где \mathcal{P}_j — фактор, учитывающий эффекты опустошения основного состояния, вызванного туннельным распадом системы в лазерном поле [35]:

$$\mathcal{P}_j = \exp \left[-\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{t'_j} \Gamma(F(t)) dt - \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{t_j} \Gamma(F(t)) dt \right], \quad (19)$$

$\Gamma(F)$ — вероятность туннельного распада в электрическом поле с напряжённостью $F = |\mathbf{F}(t)|$.

Парциальные дипольные моменты в соотношении (18) можно представить в виде произведения трёх факторов, соответствующих трём этапам формирования гармоника в квазиклассической модели [12]:

$$\mathbf{d}_j = a_j^{(\text{tun})} \mathbf{a}_j^{(\text{prop})} f_{\text{rec}}(E). \quad (20)$$

Первый фактор $a_j^{(\text{tun})}$ — *туннельный* и соответствует процессу выхода электрона в континуум. Он определяется амплитудой фотоотрыва в адиабатическом пределе [см. выражение (7)].

Следующий фактор $\mathbf{a}_j^{(\text{prop})}$ описывает распространение электронного волнового пакета в модифицированном поле континуума с момента выхода электрона в непрерывный спектр, t'_j , до момента рекомбинации, t_j , и определяется выражением:

$$\mathbf{a}_j^{(\text{prop})} = i \frac{e^{-iS(\mathbf{p}_j, t_j) + i\Omega t_j \hat{\mathbf{k}}_j}}{(t_j - t'_j)^{3/2} \sqrt{\mathbf{K}_j \cdot \dot{\mathbf{K}}_j}}, \quad (21)$$

$$\hat{\mathbf{k}}_j = \mathbf{K}_j / \sqrt{2E}$$

Последний множитель в выражении для парциального дипольного момента \mathbf{d}_j , $f_{\text{rec}}(E)$, в точности равен амплитуде фоторекомбинации (в рамках модели МЭР) из состояния континуума с импульсом \mathbf{k} ($k = \sqrt{2E}$), направленным вдоль вектора поляризации излучаемого линейно поляризованного фотона, в основное состояние с $l = 0$.

Спектральная плотность излучения связана с Фурье-образом дипольного момента $\mathbf{D}(\Omega)$ соотношением [31]:

$$\rho(\Omega) = \frac{\Omega^4}{4c^3} |\mathbf{D}(\Omega)|^2, \quad (22)$$

c — скорость света.

В разделе 3.2.1 выполнен анализ МКО и показано, что адиабатическое приближение является асимптотикой МКО. Проведено сравнение результатов для времён ионизации и рекомбинации в линейно поляризованном и бициркулярном лазерных полях, полученных с помощью адиабатического приближения, с решениями МКО и системы перевальных уравнений в классическом пределе ($I_p = 0$).

В разделе 3.2.2 проведён анализ поведения амплитуды ГВГ в области каустики (слияние двух классических траекторий).

В разделе 3.3 получен кулоновский фактор для парциальной амплитуды ГВГ в адиабатическом приближении и приведена зависимость кулоновского фактора от энергии гармоник в бициркулярном лазерном поле.

В разделе 3.4 сформулированы выводы к третьей главе.

Четвёртая глава посвящена применению развитой адиабатической теории для случая ГВГ в бициркулярном поле, анализу спектров ГВГ и их особенностей, обусловленных временной задержкой между двумя компонентами импульсного бициркулярного поля. Представлено сравнение аналитических расчётов с результатами численного интегрирования нестационарного уравнения Шрёдингера. Предложен механизм контроля свойств ГВГ и степени циркулярной поляризации посредством изменения временной задержки между компонентами бициркулярного поля.

В разделе 4.1 рассмотрен процесс ГВГ в бициркулярном поле с двумя монохроматическими компонентами циркулярно поляризованными в противоположных направлениях. Получено общее выражение для энергий дипольно-разрешённых гармоник. Показано, что генерируемые гармоники имеют энергию $(3n + 1)\omega$ или $(3n - 1)\omega$ и циркулярно поляризованы. Данные результаты находятся в согласии со спектром ГВГ, вычисленным без учёта эффектов истощения основного состояния. Эффекты истощения приводят к существенному уширению и сдвигу пиков ГВГ и изменению поляризационного состояния гармоник.

В разделе 4.2 проведено сравнение аналитических результатов, полученных в адиабатическом приближении, с численным решением нестационарного уравнения Шрёдингера для бициркулярного лазерного поля:

$$\mathbf{F}(t) = -\frac{\partial \mathbf{A}(t)}{\partial t}, \quad \mathbf{A}(t) = \frac{\partial \mathbf{R}(t)}{\partial t}, \quad (23a)$$

$$\mathbf{R}(t) = \mathbf{R}_1(t) + \mathbf{R}_2(t - T_d), \quad (23b)$$

$$\mathbf{R}_i(t) = \frac{F}{\omega_i^2} f_i(t) (\mathbf{e}_x \cos \omega_i t + \eta_i \mathbf{e}_y \sin \omega_i t), \quad (23c)$$

$$f_i(t) = e^{-2 \ln 2 t^2 / \tau_i^2} \quad (23d)$$

где F — напряжённость каждой компоненты поля $\mathbf{F}(t)$, ω_i — несущая частота

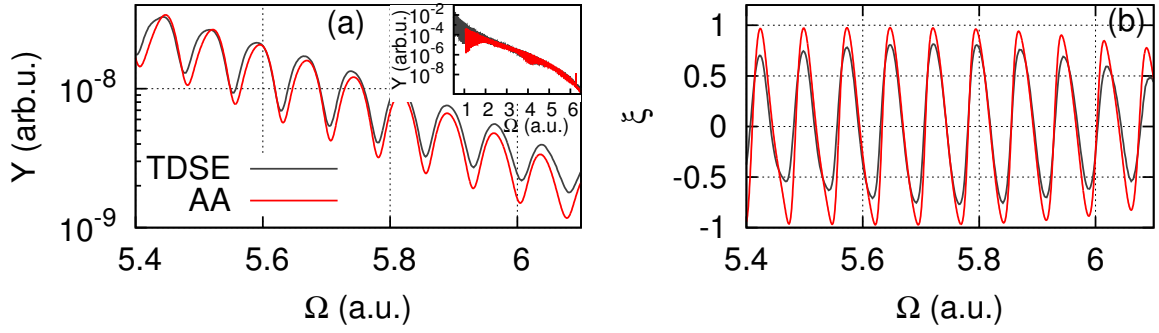


Рис. 1. Часть спектра ГВГ (полный спектр представлен во вставке) (а) и степень циркулярной поляризации (б) для бициркулярного поля (23). Параметры, используемые в расчётах: $I = cF^2/(8\pi) = 10^{14}$ Вт/см², $N_1 = N_2 = 3$, $T_d = 0$ и $\lambda = 2\pi c/\omega = 1.8$ мкм. Чёрные линии: результаты решения НУШ; серые линии: результаты аналитического решения (АП).

та i -ой компоненты ($\omega_1 = \omega_2/2 \equiv \omega$), η_i — эллиптичность i -ой компоненты ($\eta_1 = -\eta_2 = 1$), $\tau_i = 2\pi N_i/\omega$ длительность i -ой компоненты, N_i — число полных периодов i -го импульса, T_d — временная задержка между компонентами поля (отрицательная временная задержка означает то, что 2ω -импульс опережает ω -импульс). Из рис. 1 видно, что аналитические результаты находятся в хорошем согласии с численными.

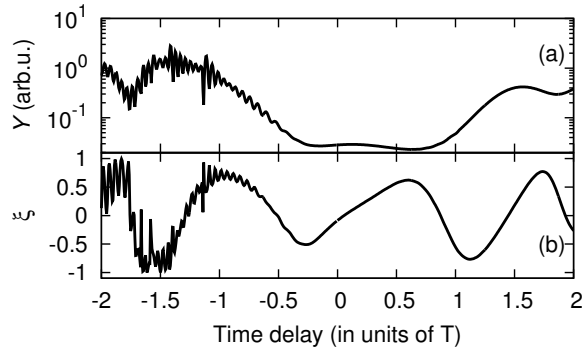


Рис. 2. Зависимость выхода гармоник (а) и степени циркулярной поляризации (б) от временной задержки между компонентами бициркулярного поля вида (23) при фиксированном $\Omega = 2.48$ ат.ед. Параметры лазерного поля: $I = 10^{14}$ Вт/см², $\lambda = 2\pi c/\omega = 1.6$ мкм, $N_1 = 3$, $N_2 = 2$.

На основании полученных спектров выделен ряд основных эффектов, наблюдаемых в бициркулярном поле. *Во-первых*, в отличие от случая линейной поляризации в спектре ГВГ для бициркулярного поля отсутствует ярко выраженное плато, в конце которого наблюдается резкий обрыв спектра (см. рис. 1). *Во-вторых*, зависимость выхода ГВГ и степени циркулярной поляризации от временной задержки между импульсами имеет осцилляционный характер (см. рис. 2), из чего следует, что временная задержка может быть использована для контроля над поляризационными свойствами сгенерированных гармоник. *В-третьих*, для некоторых фиксированных временных

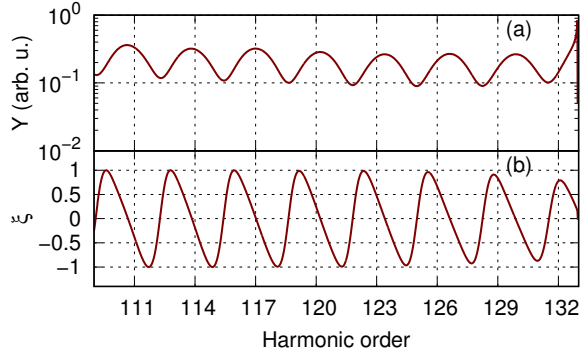


Рис. 3. Спектр ГВГ (а) и степень циркулярной поляризации гармоник (б) для бициркулярного поля (23) с временной задержкой между компонентами $T_d = -T$, где $T = 2\pi/\omega$. Параметры лазерного поля: $I = 10^{14}$ Вт/см², $\lambda = 2\pi c/\omega = 1.6$ мкм, $N_1 = 2$, $N_2 = 2$.

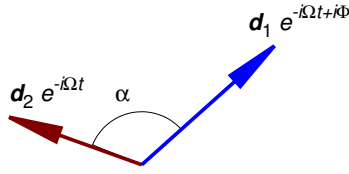


Рис. 4. Модель системы двух диполей.

задержек в ГВГ спектре отсутствуют гармоники с энергией $\Omega = (3n \pm 1)\omega$. Этот результат указывает на зависимость спектрального состава генерируемого излучения от времени задержки и возможность генерации гармоник с энергиями $\Omega = 3n\omega$ (см. рис. 3), запрещённых правилами дипольного отбора для случая монохроматических компонент. *В-четвёртых*, в спектре ГВГ и степени циркулярной поляризации гармоник отсутствует симметрия для отрицательной и положительной временных задержек (см. рис. 2).

В разделе 4.2.1 представлен анализ замкнутых классических траекторий и ионизационного фактора в бициркулярном поле.

В разделе 4.2.2 для объяснения свойств полученных спектров ГВГ предложена модель двух диполей. Из траекторного анализа следует, что для небольших временных задержек между компонентами импульсного бициркулярного поля наиболее существенными оказываются только две траектории, определяемые двумя парциальными диполями. В этом случае процесс ГВГ может быть описан аналогично излучению системой двух диполей, осциллирующих на частоте Ω , с разностью фаз Φ (см. рис. 4) (в случае длинного бициркулярного импульса излучение гармоники происходит системой трёх диполей с относительным углом между ними в 120° градусов).

Выражения для вычисления выхода ГВГ и степени циркулярной поляризации в модели двух диполей, в которой $\mathbf{D}(\Omega) = \mathbf{d}_1 + \mathbf{d}_2 e^{-i\Phi}$, имеют вид:

$$\rho(\Omega) = \frac{\Omega^4 d_1 d_2}{2c^3} [\delta + \cos \alpha \cos \Phi], \quad (24a)$$

$$\xi = -\frac{\sin \alpha \sin \Phi}{\delta + \cos \alpha \cos \Phi}, \quad (24b)$$

где $\delta = (d_1^2 + d_2^2)/(2d_1 d_2)$, $\Phi = \Delta S + \Omega(t_1 - t_2)$, $\Delta S = S(t_1, t'_1) - S(t_2, t'_2)$, S — классическое действие электрона при движении по замкнутой траектории, (t'_1, t_1) и (t'_2, t_2) — времена начала и окончания движения по первой и второй замкнутой траекториям соответственно, определяющие дипольные моменты d_1 и d_2 , $\alpha \simeq 120^\circ$.

Таким образом, использование бициркулярного поля с двумя короткими импульсами и временной задержкой между ними даёт возможность контролировать относительную фазу между двумя диполями и их амплитуду, что означает возможность контроля свойств ГВГ и степени циркулярной поляризации гармоник.

В разделе 4.3 сформулированы выводы к четвёртой главе.

В Заключение приводятся основные результаты диссертации:

1. Дано обобщение модели эффективного радиуса с двумя связанными состояниями на случай интенсивного лазерного поля с произвольной огибающей.
2. Разработана аналитическая модель, позволяющая вычислить амплитуду ГВГ в интенсивном низкочастотном лазерном поле с произвольной временной структурой.
3. В адиабатическом приближении вычислены кулоновские факторы для парциальных амплитуд фотоотрыва и ГВГ.
4. Предложена процедура обобщения аналитического результата для выхода ГВГ в модели эффективного радиуса на случай реальных атомов, и исследована точность предложенного обобщения путём сравнения аналитических расчётов для атома водорода с результатами численного интегрирования нестационарного уравнения Шрёдингера.
5. Предложен механизм управления выходом и степенью циркулярной поляризации гармоник с помощью временной задержки между двумя циркулярно поляризованными компонентами импульсного бициркулярного лазерного поля с несущими частотами ω и 2ω .

Основные результаты диссертации получены в рамках Государственного задания №3.1659.2017/4.6.

Список основных публикаций по материалам диссертации

1. Туннельное приближение для оценки амплитуды генерации высших гармоник в интенсивных лазерных полях: анализ времен ионизации и рекомбинации / А. А. Минина, М. В. Фролов, А. Н. Желтухин, Н. В. Введенский // Квантовая Электроника.– 2017. – Т. 47, № 3. – С. 216 - 221.
2. Adiabatic-limit Coulomb factors for photoelectron and high-order-harmonic spectra / M. V. Frolov, N. L. Manakov, A. A. Minina [et al.] // Phys. Rev. A. – 2017. – Vol. 96. – P. 023406 (12 pp.).
3. Control of harmonic generation by the time delay between two-color, bicircular few-cycle mid-IR laser pulses / M. V. Frolov, N. L. Manakov, A. A. Minina [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 2018. – Vol. 120. – P. 263203 (6 pp.).
4. Analytic description of high-order harmonic generation in the adiabatic limit with application to an initial s -state in an intense bicircular laser pulse / M. V. Frolov, N. L. Manakov, A. A. Minina [et al.] // Phys. Rev. A. – 2019. – Vol. 99. – P. 053403 (24 pp.).
5. Polarization control of high harmonic generation in a pulsed bicircular laser field / M. V. Frolov, N. L. Manakov, A. A. Minina [et al.] // ATTO 2017 : 6th International Conference on Attosecond Physics, Xian, China, July 2-7, 2017 : Book of Abstracts . – Xian, China, 2017. – 1 p.
6. Theory of high harmonic generation in the adiabatic limit / M. V. Frolov, N. L. Manakov, A. A. Minina [et al.] // ATTO 2017 : 6th International Conference on Attosecond Physics, Xian, China, July 2-7, 2017 : Book of Abstracts . – Xian, China, 2017. – 1 p.
7. Polarization control of high harmonic generation in a pulsed bicircular laser field / M. V. Frolov, N. L. Manakov, A. A. Minina [et al.] // 26th Annual International Laser Physics Workshop (LPHYS' 17), Kazan, July 17-21, 2017 : Book of Abstracts . – Kazan, 2017. – 1 p.
8. Theory of high harmonic generation in the adiabatic limit / M. V. Frolov, N. L. Manakov, A. A. Minina [et al.] // 26th Annual International Laser Physics Workshop (LPHYS' 17), Kazan, July 17-21, 2017 : Book of Abstracts . – Kazan, 2017. – 1 p.
9. Поляризационный контроль генерации высших гармоник в импульсном бициркулярном лазерном поле / А. А. Минина, М. В. Фролов, Н. Л. Манакон [et al.] // Нелинейные волны – 2018: XVIII научная школа, 26 фев-

раля-4 марта, Нижний Новгород : Тезисы докладов молодых учёных. — Нижний Новгород, 2018. — С. 104 - 106.

Список цитированной литературы

1. Above-threshold ionization by few-cycle pulses / D. B. Milošević, G. G. Paulus, D. Bauer, W. Becker// J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. — 2006. — Vol. 39. — P. R203–R262.
2. Krausz F. Attosecond physics / F. Krausz, M. Ivanov// Rev. Mod. Phys. — 2009. — Vol. 81. — P. 163.
3. Аттосекундные электромагнитные импульсы: генерация, измерение и применение. генерация высоких гармоник интенсивного лазерного излучения для получения аттосекундных импульсов / В. В. Стрелков, В. Т. Платоненко, А. Ф. Стержантов, М. Ю. Рябикин// Усп. физ. наук. — 2016. — Vol. 186, no. 5. — P. 449–470.
4. Attosecond and XUV Spectroscopy: Ultrafast Dynamics and Spectroscopy / Ed. by T. Schultz, M. Vrakking. — [S. l.] : Wiley, New-York, — 2014.
5. Bright, coherent, ultrafast soft X-ray harmonics spanning the water window from a tabletop light source / M.-C. Chen, P. Arpin, T. Popmintchev [et al.]// Phys. Rev. Lett. — 2010. — Vol. 105. — P. 173901.
6. Bright coherent ultrahigh harmonics in the keV X-ray regime from mid-infrared femtosecond lasers / T. Popmintchev, M.-C. Chen, D. Popmintchev [et al.]// Science. — 2012. — Vol. 336. — P. 1287.
7. Corkum P. B. Attosecond science / P. B. Corkum, F. Krausz// Nat. Phys. — 2007. — Vol. 3, no. 6. — P. 381.
8. Attosecond Physics / Ed. by L. Plaja, R. Torres, A. Zair. — [S. l.] : Springer-Verlag, Berlin, — 2013.
9. Tracing and controlling electronic dynamics in atoms and molecules by attosecond pulses / L.-Y. Peng, W.-C. Jiang, J.-W. Geng [et al.]// Phys. Rep. — 2015. — Vol. 575. — P. 1.
10. Widely tunable two-colour seeded free-electron laser source for resonant-pump resonant-probe magnetic scattering / E. Ferrari, C. Spezzani, F. Fortuna [et al.]// Nature Comm. — 2016. — Vol. 7. — P. 10343.
11. Zhao Z. Generation of coherent two-color pulses at two adjacent harmonics in a seeded free-electron laser / Z. Zhao, H. Li, Q. Jia// Phys. Rev. Accel. Beams. — 2018. — Vol. 21. — P. 020701.
12. Corkum P. B. Plasma perspective on strong field multiphoton ionization / P. B. Corkum// Phys. Rev. Lett. — 1993. — Vol. 71. — P. 1994.
13. Milošević D. B. Scattering and reaction processes in powerful laser fields

- / D. B. Milošević, F. Ehlotzky// *Adv. At., Mol., Opt. Phys.* — 2003. — Vol. 49. — P. 373.
14. Theory of high-harmonic generation by low-frequency laser fields / M. Lewenstein, Ph. Balcou, M. Yu. Ivanov [et al.]// *Phys. Rev. A.* — 1994. — Vol. 49. — P. 2117.
 15. Feynman's path-integral approach for intense-laser-atom interactions / P. Salieres, B. Carre, L. Le Deroff [et al.]// *Science.* — 2001. — Vol. 292. — P. 902.
 16. Adiabatic-limit Coulomb factors for photoelectron and high-order-harmonic spectra / M. V. Frolov, N. L. Manakov, A. A. Minina [et al.]// *Phys. Rev. A.* — 2017. — Vol. 96. — P. 023406.
 17. Popruzhenko S. V. Coulomb phase in high harmonic generation / S. V. Popruzhenko// *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* — 2018. — Vol. 51. — P. 144006.
 18. Bauer D. Qprop: A Schrödinger-solver for intense laser-atom interaction / D. Bauer, P. Koval// *Comp. Phys. Comm.* — 2006. — Vol. 174. — P. 396.
 19. Origin for ellipticity of high-order harmonics generated in atomic gases and the sublaser-cycle evolution of harmonic polarization / V. V. Strelkov, A. A. Gonoskov, I. A. Gonoskov, M. Yu. Ryabikin// *Phys. Rev. Lett.* — 2011. — Vol. 107. — P. 043902.
 20. Sarantseva T. S. High-order-harmonic generation in an elliptically polarized laser field: analytic form of the electron wave packet / T. S. Sarantseva, A. A. Silaev, N. L. Manakov// *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* — 2017. — Vol. 50, no. 7. — P. 074002.
 21. A table-top ultrashort light source in the extreme ultraviolet for circular dichroism experiments / A. Ferré, C. Handschin, M. Dumergue [et al.]// *Nat. Photon.* — 2015. — Vol. 9, no. 2. — P. 93.
 22. Generation of bright phase-matched circularly-polarized extreme ultraviolet high harmonics / O. Kfir, P. Grychtol, E. Turgut [et al.]// *Nat. Photon.* — 2015. — Vol. 9, no. 2. — P. 99.
 23. Generating isolated elliptically polarized attosecond pulses using bichromatic counterrotating circularly polarized laser fields / L. Medišauskas, J. Wragg, H. van der Hart, M. Yu Ivanov// *Phys. Rev. Lett.* — 2015. — Vol. 115, no. 15. — P. 153001.
 24. Bicircular high-harmonic spectroscopy reveals dynamical symmetries of atoms and molecules / D. Baykusheva, Md. S. Ahsan, N. Lin, H. J. Wörner// *Phys. Rev. Lett.* — 2016. — Vol. 116, no. 12. — P. 123001.
 25. Heslar J. Conditions for perfect circular polarization of high-order harmonics driven by bichromatic counter-rotating laser fields / John Heslar, Dmitry A. Telnov, Shih-I Chu// *Phys. Rev. A.* — 2019. — Vol. 99. — P. 023419.
 26. Bright circularly polarized soft X-ray high harmonics for X-ray magnetic

- circular dichroism / T. Fan, P. Grychtol, R. Knut [et al.]// Proc. Nat. Acad. Sci. USA. — 2015. — Vol. 112, no. 46. — P. 14206.
27. All-optical magnetic recording with circularly polarized light / C. D. Stanciu, F. Hansteen, A. V. Kimel [et al.]// Phys. Rev. Lett. — 2007. — Vol. 99, no. 4. — P. 047601.
28. Bigot J.-Y. Coherent ultrafast magnetism induced by femtosecond laser pulses / J.-Y. Bigot, M. Vomir, E. Beaurepaire// Nat. Phys. — 2009. — Vol. 5, no. 7. — P. 515.
29. Probing molecular chirality on a sub-femtosecond timescale / R. Cireasa, A. E. Boguslavskiy, B. Pons [et al.]// Nat. Phys. — 2015. — Vol. 11, no. 8. — P. 654.
30. Description of harmonic generation in terms of the complex quasienergy. I. General formulation / M. V. Frolov, A. V. Flegel, N. L. Manakov, A. F. Starace// Phys. Rev. A. — 2007. — Vol. 75. — P. 063407.
31. Analytic theory of high-order harmonic generation by an intense few-cycle laser pulse / M. V. Frolov, N. L. Manakov, A. M. Popov [et al.]// Phys. Rev. A. — 2012. — Vol. 85. — P. 033416.
32. Ландау Л. Д. Квантовая механика (нерелятивистская теория) / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. — [Б. м.] : Москва: Наука, 1989. — — С. 768.
33. Переломов А. М. Ионизация атомов в переменном электрическом поле, I / А. М. Переломов, В. С. Попов, М. В. Терентьев// Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 1966. — Т. 50. — С. 1393–1409.
34. Гореславский С. П. Дифференциальные распределения фотоэлектронов в эллиптически поляризованном сильном низкочастотном лазерном поле / С. П. Гореславский, С. В. Попруженко// Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 1996. — Vol. 110. — P. 1200–1215.
35. Okajima Y. Adiabatic theory of high-order harmonic generation: One-dimensional zero-range-potential model / Y. Okajima, O. I. Tolstikhin, T. Morishita// Phys. Rev. A. — 2012. — Vol. 85. — P. 063406.