

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи

Серебрянникова Ольга Анатольевна

Синтез и анализ дискриминационных алгоритмов оценки параметров
фрагментов неоднородных полей

Специальность 1.3.4 – Радиофизика

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук,
профессор Радченко Юрий Степанович

Воронеж – 2021

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
ГЛАВА 1 ОСНОВНЫЕ АЛГОРИТМЫ ПРЕДОБРАБОТКИ НЕОДНОРОДНЫХ ПОЛЕЙ	14
1.1. Новые методы гистограммной коррекции	16
1.2. Ортогональные преобразования полей и их свойства	25
1.3. Анизотропия полей	35
1.4. Характеристики метрик структурного подобия изображений	51
1.5. Экспериментальное исследование алгоритмов	56
Выводы по главе 1	61
ГЛАВА 2 КОМБИНИРОВАННЫЕ АЛГОРИТМЫ ОЦЕНКИ СДВИГА ФРАГМЕНТОВ ИЗОБРАЖЕНИЙ	62
2.1. Шаблонные алгоритмы поиска сдвига в пространственной и временной областях	68
2.2. Оптимальные алгоритмы оценки положения сигнала	73
2.3. АКФ, сигнальные функции фрагментов и их блоков	78
2.4. Реализация субпиксельного сдвига фрагментов цифровых изображений	80
2.5. Дискриминаторы, детерминированный анализ	85
Выводы по 2 главе	92
ГЛАВА 3 ИССЛЕДОВАНИЕ ВЕРОЯТНОСТНО-СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ДИСКРИМИНАТОРОВ	93
3.1. Статистические характеристики компонент сигналов рассогласования	94
3.2. Распределение сигналов рассогласования некоторых видов дискриминаторов	95
3.3. Исследования распределения при разных параметрах дискриминаторов: ОСШ, рассогласования по параметрам, расстройке	99
3.4. Моделирование и экспериментальный статистический анализ закона распределения	102
3.5. 2-D дискриминаторы	108
Выводы по 3 главе	114
ГЛАВА 4 РОБАСТНЫЕ М-ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРА СИГНАЛА ДИСКРИМИНАТОРА	116

4.1. Понятие устойчивой оценки параметра сигнала.....	119
4.2. М-оценка Тьюки: теоретический и экспериментальный анализ	121
4.3. М-оценка Хьюбера: теоретический и экспериментальный анализ...	123
4.4. М-оценка Хампеля: теоретический и экспериментальный анализ...	125
4.5. Сравнение М-оценок.....	126
Выводы по 4 главе.....	130
Заключение.....	131
Список сокращений и условных обозначений.....	133
Список литературы.....	134

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность работы.

В настоящее время широкое распространение получили системы регистрации и последующей обработки фото и видео данных. С каждым годом повышаются требования к качеству фото и видео данных, скорости их передачи и точности принятия решения в пользу одной из гипотез (например, в задачах обнаружения и местоопределения объектов при аэрофотосъемке). При этом эффективность результата напрямую зависит от выбранных алгоритмов предобработки изображений, включая гистограммную коррекцию [1-5] и фильтрацию от шумов [6-10], сжатия [11-17] и последующего анализа видеопотока в зависимости от поставленной задачи. Отметим, что обработка изображений постепенно становится важным подходом в различных отраслях, таких как телевидение [18-21], астрономия и астрофизика [22-25], медицина [26-29], гражданские [30-32] и другие задачи [33-34], связанные, например, с обнаружением и отождествлением объектов на изображении. Однако, как уже было отмечено, непрерывно растут требования к качеству регистрируемых изображений и кодируемых видеопотоков. Так, в настоящее время активно развивается направление нецелочисленной (субпиксельной) оценки, позволяющее за счет повышения точности оценки удовлетворить современным запросам.

Известен ряд работ, представленных как в научных публикациях [35-46], так и в патентных исследованиях [47-51], рассматривающих проблему оценки субпиксельного сдвига на изображении, что определяет актуальность поставленной задачи. Оценка сдвига с субпиксельной точностью относится к различным направлениям исследований, представленным ниже.

1) *Сверхразрешение.*

Такой подход позволяет из набора кадров с низким разрешением воссоздать изображение с высоким разрешением, что актуально, например, при аэрофотосъемке.

Как показано в [35], в реальных условиях из-за многих неконтролируемых факторов (вибрация, воздушные потоки и неоднородности воздушной среды,

порывы ветра и т.п.) имеет место двумерное субпиксельное смещение. В работе предлагается трехэтапный подход, состоящий из: 1) определения целочисленного (с точностью до пикселя) сдвига кадров низкого разрешения, 2) оценки субпиксельного сдвига, 3) совмещения имеющейся серии кадров с уже известными субпиксельными смещениями. При этом совмещение выполняется с помощью интерполяции [38].

В [39] для определения субпиксельного сдвига предлагается использование нейронных сетей. Однако необходимо отметить, что такой подход приводит к значительным вычислительным сложностям и повышает требования к вычислительной мощности компьютера.

В задачах сверхразрешения необходимо отметить работы [36,40,41], в которых предложен подход, позволяющий по результатам обработки последовательности изображений с низким разрешением, построить изображение со сверхвысоким разрешением. Такой подход основан на блочной фильтрации Калмана.

2) Задача внешнего кодирования видеоданных и сверхпланного перемещения объектов.

Такое кодирование реализуется на основе вычисления вектора движения и его компенсации, и обычно обеспечивает хороший коэффициент сжатия. Это связано с тем, что смежные кадры видеопоследовательности (или другие типы кодированных единиц) зачастую схожи. Закодированная видеопоследовательность может содержать блоки остаточных данных, векторы движения и возможно другие типы синтаксиса. Для улучшения уровня сжатия часто используют интерполяционные способы. Зачастую для формирования предсказывающих значений субпикселей (полупикселей и четверть пикселелей, например) реализуют процедуру интерполяции. Поскольку в задачах кодирования и сверхпланного перемещения объектов зачастую может возникнуть такая ситуация, что более похожими на кодируемые блоки окажутся предсказывающие субпиксельные блоки (видеоблоки с субпиксельным разрешением), то требуется разработка подходов к вычислению векторов дробного движения, позволяющих запечатлеть дробное

перемещение в видеопоследовательности. Вектор дробного движения содержит координаты пространственного положения в декодированном кадре, пиксельного значения для которых не существует, то есть задается положение субпикселя.

Так, вектор движения, имеющий пространственное субпиксельное разрешение, указывает пространственное положение в декодированном кадре, где не существует пиксельного значения, то есть положение субпикселя. Одним из известных подходов к вычислению значения, соответствующего субпикселю, является интерполяционный подход, реализованный, например, в [49,50], где реализуется процедура передискретизации и пространственной интерполяции пиксельного значения с целью предсказания компенсации движения.

3) *Задача компенсации атмосферной турбулентности в видеопоследовательности.*

Данная задача до сих пор решается, в основном, методами адаптивной оптики [52-54]. Однако данные методы весьма трудоемки с технической и вычислительной точки зрения. Они требуют за время «замороженности» турбулентности порядка 10^{-3} с выполнить анализ искажений волнового фронта, передать команды на управляющие фазовые корректоры, гибкие или сегментированные зеркала [55-57]. При этом компенсация фазовых искажений волнового фронта реально выполняется только для части изображения.

Альтернативой методам адаптивной оптики является компенсация сдвигов элементов изображения в зарегистрированных кадрах видеопоследовательности [58 и др.]. Кроме технической простоты данная методика дает возможность коррекции изображения на большей части кадра. Реализация указанных алгоритмов также требует оценку сдвига фрагментов изображения с точностью до субпикселя [35-51].

4) *Задача оценки дальности до отдаленных объектов*, например, в астрономических задачах [22] и при дистанционном зондировании Земли [44,45].

Известно, что в современных космических аппаратах задача астроориентации и астронавигации зачастую решается на основе анализа данных, полученных с оптико-электронных приборов, где ориентиром (опорным

фрагментом) являются звезды. Одним из этапов, реализуемым в рамках решения задачи астроориентации и астронавигации, является оценка координат фотоцентров звезд, изображения которых регистрируются посредством матричного фотоприемного устройства. Очевидно, что от точности оценки фотоцентра и пространственной протяженности звезд зависит, во-первых, вероятность правильной идентификации объектов, а во-вторых, погрешность вычисления ориентации оси визирования.

5) Задача контроля за перемещением удаленных объектов.

Предложенный в [51] способ субпиксельного контроля и слежения за перемещением удаленного объекта основан на двухэтапном подходе. На первом этапе реализуется блочное сканирование исходного изображения и последующая пороговая локализация области интереса, содержащей исследуемый объект, для которого необходимо получить местоположение с субпиксельной точностью. На втором этапе вычисление координат с субпиксельной точностью осуществляют методом субпиксельного измерения внутри локализованной на первом этапе зоны через вычисление координат центра тяжести.

б) Задача визуализации потоков частиц.

Известна работа [46], в которой предложен алгоритм исследования вихревых структур в потоках на основе стандартного кросскорреляционного алгоритма вычисления вектора скорости по изображению. Оценку сдвига частиц, реализуемую с субпиксельной точностью, вычисляют посредством интерполяции корреляционного максимума кривой (по одной координате) или поверхности, далее численно определяют положение максимума.

Степень разработанности темы.

Существующие подходы к оценке параметров цифровых неоднородных полей, в том числе сдвига с субпиксельной точностью, не удовлетворяют возросшим требованиям эффективности используемых алгоритмов. Они отличаются, в частности, высокой вычислительной сложностью, что нежелательно особенно в задачах, решаемых в реальном времени, не

учитывают наличие помех и корреляционные свойства полей, имеют ограниченное применение в случае недифференцируемости решающей функции, по положению максимума которой вычисляется оценка неизвестного сдвига фрагмента поля.

В радиофизике известен подход к оценке положения сигнала на фоне помех, заключающийся в применении дискриминатора, свободный от ряда недостатков существующих алгоритмов. При анализе характеристик такого способа оценки используется асимптотически гауссовское приближение дискриминационной статистики [59,60]. Однако границы его применимости неизвестны, и при малом отношении сигнал/шум такое приближение некорректно.

Исследованиями установлено, что точность оценки и скорость выполнения операций возрастает после предобработки полей: гистограммной коррекции, оценки анизотропии поля, связанной с наличием объектов на изображении с неизвестной ориентацией, преобразованиям ракурса объектов.

Существующие алгоритмы оценки анизотропии поля и локализации границ неоднородностей, как правило, используют операции дифференцирования первого и второго порядков. Такой подход неприменим к полям с недифференцируемой корреляционной функцией и дискретным полям. Отказ от операций в пиксельном пространстве и переход к операциям со спектрами полей позволяет получить алгоритмы корректные с математической точки зрения и устойчивые к корреляционным характеристикам поля.

Цель работы. Целью научного исследования является построение алгоритмов оценки сдвига фрагментов неоднородных полей с помощью устройства типа дискриминатор и их статистический анализ, модификация алгоритмов для получения статистически устойчивых оценок.

В соответствии с поставленной целью сформулированы и решены следующие **задачи**:

1. Синтезировать алгоритмы оценки сдвига фрагмента неоднородного оцифрованного поля на основе дискриминационных алгоритмов. Найти точное

аналитическое выражение для распределения статистики на выходе дискриминаторов.

2. Разработать, реализовать и исследовать способы предобработки изображений, повышающие эффективность последующих алгоритмов оценки положения фрагмента цифрового поля, а именно: а) новые методы гистограммной коррекции яркости поля, в том числе несколькими модами; б) оценка анизотропии поля с помощью устойчивых спектральных алгоритмов, не предполагающих процедуру дифференцирования; в) эвристические спектральные алгоритмы локализации неоднородностей и оценки их ракурса.

3. Исследовать распределение дискриминационной статистики при произвольном отношении сигнал/шум и различных параметрах дискриминатора. Определить условия, при которых распределение дискриминационной статистики можно считать асимптотически гауссовским, а оценки сдвига фрагмента состоятельными.

4. Исследовать методами математического моделирования дискриминационные и комбинированные алгоритмы оценки сдвига фрагмента, в том числе с субпиксельной точностью. Установить их применимость для дифференцируемых и недифференцируемых полей.

5. Разработать устойчивые оценки неизвестного сдвига с помощью модифицированного дискриминатора при любом отношении сигнал/шум. Теоретически и методами статистического моделирования показать эффективность и устойчивость точностных характеристик алгоритмов при любом отношении сигнал/шум.

Методы проведения исследований.

При решении поставленных задач использовались основные методы статистической радиофизики, в том числе статистической теории оценок на фоне помех, алгоритм максимального правдоподобия и его реализация в виде дискретных процедур на основе аппроксимаций метода Ньютона – Рафсона, асимптотические методы математического анализа, непараметрические методы

обработки данных и ядерного сглаживания распределений. Теоретический анализ подтвержден моделированием в математических пакетах Mathcad 14, Matlab R2017b. Соответствие теоретических расчетов и результатов статистического моделирования установлено с помощью критериев согласия.

Научная новизна.

В работе получены следующие новые результаты:

1. Предложен трехэтапный подход к реализации алгоритма оценки сдвига (положения) фрагментов неоднородного поля. Первый этап включает оценку анизотропии поля, локализацию объекта, предварительную оценку положения и ракурса фрагмента с помощью новых спектральных алгоритмов. На втором этапе вычисляется предварительная оценка положения, например, методами шаблонного поиска. На третьем этапе в качестве устройства, реализующего уточненную оценку сдвига фрагмента поля, предложено использовать дискриминатор, преимуществами которого являются небольшие вычислительные затраты и субпиксельная точность оценки.

2. Предложены новые алгоритмы предобработки и оценки анизотропии полей на основе спектрального подхода, а также комбинированные алгоритмы оценки сдвига с расширенной областью поиска максимума решающей функции, необходимые для повышения эффективности алгоритмов локализации объекта и оценки его положения.

3. Впервые получен аналитический вид распределения статистики на выходе дискриминатора при произвольном отношении сигнал/шум. Показано, что распределение статистики в общем случае является негауссовским с «тяжелыми хвостами». Установлены границы применимости известных подходов по расчету характеристик дискриминаторов.

4. Предложены и исследованы модифицированные на основе робастного подхода дискриминационные алгоритмы, позволяющие получить устойчивые оценки при любом отношении сигнал/шум.

Достоверность и обоснованность результатов диссертационной работы основана на корректном применении математического аппарата статистической радиофизики, подтверждаются совпадением с удовлетворительным согласованием (по критерию согласия Колмогорова) теоретических результатов и результатов, полученных посредством статистического моделирования и совпадением полученных аналитических результатов и результатов статистического моделирования на ЭВМ с ранее известными в частных случаях.

Теоретическая и практическая значимость работы заключается в том, что получено точное решение для распределения статистики на выходе дискриминатора, позволившее установить наличие «тяжелых хвостов» и несостоятельность оценки при небольших отношениях сигнал/шум. Аналитически найдены условия, когда при большом отношении сигнал/шум применима известная гауссовская аппроксимация статистики на выходе дискриминатора. Для практической реализации предложена и исследована возможность применения устройства типа дискриминатор-ограничитель, которое имеет конечные моменты статистики на выходе измерителя. В работе предложены и реализованы эффективные вычислительные алгоритмы предобработки неоднородных полей, основанные на спектральном анализе.

Внедрение научных результатов.

Полученные в диссертационной работе результаты были использованы при выполнении ОКР в АО «Концерн «Созвездие».

Основные положения, выносимые на защиту.

1. Синтезированные комбинированные высокоэффективные алгоритмы оценки положения фрагментов неоднородных полей, основанные на применении дискриминаторов, позволяют реализовать оценку с субпиксельной точностью.

2. Предложенные устойчивые неградиентные алгоритмы предобработки полей, основанные на анализе спектральных свойств полей, позволяют локализовать неоднородности, количественно оценить степень анизотропии, и

ориентацию фрагмента неоднородного поля, что повышает точность последующих оценок фрагмента неоднородного поля.

3. Анализ теоретического распределения статистики на выходе дискриминатора при произвольном отношении сигнал/шум и статистическое моделирование показывают несостоятельность оценки при малом отношении сигнал/шум: распределение дискриминационной статистики существенно негауссовское и имеет «тяжелые хвосты».

4. Предложенные робастные дискриминационные алгоритмы позволяют получить финитные распределения оценки положения фрагмента неоднородного поля, обеспечивающие состоятельность оценок, характеристики которых установлены теоретически и методами статистического моделирования.

5. При отношении сигнал/шум, меньшем трех, дисперсия модифицированной оценки превышает дисперсию оценки максимального правдоподобия (на ограниченном интервале) не более, чем на 6%, и совпадает с ней при отношении сигнал/шум, большем четырех.

Апробация работы.

Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на следующих конференциях:

- Информационные технологии. Радиоэлектроника. Телекоммуникации (2017 г.),

- Радиолокация, навигация, связь (2017 г. – 2020 г.),

- DSPA-2019: 21-я Международная Конференция «Цифровая обработка сигналов и её применение».

По итогам МНТК РЛНС-2017 и РЛНС-2019 получен диплом за лучший доклад.

Личный вклад автора.

Основной объём работы и ключевые результаты были выполнены и получены автором лично. Формулировка проблематики, постановка задач и обсуждение результатов исследования выполнялись с непосредственным

участием научного руководителя. Автором лично были проведены: численное моделирование, написание программ статистического моделирования и обработки изображений в математических пакетах Mathcad15 и Matlab R2017b.

Публикации.

Всего по теме диссертации опубликовано 11 научных работ [137-147], из них 1 в издании, индексируемом в базах Web of Science, SCOPUS [137], 4 статьи в рекомендованных ВАК РФ рецензируемых научных изданиях [138-141], 6 статей в трудах международных конференций [142-147].

Структура и объём диссертации.

Диссертация состоит из введения, четырёх глав и заключения по работе, списка литературы. Полный объём диссертации составляет 149 страниц, включая 56 рисунков и 4 таблицы. Список литературы содержит 147 наименований.

ГЛАВА 1

ОСНОВНЫЕ АЛГОРИТМЫ ПРЕДОБРАБОТКИ НЕОДНОРОДНЫХ ПОЛЕЙ

В современных системах видеонаблюдения, в средствах цифровой фотографии, в системах медицинской диагностики непрерывно растут требования к качеству принимаемых кадров и их автоматизированной обработке с целью устранения помех, вызванных шумами при регистрации изображений, неравномерной засветкой или же артефактами при сжатии.

Принимаемые изображения достаточно часто имеют качество, не удовлетворяющее последующим этапам извлечения информации: обнаружение и сегментация неоднородностей полей, оценки их параметров, распознавание объектов. Поэтому начальным этапом в автоматизированных системах становится предварительная программная обработка кадра (коррекция яркости и/или цвета, фильтрация от шумов и т. п.). Для анализа характеристик распределения яркостей и контраста цифровых кадров обычно используют гистограммы [61,62]. Они позволяют произвести необходимую коррекцию зарегистрированных изображений и выполнить их первичный статистический анализ.

Существующие методы гистограммной коррекции [63-71] в основном представляют собой однопараметрические нелинейные преобразования яркостной компоненты изображений. Однако для ряда кадров возникает необходимость применения различной коррекции для различных поддиапазонов яркости, например, в случае U-образной гистограммы изображений, когда результат применения однопараметрических методов не может быть использован. В данной работе предложен новый метод гистограммной коррекции, основанный на нелинейности в виде двухпараметрической бета-функции, что позволяет работать со слабо и сильно контрастными изображениями и кадрами с неравномерной засветкой.

В системах видеорегистрации возникает необходимость хранения и передачи больших объемов информации, вследствие этого ставится задача об устранении избыточности информации и разработке эффективных процедур для реализации

алгоритмов сжатия, то есть избавления от избыточности и последующего восстановления интересующей информации.

Сжатие цифровых изображений и видео основывается на дискретных ортогональных преобразованиях двумерных полей [71-81]. В [82] рассмотрены некоторые виды ортогональных преобразований и представлена величина корреляции спектральных мод для оценки оптимальности анализируемых алгоритмов. В соответствии с [82], в данной работе рассмотрены базисы: ДКП, Уолша-Адамара и преобразования Чебышева [83], приведено сравнение спектров первых двух преобразований и построены гистограммы основных спектральных коэффициентов (C_{00} , C_{01} , C_{10}) при применении ДКП к каждому подблоку изображения.

Поскольку реальные изображения содержат неоднородности, важной задачей при обнаружении объектов на изображении, оценке их ориентации на кадре, при видеокодировании и трассировке движения является оценка анизотропии поля или его фрагментов. Известны подходы, основанные на дифференцировании изображения [84,85], однако такие подходы имеют ряд недостатков, описанных в [86]. В данной работе предложен новый метод, лишенный этих недостатков. Он основан на анализе спектральных подматриц изображения.

Так как в процессе предварительной обработки цифровых кадров необходимо оценивать обработанные и исходные изображения для количественной оценки качества используемых методов гистограммной коррекции и/или фильтрации шумов, также возникает необходимость разработки метрик, реагирующих на структурные изменения изображений, и при этом обладающих высокой робастностью и помехоустойчивостью. В [87-90] предложены пиксельные критерии MSSIM, MNSSIM и спектральный критерий D0 структурного подобия двух изображений. В соответствии с [87-90] в данной работе построены гистограммы указанных метрик и приведено сравнение их устойчивости при различных видах помех (гауссовский шум, «соль/перец») и дискретном искажении (квантование исходного изображения).

1.1. Новые методы гистограммной коррекции

Анализ пространственно-временных случайных неоднородных полей (изображений) непременно сопровождается выполнением этапов предварительной обработки, к которым можно отнести фильтрацию изображения от шумов и помех, гистограммную коррекцию, сжатие, анализ неоднородностей (в зависимости от постановки задачи заключающийся, например, в оценке типа анизотропии, локализации области, содержащей неоднородный участок, оценке пространственной протяженности такой области).

Выполнение процедуры гистограммной коррекции является неотъемлемой частью автоматизированных систем видеонаблюдения и обработки изображений (в частности, анализ медицинских кадров, обработка текстовых данных, включающая в себя обнаружение и распознавание текстовых символов, разработка приложений цифровой фотографии).

В зависимости от постановки задачи, применение процедуры гистограммной коррекции позволяет с одной стороны повысить качество анализируемого кадра (посредством «выравнивания» (сглаживания) изрезанной гистограммы); с другой стороны, гистограммная коррекция позволяет повысить точность последующего анализа кадра.

Таким образом, применительно к задаче оценки сдвига фрагмента неоднородного поля (изображения), весьма востребованным аспектом является разработка новых методов гистограммной коррекции, удовлетворяющих условию обеспечения требуемого быстродействия и применимых в автоматизированном режиме.

Под гистограммой яркости изображения понимают дискретную функцию дискретного аргумента. Чем больше диапазон яркостных значений изображения, тем больше деталей оно передает.

Следует отметить, что вследствие влияния параметров съемки (например, неравномерная яркость, блики, засветка) на качество анализируемого кадра, к одному изображению могут быть применимы различные методы гистограммной коррекции, либо один, но с различающимися параметрами. Так, одним из подходов

к повышению качества изображения, применяемым в случае неравномерной засветки кадра, является локальная гистограммная коррекция. В соответствии с указанным подходом, анализируемый кадр делится на блоки, подлежащие коррекции, при этом размер каждого блока и параметры применяемого к ним преобразования могут отличаться.

Известны способы гистограммной коррекции, основанные на линейном преобразовании (масштабировании) яркостной компоненты изображения и нелинейных преобразованиях, например, степенное и логарифмическое преобразования, однако такие методы являются однопараметрическими.

Для ряда сюжетов возникает необходимость проводить различную коррекцию различных поддиапазонов яркости. Такая задача приводит к многопараметрическим функциональным преобразованиям, что для практики, особенно для автоматизированных систем коррекции, достаточно сложно. В ряде случаев целесообразно использовать двухпараметрическую коррекцию. Например, при слабо и сильноконтрастном изображении или при неравномерной засветке. Таким образом, использование двухпараметрической коррекции уместно использовать при U-образной гистограмме или гистограмме с одним узким основным пиком. К такой двухпараметрической коррекции относится бета-коррекция. В основе этого метода лежит использование неполной бета-функции:

$$\beta_x(a,b) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a) \cdot \Gamma(b)} \int_0^x t^{a-1} (1-t)^{b-1} dt, \quad (1.1)$$

где $\Gamma(\cdot)$ - Гамма функция.

Варьируя значения параметров a и b , можно изменять кривизну нелинейного преобразования гистограммы. На рисунке 1.1а – 1.1б показаны примеры графиков неполной бета - функции для параметров: $a=b<1$ и $a=b>1$. Достоинством данного метода перед известными нелинейными однопараметрическими является немонотонный характер преобразования во всём диапазоне.

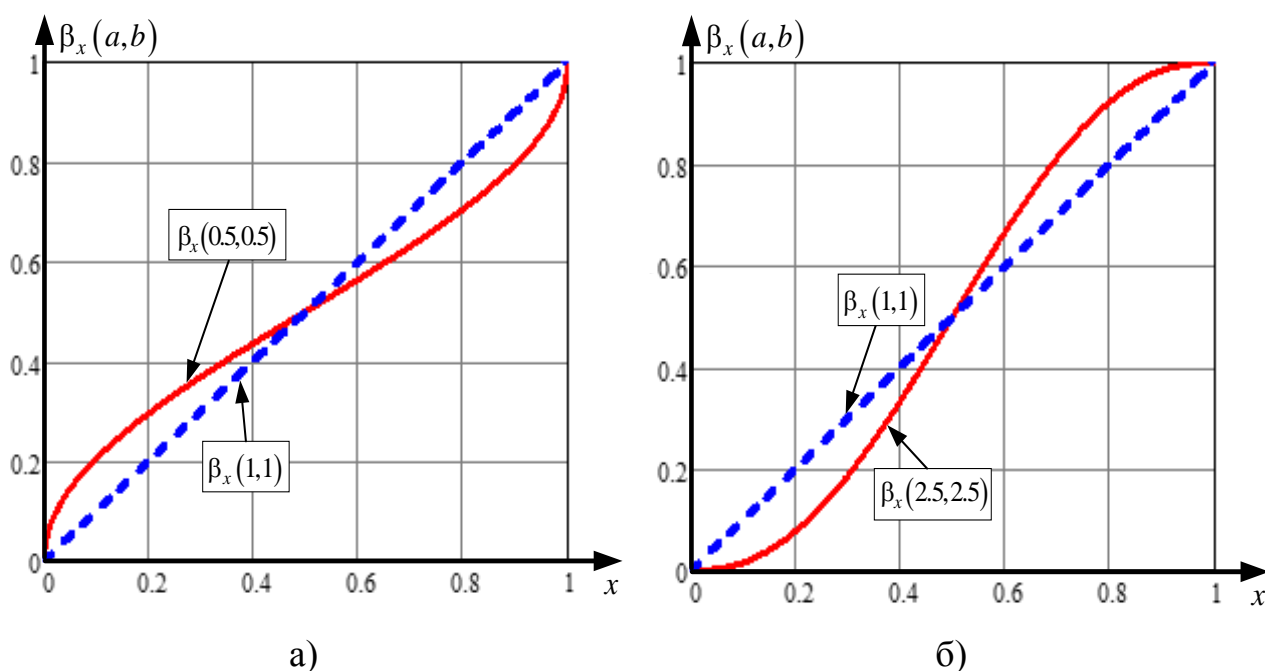


Рисунок 1.1 - график бета функции при а) $a=b=0.5$ и $a=b=1$ и
б) $a=b=2.5$ и $a=b=1$.

Пример применения бета-коррекции показан на рис. 1.2.

На рис. 1.2а показано исходное изображение, на рис. 1.2б – результат его бета-коррекции, на рис. 1.2в – гистограмма яркости изображения после коррекции, на рис. 1.2г – форма неполной бета-функции, выбранной для коррекции изображения.

Применительно к автоматизированным системам видеонаблюдения, когда анализ кадров может сопровождаться неравномерностью освещения, что приводит к различным характеристикам областей неоднородного случайного анализируемого поля, подходящим подходом, обеспечивающим с одной стороны автоматизированный режим, а с другой стороны двухпараметрическую коррекцию, является метод гистограммной коррекции, основанный на использовании бета-функции.



a)



b)

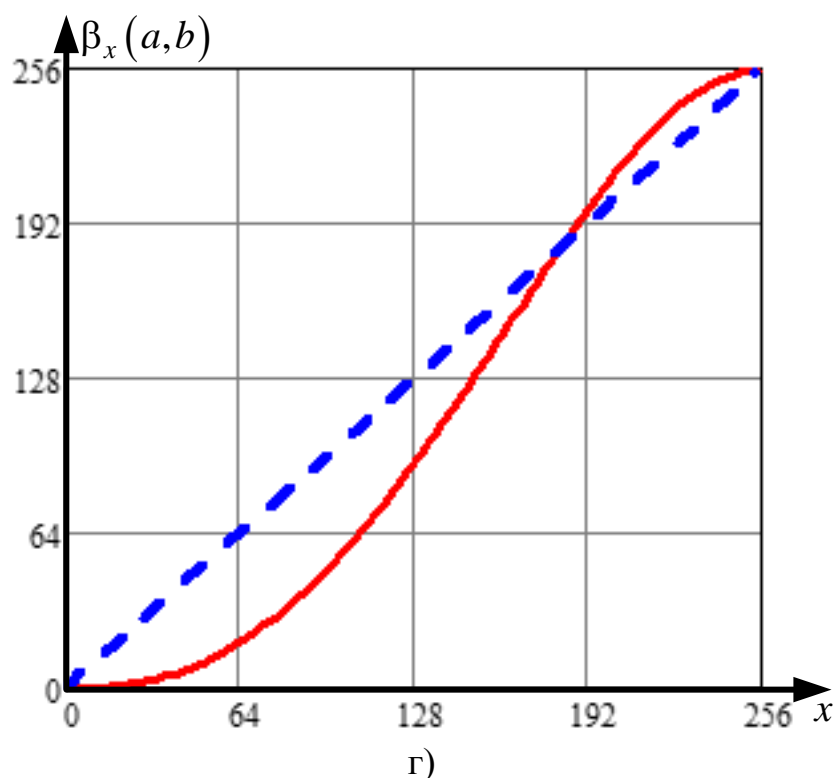
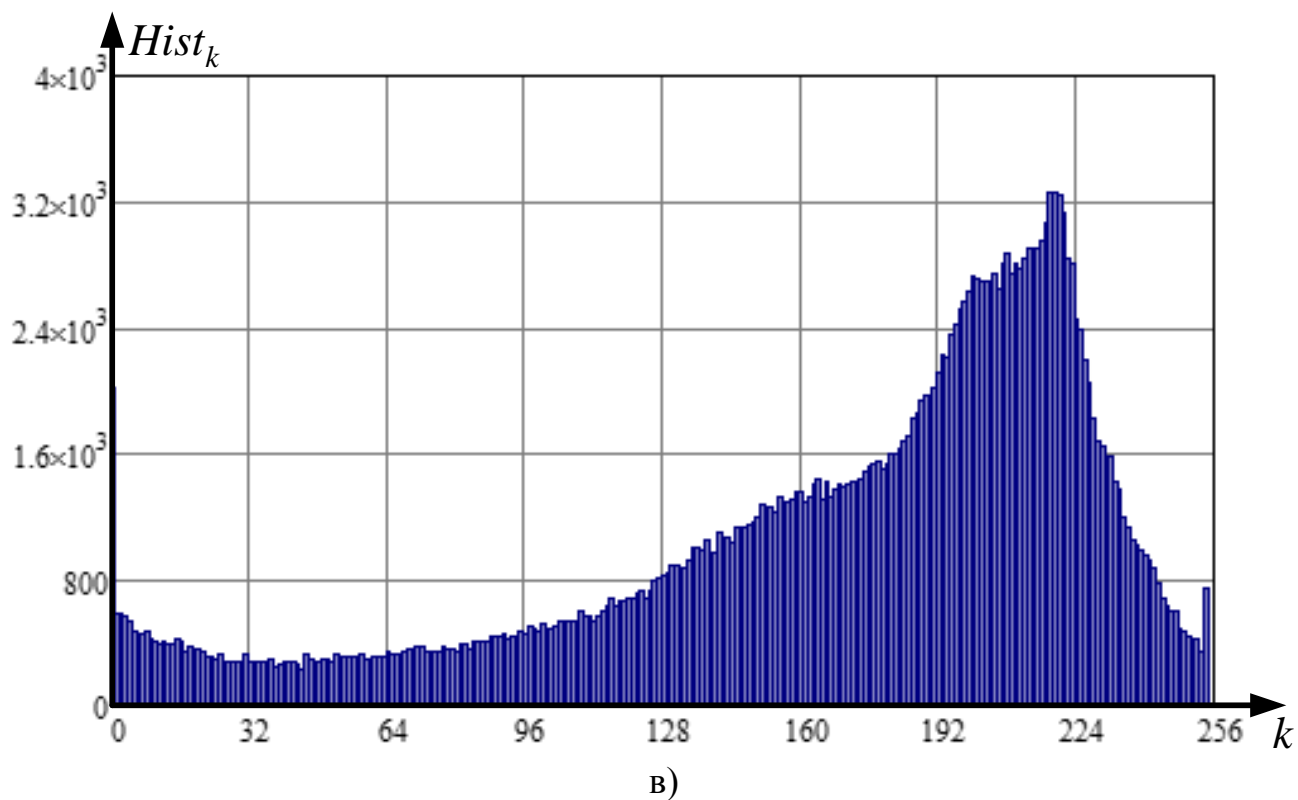


Рисунок 1.2 - а) изображение до бета – коррекции, б) изображение после бета-коррекции, в) гистограмма яркости изображения после коррекции г) форма неполной бета-функции (сплошная кривая), выбранной для коррекции изображения

Недостатком метода интегральной бета-коррекции является то, что при многопиковой гистограмме он может только сильнее исказить изображение. Исходя из этого, целесообразно в таких случаях перейти к зональной бета-коррекции. Ее суть состоит в выделении основных пиков гистограммы и применении коррекции только в пределах этих пиков, либо выборе фрагмента кадра, например, фрагмента с засветкой, и применении коррекции только для этого фрагмента. Иллюстрация зональной бета-коррекции гистограммы представлена на рисунке 1.3.

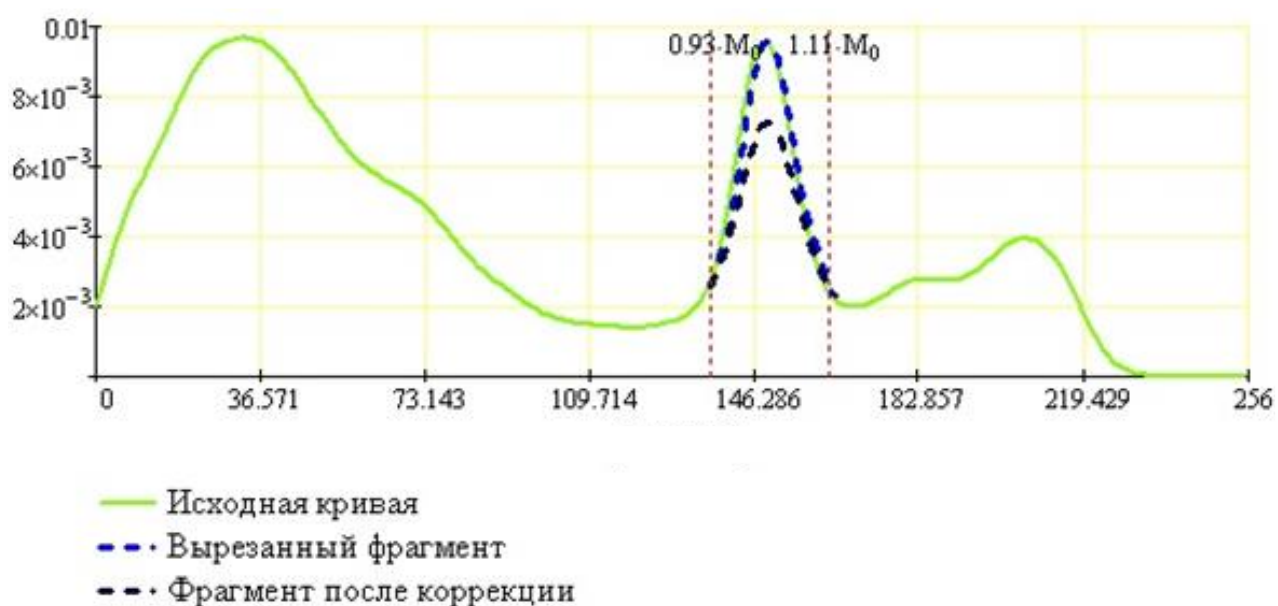


Рисунок 1.3 – Зональная бета – коррекция

Одним из новых способов при коррекции гистограммы является ядерное сглаживание исходного распределения. Удобство этого метода состоит в том, что ядерная оценка - непрерывная функция аргумента, в отличие от гистограммы.

$$W_n(x) = \frac{1}{nh(n)} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x - X_i}{h(n)}\right), \quad (1.2)$$

где n - объем выборки (256);

$K(z)$ - сглаживающее ядро;

$h(n)$ - эффективная ширина ядра – «окно сглаживания»;

X_i - элемент выборки (т.е. каждый отсчёт гистограммы в порядке возрастания).

В таблице 1.1 представлены различные виды сглаживающих ядер $K(z)$.

Таблица 1.1 – Виды ядерных функций

Ядро	$K(z)$
Епанечникова	$(3/4)(1-z^2)I(z \leq 1)$
Квадратичное	$(15/16)(1-z^2)I(z \leq 1)$
Треугольное	$(1- z)I(z \leq 1)$
Гаусса	$\exp(-z^2/2)/\sqrt{2\pi}$

Метод ядерной оценки заключается в том, что каждому отсчёту гистограммы ставится в соответствие импульс (в зависимости от вида ядра) определённой высоты, затем эти импульсы суммируются, и получается непрерывная функция оценки плотности вероятности распределения яркости кадра. Такое представление эмпирической плотности вероятности является более информативным и удобным, чем ступенчатая гистограмма.

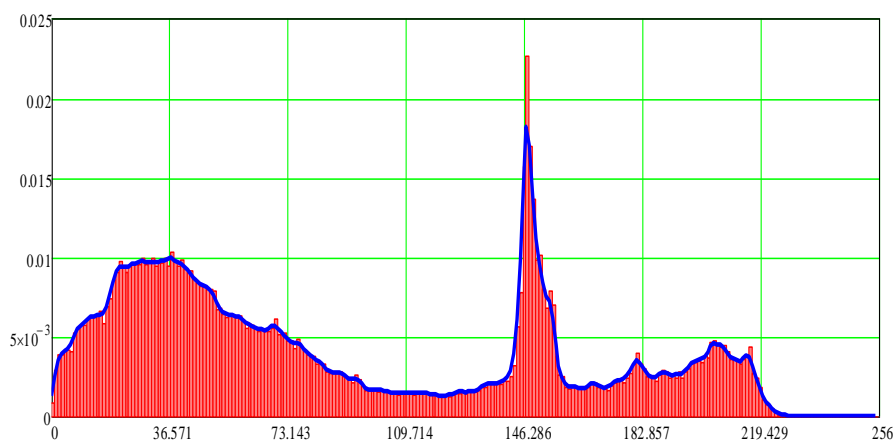
Метод ядерного сглаживания необходим для того, чтобы выделить основные пики изрезанного эмпирического распределения и удалить малозначительные шумовые пики. Причём, в зависимости от значения параметра h , сглаживание будет осуществляться в большей или меньшей степени. Таким образом, имея исходную гистограмму и желаемую (после ядерной оценки), приходим к обратной задаче. Под обратной задачей понимают следующую ситуацию: по известному виду плотности вероятности $p_f(f)$ и желаемому виду $p_g(g)$ необходимо определить требуемое преобразование $g = \varphi(f)$, которому следует подвергнуть исходное изображение. Сложность такой задачи заключается в том, что на практике гистограмма – дискретная функция. Найти необходимое преобразование можно из определения обратной функции

$$g = \varphi(f) = p_g^{-1}[p_f(f)] \quad (1.3)$$

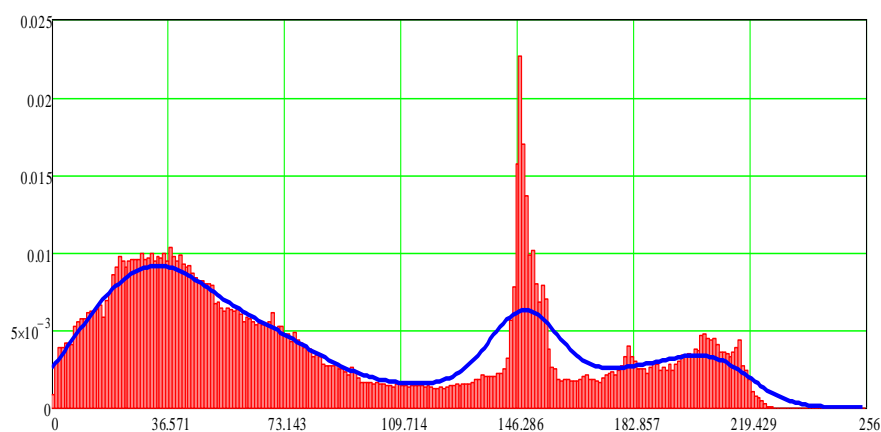
Решение задачи обратной гистограммной коррекции целесообразно производить с использованием ядерного сглаживания исходной и результирующей гистограмм. Правда при этом возникает некорректная по Тихонову А.Н. [91] задача. Но методы преодоления такой проблемы достаточно разработаны в [92].

На рисунках 1.4а и 1.4б пример ядерного сглаживания для различных значений параметра h .

Данный метод заметно облегчает решение обратной задачи, так как мы имеем дело уже не с дискретной гистограммой, а с непрерывной кривой.



а)



б)

Рисунок 1.4 – Гистограмма изображения и результат применения ядерного сглаживания с параметрами: а) $h=1$, б) $h=10$

Рассмотрим частный случай обратной задачи. Например, гистограмма исходного изображения может быть представлена в виде бигауссовского закона. Зная плотность распределения, с помощью интегрирования, найдём функцию распределения, которая примет вид:

$$F_{\xi}(x) = c \cdot \Phi\left(\frac{x - m_1}{\sigma_1}\right) + (1 - c) \cdot \Phi\left(\frac{x - m_2}{\sigma_2}\right), \quad (1.4)$$

где c - неотрицательная константа,

$\Phi(\cdot)$ - функция Лапласа,

m , σ - математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение случайной величины x .

Метод основан на нахождении обратной функции, а для этого приходится работать с монотонной функцией, которой и является функция распределения (всегда монотонно возрастает, либо константа).

Предположим, что требуется найти преобразование с итоговой функцией распределения в виде степенной функции:

$$F_{\eta}(y) = \left(\frac{y}{y_m} \right)^{\gamma}, \quad (1.5)$$

где y - искомое преобразование,

y_m - коэффициент нормировки, соответствующий максимальному значению яркости,

γ - неотрицательная константа.

Отсюда находим неизвестное преобразование, которое потом будем применять к изображению:

$$\frac{y}{y_m} = \left(c \cdot \Phi \left(\frac{x - m_1}{\sigma_1} \right) + (1 - c) \cdot \Phi \left(\frac{x - m_2}{\sigma_2} \right) \right)^{\frac{1}{\gamma}}. \quad (1.6)$$

На рисунке 1.5 представлен исходный вид гистограммы и её представление в виде бигауссовского закона (сплошной кривой). На рисунке 1.6а представлено изображение до коррекции, на рисунке 1.6б – после.

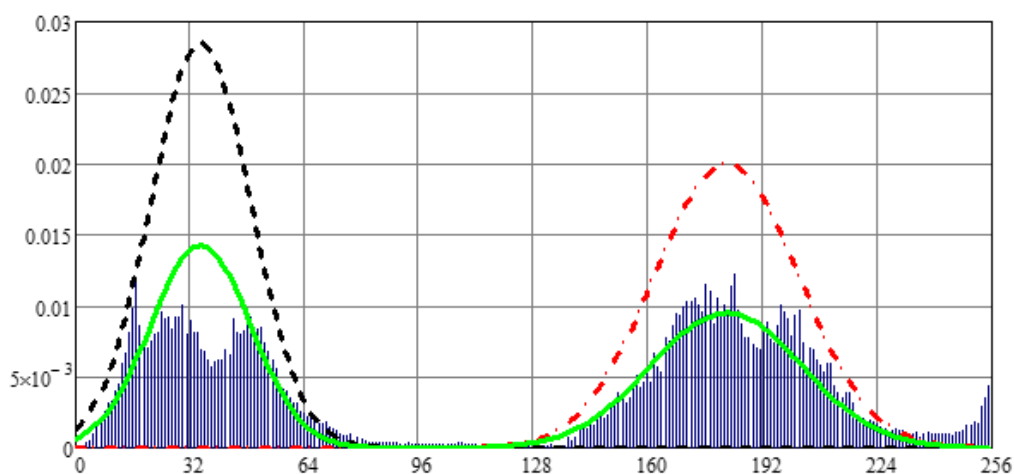


Рисунок 1.5 – Гистограмма изображения и её представление в виде бигауссовского закона



а)



б)

Рисунок 1.6 – а) исходное изображение,
б) изображение после коррекции

1.2. Ортогональные преобразования полей и их свойства

Процедура сжатия изображений основывается на использовании свойств ортогональных преобразований. В настоящее время представлен ряд работ, в которых используется разложение по базису классических ортогональных полиномов (Лежандра, Чебышева), эти преобразования обладают весьма компактными спектрами, которые чувствительны к сдвигу анализируемого фрагмента или же по дискретным базисам (ДКП, Уолш, GDCT).

Следует отметить, что ортогональное преобразование является однозначной операцией, поэтому восстановление с помощью применения операции обратного преобразования будет без каких-либо потерь. Для сжатия изображения необходимо к полученной в результате ортогонального преобразования матрице спектральных коэффициентов применить процедуру квантования.

Принцип ортогонального преобразования основан на общих соотношениях

$$C(u,v) = \iint f(x,y) \varphi_u(x) \varphi_v(y) dx dy, \quad (1.7)$$

$$f(x,y) = \sum_u \sum_v C(u,v) \varphi_u(x) \varphi_v(y).$$

Из этих соотношений получается пара дискретных преобразований

$$C_{u,v} = \sum_i \sum_j f(i,j) \varphi_u(i) \varphi_v(j), \quad (1.8)$$

$$f(i,j) = \sum_u \sum_v C_{u,v} \varphi_u(i) \varphi_v(j).$$

Предполагается, что базисы $\{\varphi_{u,v}(x,y)\}, \{\varphi_{u,v}(i,j)\}$ являются ортонормированными. Весьма распространено ортогональное преобразование в виде двумерного дискретного косинусного преобразования (ДКП).

Двумерное ДКП реализуется по формуле:

$$\mathbf{C} = [C_{km}] = \Phi \mathbf{S} \Phi^T, k, m = 0 \dots N-1, \quad (1.9)$$

$$\Phi = \sqrt{\frac{2}{N}} \begin{bmatrix} \sqrt{0.5} \\ \cos(\pi k \frac{i+0.5}{N}) \end{bmatrix}, k = 0 \dots N-1. \quad (1.10)$$

где $\mathbf{S} = [s_{i,j}]$ - блок яркостных компонент изображения,

$i, j = 0 \dots N-1$ - координаты пикселей изображения.

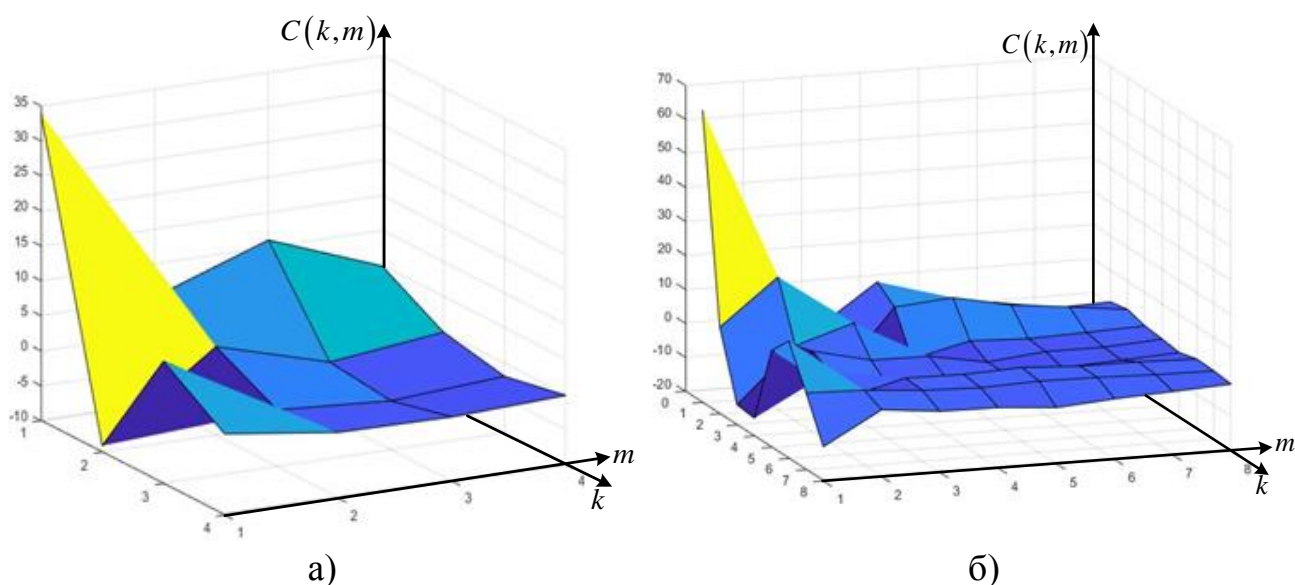
Для анализа влияния размера блоков на спектр ДКП и дальнейшего построения распределения основных спектральных мод, воспользуемся формулами (1.9)-(1.10) для различных значений N . Для изображения, представленного на рисунке 1.7, на рисунках 1.8а-1.8в изображены графики распределения спектральных коэффициентов для блоков размером 4×4 , 8×8 , 16×16 . Видно, что чем больше размер блока, тем больше высокочастотных компонент. Это

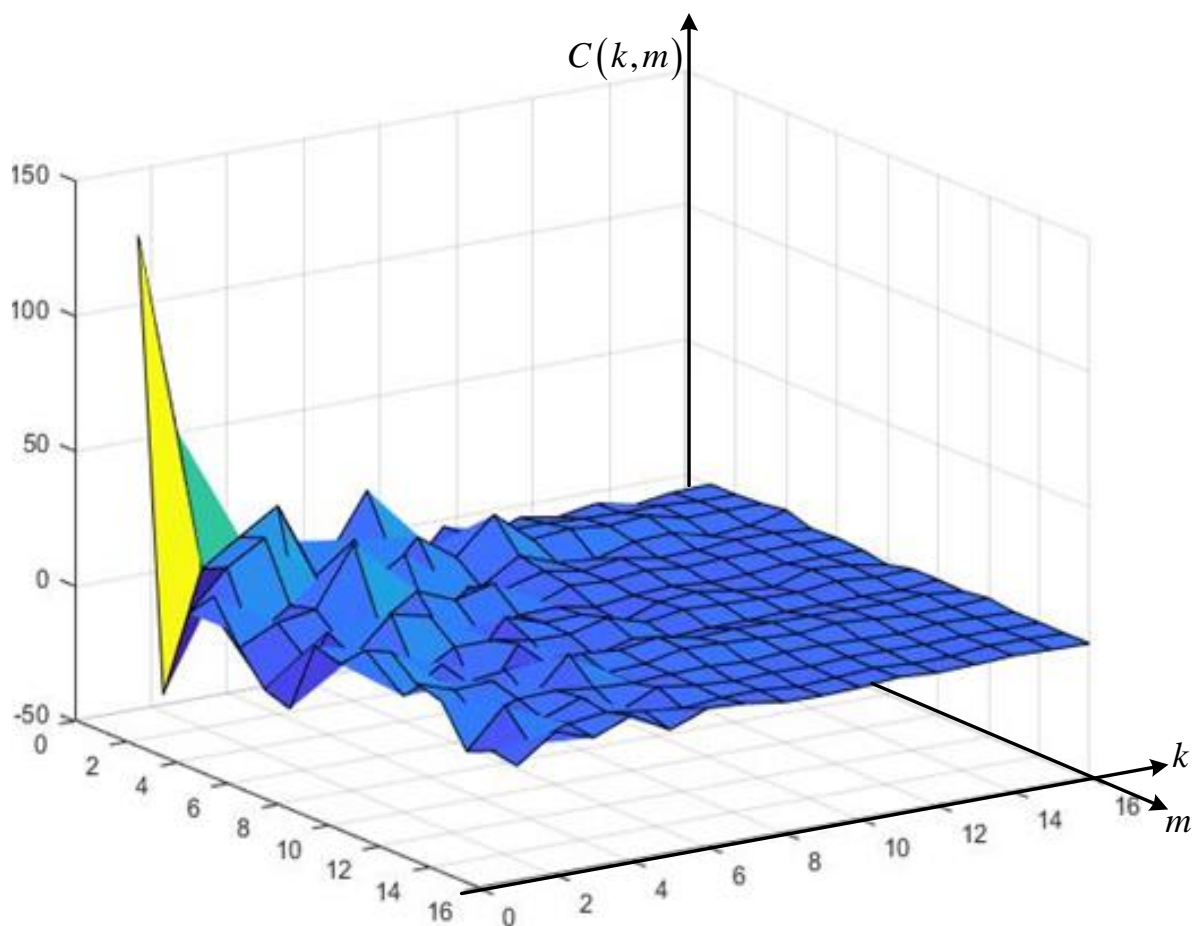
значит, что захватывается больше контуров и мелкомасштабных деталей. Отметим, что для наглядности на рисунках 1.8, 1.10 коэффициент $C_{0,0}$ уменьшен в 15 раз.

При применении к изображению ДКП, мы получаем подматрицы спектральных коэффициентов. В каждой из этих подматриц основными спектральными модами являются коэффициенты $C_{0,0}, C_{0,1}, C_{1,0}$ где $C_{0,0}$ характеризует среднюю яркость. На рисунке 1.9а – 1.9в приведены гистограммы для коэффициентов $C_{0,0}, C_{0,1}, C_{1,0}$ для блоков изображения, представленного на рисунке 1.7, размером 8×8 . Видно, что на изображении присутствуют три основные яркостные компоненты, поэтому гистограмма $C_{0,0}$ имеет три пика.



Рисунок 1.7 – Анализируемое изображение (клумба)

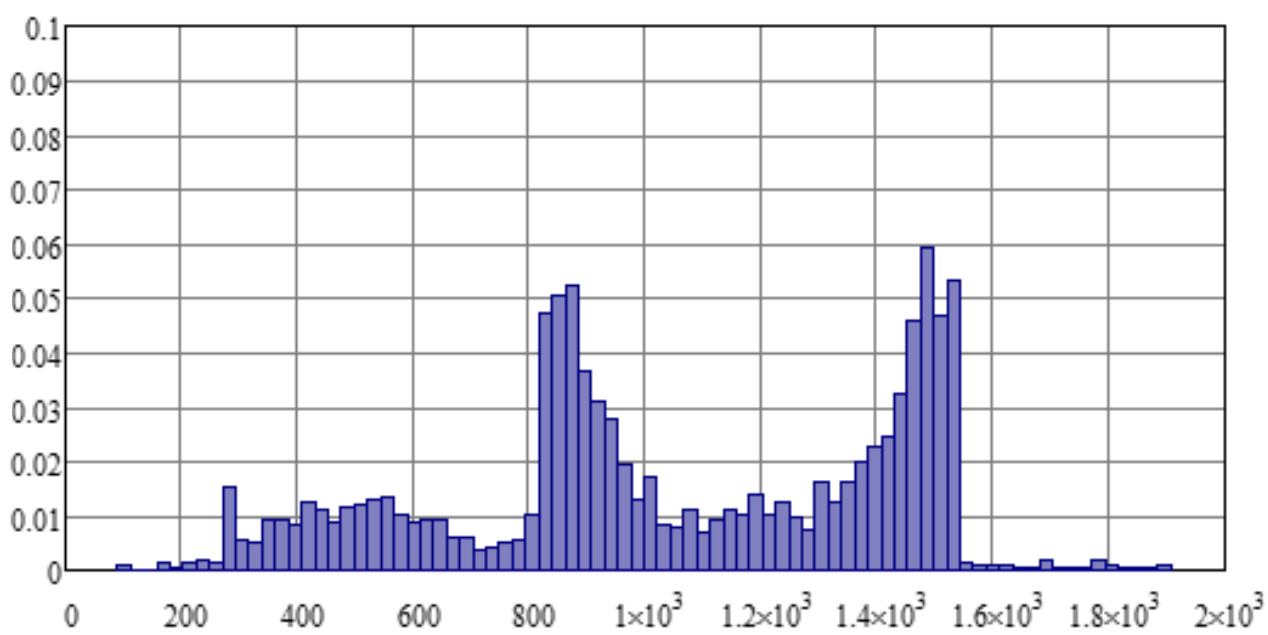




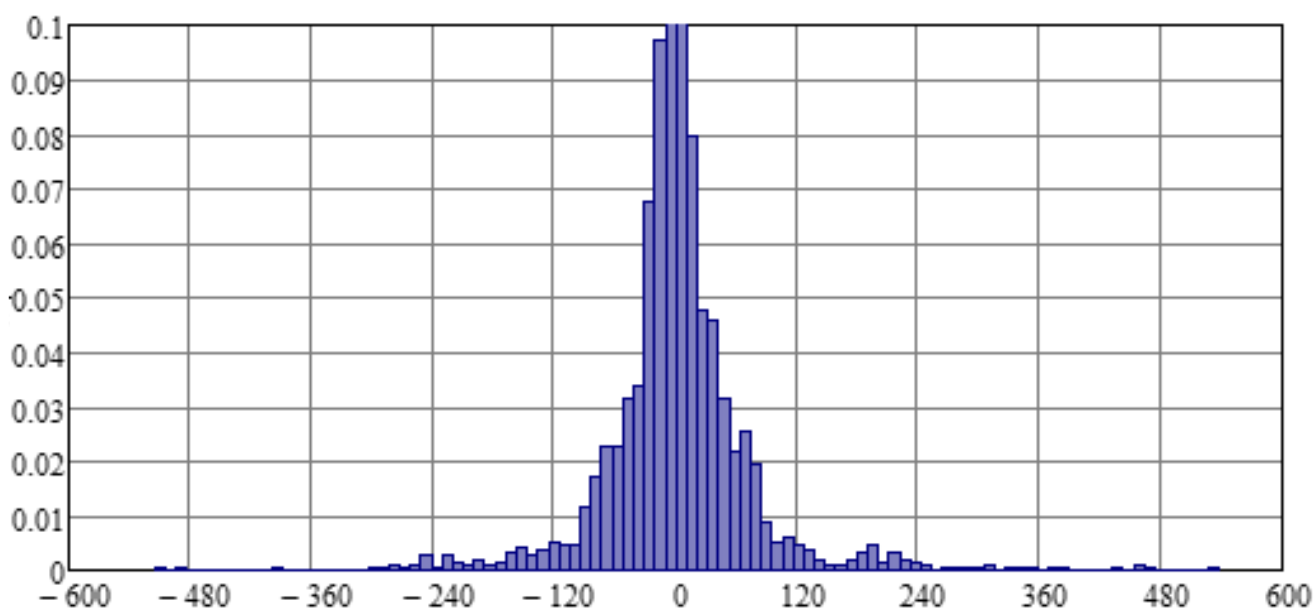
в)

Рисунок 1.8 – Распределение спектральных компонент при размерах блока:

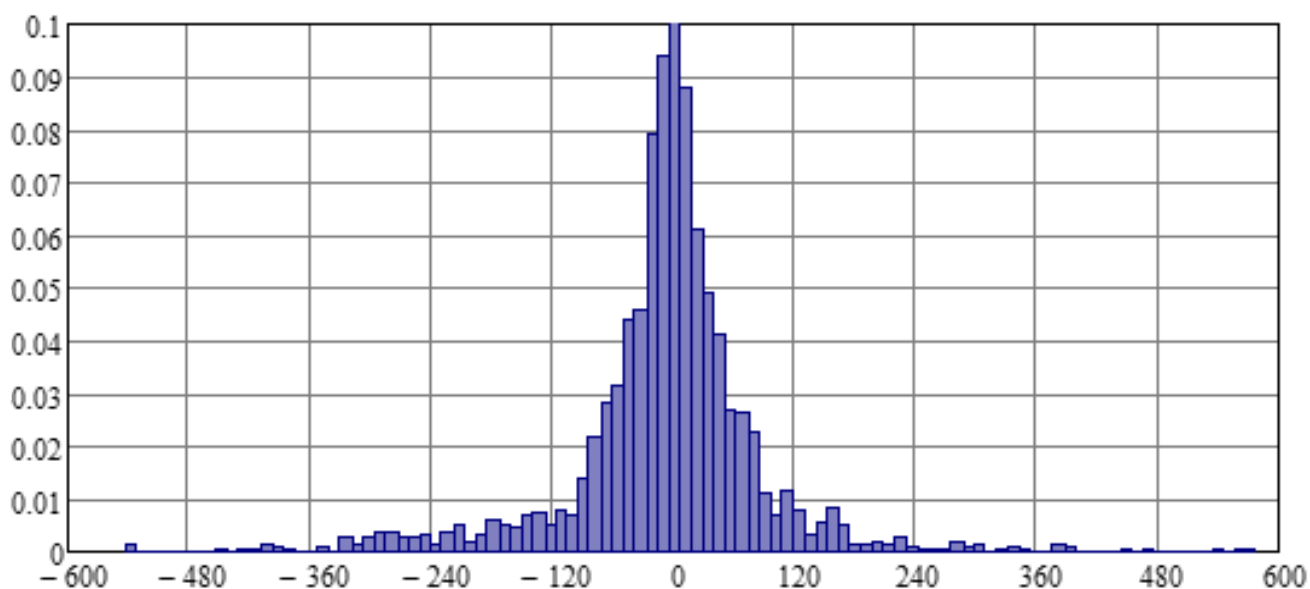
а) 4×4 , б) 8×8 , в) 16×16



а)



б)



в)

Рисунок 1.9 Гистограммы спектральных мод: а) $C_{0,0}$, б) $C_{0,1}$, в) $C_{1,0}$.

Перейдем к сравнению спектров двух ортогональных преобразований - ДКП и преобразования Уолша - Адамара.

Двумерное дискретное ДКП определяется по формулам (1.9-1.10). Спектральные коэффициенты для преобразования Уолша–Адамара получаются посредством умножения блока изображения на матрицу Адамара соответствующей размерности. Например, для блока изображения размером 8×8 :

$$\begin{pmatrix} 127 & 129 & 132 & 133 & 138 & 137 & 134 & 132 \\ 127 & 127 & 132 & 137 & 147 & 137 & 127 & 124 \\ 128 & 126 & 130 & 135 & 150 & 136 & 121 & 117 \\ 124 & 124 & 135 & 137 & 135 & 129 & 122 & 122 \\ 125 & 128 & 140 & 140 & 121 & 116 & 112 & 113 \\ 125 & 130 & 138 & 134 & 118 & 112 & 108 & 109 \\ 127 & 130 & 132 & 123 & 130 & 124 & 117 & 114 \\ 132 & 133 & 133 & 123 & 137 & 131 & 125 & 123 \end{pmatrix}$$

матрица Адамара имеет вид:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

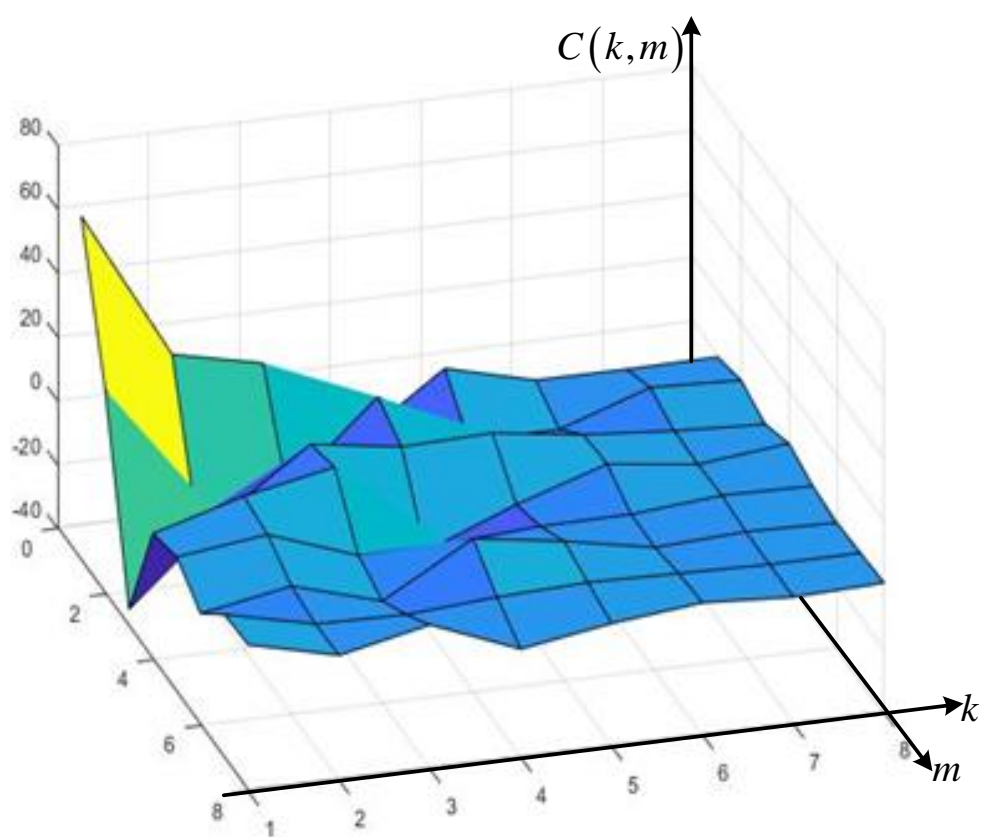
Матрица спектральных коэффициентов при ДКП имеет следующий вид:

$$\begin{pmatrix} 1.024 \times 10^3 & 23.97 & -34.434 & -0.432 & 2.5 & -4.919 & 5.063 & 5.889 \\ 21.215 & -20.098 & -9.464 & 7.704 & 5.992 & 0.19 & -1.412 & -0.959 \\ 14.983 & -14.568 & 10.178 & 13.302 & -4.078 & -8.074 & -2.009 & 5.074 \\ -13.633 & 11.181 & 5.846 & -16.627 & -3.775 & 7.959 & -0.054 & -6.039 \\ 6.25 & -6.114 & 6.652 & -5.481 & -2 & 3.623 & 1.033 & -1.529 \\ -0.891 & -6.052 & 2.565 & 3.679 & -1.76 & -1.843 & 0.289 & 1.39 \\ -1.065 & 3.541 & 0.241 & 0.028 & 0.607 & -0.459 & -0.428 & -0.375 \\ -0.708 & 2.261 & -1.216 & 3.101 & 0.036 & -1.205 & -0.362 & 0.568 \end{pmatrix},$$

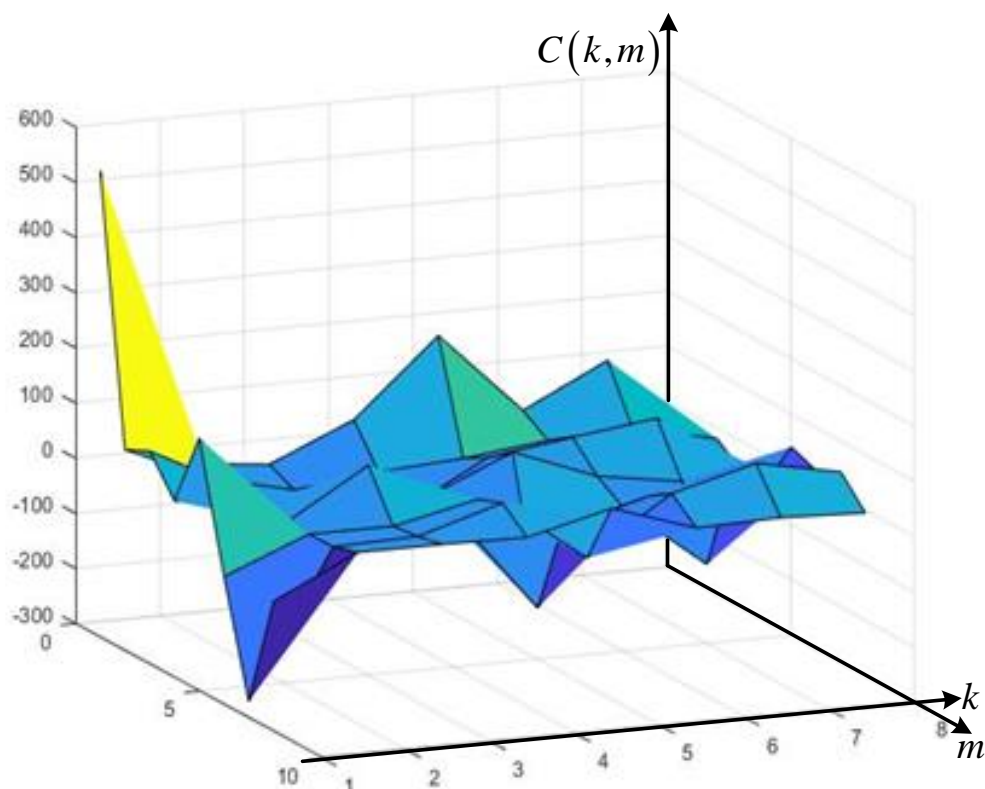
а матрица спектральных коэффициентов при преобразовании Уолша - Адамара:

$$\begin{pmatrix} 8.194 \times 10^3 & 64 & 86 & 20 & 158 & -68 & -270 & -64 \\ 0 & -2 & 8 & -2 & -12 & -6 & -4 & 10 \\ -16 & -38 & -88 & 2 & 80 & -6 & 0 & 10 \\ 50 & -20 & -66 & -16 & -22 & 28 & 46 & 8 \\ 188 & -10 & 16 & 50 & -208 & -38 & -68 & 46 \\ 38 & 8 & 38 & -8 & -38 & 4 & 34 & -4 \\ 114 & 16 & 58 & -32 & -158 & 16 & 74 & 0 \\ -72 & -18 & -52 & -30 & 40 & 22 & 44 & -6 \end{pmatrix}.$$

На рисунке 1.10а приведено распределение для матрицы спектральных коэффициентов размером 8×8 одного из блоков изображения, представленного на рисунке 1.8 при ДКП, а на рисунке 1.10б - при преобразовании Уолша–Адамара. Сравнение спектров будем проводить на основе этих графиков и самих матриц, полученных после преобразования.



а)



б)

Рисунок 1.10 – Распределение спектральных коэффициентов при применении: а) ДКП, б) преобразования Уолша-Адамара

Видно, что спектр Уолша-Адамара для того же блока изображения имеет спектральные компоненты с большей амплитудой. Исходя из этого, можно сделать вывод, что его спектральная локализация хуже, чем у ДКП. Отсюда следует широкая применимость ДКП в современных системах, несмотря на то что преобразование Уолша–Адамара в вычислительном плане проще.

Рассмотренные алгоритмы дискретных ортогональных преобразований (дискретное косинусное преобразование и преобразование Уолша-Адамара) относятся к дискретным преобразованиям, отсчеты которых выполнены по равномерной сетке. Известны также ортогональные преобразования, для которых при восстановлении сигнала берется неравномерная сетка отсчетов [83,93]. Например, обобщенное преобразование Чебышева (GDCT). Преобразование GDCT можно отнести к классу ортогональных быстрых преобразований с неравномерной дискретизацией.

К свойствам полиномов Чебышева I и II рода, обеспечивающим актуальность их применения в задачах разложения сигналов, можно отнести возможность реализации на их основе геометрического масштабирования и сдвига, в том числе субпиксельного.

Одним из способов определения полинома Чебышева I рода $T_m(z)$, связанного с весом $\rho(z) = 1/\sqrt{1-z^2}$, может быть следующее представление:

$$T_m(z) = \cos(m \cdot \arccos(z)). \quad (1.11)$$

Введение замены $z = \cos(\theta)$ позволяет существенно упростить расчеты полиномов Чебышева I рода. В таком случае с учетом тригонометрических тождеств приходим к рекуррентному уравнению вида

$$T_{m+1}(z) = 2z \cdot T_m(z) - T_{m-1}(z). \quad (1.12)$$

Условие ортогональности функций $T_m(z)$ имеет вид

$$\int_{-1}^1 \frac{T_m(z)T_k(z)}{\sqrt{1-z^2}} dz = \begin{cases} 0, & k \neq m \\ \pi, & k = m = 0 \\ \frac{\pi}{2}, & k = m \neq 0 \end{cases}. \quad (1.13)$$

Значения нулей полинома Чебышева можно получить из формулы (1.11):

$$z_k = \cos(\theta_k), \quad k = 0, 1, \dots, m, \quad (1.14)$$

где $\theta_k = \frac{(2k+1)\pi}{2m}$ - углы, формирующие равномерную сетку, однако значения аргументов располагаются неравномерно на интервале $[-1; 1]$.

Посредством разложения функции по полиномам Чебышева I рода достигается наибольшее соответствие (наименьшее максимальное отклонение) с аппроксимируемой функцией и обеспечивается наибольшая скорость сходимости в сравнении с разложениями по другим полиномам степени m .

Пусть функцию $f(z)$ требуется представить в виде разложения по полиномам Чебышева I рода, тогда:

$$C_m = \frac{1}{d_{m-1}} \int_{-1}^1 \frac{f(z)T_m(z)}{\sqrt{1-z^2}} dz, \quad (1.15)$$

$$f(z) = \sum_{m=0}^{\infty} C_m T_m(z), \quad (1.16)$$

где $d_m = \begin{cases} \frac{\pi}{2}, & m \neq 0 \\ \pi, & m = 0 \end{cases}$ - норма полиномов Чебышева.

Пусть имеется процесс $s(z)$, квадратично интегрируемый с весом $\rho(z)$. Тогда можно записать квадратичную форму гауссовского типа наивысшей алгебраической степени точности порядка $2N-1$ как

$$\int s(z)\rho(z)dz = \sum_{n=1}^N \lambda_n s(z_n). \quad (1.17)$$

Здесь z_n - нули полиномов Чебышева, ортогональных с весом $\rho(z)$, λ_n - числа Кристоффеля.

Узлы и веса $\{z_n\}$, $\{\lambda_n\}$ однозначно определяются видом ортогонального полинома $T_m(z)$. Для полиномов Чебышева получается формула Меллера (Гаусса-Чебышева)

$$\frac{1}{d_{m-1}} \int_{-1}^1 \frac{s(z)T_m(z)}{\sqrt{1-z^2}} dz \approx \frac{\pi}{d_m N} \sum_{n=0}^{N-1} s(z_n) T_m(z_n). \quad (1.18)$$

Здесь $z_n = \cos\left(\frac{\pi(2n+1)}{2N}\right)$ - нули полинома Чебышева I рода $T_N(z)$, $\lambda_n = \frac{\pi}{N}$ -

то есть все весовые коэффициенты одинаковы. Учитывая (1.11), приходим к выражению для прямого и обратного преобразований:

$$C_m = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{n=0}^{N-1} s(z_n) g_m \cos\left(\pi m \frac{n+0.5}{N}\right), \quad (1.19)$$

$$S_M = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{m=0}^{M-1} g_m C_m T_m(z) = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{m=0}^{M-1} g_m C_m \cos(m \cdot \arccos(z)). \quad (1.20)$$

Здесь $\begin{cases} g_m = 1, & m > 0 \\ g_m = 0.5, & m = 0 \end{cases}$, $S_m(z)$ - сигнал, восстановленный по M

спектральным коэффициентам.

Выражения (1.19) похоже на ДКП, но имеет три важных отличия: 1) точки отсчета $z_n = \cos\left(\frac{\pi(n+0.5)}{N}\right)$ сигнала $s(z)$ берутся неравномерно, 2) синтез сигнала $S_m(z)$ выполняется в произвольной точке $z \in [-1;1]$, а не в дискретном наборе точек отсчета, как в ДКП, 3) точность формулы (1.19) при преобразовании достаточно гладких функций выше, чем у ДКП. Поэтому число отсчетов можно взять меньшим.

1.3. Анизотропия полей

Исследование анизотропии случайных неоднородных полей позволяет посредством вычисления корреляции поля по координатам (x,y) , определить параметры требуемого геометрического преобразования (например, угол поворота фрагмента неоднородности поля) для перехода к новой системе координат (x',y') . Такой подход, позволяющий устранить корреляцию между координатами посредством перехода в новую систему координат (путем вычисления матрицы поворота), обеспечит повышение качества последующего анализа, например, повышение точности оценки положения (сдвига) фрагмента неоднородного поля. При этом возможным становится выбор оптимального шага дискретизации и апертурного анализа по координатам поля за счет информации об интервале корреляции по осям x',y' .

Применительно к изображениям (неоднородное дискретное случайное поле), в основном анализ анизотропии реализуют в пиксельном пространстве изображения. Например, в [84,85] строится корреляционный тензор градиента фрагментов изображений. Градиентный подход, применительно к дискретным полям, обладает рядом недостатков, к которым можно отнести, во-первых, разрывность контуров, возникающую вследствие применения процедуры дифференцирования, что приводит к проблеме сшивания контура. Наличие разрывов в контуре не позволяет качественно локализовать область, занятую объектом, вследствие чего снижается точность оценки таких характеристик локализуемого фрагмента неоднородного поля, как: угол поворота,

пространственная протяженность, местоположение на кадре, коэффициент формы объекта (требуется, например, в задачах автоматизированной идентификации обнаруженных объектов на изображении). Во-вторых, процедура дифференцирования изображения приводит к усилению влияния шумов, борьба с которыми с одной стороны приведет к повышению вычислительных затрат, а с другой стороны, может привести к снижению точности последующей оценки (например, оценки местоположения фрагмента). В-третьих, поскольку в задачах видеокodирования реализуют блочную обработку, такой подход приводит к возникновению ложных контуров на границах блоков.

Известен подход к оценке анизотропии изображений [82,86], лишенный недостатков, указанных выше, основанный на спектральном анализе, например, в базисах: ДКП, Уолша-Адамара или GDCT. Известный метод спектрального анализа анизотропии предполагает поблочное вычисление спектральных коэффициентов изображения в базисе ортогонального преобразования, например, ДКП. Результатом применения такого подхода будет оценка типа и направления анизотропии.

На основе идеи анализа неоднородности полей в спектральной области, реализованной, в работах [82,86], в диссертации предложен новый алгоритм оценки анизотропии, позволяющий локализовать области, соответствующие неоднородным участкам изображения, выделить их границы, оценить тип анизотропии (горизонтальная или вертикальная) и ориентацию объекта на изображении.

Перейдем к постановке задачи исследования анизотропии изображений. Пусть задан двумерный сигнал $s(x, y)$, $(x, y) \in D$, такой что его свойства по координатам (x, y) различны. В [84,85] такое различие определяется через компоненты градиента $\nabla s(x, y): \frac{\partial s(x, y)}{\partial x}, \frac{\partial s(x, y)}{\partial y}$. Поскольку, как известно, интервал корреляции (в случае рассмотрения двумерного сигнала - область корреляции) является параметром, определяющим протяженность сигнала, для решения задачи локализации неоднородного фрагмента на кадре, перейдем к

анализу автокорреляционной функции (АКФ) детерминированного двумерного сигнала

$$R(X, Y) = \frac{\iint s(x, y)s(x + X, y + Y)dxdy}{\iint (s(x, y))^2 dxdy}. \quad (1.21)$$

Известна связь АКФ и спектральной плотности сигнала, определяемая выражениями:

$$S(\omega_x, \omega_y) = \iint R(X, Y)\exp[-j(X\omega_x + Y\omega_y)]dXdY, \\ R(X, Y) = (1/2\pi)^2 \iint S(\omega_x, \omega_y)\exp[j(X\omega_x + Y\omega_y)]d\omega_x d\omega_y. \quad (1.22)$$

В окрестности положения максимума $\omega_x = 0, \omega_y = 0$ спектральная плотность $S(\omega_x, \omega_y)$ имеет вид

$$S(\omega_x, \omega_y) \approx S_{00} - 0.5(S_{11}\omega_x^2 + S_{22}\omega_y^2 + 2S_{12}\omega_x\omega_y), \quad (1.23)$$

где

$$S_{11} = -\frac{\partial^2 S(\omega_x, \omega_y)}{(\partial\omega_x)^2}, \\ S_{22} = -\frac{\partial^2 S(\omega_x, \omega_y)}{(\partial\omega_y)^2}, \\ S_{12} = -\frac{\partial^2 S(\omega_x, \omega_y)}{\partial\omega_x\partial\omega_y}. \quad (1.24)$$

Как видно из (1.15) спектральная плотность в окрестности максимума представляет собой квадратичную форму (в сечении – эллипс). Поворот осей с помощью преобразования

$$X = u \cos \theta - v \sin \theta \quad \Omega_u = \omega_x \cos \theta - \omega_y \sin \theta \\ Y = u \sin \theta + v \cos \theta \quad \Omega_v = \omega_x \sin \theta + \omega_y \cos \theta, \quad (1.25)$$

приводит квадратичную форму (1.23) к каноническому виду

$$S(\Omega_u, \Omega_v) = S_{00} - 0.5(\alpha^2\Omega_u^2 + \beta^2\Omega_v^2). \quad (1.26)$$

Здесь θ – угол поворота, приводящий к канонической форме

$$\operatorname{tg}(2\theta) = \frac{2S_{12}}{S_{11} - S_{22}}, \quad (1.27)$$

$\alpha^2 = \lambda_1$, $\beta^2 = \lambda_2$, где λ_1, λ_2 – корни уравнения

$$\begin{vmatrix} S_{11} - \lambda & S_{12} \\ S_{12} & S_{22} - \lambda \end{vmatrix} = 0. \quad (1.28)$$

Причем $\lambda_1 + \lambda_2 = S_{11} + S_{22}$, $\lambda_1 \lambda_2 = S_{11} S_{22} - S_{12}^2$. Набор параметров $(\lambda_1, \lambda_2, \theta)$ характеризует неоднородность сигнала $s(x, y)$ по координатам (x, y) .

Из пары соотношений для $R(X, Y) \leftrightarrow S(\omega_x, \omega_y)$ (1.22) следует, что

$$\begin{aligned} S_{11} &= \iint X^2 R(X, Y) dXdY, \\ S_{22} &= \iint Y^2 R(X, Y) dXdY, \\ S_{12} &= \iint XY \cdot R(X, Y) dXdY. \end{aligned} \quad (1.29)$$

Операции интегрирования свободны от вычислительных проблем, свойственных дифференцированию. Кроме того, интегральные преобразования не ухудшают отношения сигнал/шум.

Продемонстрируем на реальном изображении предлагаемый метод оценки ориентации объекта на изображении. Пусть на рисунке 1.11а представлено исходное изображение, а на рисунке 1.11б – интересующий нас объект, для которого необходимо найти ориентацию на изображении.

Из формулы (1.27) ориентация объекта на изображении определяется следующим выражением: $\theta = 0.5 \cdot \operatorname{arctg} \left(\frac{2S_{12}}{S_{11} - S_{22}} \right)$.

На рисунке 1.12а представлена соответствующая АКФ объекта в виде поверхности, а на рисунке 1.12б представлена контурная АКФ, содержащая оценку ориентации объекта (эллипс, который определяется параметрами $(\lambda_1, \lambda_2, \theta)$).

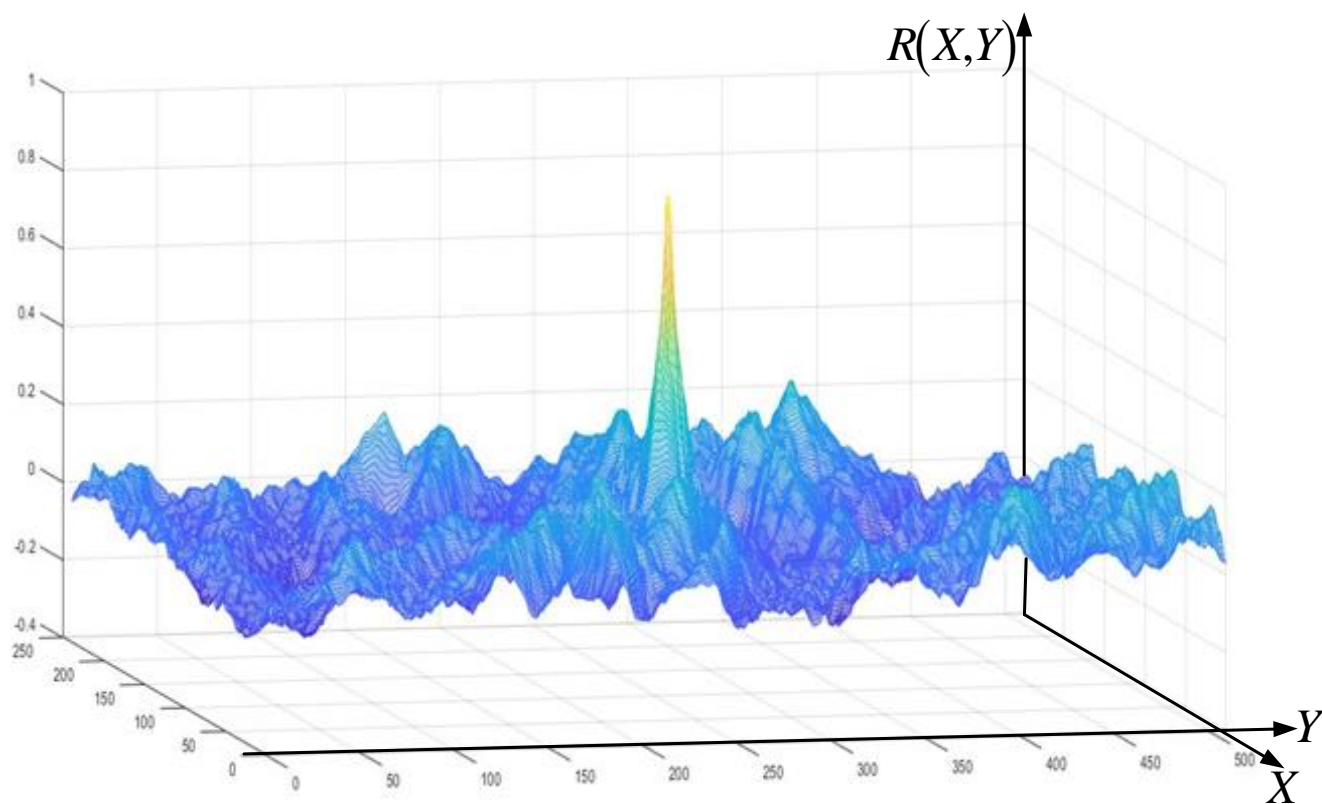


а)

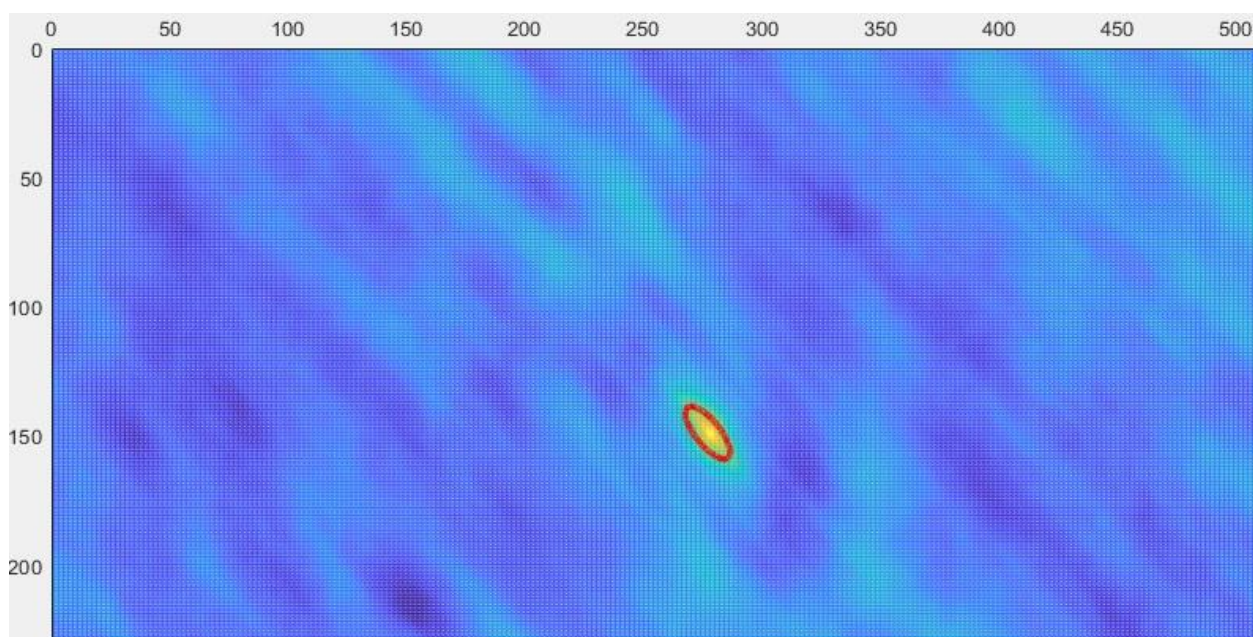


б)

Рисунок 1.11 – а) исходное изображение, б) макроблок изображения, содержащий объект исследования



а)



б)

Рисунок 1.12 – а) АКФ объекта в виде поверхности, б) контурная АКФ объекта

Рассмотрим дискретный цифровой сигнал, двумерный спектр которого можно вычислить при разложении по базису ДКП. Прямое дискретное косинусное преобразование вычисляется в соответствии с формулами (1.9-1.10). Матрица спектральных коэффициентов блоков анализируемых кадров $[C_{ij}]$, $i, j = 0..N - 1$ в общем случае имеет неоднородную структуру, что позволяет на основе анализа энергетической интегральной метрики

$$E = \frac{\sum_{i=0}^{N-2} \sum_{j=i+1}^{N-1} C_{ij}^2}{\sum_{j=0}^{N-2} \sum_{i=1}^{j+1} C_{ij}^2} = \frac{H}{L} \quad (1.30)$$

судить о направлении анизотропии,

где i номер строки анализируемого блока,

j - номер столбца анализируемого блока.

Анализ направления анизотропии, основанный на вычислении метрики (1.30) предполагает выполнение следующей последовательности действий: анализируемый кадр делится на блоки размером $N \times N$, для каждого блока вычисляются спектральные коэффициенты, например, в базисе ДКП, вычисляется

сумма коэффициентов верхней H и нижней L треугольных подматриц и берется их отношение в соответствии с формулой (1.30). Область значений метрики E лежит в диапазоне от 0 до бесконечности ($0 \leq E < \infty$) в зависимости от направления анизотропии. Очевидно, что в случае анализа изотропного поля метрика принимает значение равное 1 ($E = 1$). Такой разброс значений метрики E неудобен для практики. Более удобна метрика

$$M_E = \frac{H - L}{H + L} \quad (1.31)$$

Очевидно, что $-1 \leq M_E \leq 1$.

Метрика (1.31) позволяет оценить направление анизотропии. Так, если $M_E < 0$, то поле имеет вертикальную анизотропию. Если $M_E > 0$, то поле анизотропно в горизонтальном направлении. В случае $M_E \approx 0$, поле является изотропным.

Для эксперимента были сформированы по методу Хабиби изображения с вертикальной (рисунок 1.13а) и горизонтальной (рисунок 1.13б) анизотропией и изотропное изображение (рисунок 1.13в) с заданными коэффициентами корреляции по пространственным координатам изображений.

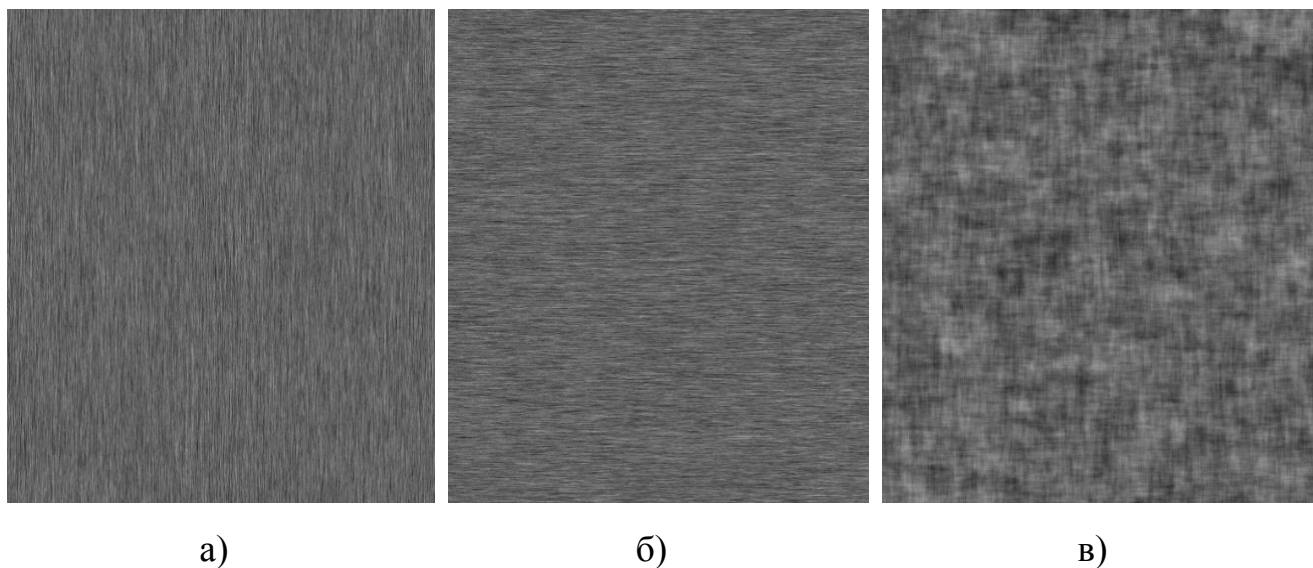


Рисунок 1.13 – Модельные изображения различных текстур: а) изображение с вертикальной анизотропией, б) изображение с горизонтальной анизотропией, в) изотропное изображение

На рисунке 1.14 представлены гистограммы статистики M_E для изображений, представленных на рисунках 1.13а-в, а в таблице 1.2 представлены соответствующие средние значения этих статистик.

Таблица 1.2 – Среднее значение статистики M_E для модельных изображений, представленных на рисунке 1.13а-в.

Среднее значение	Тип изображения		
	Вертикальная анизотропия	Горизонтальная анизотропия	Изотропное изображение
	-0,905	0,899	0,028

Из таблицы 1.2 видно, что когда на изображении присутствует вертикальная анизотропия, среднее значение статистики стремится к -1, если же присутствует горизонтальная анизотропия, то среднее значение близко к 1; в случае изотропного фрагмента - среднее значение лежит в окрестности 0.

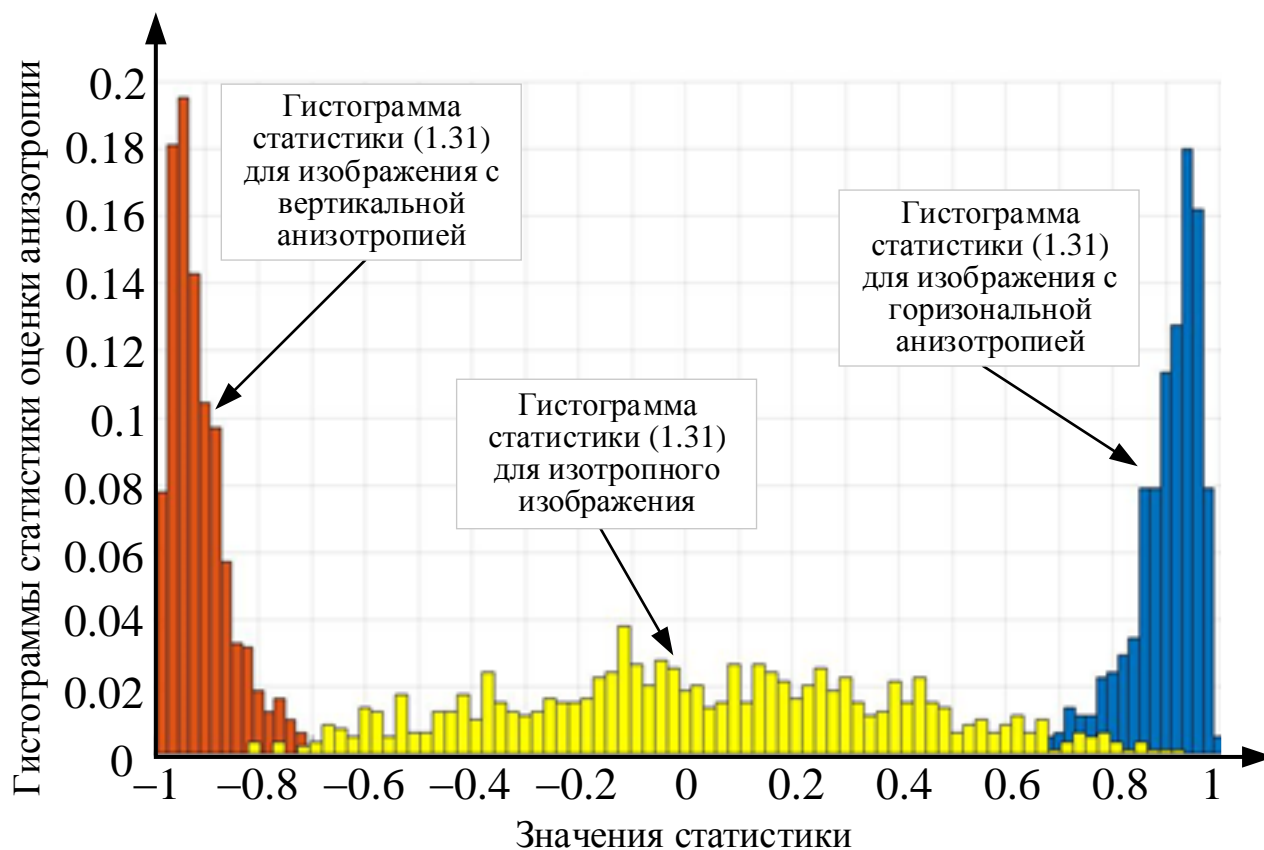
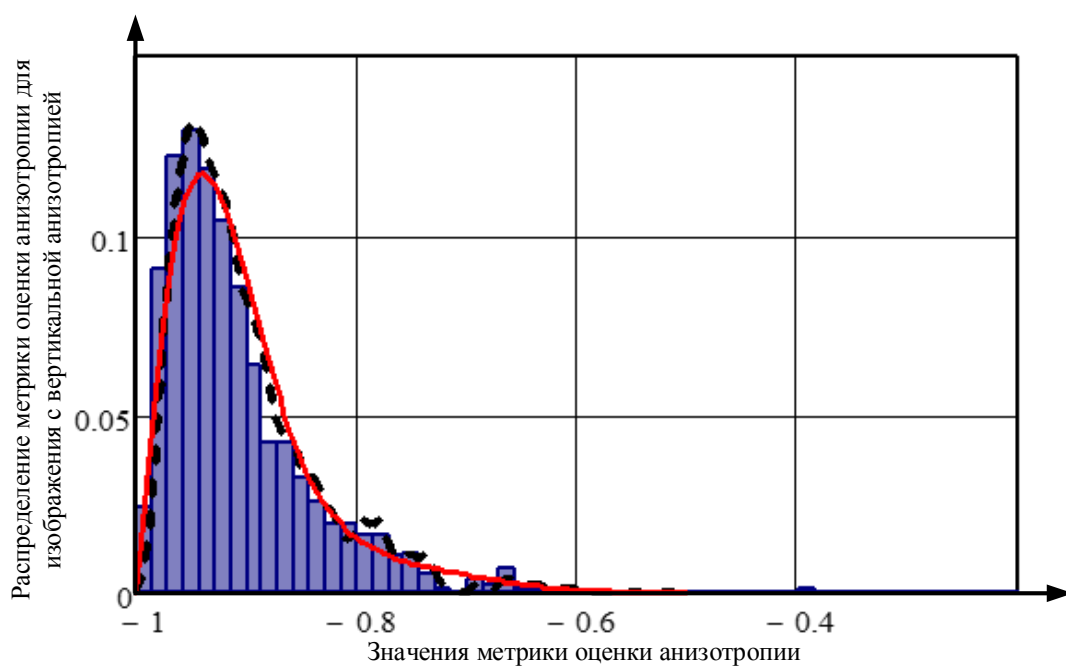


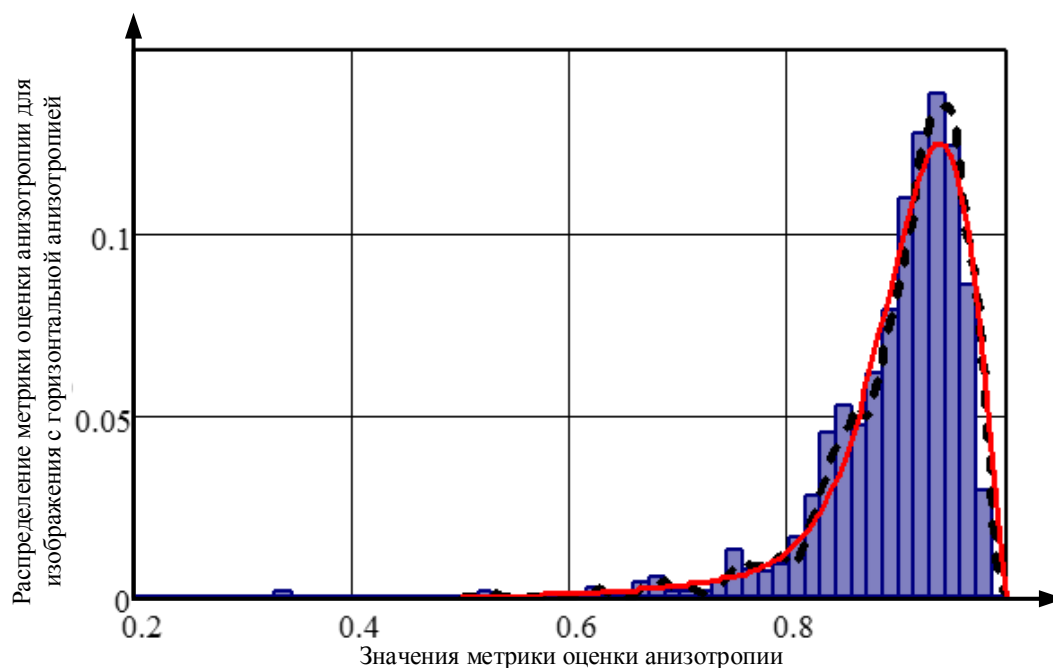
Рисунок 1.14 – Гистограммы статистик, соответствующих модельным изображениям с вертикальной и горизонтальной анизотропией и изотропному изображению

На рисунках 1.15а-в, для изображений, представленных на рисунках 1.13а-в, изображены: гистограммы статистик M_E , их аппроксимация ядерным сглаживанием (описание представлено в п. 1.1) – пунктирная линия и аппроксимация рядами Якоби – сплошная линия. Аппроксимация рядами Якоби получена исходя из следующих соотношений [94]:

$$f_{\beta}(x) = \frac{\Gamma(u+v)}{\Gamma(u)\Gamma(v)} x^{u-1} (1-x)^{v-1}, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad u, v > 0. \quad (1.32)$$



а)



б)

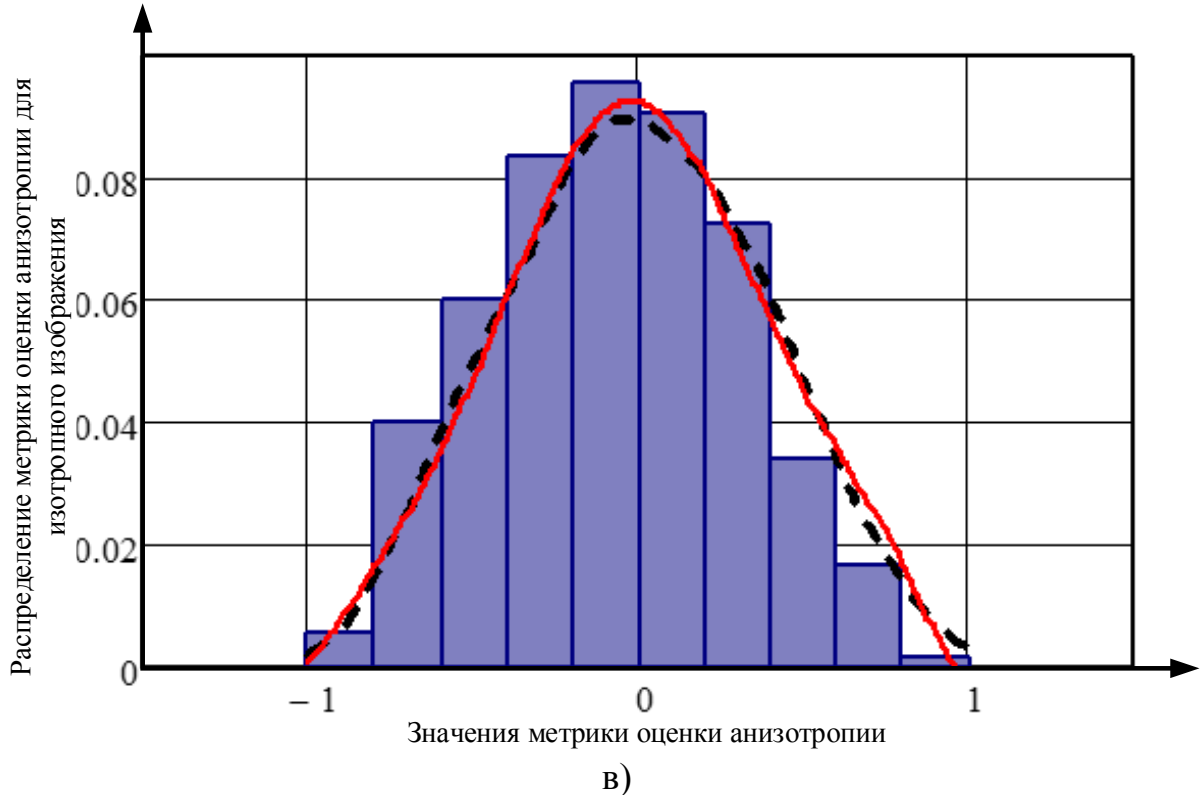


Рисунок 1.15 – Эмпирическое распределение (гистограмма) и аппроксимация (ядерное сглаживание – пунктирная линия, аппроксимация рядом Якоби – сплошная линия) распределения статистики оценки анизотропии при: а) изображении с вертикальной анизотропией, б) изображении с горизонтальной анизотропией, в) изотропном изображении

Масштабирование аргумента $x = (1+z)/2$, где $z \in [-1,1]$, приводит к обобщенному бета распределению

$$W_0(z) = \frac{1}{2} f_\beta \left(\frac{z+1}{2} \right) = \frac{\Gamma(u+v)}{\Gamma(u)\Gamma(v)} 2^{-(u+v-1)} (1-z)^{v-1} (1+z)^{u-1}. \quad (1.33)$$

Такой переход целесообразен, поскольку полиномы Якоби $P_n^{(\alpha,\beta)}(z)$ также определены на интервале $z \in [-1,1]$. Полиномы Якоби образуют ортогональную систему с весом $\rho(z) = (1-z)^\alpha (1+z)^\beta$.

Пусть $W(z)$ - аппроксимируемое распределение (функция, полученная в результате ядерного сглаживания гистограммы), $W_0(z)$ определяется по формуле

(1.32). Тогда с учетом того, что $W_0(z) = Cp(z)$, где $\alpha = v - 1$, $\beta = u - 1$ и

$$C = \frac{\Gamma(u+v)}{\Gamma(u)\Gamma(v)} 2^{-(u+v-1)}, \text{ можно записать}$$

$$W(z) = W_0(z) \sum_{n=0}^{\infty} c_n P_n^{(v-1, u-1)}(z). \quad (1.34)$$

Здесь

$$c_n = \frac{1}{D_{n-1}} \int_{-1}^1 W(z) P_n^{(v-1, u-1)}(z) dz,$$

$$D_n C d_n^2 = \frac{(u+v+n-1)}{n!(u+v+2n-1)} \frac{\Gamma(u+v)}{\Gamma(u+v+n)},$$

где

$$d_n^2 = \frac{2^{\alpha+\beta+1}}{n!} \cdot \frac{\Gamma(\alpha+n+1)\Gamma(\beta+n+1)}{(\alpha+\beta+2n+1)\Gamma(\alpha+\beta+n+1)} - \text{норма полинома Якоби.}$$

При этом явный вид полиномов Якоби определяется:

$$P_0^{(\alpha, \beta)}(z) = 1,$$

$$P_1^{(\alpha, \beta)}(z) = \frac{1}{2} [\alpha - \beta + z(\alpha + \beta + 2)],$$

$$P_2^{(\alpha, \beta)}(z) = \frac{z^2}{8} (\alpha + \beta + 3)(\alpha + \beta + 4) + \\ + \frac{z}{4} (\alpha - \beta)(\alpha + \beta + 3) + \frac{1}{8} [(\alpha - \beta)^2 - (\alpha + \beta + 4)],$$

$$P_3^{(\alpha, \beta)}(z) = \frac{1}{6} (1 + \alpha)(2 + \alpha)(3 + \alpha) + \frac{1}{4} (z - 1)(2 + \alpha)(3 + \alpha)(\alpha + \beta + 4) + \\ + \frac{1}{8} (z - 1)^2 (3 + \alpha)(4 + \alpha + \beta)(5 + \alpha + \beta) + \\ + \frac{1}{48} (z - 1)^3 (3 + \alpha)(4 + \alpha + \beta)(5 + \alpha + \beta)(6 + \alpha + \beta). \quad (3.35)$$

Из [94] коэффициенты D_n и c_n рассчитываются по следующим формулам:

$$D_0 = 1, \quad D_1 = \frac{uv}{u+v+1}, \quad D_2 = \frac{u(u+1)v(v+1)}{2(u+v)(u+v+3)},$$

$$D_4 = \frac{1}{6} \frac{u(u+1)(u+2)v(v+1)(v+2)}{(u+v)(u+v+1)(u+v+5)}, \quad D_4 = \frac{1}{4!} \frac{\prod_{i=0}^3 (u+i)(v+i)}{(u+v+7) \prod_{i=0}^3 (u+v+i)}, \quad (1.36)$$

$$c_0 = 1, \quad c_1 = \frac{u+v+1}{2uv} [(v-u) + M_1(v+u)],$$

$$c_2 = \frac{2(u+v)(u+v+3)}{v(v+1)u(u+1)} \left\{ \frac{M_2}{8} (u+v+1)(u+v+2) + \frac{M_1}{4} (v-u)(u+v+1) + \right. \quad (1.37)$$

$$\left. + \frac{1}{8} [(v-u)^2 - (u+v+2)] \right\},$$

здесь $M_k = \int_{-1}^1 z^k W(z) dz$ - k -й начальный момент распределения $W(z)$.

При этом коэффициенты u и v находятся исходя из следующих соотношений

$$v = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\gamma}{\mu} \right) (M_1 - 1),$$

$$u = -\frac{1}{2} \left(1 + \frac{\gamma}{\mu} \right) (M_1 + 1), \quad (1.38)$$

где

$$\gamma = \frac{M_1^2 - 1}{M_1^2},$$

$$\mu = \frac{\sigma^2}{M_1^2},$$

$$\sigma^2 = M_2 - M_1.$$

Рассмотрим применимость нового варианта спектрально-энергетического критерия оценки анизотропии на реальном изображении, представленном на рисунке 1.16, и оценим влияние размера блока на результат.

Для этого исходное изображение делится на блоки размером $n \times n$, где в первом случае $n=4$, а во втором $n=24$, и для каждого из подблоков считается следующая метрика

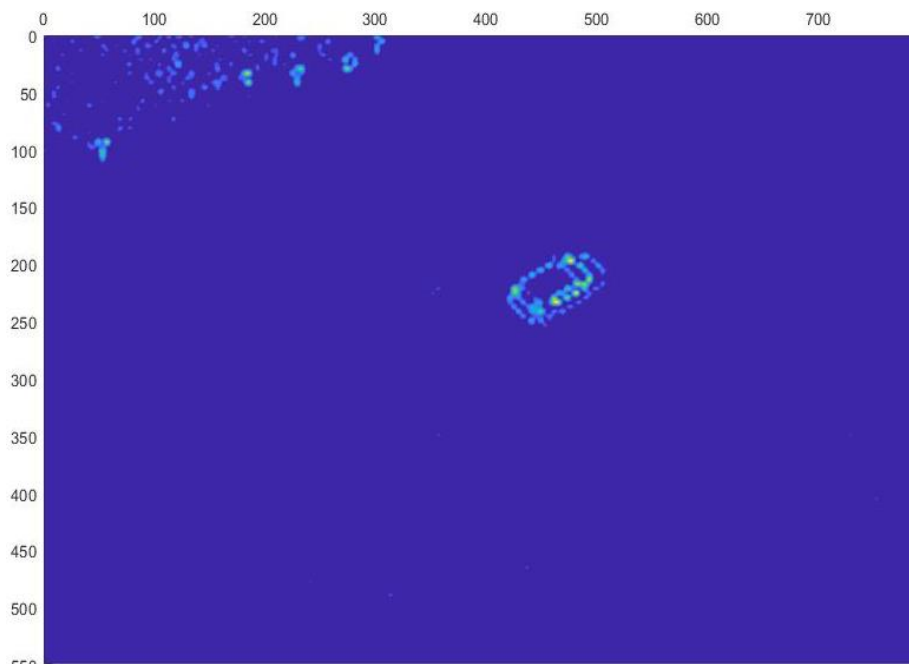
$$S = \lg(H + L). \quad (1.39)$$

В результате применения ДКП, матрица с коэффициентами S , рассчитанными для каждого подблока изображения, имеет размер $\left[\frac{N}{n}, \frac{M}{n} \right]$, где $[N, M]$ - размер исходного изображения. Далее для пересчета статистики S к размерам исходного изображения, применяется интерполяция с шагом $\frac{1}{n}$.

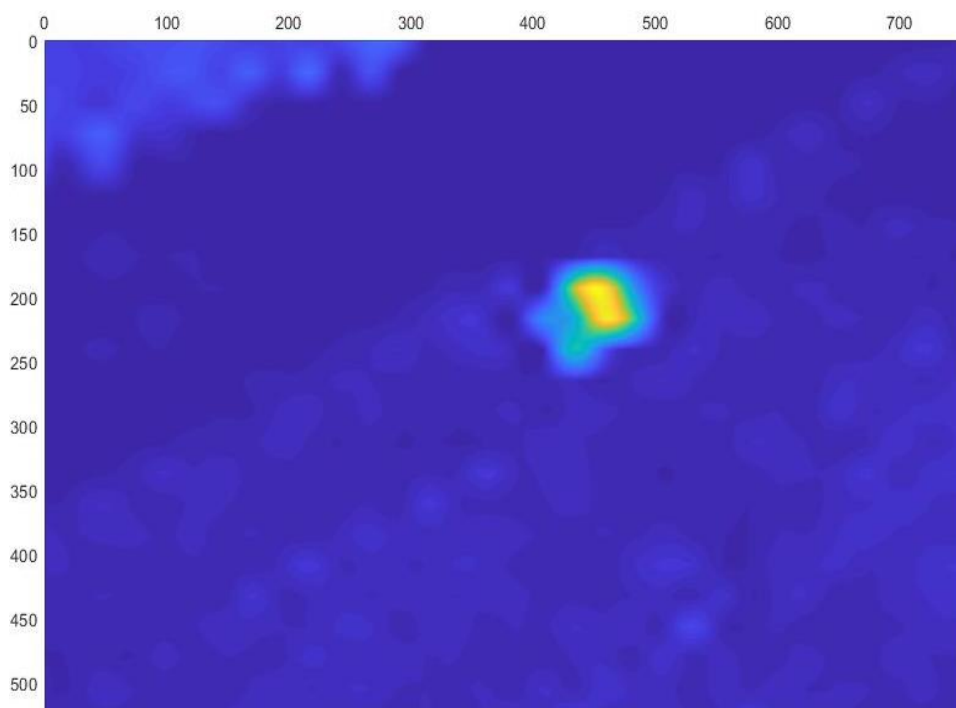
Результат применения алгоритма (1.39) с последующей интерполяцией представлен на рисунке 1.17а для $n = 4$, а на рисунке 1.17б – для $n = 24$.



Рисунок 1.16 – Исследуемое изображение



а)



б)

Рисунок 1.17 – Поверхность значений статистики обнаружения неоднородностей на изображении: а) для размера блока ДКП равного 4×4 , б) для размера блока ДКП - 24×24

Из рисунков 1.17а и 1.17б видно, что при размере блока ДКП 4×4 алгоритм (1.39) позволяет выделять границы объектов на изображении, что является важным результатом, например, в задачах сегментации изображений. При этом применение ДКП с размером блока 24×24 позволяет решить задачу обнаружения (локализации) объекта на изображении за счет выделения неоднородных участков спектра изображения.

Принятие решения о наличии или отсутствии неоднородностей на изображении принимается на основе сравнения статистики S с порогом, выбранным в соответствии с критерием Немана-Пирсона. Для этого строится гистограмма статистики S , рассчитанной для каждого спектрального подблока изображения. По полученной гистограмме производится ядерное сглаживание с гауссовским ядром (рисунок 1.18) и рассчитывается порог по формуле

$$\alpha(h) = \int_h^{\max(S)} W_{\xi}(x) dx, \quad (1.40)$$

где

$W_{\xi}(x)$ - функция, полученная в результате ядерного сглаживания,

h - порог обнаружения.

На рисунке 1.19 представлена зависимость вероятности ошибки первого рода от порога, рассчитанной по формуле (1.40). Для выбора порога задается некоторая фиксированная вероятность ошибки первого рода, например, 10^{-3} и по графику (рисунок 1.19) находится соответствующее значение порога. Так для $\alpha = 10^{-3}$ порог $h = 6.4$.

Таким образом, предлагаемый вариант алгоритма оценки направления анизотропии и обнаружения (локализации) объектов на изображении, основанный на спектральном анализе блоков изображения, лишен недостатков существующих методов [84,85], в основе которых лежит процедура поиска градиента изображения.

Следует отметить, что предложенный новый вариант локализации (обнаружения) фрагмента неоднородного поля (изображения) применим в случае априорной неопределенности относительно местоположения фрагмента изображения, его пространственной протяженности, угла поворота. Принятие решения об обнаружении неоднородного участка в анализируемых блоках принимается на основе сравнения метрики S , формируемой для каждого блока изображения с порогом, выбираемым в соответствии с критерием Неймана-Пирсона (по фиксированной вероятности ложной тревоги).

Такой подход в рамках решения задачи оценки положения (сдвига) фрагмента неоднородного поля может служить первым этапом, на котором локализуется область (в случае анализа кадра в условиях априорной неопределенности относительно параметров фрагмента, для которого необходимо реализовать оценку положения) и вычисляется угол поворота, оценка которого и переход в новую (повернутую на этот угол) систему координат, позволяет избежать учета корреляции по пространственным координатам кадра.

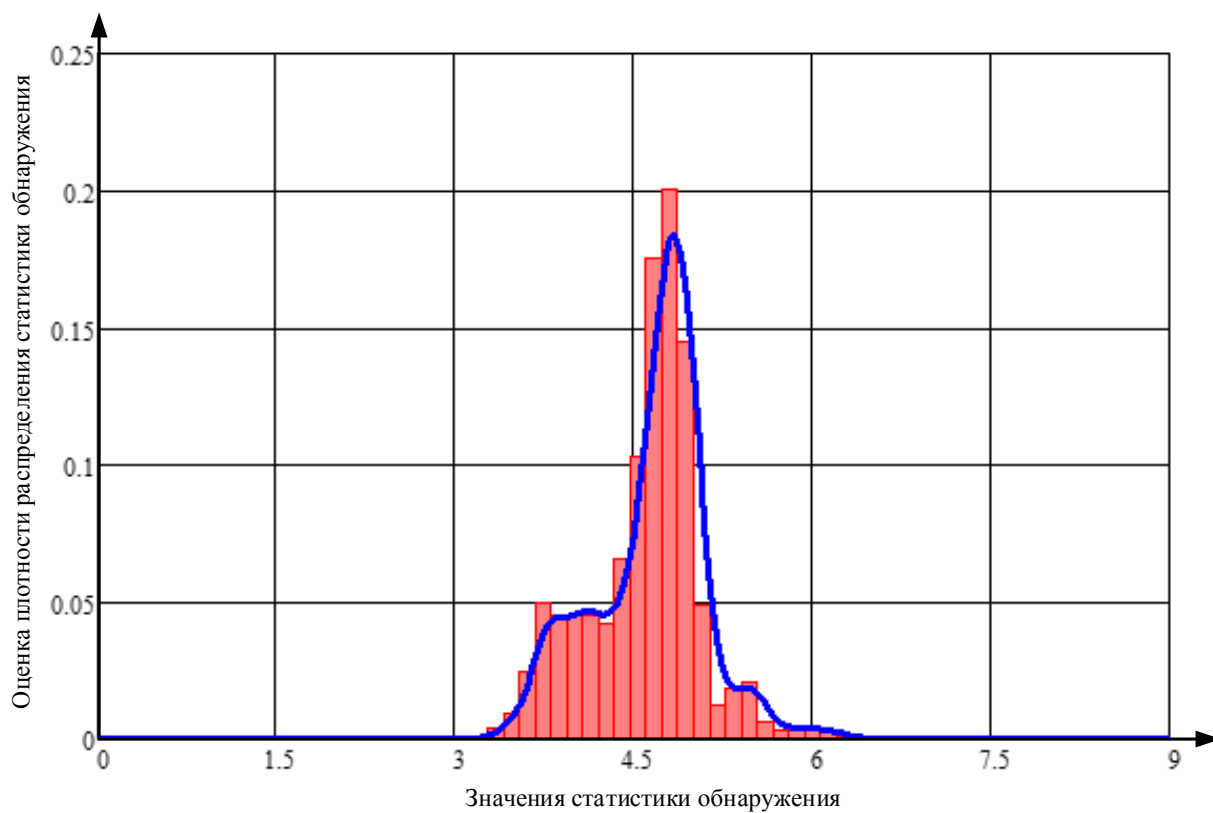


Рисунок 1.18 – Гистограмма изображение и ядерное сглаживание с гауссовским ядром

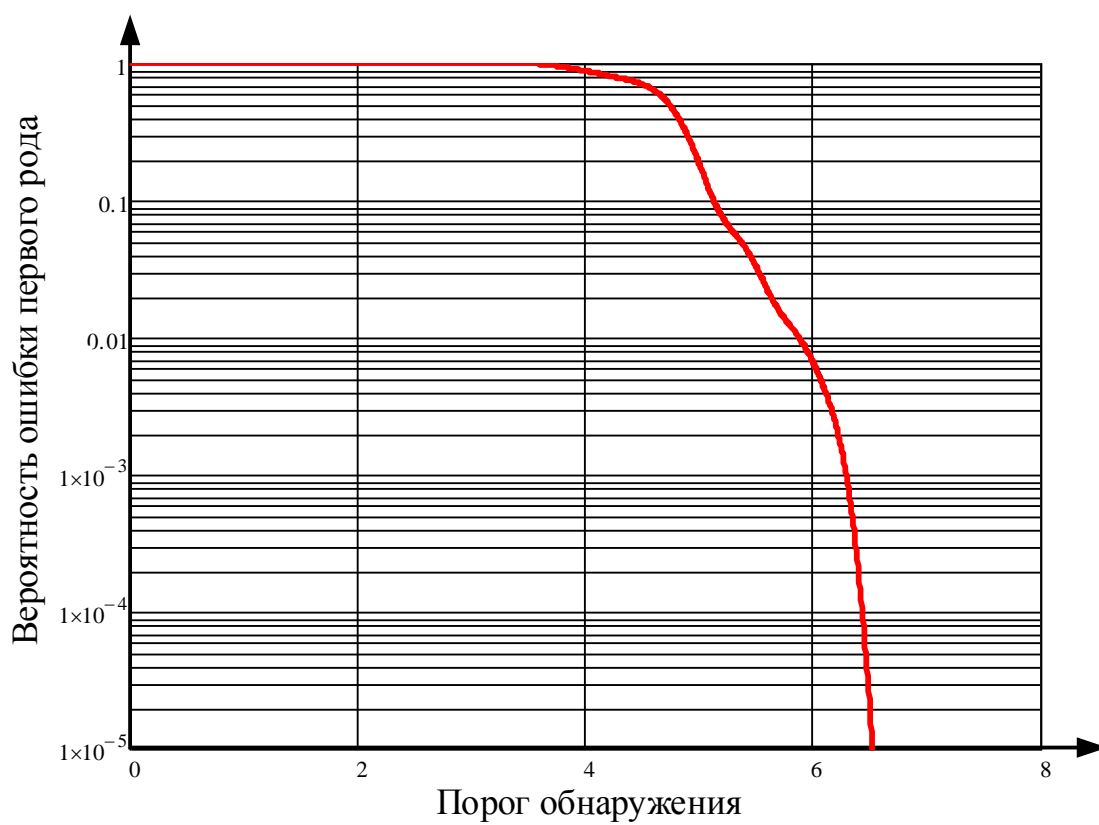


Рисунок 1.19 – Вероятность ошибки первого рода от порога

Анализ анизотропии изображений, помимо описанных областей применения, является также вспомогательным инструментом в задачах оценки сдвига фрагментов на изображении, поскольку позволяет произвести выбор шага интерполяции (передискретизации) в стандартных методах и параметра расстройки при применении дискриминатора при отдельной оценке по координатам. Такой подход позволяет с одной стороны сократить вычислительные затраты (если известно, что в одном из направлений изображение слабо изменяется, то шаг выбирается большим), а с другой стороны повысить точность оценки (если принимается решение о том, что в одном из направлений изображение имеет резкие перепады, то шаг выбирается меньшим).

1.4. Характеристики метрик структурного подобия изображений

Задача автоматизированного обнаружения фрагментов неоднородного случайного дискретного поля (кадра или последовательности видеок кадров), возникающая, например, при видеорегистрации, видеокодировании, при разработке систем интеллектуального наблюдения, зачастую решается посредством обнаружения изменений от кадра к кадру (в случае анализа видеопоследовательности) либо обнаружения несхожих (различных по некоторой метрике) смежных блоков (в случае анализа одного кадра).

Такие характеристики объектов как, например: яркость, цвет, размер, сравнительно просто детектируются посредством вычисления значения энергетического критерия (например, MSE, PSNR [95,96]) для каждого блока соответствующих смежных кадров. Однако, применительно ко многим задачам, требуется разработка метрик, позволяющих выявить структурные межкадровые изменения. При этом к требованиям, предъявляемым к таким алгоритмам, можно отнести робастность и помехоустойчивость. Обеспечение робастности и помехоустойчивости для систем обнаружения структурных изменений кадров является важным критерием, поскольку в автоматизированных системах компьютерного зрения имеет место наличие шумов, а также присутствуют слабоконтролируемые колебания условий наблюдения.

Детектирование структурных изменений между соответствующими блоками соседних кадров либо смежными блоками одного кадра, основывается на спектрально-корреляционном анализе пространственно-временных полей.

Известны квазиоптимальные и эвристические алгоритмы [97,98], предполагающие анализ изменений корреляционных свойств полей.

Рассмотрим один из наиболее используемых подходов к обнаружению структурных изменений в пиксельном пространстве - алгоритм MSSIM и его модификацию – MNSSIM. Также рассмотрим известный алгоритм [87-90] обнаружения изменений, предполагающий анализ обобщенных спектров в некотором ортогональном базисе и приведем краткий сравнительный анализ устойчивости и качества указанных подходов.

Одним из наиболее известных подходов к обнаружению изменений является алгоритм структурного подобия MSSIM, вычисляемый в пиксельном пространстве и учитывающий схожесть таких характеристик сравниваемых блоков, как яркость, контраст и структура.

Перейдем к постановке задачи. Пусть необходимо найти блоки двух смежных кадров I и J, в которых произошло изменений (то есть блоки, в которых по результату сравнения сформированной метрики с порогом, будет принято решение о том, что они отличаются).

Тогда в соответствии с процедурой вычисления трехфакторного критерия структурного подобия SSIM, два смежных сравниваемых кадра делятся на блоки. При этом размер блока зависит от требуемой точности, вычислительной мощности, требованию к быстродействию и априорной информации о пространственной протяженности обнаруженного объекта (то есть объекта, который отсутствовал на первом кадре I и появился на втором кадре J), в случае наличия таковой.

Далее вычисленная для всех соответствующих сравниваемых блоков изображения метрика, усредняется по всем блокам. В таком случае получаем метрику MSSIM, по результатам сравнения которой с порогом, можно интегрально говорить отличается ли один кадр от другого:

$$\text{MSSIM}(I, J) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \text{SSIM}_m, \quad (1.41)$$

где

m - порядковый номер сравниваемых блоков анализируемых кадров I и J ($m=1..M$),

M - число блоков, на которые разбиваются анализируемые кадры I и J .

Значение SSIM_m для m -го блока вычисляется по формуле:

$$\text{SSIM}_m = b_m \cdot k_m \cdot r_m, \quad (1.42)$$

где b_m , k_m , r_m - функционалы сравнения яркости, контрастности и структуры соответственно,

вычисляемые в соответствии с выражениями:

$$\begin{aligned} b &= \frac{2\mu_i\mu_j + l_1}{\mu_i^2 + \mu_j^2 + l_1}, \\ k &= \frac{2\sigma_i\sigma_j + l_2}{\sigma_i^2 + \sigma_j^2 + l_2}, \\ r &= \frac{\sigma_{ij} + l_3}{\sigma_i\sigma_j + l_3}, \end{aligned} \quad (1.43)$$

Здесь μ_i , μ_j - выборочные средние значения яркости соответствующих m -ых блоков кадров I и J ,

σ_i^2 , σ_j^2 - выборочные дисперсии блоков соответствующих блоков сравниваемых кадров I и J ,

σ_{ij} - коэффициент корреляции векторов компонент блоков сравниваемых кадров I и J ,

l_1 , l_2 , l_3 - малые константы.

При $l_3=0$ функционал $r = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i\sigma_j}$ и представляет собой выборочный коэффициент

корреляции Пирсона.

Однако функционал структурного сравнения r , вычисляемый в соответствии с формулой (1.43), неустойчив к негауссовским шумам, помехам и искажениям (импульсный шум, размытие, блочность). Критерием, лишенным указанного недостатка, является модифицированный критерий структурного подобия MESSIM, предполагающий вместо (1.43) вычисление следующих функционалов:

$$\begin{aligned} b &= \frac{2\mu_i\mu_j + l_1}{\mu_i^2 + \mu_j^2 + l_1}, \\ k &= \frac{2\sigma_i\sigma_j + l_2}{\sigma_i^2 + \sigma_j^2 + l_2}, \\ r &= \frac{\tilde{\sigma}_{ij} + l_3}{\tilde{\sigma}_i\tilde{\sigma}_j + l_3}, \end{aligned} \quad (1.44)$$

где $\tilde{\sigma}_i$ и $\tilde{\sigma}_j$ - дисперсия векторов V_i и V_j соответственно,

$\tilde{\sigma}_{ij}$ – ковариация векторов V_i и V_j ,

V_i и V_j – векторы направления границ блоков сравниваемых кадров I и J.

В случае неизвестного закона распределения искажений сравниваемых кадров, следует прибегать к методам непараметрической статистики (например, кодификации MNSSIM-1, MNSSIM-2). Например, вместо выборочного среднего вычислять медиану по компонентам яркости в сравниваемых блоках кадров I и J, а вместо коэффициента корреляции Пирсона при вычислении функционала структурного сравнения r следует использовать ранговый коэффициент корреляции [90].

Рассмотренные выше методы поблочного сравнения кадров относятся к анализу изображений в пиксельном пространстве. Отличающимся подходом является анализ изображений в спектральном пространстве, который предполагает вычисление спектральных компонент блоков изображения, например, на основе применения ДКП

Ещё одним подходом к структурному сравнению изображений является метод, основанный на анализе спектров в некотором ортогональном базисе, например, базисе ДКП.

Известно, что изображение в блоке может быть разложено в обобщенный ряд Фурье по системе ортогональных функций φ_{ij} . Тогда с учетом формул (1.9) – (1.10) можно представить значения пикселей в m -ых блоках последовательных кадров изображений в виде:

$$\begin{aligned} I_m &= \sum_{i,j} X_{ij}^{(m)} \varphi_{ij}, \\ J_m &= \sum_{i,j} Y_{ij}^{(m)} \varphi_{ij}, \end{aligned} \quad (1.45)$$

где φ_{ij} - базис ортогональных функций, например ДКП,

$X_{ij}^{(m)}$ - спектральные коэффициенты разложения m -ого блока кадра анализируемой видеопоследовательности в момент t ,

$Y_{ij}^{(m)}$ - спектральные коэффициенты разложения m -ого блока кадра в момент $t + 1$.

Один из спектральных критериев для обнаружения смены сцен в видеопоследовательности использует в качестве меры различия кадров следующую величину

$$D_0 = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M D_{0m}. \quad (1.46)$$

Значение D_{0m} для каждого из M информативных блоков вычисляется по формуле:

$$D_{0m} = \frac{\sum_{i,j} (X_{ij}^{(m)} - Y_{ij}^{(m)})^2}{(X_{00}^{(m)})^2}. \quad (1.47)$$

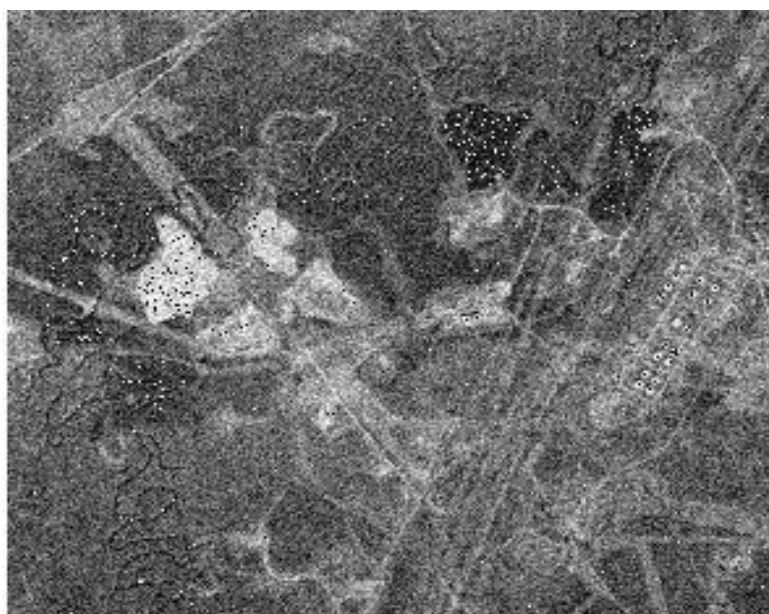
Число слагаемых в сумме (1.47) выбирается в диапазоне от 7 до 12, не учитывая при этом высокочастотные спектральные компоненты. Метрика спектрального сравнения кадров видеопоследовательности D_0 является устойчивой к изменению значения средней яркости от блока к блоку, поскольку в формулы (1.47) входит спектральный коэффициент $X_{00}^{(m)}$, характеризующий среднюю яркость блока.

1.5. Экспериментальное исследование алгоритмов

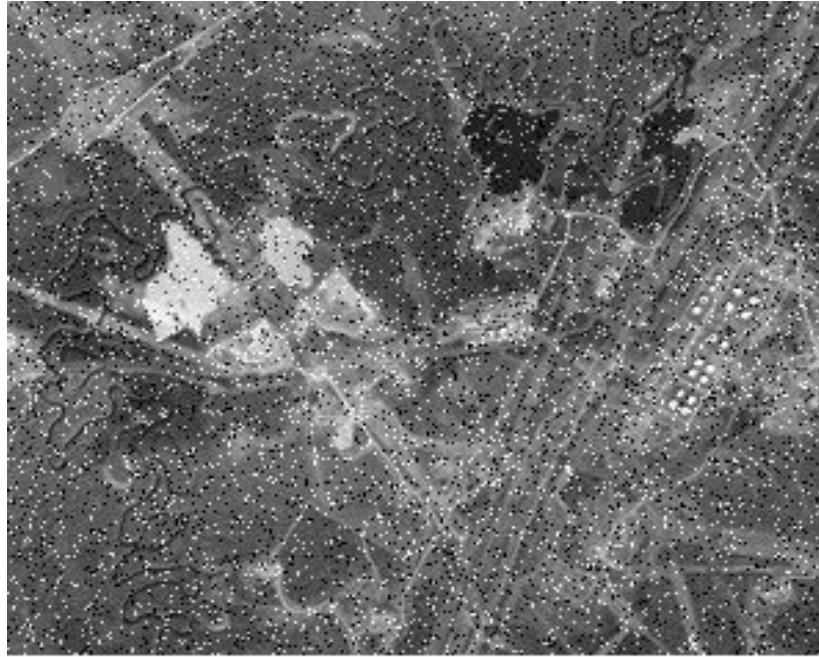
Рассмотрим две метрики структурного подобия: пиксельная (SSIM) и спектральная (D_0) для исходного изображения (рисунок 1.20а) и построим гистограммы распределения этих метрик. Исходное изображение будем сравнивать с искаженным гауссовским шумом (с нулевым средним значением и среднеквадратическим отклонением равным 0.2), изображенным на рисунке 1.20б, импульсной помехой (с вероятностью 0.05), представленной на рисунке 1.20в и применением операции квантования (на 8 яркостных уровней) – на рисунке 1.20г.



а)



б)



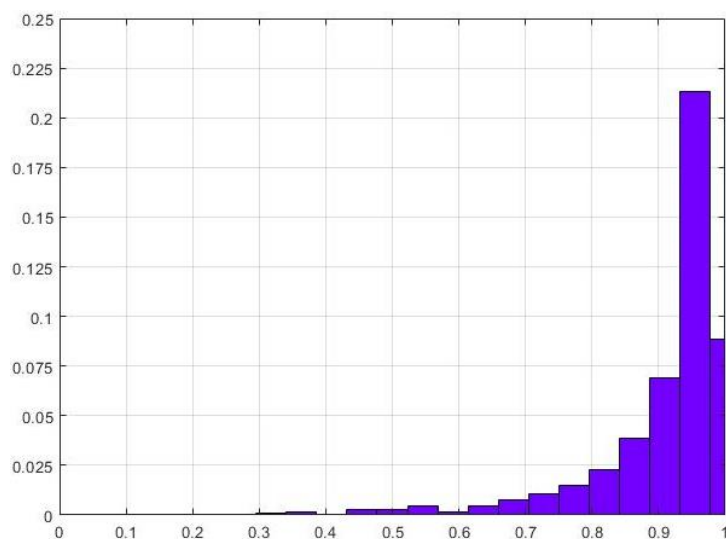
в)



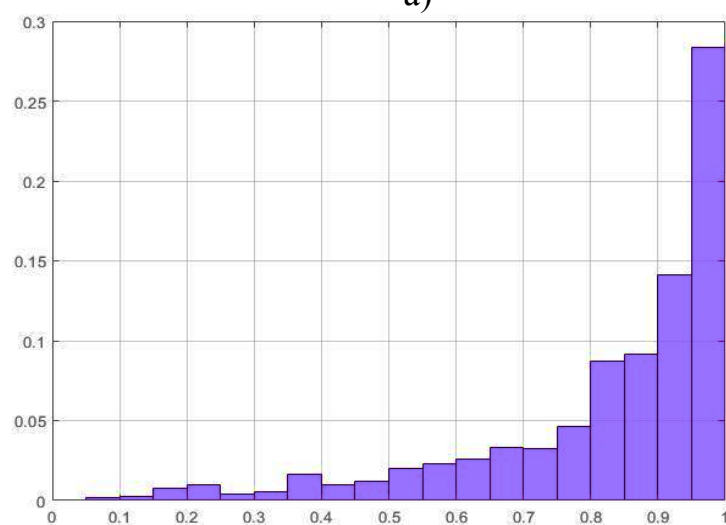
г)

Рисунок 1.20 – а) исходное изображение, б) исходное изображение с добавлением гауссовского шума, в) исходное изображение с добавлением помехи типа «соль/перец», г) исходное изображение с применением процедуры квантования.

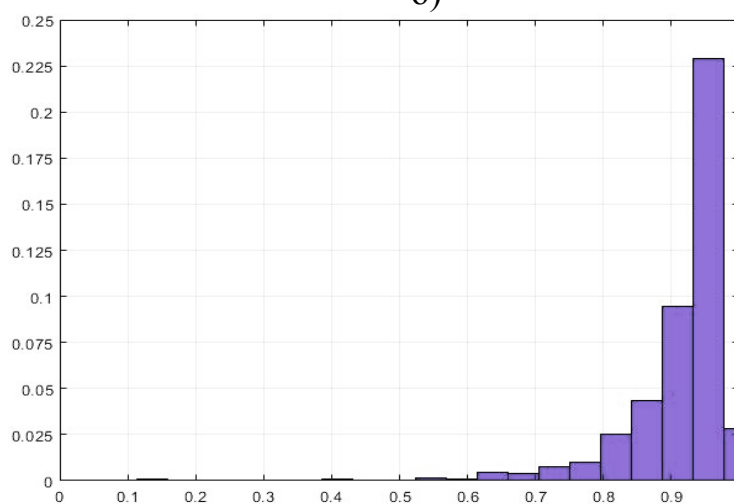
На рисунке 1.21а – 1.21в представлены гистограммы метрики SSIM, а на рисунке 1.22а – 1.22в – для D_0 .



а)

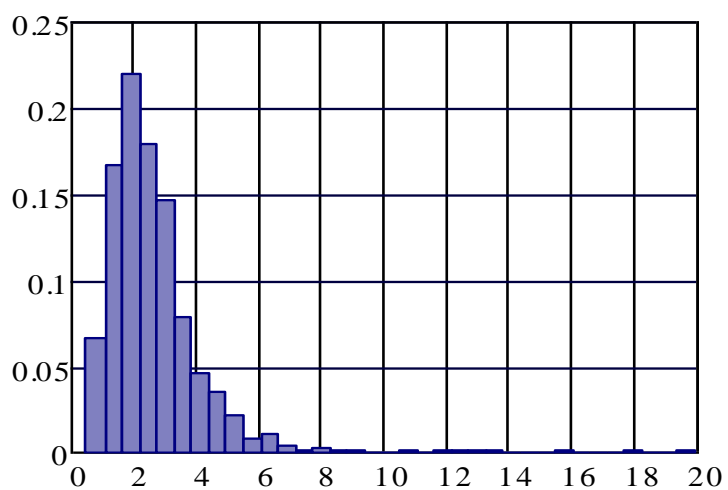


б)

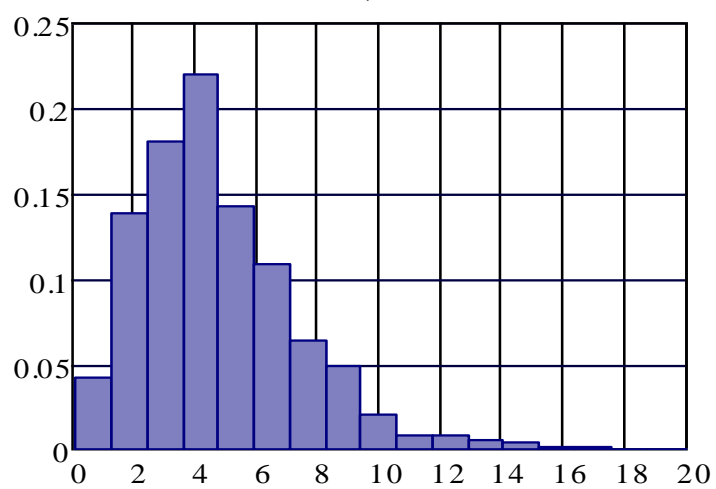


в)

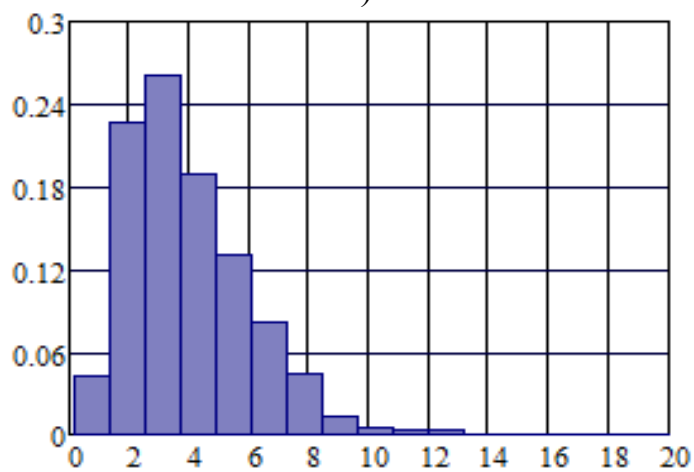
Рисунок 1.21 – Гистограмма метрики SSIM при различных помехах и искажении типа: а) гауссовский шум, б) помеха типа «соль/перец», в) квантование исходного изображения.



а)



б)



в)

Рисунок 1.22 – Гистограммы метрики D_0 при различных помехах и искажении типа: а) гауссовский шум, б) помеха типа «соль/перец», в) квантование исходного изображения

Видно, что гистограммы для D_0 можно примерно аппроксимировать гамма-функцией:

$$f^D(u) = \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} u^{\alpha-1} e^{-\lambda u}, \quad (1.48)$$

$$0 \leq u \leq \infty, \alpha > 0, \lambda > 0,$$

а SSIM – бета – функцией:

$$f^S(u) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} u^{\alpha-1} (1-u)^{\beta-1}, \quad (1.49)$$

$$0 \leq u \leq 1, \alpha, \beta > 0.$$

Отсюда можно сделать вывод, что метрика D_0 более устойчива, поскольку диапазон возможных значений заметно шире (бета-функция может принимать значения только в диапазоне от 0 до 1).

Более точная аппроксимация может быть выполнена с помощью рядов Лагерра для D_0 и рядов бета-Якоби для SSIM. Тогда (1.48) и (1.49) будут первыми членами соответствующих рядов.

Выводы по главе 1

1. Выполнено исследование нового алгоритма гистограммной коррекции, основанного на использовании нелинейности в виде двухпараметрической бета-функции, что позволяет производить локальную обработку изображения и работать со слабо- и сильно- контрастными изображениями, кадрами с неравномерной засветкой, а также полями с многомодовой гистограммой яркости.

2. Выполнено энергетическое и статистическое исследование спектров ортогональных преобразований, таких как ДКП и преобразование Уолша-Адамара. Сравнение позволяет выбрать оптимальный вариант преобразования с точки зрения вычислительной простоты и локализации.

3. Предложен новый алгоритм оценки анизотропии поля, основанный на анализе спектральных компонент подматриц изображения. Предложенный алгоритм позволяет обнаружить объекты на изображении, выделить контуры и оценить ориентацию на изображении. Также анализ анизотропии необходим в задачах оценки сдвига фрагмента на изображении в измерителях типа дискриминатор, поскольку позволяет оценить величину параметра расстройки по каждой координате изображения и облегчить факторизацию АКФ. Построены гистограммы метрики оценки анизотропии для модельных изображений и приведена их аппроксимация рядом Якоби.

4. Предложен новый алгоритм обнаружения объектов на изображении, основанный на анализе анизотропии. Решение о наличии объекта на изображении принимается при превышении статистикой порога, выбранного в соответствии с критерием Неймана-Пирсона при фиксированной вероятности ошибки первого рода.

ГЛАВА 2

КОМБИНИРОВАННЫЕ АЛГОРИТМЫ ОЦЕНКИ СДВИГА ФРАГМЕНТОВ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Задача оценки сдвига фрагментов на изображении с субпиксельной точностью встречается во многих отраслях, таких как астрономия [22-25], системы видеокodирования [47], системы с алгоритмами сверхразрешения [35,36,40,41], и иные отрасли, что определяет актуальность и практическую значимость поставленной задачи.

Так, например, в системах видеокodирования основной вклад в сжатие дает комбинация предсказания текущего кадра (поблочное) и вычитания предсказанного кадра из обрабатываемого. Это возможно при большой частоте кадров (более 10 кадров в секунду) и небольших отличиях в последовательности кадров. В видеокodерах эта процедура занимает до 80% количества вычислительных операций в кодере и, соответственно, мощности процессора. Поэтому при обработке ТВ сигнала с высоким качеством восстановленного сигнала остро стоит вопрос сокращения вычислительных затрат при предсказании текущего кадра. В ТВ высокой и сверхвысокой четкости эта проблема существует с учетом необходимости предсказания в $(1/4-1/8)$ пикселя положения блока. В новых стандартах H.264, H. 265 прибегают к обработке переменных блоков от 4x4, 8x8, 16x16 пикселей.

Оценка местоположения неоднородности поля (сигнала) внутри большой области кадра видеопоследовательности производится в несколько этапов.

- На первом этапе реализуется локализация области (макроблока), занятой объектом. Если область обработки разбита на блоки, то необходимо указать блоки с сигналом;

- На втором этапе вычисляется предварительная оценка местоположения фрагмента с точностью до одного пикселя дискретного поля. Этот этап целесообразно производить при помощи алгоритмов поиска экстремума некоторой целевой функции, например, логарифма функционала отношения правдоподобия (ЛФОР);

- На третьем этапе находится оценка координат с субпиксельной точностью. Существующие методы субпиксельной оценки координат неудовлетворительны. Кроме больших вычислительных затрат они имеют ограничение, накладываемое на дифференцируемость процессов и полей. Так, в случае недифференцируемой целевой функции, точность субпиксельной оценки, полученная известными методами, значительно снижается.

Отметим, что если стоит задача оценки местоположения (сдвига) фрагмента на одиночном кадре, то первый этап обработки следует опустить.

Известно большое число методов локализации и сегментации неоднородностей поля. В данной работе предлагается новый подход к этой задаче, основанный на метриках структурного подобия. Для этого предыдущий и исходный кадр разбиваются на квадратные блоки размером $N \times N$. Вычислив метрику разности характеристик поля одинаковых блоков двух кадров, можно обнаружить блоки, в которых произошло изменение. При этом изменением будем считать плоско-параллельный сдвиг объекта, поскольку большая частота кадров современных систем не позволяет зафиксировать изменение ракурса объекта. Просканировав кадр, можно локализовать макроблок с объектом.

Ниже приведены некоторые метрики спектрального и структурного подобия, которые обладают достаточной чувствительностью к изменениям в блоке и при этом высоким быстродействием по сравнению с остальными метриками [99,100].

Спектральный алгоритм структурного подобия. Положим, что яркость двух соответствующих блоков последовательно идущих кадров представляется функциями $f_1(\mathbf{r}), f_2(\mathbf{r})$. В таком случае на первом этапе выполняется блочное спектральное преобразование в некотором базисе $\varphi_{ij}(\mathbf{r})$

$$f_1(\mathbf{r}) = \sum_{i,j} X_{ij} \varphi_{ij}(\mathbf{r}), \quad f_2(\mathbf{r}) = \sum_{i,j} Y_{ij} \varphi_{ij}(\mathbf{r}),$$

а на втором этапе – вычисление метрики спектрального контраста

$$D_0 = \frac{\sum_{i,j} (X_{ij} - Y_{ij})^2}{(X_{00})^2} \quad \text{или} \quad D_E = \frac{\sum_{i,j} (X_{ij} - Y_{ij})^2}{\sum_{i,j} (X_{ij})^2}. \quad (2.1)$$

Здесь X_{00} - коэффициент пропорциональный значению средней яркости анализируемого блока соответствующего кадра, а $\sum_{i,j} (X_{ij})^2$ - энергии анализируемого блока.

На третьем этапе реализуется сравнение с порогом $D_0 \gtrsim h$ или $D_E \gtrsim h$ [90,101]. Эксперимент показал, что выбор порога h не критичен. Это связано с тем, что при изменении свойств поля относительно двух соседних анализируемых кадров (блоков кадров), значение метрик D_0 , D_E изменяется на 2-3 порядка. Для метрик D_0 , D_E количество слагаемых (i,j) при суммировании спектральных коэффициентов блоков анализируемых кадров и порядок их отбора может задаваться исходя из специфики конкретной задачи и вида изображения.

Корреляционный алгоритм структурного подобия. Последовательность действий при применении корреляционной метрики структурного подобия для сравнения блоков последовательных кадров либо соседних блоков одного кадра, описываемых функциями $f_1(\mathbf{r}), f_2(\mathbf{r})$, представляется в следующем виде:

$$SSIM(f_1, f_2) = \{b(f_1, f_2) \cdot k(f_1, f_2) \cdot R(f_1, f_2)\}, \quad (2.2)$$

где

$b(f_1, f_2)$ – функционал сравнения яркости,

$k(f_1, f_2)$ – функционал сравнения контрастности,

$R(f_1, f_2)$ – функционал сравнения структуры блоков.

Функционалы $b(f_1, f_2)$, $k(f_1, f_2)$, $R(f_1, f_2)$ представляются следующими выражениями:

$$b(f_1, f_2) = \frac{2\mu_1\mu_2 + C_1}{\mu_1^2 + \mu_2^2 + C_1}, \quad k(f_1, f_2) = \frac{2\sigma_1\sigma_2 + C_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + C_2}, \quad R(f_1, f_2) = \frac{K_{12} + C_3}{\sigma_1\sigma_2 + C_3},$$

где

$\mu_1, \mu_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2$ - выборочные среднее и дисперсия значений яркостной компоненты,

K_{12} - корреляционный момент функций $f_1(\mathbf{r}), f_2(\mathbf{r})$ соответственно,

C_1, C_2, C_3 – малые константы.

В случае сравнения различных (отличающихся друг от друга) блоков, значение метрики корреляционного подобия, вычисленной для соответствующих блоков, стремится к 0, т.е. $SSIM(f_1, f_2) \rightarrow 0$. При сравнении слабо отличающихся блоков значение метрики стремится к 1 ($SSIM(f_1, f_2) \rightarrow 1$).

Правило обнаружения изменений между соответствующими (одинаковыми) блоками последовательных кадров видеопоследовательности представляет собой сравнение метрики корреляционного подобия с порогом $SSIM(f_1, f_2) \geq h$. В случае превышения метрикой порога принимается решение о том, что в блоке с соответствующим порядковым номером (расположением на кадре видеопоследовательности) произошло изменение, в противном случае принимается решение о том, что сравниваемые блоки схожи.

Отметим, что методы блочного обнаружения изменений, основанные на спектральном и корреляционном анализе с формированием для каждого блока сравниваемых кадров метрики, вычисляемой по формулам (2.1), (2.2), и сравнении рассчитанной метрики с порогом, можно применять в задаче локализации объекта (выделение границ объектов) на одном кадре.

Такой подход можно представить как локализацию области, занимаемой объектом, посредством сравнения соседних блоков одного кадра. Достаточно высокая эффективность метода локализации объектов, основанная на вычислении метрик спектрального или корреляционного подобия на одном кадре, обусловлена тем фактом, что объект обычно значительно отличается от фона. Так, на рисунке 2.1а,б показан пример применения метрик различия к фрагментам изображений для локализации и выделения границ объекта. Здесь квадратиками отмечены блоки, для которых по результатам сравнения метрики с порогом, выбранным, например, в соответствии с критерием Неймана-Пирсона, принято решение об обнаружении изменений.



Рисунок 2.1 – Пример применения метрик различия к изображениям для выделения границ объектов.

На втором этапе реализуется оценка параметра сдвига фрагмента, локализованного, например, метриками спектрального или структурного подобия (2.1), (2.2) на изображении, определяется по результатам поиска положения глобального максимума целевой функции. Сложность решения такой задачи состоит, во-первых, в необходимости применения методов многомерной максимизации, во-вторых в том, что целевая функция принимает дискретные значения, соответствующие пикселям изображения, что не позволяет использовать ряд известных методов, например, основанных на градиентном подходе [102], в-третьих в том, что целевая функция (как показано в главе 1 – ссылка на рисунок АКФ) является многопиковой, что не позволяет применять ряд известных методов многомерной оптимизации, имеющих требования к унимодальности оптимизируемой функции [103].

Часто применяемым подходом для решения подобных задач, в рамках указанных выше ограничений (поли-modalность целевой функции и дискретность ее отсчетов), является перебор по всем координатам [21]. Однако такой подход обладает значительной вычислительной сложностью.

Для сокращения вычислений в [82] предложен и проанализирован подход, основанный на использовании различных шаблонов, позволяющий локализовать

область, содержащую глобальный максимум и далее методом перебора в локализованной области оценить смещение фрагмента на видеопоследовательности с точностью до пикселя.

Подход, основанный на шаблонном поиске, обеспечивает точность оценки местоположения в 1-2 пикселя. Последовательность действий может быть представлена выполнением следующих этапов: на первом этапе производится локализация дискретной целевой функции по некоторому шаблону поиска, затем последовательным перебором с заданной точностью находится точка экстремума.

При требуемой точности оценки местоположения фрагмента в доли пикселя последовательность действий при классическом подходе заметно усложняется: после локализации области экстремума реализуется передискретизация дискретной целевой функции в локальной окрестности экстремума, далее выполняется процедура интерполяции новых отсчетов.

Однако подходы, в основе которых лежит интерполяция целевой функции, имеют ряд недостатков:

1) оценка, полученная по результатам анализа недифференцируемой целевой функции, обладает большим смещением по сравнению с оценкой, полученной по результатам анализа дифференцируемой. Таким образом, недифференцируемость целевой функции приводит к увеличению смещения оценки;

2) не позволяет получить оценку с произвольной нецелочисленной точностью. Обычно получают новые дискретные отсчеты поля и этим ограничиваются, если же необходима произвольная (не дискретная) реконструкция поля, тогда требуется более сложная процедура интерполяции и сглаживания отсчетов;

3) реализация интерполяционных алгоритмов высоких порядков является затратным аппаратом с точки зрения скорости вычислений.

Наконец, на следующем (третьем) этапе комбинированной оценки в работе предлагается использовать дискриминаторы, реализующие один из вариантов алгоритма Ньютона-Рафсона.

Этот этап экономичен с вычислительной точки зрения, требует небольшого числа отсчетов целевой функции, дает возможность работы с произвольными дробными смещениями фрагментов и является устойчивым к недифференцируемости целевой функции.

Однако, необходимо отметить, что дискриминатор эффективен только в окрестности истинного значения и в линейном режиме его работы [59]. Таким образом, необходимо выполнить исследования работоспособности дискриминаторов с малыми и большими шумами, неизбежно присутствующими на выходе фотоматрицы и различными параметрами рассогласования и расстройки.

2.1. Шаблонные алгоритмы поиска сдвига в пространственной и временной областях

Методы шаблонного поиска основываются на предположении о том, что решающая функция (функция соответствия) не имеет локальных минимумов для каждого анализируемого блока. Такой подход к оценке местоположения анализируемых блоков, обеспечивает точность оценки в 1-2 пикселя и представляет собой итерационный алгоритм, обеспечивающий, в отличие от стандартных методов перебора, работу автоматизированной системы видеонаблюдения в режиме реального времени.

Здесь под шаблоном будем понимать множество координат точек, причем отсчет координат точек осуществляется от центра шаблона, а их количество зависит от используемого шаблона.

Поскольку метод шаблонного поиска относится к дискретным вариантам покоординатного спуска, координаты всех точек шаблона (в том числе и координата центра шаблона) вычисляются итеративно.

Далее (аналогично на каждой итерации) последовательно вычисляется значение функции соответствия во всех точках шаблона. Та точка, в которой функция соответствия принимает минимальное значение, определяется как центр шаблона. При этом на первой итерации за центр шаблона выбирается обычно центр поиска с координатой $(0, 0)$. Каждая итерация сопровождается процедурой проверки выполнения условия остановки. Если условие остановки выполнено, тогда переход к следующей итерации не осуществляется и за оценку принимается вектор, соответствующий точке минимума функции соответствия на шаблоне последней итерации.

Задача оценки векторов движения блоков смежных кадров видеопоследовательности зачастую решается методом восьмиточечного шаблонного перебора (трехшаговый поиск [104]). Пусть оценка движения вычисляется по яркостной компоненте кадров. В случае, когда функция соответствия анализируемого блока текущего кадра и блоков опорного кадра строго монотонно сходится к своему минимуму в области поиска, тогда минимум может быть найден в этой области всего несколькими итерациями (за несколько проверок блоков кандидатов). Алгоритм выбора этих точек, называется шаблоном. Пример алгоритма шаблонного поиска представлен на рисунке 2.2.

Алгоритм шаблонного поиска, как один из возможных методов оценки параметра сдвига, обеспечивающих точность в 1-2 пикселя и относительно быструю скорость сходимости итерационного поиска, можно представить в виде выполнения следующей последовательности действий:

- 1) итерационный поиск минимального значения решающей функции (функции соответствия) в точках, взятых с интервалом в 4 пикселя относительно координаты центра области поиска $d(0,0)$ и друг от друга.
- 2) В области найденного минимума реализуется уточнение с интервалом 2 пикселя.
- 3) Уточнение с точностью до 1 пикселя.

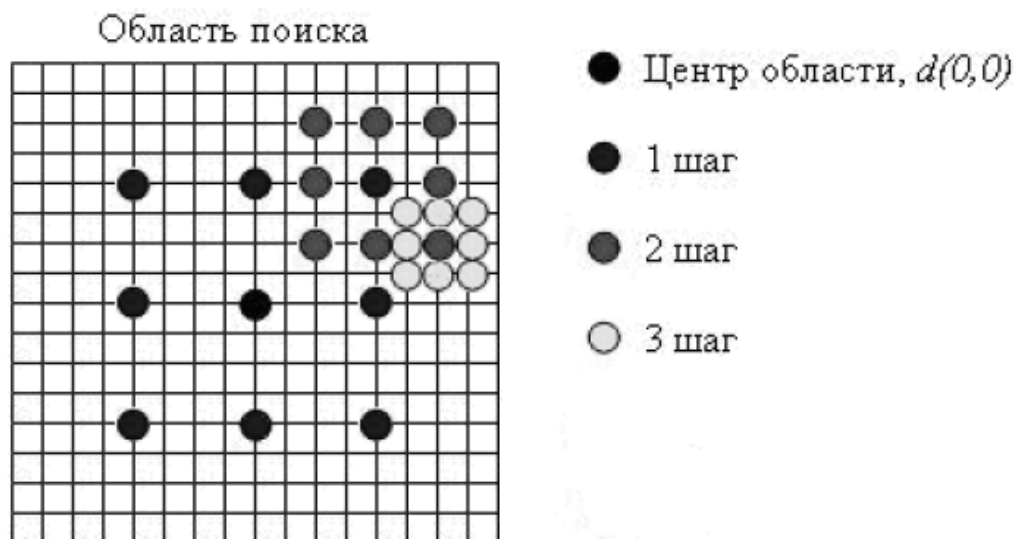


Рисунок 2.2 - Трехшаговый метод оценки сдвига

Описанный подход предполагает вычисление меры схожести в пиксельном пространстве кадра на всех этапах. Мерой схожести может служить сумма модулей разностей блоков, вычисляемая по следующей формуле:

$$SAD(\tau_x, \tau_y) = \sum_X \sum_Y |B_1(X, Y, \tau_x, \tau_y) - B_0(X, Y)|, \quad (2.3)$$

где

$B_1(X, Y, \tau_x, \tau_y)$ - вырезанный блок из опорного кадра, взятый со смещением,

(τ_x, τ_y) относительно координат обрабатываемого блока, которое задается расположением точек используемого шаблона,

X, Y - координаты пикселей внутри блока,

$B_0(X, Y)$ - обрабатываемый блок кадра, для которого необходимо оценить сдвиг.

Стоит отметить, что метрика (2.3) минимизируется при оценке схожести блоков.

В работе [82] показано, что наилучший результат по соотношению точности и количества точек достигается при комбинировании различных шаблонов, например шестиугольный и ромбовидный поиск.

К наиболее оптимальным методам в координатном пространстве можно отнести:

- *Перекрестный ромбовидный поиск (Cross Diamond Search - CDS)* [106], показанный на рисунке 2.3а.

- *Перекрестный ромбовидный-шестиугольный поиск (Cross Diamond-Hexagonal Search – CDHS)* [107].

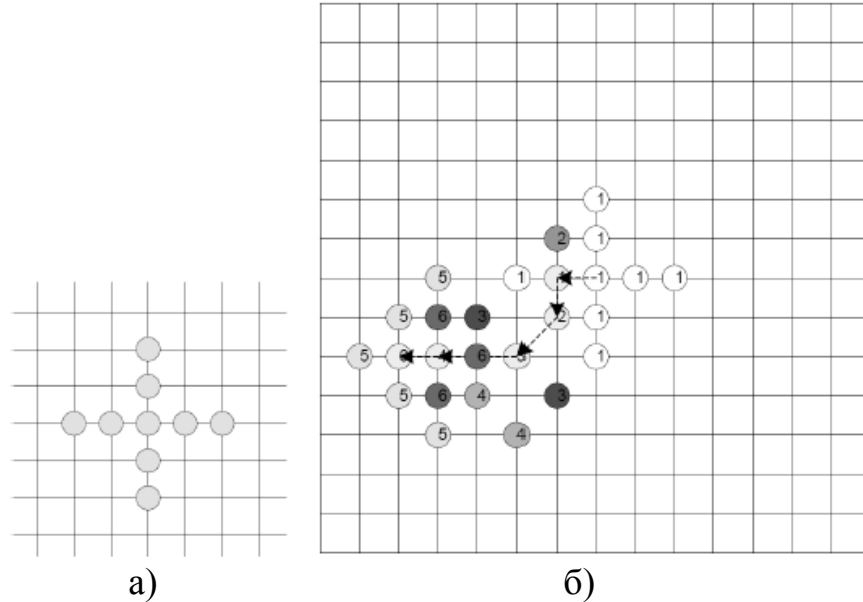


Рисунок 2.3. Шаблоны: а) большой крест, б) перекрестный ромбовидный поиск

Шаблонные алгоритмы в спектральной области.

Приведем алгоритм оценки сдвига для преобразования GDCT. Пусть в дискретный момент времени $t + 1$ наблюдается в области D аддитивная смесь $\xi(x, y)$ интересующего нас фрагмента $s(x, y | t + 1) = s(x, y; l_0 | t)$, получившего по сравнению с моментом t плоско-параллельный сдвиг $l_0 = (l_{0x}, l_{0y})$, фонового изображения $r(x, y; l_0 | t + 1)$ и некоррелированного гауссовского шума $\eta(x, y)$.

$$\xi(x, y) = s(x, y; l_0 | t) + r(x, y; l_0 | t + 1) + \eta(x, y).$$

Введем следующее обозначение: $s(x, y; l) = s(x, y; l | t)$ - опорный сигнал в момент времени t , взятый с произвольным сдвигом $l = (l_x, l_y)$. В таком случае метрику различия между наблюдаемым и опорным сигналами можно представить выражением:

$$L(l | l_0) = \|\xi(x, y | l_0) - s(x, y; l)\| = \iint_D (\xi(x, y | l_0) - s(x, y; l))^2 dx dy.$$

Опорный и наблюдаемый сигналы могут быть представлены в виде разложения по ортогональным функциям $\varphi_{k,m}(x, y) = \varphi_k(x)\varphi_m(y)$ как

$$\begin{cases} s(x, y; l) = \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{m=0}^{M-1} C_{k,m} \varphi_k(x-l_x) \varphi_m(y-l_y) \\ \xi(x, y; l_0) = \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{m=0}^{M-1} X_{k,m}(\tau, l_0) \varphi_k(x-l_x) \varphi_m(y-l_y) \end{cases},$$

Здесь базисные функции $\{\varphi_k(x)\}$ могут быть различными, в том числе и функциями GDCT. Тогда функционал $L(l|l_0)$ может быть реализован в спектральной области в виде

$$L(l|l_0) = \sum_{k,m=0}^{M-1} (X_{k,m}(l, l_0) - C_{k,m})^2.$$

Функционал различия в спектральной области может быть получен по усеченному спектру $K(k,m) < M$, например с прямоугольным ($k \leq K < M, m \leq K < M$) или треугольным ($k + m \leq K \leq M$) усечением. Такой функционал обозначен как $L^{(K)}(l, l_0)$.

На рисунке 2.4 а,б приведены функционалы $L^{(K)}(l|l_0)$ фрагмента «глаз» изображения типа «портрет», построенный при разном числе мод: $K=8$ на рисунке 2.4а и $K=4$ на рисунке 2.4б. Использование ограниченного числа мод при вычислении функционала $L^{(N)}(l|l_0)$ приводит к уменьшению проблемы побочных максимумов при поиске экстремума функционала $L(l|l_0)$, однако при этом уменьшается общая энергия сигнала и амплитуда экстремума, центральный пик сигнальной функции становится менее острым. Возможность при оценке сдвига использовать небольшое число мод в дополнение к прореживанию поля при чебышевском сэмпировании является эффективным приемом по сокращению вычислительных затрат в кодере. Недостатком спектрального метода оценки является необходимость расчета спектра в каждой точке, где оценивается значение функционала $L(l|l_0)$. Однако, как показали предварительные исследования, вычисления спектров по шаблону может быть использовано на начальных этапах

поиска фрагмента, подобного анализируемому блоку. При работе в окрестности экстремума функционала $L(l|l_0)$ при достаточном отношении сигнал/шум может быть использован спектральный дискриминатор.

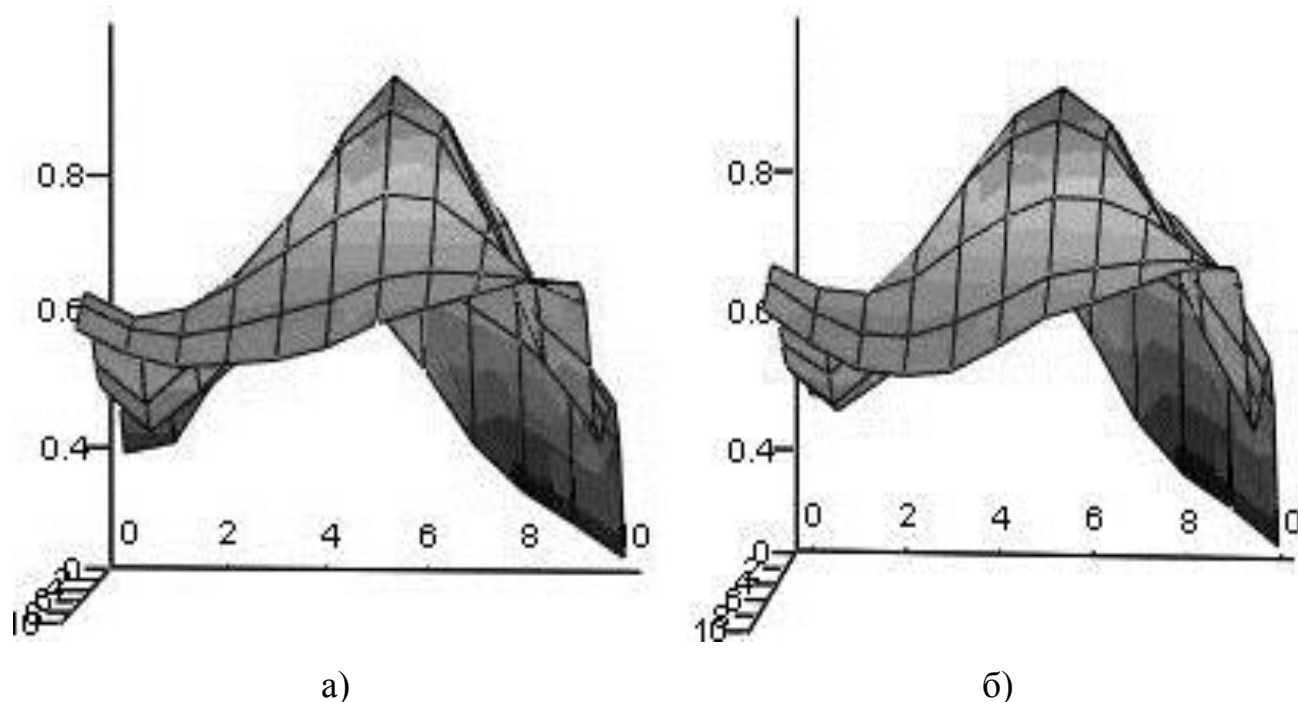


Рис. 2.4 - Функционалы $L^{(K)}(l|l_0)$ фрагмента «глаз» изображения типа «портрет», построенные при разном числе мод

2.2. Оптимальные алгоритмы оценки положения сигнала

Рассмотрим общую модель поля на основе аппликативной модели. Такая модель базируется на предположении о том, что в отличие от аддитивной модели, полезный сигнал (фрагмент объекта) затеняет фон:

$$u^{(i+1)}(x,y) = s^{(i)}(x,y;l_0) + r^{(i+1)}(x,y;l_0), \quad (2.4)$$

где $u^{(i+1)}(x,y)$ - модель аппликативного движения фрагмента по фону,

$s^{(i)}(x,y;l_0)$ - полезный сигнал,

$r^{(i+1)}(x,y;l_0)$ - фон,

l_0 - параметр сдвига.

Если анализируемое поле наблюдается на фоне аддитивного некоррелированного гауссовского шума $\eta(x,y)$, тогда можно записать следующее

выражение для общей модели, учитывающей взаимодействие фрагмента объекта с фоном, движение фрагмента и воздействие гауссовского шума:

$$\xi(x,y) = s^{(i)}(x,y;l_0) + r^{(i+1)}(x,y;l_0) + \eta(x,y). \quad (2.5)$$

На рисунке 2.5 для примера представлена следующая модель: F – область поиска, I – область сигнала $s^{(i)}(x,y) = u^{(i)}(x,y)I_{\Omega}(x,y)$, S – область сигнала $s^{(i+1)}(x,y) = s^{(i)}(x,y;l_0)$, подобласти $P_1 = I \cap S, P_2 = S \cap \bar{I}, P_3 = I \cap \bar{S}, P_4 = F - I \cup S$, $\delta x, \delta y$ – взаимные сдвиги областей I и S по координатам (x,y) . Очевидно, что при $\delta x, \delta y \rightarrow 0, P_2 \rightarrow 0, P_3 \rightarrow 0, P_1 \rightarrow S$.

Обычно при обнаружении фрагмента объекта на изображении используют метод максимального правдоподобия (МП), предполагающий для аппликативной модели наличие априорной информации о форме полезного сигнала (фрагмента интересующего нас объекта). Однако в ряде задач такой априорной информации может не быть.

Тогда задача оценки сдвига должна решаться на основе задания функционала (метрики), определяющего меру различия полей в I и S и вычисления минимума этой меры.

Если ввести $s(x,y;l) = s^{(i)}(x,y;l)$ – сигналы в области I при некотором произвольном сдвиге $l = (l_x, l_y)$, то метрику различия полей в области S и I можно записать:

$$L(l, l_0) = \left\| \xi(x,y;l_0) - s(x,y;l) \right\|_D^2 = \iint_D (\xi(x,y;l_0) - s(x,y;l))^2 dx dy. \quad (2.6)$$

На основе рисунка 2.5 и при подстановке выражения (2.5) в (2.6) получим вместо (2.6) следующее выражение:

$$\begin{aligned} L(l, l_0) = & \iint_{P_4} (r^{(i+1)}(x,y;l_0) + \eta(x,y))^2 dx dy + \\ & + \iint_{P_2} (s(x,y;l_0) + \eta(x,y))^2 dx dy + \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$\iint_{\Lambda} (s(x,y;l_0) - s(x,y;l) + r^{(i+1)}(x,y;l_0) + \eta(x,y))^2 dx dy.$$

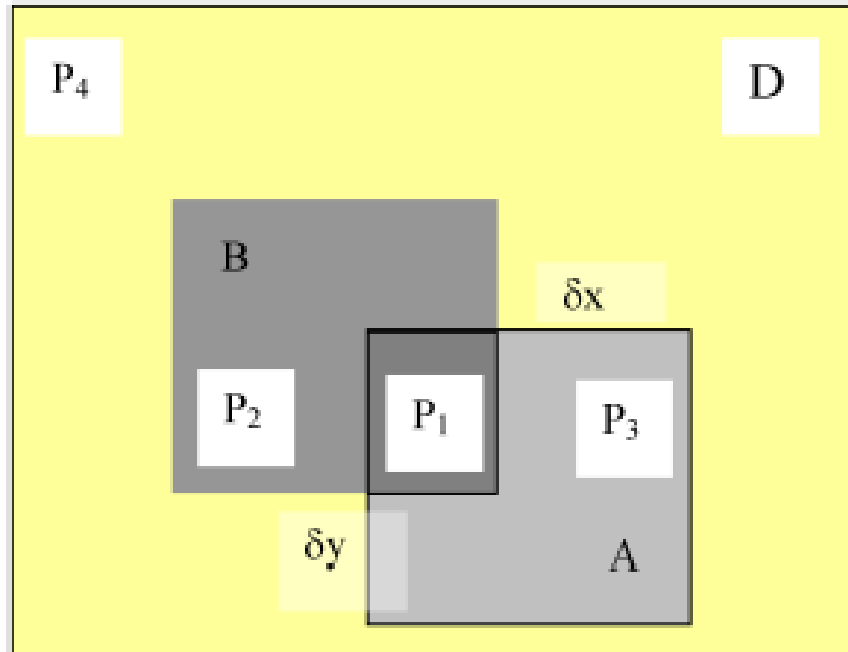


Рисунок 2.5 – Область поиска и фрагмент сигнала

Интегралы по подобластям P_2 и P_4 определяют энергию фона, шума и полезного сигнала в соответствующих областях. При этом только последнее слагаемое содержит информацию о взаимном сдвиге $l - l_0$:

$$\begin{aligned}
 M(l, l_0) &= \iint_{\Lambda} (s(x, y; l_0) - s(x, y; l) + r^{(i+1)}(x, y; l_0) + \eta(x, y))^2 dx dy = \\
 &= \iint_{P_1} (s(x, y; l_0) - s(x, y; l))^2 dx dy - 2 \iint_{P_3} s(x, y; l) r^{(i+1)}(x, y; l) dx dy + \quad (2.8) \\
 &+ 2 \iint_I (s(x, y; l_0) - s(x, y; l)) \eta(x, y) dx dy + \iint_{P_3} (r^{(i+1)}(x, y; l) + \eta(x, y))^2 dx dy.
 \end{aligned}$$

Проанализируем слагаемые в (2.8). Первое слагаемое явно зависит от взаимного сдвига $l - l_0$ через сигнальную функцию:

$$\psi_{ss}(l, l_0) = \iint_{P_1} s(x, y; l) s(x, y; l_0) dx dy. \quad (2.9)$$

Второе слагаемое зависит от взаимного сдвига $l - l_0$ через взаимную корреляционную функцию:

$$\psi_{r\delta}(l, l_0) = \iint_{P_3} s(x, y; l) r^{(i+1)}(x, y; l_0) dx dy. \quad (2.10)$$

Наличие фона приводит к снижению контраста полезного сигнала и уменьшению ОСШ.

Третье слагаемое представляет собой гауссовскую шумовую функцию с нулевым средним значением и дисперсией, зависящей от l и l_0 . Последний интеграл неявно зависит от взаимного сдвига $l-l_0$ через энергию в подобласти P_3 .

Рассмотрим частный случай поля (без учёта фона).

Пусть задано двумерное поле $s(\vec{r}, t)$, $\vec{r} = (x, y)$, представляющее собой фрагмент пространственного сигнала в момент t в области Ω_0 (макроблок опорного кадра). В момент $t + \Delta t$ в подобласти $\Omega \in \Omega_0$ наблюдается поле (анализируемый кадр)

$$\xi(\vec{r}, t + \Delta t) = s(\vec{r}, \vec{l}_0, t) + \eta(\vec{r}), \quad (2.11)$$

представляющее собой смесь полезного сигнала $s(\vec{r}, \vec{l}_0)$, смещённого на неизвестный вектор $\vec{l}_0 = (l_{0x}, l_{0y})$, и некоррелированной помехи $\eta(\vec{r})$ со спектральной плотностью мощности $N_0/2$. Введение помехи обусловлено её неотделимостью от оптико-электронного преобразования сигналов и передачи их по каналам связи. В дальнейшем дискретная переменная времени t не фигурирует и может быть опущена.

Для решения задачи воспользуемся алгоритмом МП, согласно которому в качестве целевой функции требуется сформировать логарифм функционала отношения правдоподобия

$$M(\vec{l}) = \frac{2}{N_0 \Omega} \int \xi(\vec{r}) s(\vec{r}, \vec{l}) d\vec{r} - \frac{1}{N_0 \Omega} \int s(\vec{r}, \vec{l}) s(\vec{r}, \vec{l}) d\vec{r}. \quad (2.12)$$

Если пренебречь изменением формы сигнала при сдвиге, то второе слагаемое в (2.12) можно считать не зависящим от $\vec{l} = (l_x, l_y)$ и его не учитывать. Выделим у ЛФОП $M(\vec{l})$ детерминированную и флуктуационную компоненты

$$M(\vec{l}) = q^2 S(l_x - l_{0x}, l_y - l_{0y}) + q N(l_x, l_y), \quad (2.13)$$

здесь

$S(l_x - l_{0x}, l_y - l_{0y})$ – нормированная автокорреляционная функция (АКФ),

$$|S(\vec{l} - \vec{l}_0)| \leq 1,$$

$N(l_x, l_y)$ – нормированная шумовая функция с нулевым средним значением,

единичной дисперсией и корреляционной функцией вида $\langle N(\vec{l}_1) N(\vec{l}_2) \rangle = S(\vec{l}_1 - \vec{l}_2)$,

$q^2 = 2E_S / N_0$ – энергетическое отношение сигнал/шум.

Если обозначить интервал корреляции $M(\vec{l})$ как (τ_{lx}, τ_{ly}) , то можно записать:

$$\begin{aligned} S(l_x - l_{0x}, l_y - l_{0y}) &\equiv S\left(\frac{l_x - l_{0x}}{\tau_{lx}}, \frac{l_y - l_{0y}}{\tau_{ly}}\right) = S(\theta_x, \theta_y), \\ \left(\frac{l_x - l_{0x}}{\tau_{lx}}, \frac{l_y - l_{0y}}{\tau_{ly}}\right) &= (\theta_x, \theta_y), \\ \left(\frac{l_{fx} - l_{0x}}{\tau_{lx}}, \frac{l_{fy} - l_{0y}}{\tau_{ly}}\right) &= (\theta_{fx}, \theta_{fy}), \quad \left(\frac{\Delta_x}{\tau_{lx}}, \frac{\Delta_y}{\tau_{ly}}\right) = (\delta_x, \delta_y), \\ \left(\lambda_{m_x}, \lambda_{m_y}\right) &= \left(\frac{l_{m_x} - l_{fx}}{\tau_{lx}}, \frac{l_{m_y} - l_{fy}}{\tau_{ly}}\right), \end{aligned} \quad (2.14)$$

здесь $(l_{m_x}, l_{m_y}) \rightarrow (\lambda_{m_x}, \lambda_{m_y})$ – оценка максимального правдоподобия (ОМП),

(l_{fx}, l_{fy}) – параметр опорного сигнала приёмника,

$(\theta_{fx}, \theta_{fy})$ – нормированное рассогласование по параметру наблюдаемого сигнала

и приемника,

(Δ_x, Δ_y) – расстройка по параметру (l_x, l_y) каналов дискриминатора.

2.3. АКФ, сигнальные функции фрагментов и их блоков

Введем обозначение $M(\vec{\theta})/q \rightarrow M(\vec{\theta})$. Соответственно ЛФОП (2.14) можно записать в виде:

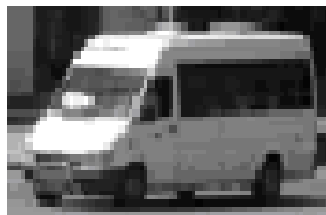
$$M(\vec{\theta}) = qS(\vec{\theta}) + N(\vec{\theta}) \quad (2.15)$$

Рассмотрим один из возможных видов изображений (рисунок 2.6а). На рисунке 2.6а приведено тестовое изображение - городской пейзаж, на котором надо определить местоположение объекта (автомобиль - рисунок 2.6б). Здесь же приведена область поиска объекта (область наблюдения), называемая макроблоком (рисунок 2.6в).

На рисунке 2.7 представлена двумерная АКФ объекта, изображенного на рисунке 2.6б в двух проекциях.



а)



б)



в)

Рисунок 2.6 - а) Тестовое изображение, б) объект, в) макроблок (область поиска объекта)

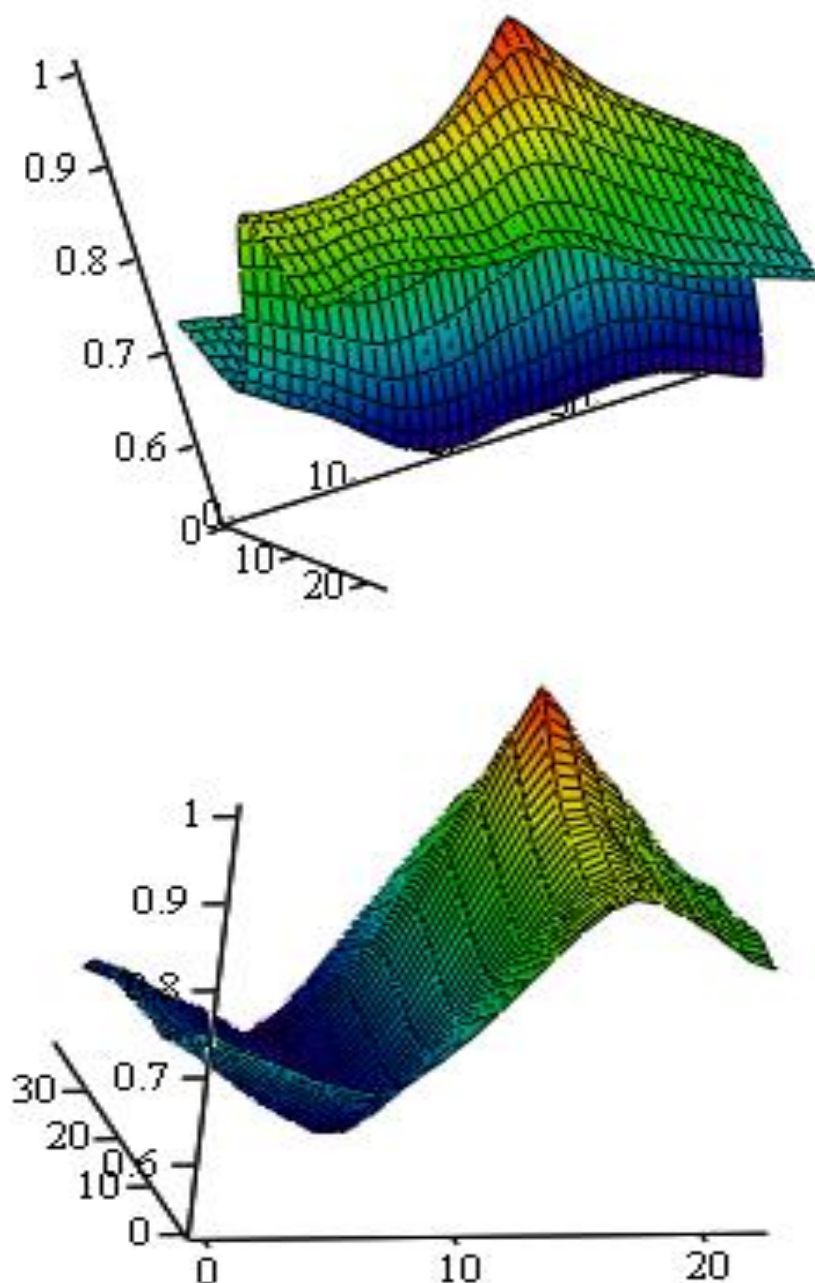


Рисунок 2.7 – АКФ фрагмента изображения в двух проекциях

Анализ АКФ и сравнение ее с модельными объектами показал, что двумерная АКФ в районе максимума во многих случаях может быть факторизована на произведение одномерных АКФ по каждой координате $(l_x - l_{0x})(l_y - l_{0y})$.

Если в качестве эталонной оценки взять ОМП, то используя численный алгоритм Ньютона-Рафсона можно записать выражение для оценки в виде

$$\theta_{mx} = \theta_{fx} - \left(\frac{d_x(\vec{\theta})d_{yy}(\vec{\theta}) - d_y(\vec{\theta})d_{xy}(\vec{\theta})}{d_{xx}(\vec{\theta})d_{yy}(\vec{\theta}) - (d_{xy}(\vec{\theta}))^2} \right)_{\theta=\theta_f},$$

$$\theta_{my} = \theta_{fy} - \left(\frac{d_y(\vec{\theta})d_{xx}(\vec{\theta}) - d_x(\vec{\theta})d_{xy}(\vec{\theta})}{d_{xx}(\vec{\theta})d_{yy}(\vec{\theta}) - (d_{xy}(\vec{\theta}))^2} \right)_{\theta=\theta_f}$$
(2.16)

где

$$d_x(\vec{\theta}) = \partial M(\vec{\theta}) / \partial \theta_x, \quad d_{xx}(\vec{\theta}) = \partial^2 M(\vec{\theta}) / \partial \theta_x^2,$$

$$d_y(\vec{\theta}) = \partial M(\vec{\theta}) / \partial \theta_y, \quad d_{yy}(\vec{\theta}) = \partial^2 M(\vec{\theta}) / \partial \theta_y^2,$$

$$d_{xy}(\vec{\theta}) = \partial^2 M(\vec{\theta}) / (\partial \theta_x \partial \theta_y).$$

Для факторизуемых АКФ можно считать, что и ЛФОП факторизуется, то есть имеет место равенство: $M(\vec{\theta}) = M(\theta_x)M(\theta_y)$. Тогда смешанные производные обращаются в нуль вблизи точки максимума и получаются две отдельные оценки. Если ЛФОП не факторизуется, то отдельные оценки будут квазиоптимальными. В дальнейшем будем считать, что производится отдельная оценка положения фрагмента θ_{mx}, θ_{my} .

Таким образом, если АКФ факторизуется, можно проводить отдельную оценку по координатам с помощью двух одномерных дискриминаторов.

2.4. Реализация субпиксельного сдвига фрагментов цифровых изображений

Реализация субпиксельного сдвига необходима при конструировании алгоритма оценки сдвига изображения с дробной точностью. Один из возможных путей создания изображений с заданным дробным смещением - это использование применения дискретного чебышевского преобразования GDCT. В работе [82] приведено обобщение алгоритма GDCT, которое обеспечивает произвольный сдвиг и масштабирование изображения.

В первой главе формулы (1.19) – (1.20) описывают прямое и обратное преобразование Чебышева. Однако, как упоминалось ранее и как описано в [82],

преобразование Чебышева позволяет реализовать сдвиг, в том числе субпиксельный.

Пусть в подобласти $\{x,y\} \in \Omega_0$ наблюдается сигнал $s(x,y)$, представляющий собой фрагмент $u(x,y)I_\Omega(x,y)$ изображения. Здесь $I_\Omega(x,y)$ - индикаторная функция подобласти Ω_0 . Разложим изображение по классическим ортогональным полиномам Чебышева I рода. Пусть a_x, a_y - характерные размеры подобласти Ω_0 . Обозначим $z_1 = x/a_x, z_2 = y/a_y$. Тогда можно записать пару преобразований

$$C_{m,k} = (d_m d_k)^{-1} \int_{-1}^1 \frac{T_m(z_1) dz_1}{\sqrt{1-z_1^2}} \int_{-1}^1 \frac{T_k(z_2) dz_2}{\sqrt{1-z_2^2}} s(z_1, z_2), \quad (2.17)$$

$$R(z_1, z_2, l) = \sum_{m,k} C_{m,k} T_m(z_1 + l_x) T_k(z_2 + l_y). \quad (2.18)$$

Здесь $l = \{l_x, l_y\}$ - вектор сдвига сигнала,

$$d_m = \begin{cases} \pi, & m=0 \\ \pi/2, & m \neq 0 \end{cases} - \text{норма полинома Чебышева.}$$

Как показано в [82], интегралы в выражении для $C_{m,k}$ можно вычислить по формуле Гаусса-Чебышева с N узлами. Это формулы наивысшей алгебраической степени точности. Для этого берутся отсчеты в точках $z_n = \cos\left(\frac{\pi(2n+1)}{2N}\right)$, $n=0..N-1$. При этом исчезают весовые функции $1/\sqrt{1-z^2}$.

Перейдем к дискретным изображениям. Будем считать, что сигнал $s(x,y)$ равномерно дискретизирован в блоке из $M_1 \times M_1$ точек (пикселей). Соотношение $v = N/M_1$ будем называть коэффициентом сэмпирования. Восстановленный сигнал $R(x,y,l)$ будем считать равномерно дискретизированным в подобласти размером $L \times L$. Отношение $\gamma = L/M_1$ определяет геометрическое масштабирование восстановленного блока. При $\gamma < 1$ восстановленный кадр уменьшается, при $\gamma > 1$ - увеличивается.

Пара преобразований (2.17) - (2.18) переходит в дискретные преобразования

$$C_{km} = g_k g_m \left(\frac{2}{N}\right)^{N-1} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} S_{ij} \cos\left[\pi k \frac{(i+0.5)}{N}\right] \cos\left[\pi m \frac{(j+0.5)}{N}\right], \quad (2.19)$$

$$R_{nf} = \left(\frac{2}{N}\right)^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} g_k \sum_{m=0}^{N-1} g_m C_{km} \cos\left[k \cdot \arccos\left(\frac{2n}{L-1} - l_n\right)\right] \cos\left[m \cdot \arccos\left(\frac{2f}{L-1} - l_f\right)\right]. \quad (2.20)$$

$$\text{Здесь } g_\mu = \begin{cases} \sqrt{0.5}, & \mu = 0 \\ 1, & \mu > 0 \end{cases} \quad \mu = k, m,$$

$$i, j = 0..N-1,$$

$$k, m = 0..N-1,$$

$$n, f = 0..L-1.$$

Параметры l_n, l_f могут принимать нецелочисленные значения. При $l_{n,f} \leq 2/(L-1)$ будет реализовываться субпиксельный сдвиг.

В преобразованиях (2.19), (2.20) присутствуют два коэффициента преобразования ν и γ . Эксперименты показывают, что масштабирование изображения R_{nf} с хорошим качеством без квантования спектральных коэффициентов C_{km} возможно до значений $\gamma \leq (4-5)$.

Такой метод может быть использован для оценки межкадрового сдвига фрагментов изображений с субпиксельной точностью при видеокодировании. Масштабирование можно использовать при контроле сдвиговых параметров (l_n, l_f) в процессе моделирования.

Эксперименты показали влияние коэффициента сэмпирования ν на качество восстановленного блока $R_{n,f}$.

На рисунке 2.8а и 2.8б приведены два образца чебышевского сэмпирования первичной сетки отсчетов. Здесь точки пресечения прямых образуют первичную сетку отсчетов. Точками обозначены положения нулей полиномов Чебышева, образующих сетку сэмплов.

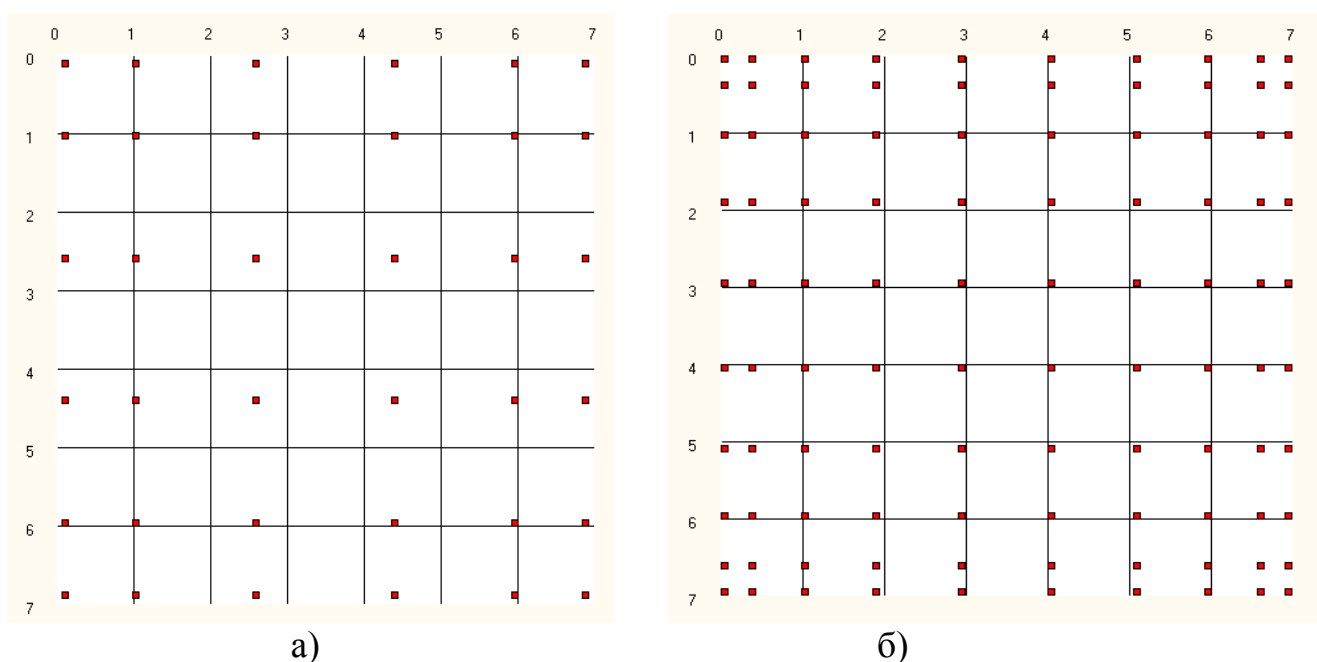


Рисунок 2.8 – Принцип чебышевского сэмплирования: а) расположение сэмплов внутри блока при формате сэмплирования 8/6, б) расположение сэмплов внутри блока при формате сэмплирования 8/10

На рисунке 2.8а параметр $\nu = 6/8$ - сэмплирование «вниз». На рисунке 2.8б параметр $\nu = 10/8$ - сэмплирование «вверх». При чебышевском сэмплировании положения новых отсчетов может быть вычислены при помощи формул интерполяции Бесселя по окружению четырех ближайших пикселей.

Варианты сэмплирования «вниз» или «вверх» определяются характером решаемой задачи. Если решается задача сжатия информации (видеокодирование), то целесообразно использовать $\nu < 1$.

Как показывают экспериментальные исследования кодеков изображения, дополнительная степень сжатия при сэмплировании «вниз» совместно с квантованием спектров позволяет существенно уменьшить энтропию сообщения. При этом качество восстановленного изображения почти не уступает преобразованию ДКП при высокой скорости передачи информации. И превосходит ДКП при сильном сжатии изображений.

В задаче дробного сдвига фрагмента без потери качества изображения целесообразно брать $\nu \geq 1$.

На рисунке 2.9 приведен пример восстановления сигнала $s(z) = \cos(az^2)$ без сдвига (штриховая линия) и со сдвигом (штрих-пунктирная линия). Исходный сигнал на графике представлен точками с интервалом в полпикселя, сдвиг сигнала соответствует величине полпикселя. Размер матрицы преобразования $N \times N = (10 \times 10)$.

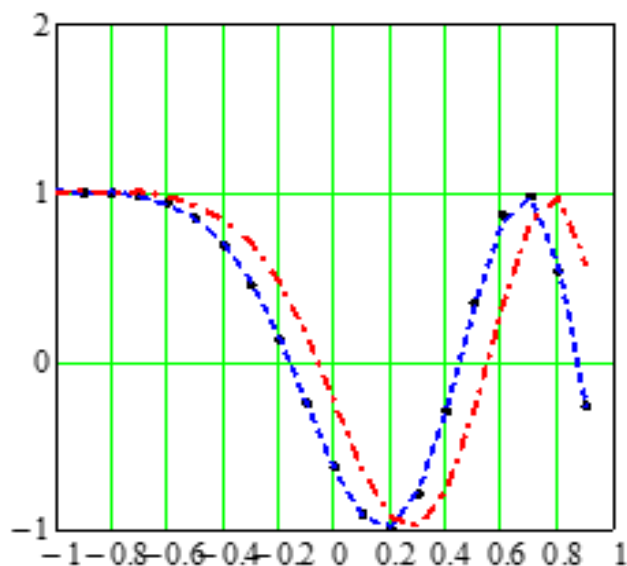


Рисунок 2.9 - Пример восстановления сигнала со сдвигом

В таблице 2.1 приведены метрики качества восстановленного изображения при разных размерах блоков $N1$ и значений параметра сэмпирования ν . Как видно из таблицы 2.1, сэмпирование «вверх» обеспечивает меньшую ошибку восстановленного сигнала. Оптимальные соотношения $N1$, $\nu = N / N1$ могут быть выбраны из таблицы.

Табл. 2.1

$N1/N$, $N1=8$	$PSNR$	$MSSIM$	$N1/N$, $N1=10$	$PSNR$	$MSSIM$	$N1/N$, $N1=12$	$PSNR$	$MSSIM$
8/6	34.17	0.85	10/8	34.52	0.864	12/12	35.66	0.91
8/8	35.67	0.89	10/10	35.51	0.9	12/14	36.33	0.93
8/9	35.9	0.89	10/12	36.59	0.914	12/16	37.06	0.94
8/10	36.33	0.89	10/14	36.41	0.91			

Эксперименты с видеокодеком MGDCT2 [108] подтвердили возможность произвольного сдвига восстановленного изображения.

Таким образом, в данной работе была впервые предложена одна из возможностей программной реализации сдвига с субпиксельной точностью. Однако возникает проблема оценки сдвига блока с субпиксельной точностью. Подход, реализованный, например, в видеокодеках H.264-H.265 предполагает передискретизацию изображения вверх, интерполяционное восстановление сигнала в новых точках и применение одного из алгоритмов шаблонного поиска.

В данной работе предложен новый подход к оценке сдвига с субпиксельной точностью, основанный на применении дискриминатора. Такое устройство обладает рядом достоинств. Во-первых, дискриминатор требует небольшое число отсчетов, что позволяет обеспечить высокое быстродействие системы, особенно актуальное для автоматизированных систем видеонаблюдения. Во-вторых, дискриминатор обеспечивает произвольную (не кратную) оценку неизвестного параметра.

2.5. Дискриминаторы, детерминированный анализ

При оценке параметров сигнала с помощью дискриминатора оцениваемый параметр сигнала сравнивается с некоторым фиксированным значением параметра опорного сигнала. В результате такого сравнения вырабатывается сигнал рассогласования, среднее значение которого пропорционально отклонению оцениваемого параметра от фиксированного значения θ_f опорного канала. Следует отметить, что оценка с помощью дискриминатора возможна лишь тогда, когда область около истинного значения оцениваемого параметра выбрана и следует с высокой точностью указать значение параметра внутри этой области. [59]

Обозначив целевую функцию как $M(\theta)$, для нахождения структуры дискриминатора представим функцию $M(\theta)$ в окрестности некоторого фиксированного значения параметра θ_f в виде отрезка ряда Тейлора

$$M(\theta) = M(\theta_f) + M'(\theta_f) \cdot (\theta - \theta_f) + \frac{1}{2} M''(\theta_f) \cdot (\theta - \theta_f)^2 + \dots \quad (2.21)$$

При непрерывном воспроизведении функции $M(\theta)$ во всем априорном интервале значений оцениваемого параметра оценку находят по положению абсолютного максимума $M(\theta)$, то есть оценка θ_m ищется из решения уравнения

$$M'(\theta_m) = 0, M''(\theta_m) < 0. \quad (2.22)$$

Подставляя сюда разложение для $M(\theta)$, получаем уравнение

$$M'(\theta_f) + (\theta_m - \theta_f) \cdot M''(\theta_f) + \dots = 0. \quad (2.23)$$

Считая, что θ_f находится вблизи θ_0 , можем ограничиться в (2.23) линейным относительно $\theta_m - \theta_f$ членом, отбросив члены, содержащие более высокие степени разности $\theta_m - \theta_f$. Тогда оценка определяется как

$$\theta_m = \theta_f - \frac{M'(\theta_f)}{M''(\theta_f)} \quad (2.24)$$

Из выражения (2.24) видно, что оценка, определяемая по положению абсолютного максимума $M(\theta)$, однозначно находится путем измерения первой и второй производных выходного эффекта приемника в точке $\theta = \theta_f$, лежащей в окрестности оценки θ_m . В частности, если $M(\theta)$ - ЛФОП, то (2.24) – оптимальная ОМП.

На практике вместо непрерывным производных часто используют их доопределенные значения – конечные разности, что в ряде случаев позволяет значительно упростить структуру приемника. Такие дискриминаторы являются квазиоптимальными.

Перейдём к рассмотрению некоторых дискриминационных алгоритмов:

I. Одношаговый алгоритм Ньютона («оптимальный дискриминатор»)

К структуре оптимального дискриминатора мы можем прийти, если разложить ЛФОП в ряд Тейлора в окрестности некоторого фиксированного параметра θ_f . В таком случае, если ЛФОП дважды дифференцируем, получаем формулу:

$$\lambda_m(\theta_f) = \frac{M'(\theta_f)}{M''(\theta_f)} = \frac{qS'(\theta_f) + N'(\theta_f)}{qS''(\theta_f) + N''(\theta_f)}. \quad (2.25)$$

II. Конечно-разностный дискриминатор

Если перейти от производных к конечным разностям, то получим структуру конечно-разностного дискриминатора, который описывается следующей формулой

$$\begin{aligned} \lambda_m(\theta_f, \delta) &= \kappa_1 \cdot \frac{M(\theta_f + \delta) - M(\theta_f - \delta)}{M(\theta_f + \delta) - 2M(\theta_f) + M(\theta_f - \delta)} = \\ &= \kappa_1 \cdot \frac{\left[S(\theta_f + \delta) - S(\theta_f - \delta) \right] + \left[N(\theta_f + \delta) - N(\theta_f - \delta) \right]}{\left[S(\theta_f + \delta) - 2S(\theta_f) + S(\theta_f - \delta) \right] + \left[N(\theta_f + \delta) - 2N(\theta_f) + N(\theta_f - \delta) \right]} \end{aligned}, \quad (2.26)$$

III. Суммарно-разностный дискриминатор

$$\begin{aligned} \lambda_m(\theta_f, \delta) &= \kappa_2 \cdot \frac{M(\theta_f + \delta) - M(\theta_f - \delta)}{M(\theta_f + \delta) + M(\theta_f - \delta)} = \\ &= \kappa_2 \cdot \frac{\left[S(\theta_f + \delta) - S(\theta_f - \delta) \right] + \left[N(\theta_f + \delta) - N(\theta_f - \delta) \right]}{\left[S(\theta_f + \delta) + S(\theta_f - \delta) \right] + \left[N(\theta_f + \delta) + N(\theta_f - \delta) \right]} \end{aligned}, \quad (2.27)$$

IV. Дискриминатор с АРУ

$$\begin{aligned} \lambda_m(\theta_f, \delta) &= \kappa_3 \cdot \frac{M(\theta_f + \delta) - M(\theta_f - \delta)}{M(\theta_f)} = \\ &= \kappa_3 \cdot \frac{\left[S(\theta_f + \delta) - S(\theta_f - \delta) \right] + \left[N(\theta_f + \delta) - N(\theta_f - \delta) \right]}{\left[S(\theta_f) \right] + \left[N(\theta_f) \right]} \end{aligned}, \quad (2.28)$$

где $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ - некоторые константы, зависящие от способа аппроксимации производных. Данные константы не влияют на вид распределения $\lambda_m(\theta_f, \delta)$ и при нахождении этих распределений можно положить константы равными единице.

Отметим, что основной характеристикой дискриминатора является детерминированная дискриминационная характеристика. Форма её определяется не только типом дискриминатора и его параметрами, но и характеристиками

предшествующего тракта, а также отношением сигнал/шум на входе дискриминатора. Для исключения зависимости формы дискриминационной характеристики от амплитуды сигнала используется нормирование сигнала с помощью систем АРУ или ограничения. Стабилизация формы дискриминационной характеристики (прежде всего её крутизны) важна потому, что она существенно влияет на характеристики системы (устойчивость, полоса захвата, точность и др.). [109,110].

Однако нормирование сигнала полностью не устраняет зависимости формы дискриминационной характеристики от флуктуаций амплитуды сигнала. В силу нелинейности дискриминатора имеет место зависимость крутизны дискриминационной характеристики от отношения сигнал/шум на входе дискриминатора. Чем меньше это отношение, тем меньше крутизна.

Таким образом, важной задачей в подходах оценки параметров дискриминаторов, является анализ детерминированной дискриминационной характеристики, позволяющий оценить рабочий диапазон различных типов дискриминаторов (ширина линейного участка дискриминационной характеристики).

Алгоритмы (2.26) - (2.28) не требуют дифференцируемости ЛФОП. При увеличении ОСШ ($q \rightarrow \infty$) шумовая компонента ЛФОП стремится к нулю, и получается детерминированная дискриминационная характеристика $\lambda_0(\theta_f) = \lambda_m(\theta_f)|_{N(\theta)=0}$.

Предположим, что в алгоритмах (2.26) - (2.28) ОСШ $q \gg 1$. Тогда шумовой компонентой можно пренебречь, и можно провести анализ дискриминационной характеристики λ_0 в зависимости от вида сигнала.

Рассмотрим две распространенные модели сигнальной функции: $S(\theta) = \exp(-0.5\theta^2)$ и $S(\theta) = \sin(\theta)/\theta$.

При работе детерминированная дискриминатора необходимо подобрать его параметры δ , θ_f таким образом, чтобы обеспечить наибольшие размеры линейного участка дискриминационной характеристики.

На рисунке 2.10а приведена детерминированная дискриминационная характеристика для алгоритма (2.26), а на рисунке 2.10б для алгоритма (2.27) и модели сигнальной функции $S(\theta) = \exp(-\theta^2/2)$. При этом сплошная кривая соответствует параметру $\delta=0.2$, пунктирная - $\delta=0.8$.

На рисунке 2.11а приведена детерминированная дискриминационная характеристика для алгоритма (2.26), а на рисунке 2.11б - для алгоритма (2.27) и модели сигнальной функции $S(\theta) = \sin(\theta)/\theta$. При этом сплошная кривая соответствует параметру $\delta=0.2$, пунктирная - $\delta=0.8$. Как следует из рисунков 2.10, 2.11, суммарно-разностный дискриминатор (2.27) обладает лучшей линейностью по сравнению с конечно-разностным дискриминатором (2.26).

Рассмотрены две модели сигналов:

1) усечённый колокол $s(x, a) = I(|x|/a) \exp(-x^2)$, где $I(x) = \begin{cases} 1, & |x| < 1 \\ 0, & |x| \geq 1 \end{cases}$ - индикаторная функция.

2) сглаженный равномерный фрагмент $s(x, a) = 1 / (1 + (x/a)^{10})$ при значении $a = 1,5$.

На рисунке 2.12 приведена детерминированная дискриминационная характеристика для алгоритма (2.26), а на рисунке 2.13 - для алгоритма (2.27) с сигналом в виде усечённого колокола (а) и для сигнала в виде сглаженного равномерного объекта (б). При этом сплошная кривая соответствует параметру $\delta=0.2$, пунктирная - $\delta=0.8$.

В дальнейшем, все результаты, представленные ниже, будут приведены для суммарно-разностного дискриминатора, так как он показал наилучшие характеристики.

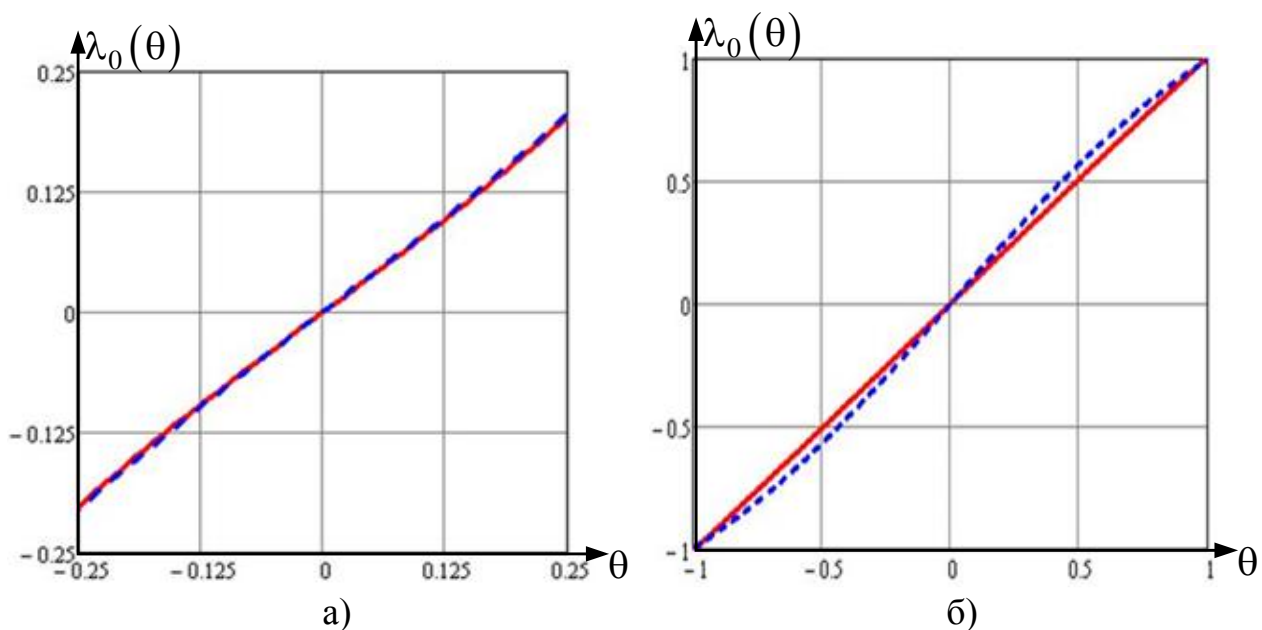


Рисунок 2.10 – Детерминированная дискриминационная характеристика при различной величине расстройки при $S(\theta) = \exp(-\theta^2/2)$ для: а) конечно-разностного дискриминатора, б) суммарно-разностного дискриминатора

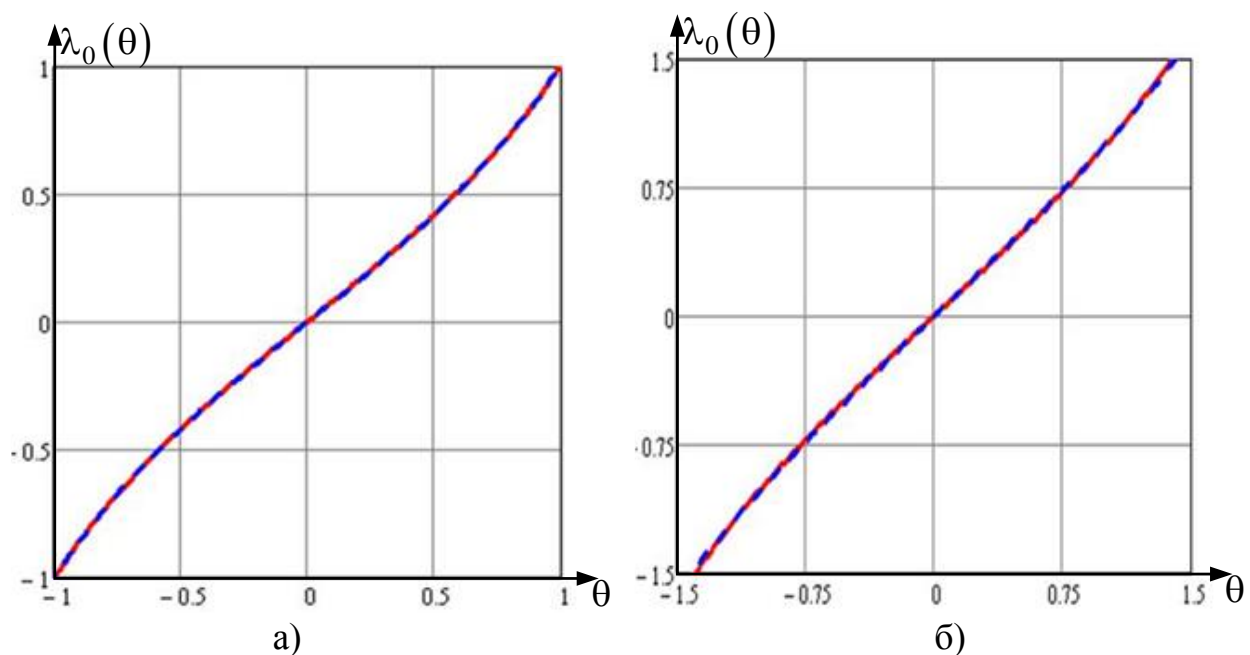


Рисунок 2.11 – Детерминированная дискриминационная характеристика при различной величине расстройки при $S(\theta) = \sin(\theta)/\theta$ для: а) конечно-разностного дискриминатора, б) суммарно-разностного дискриминатора

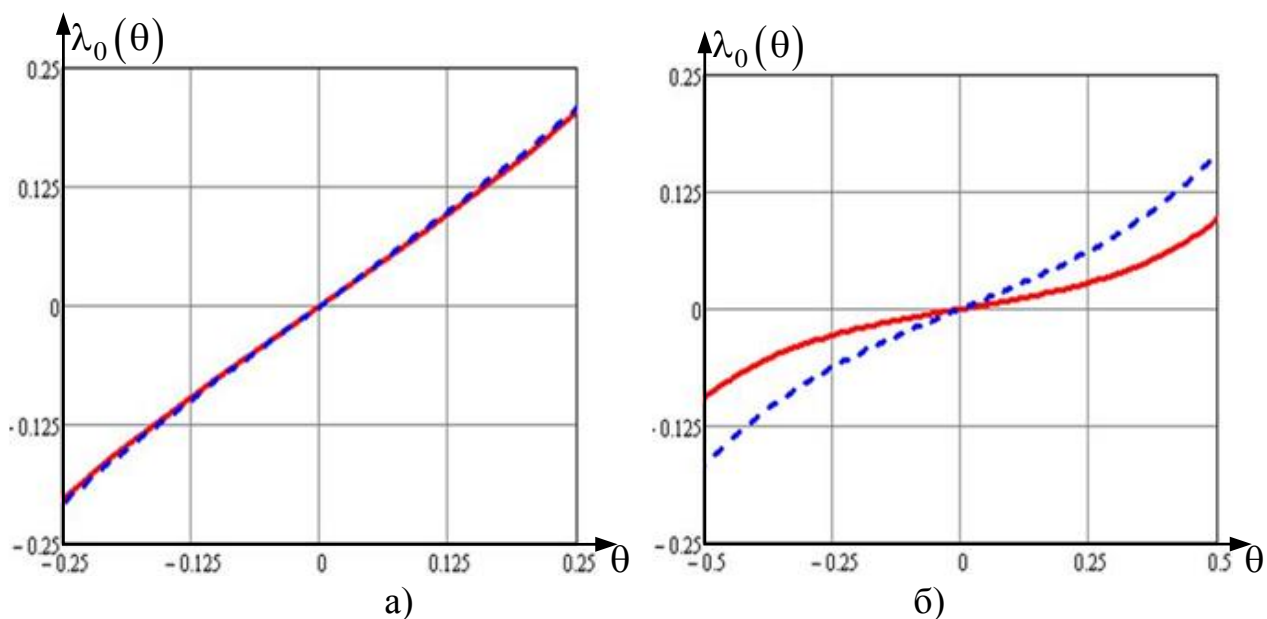


Рисунок 2.12 - Детерминированная дискриминационная характеристика конечно-разностного дискриминатора в зависимости от параметра рассогласования с сигналом в виде: а) усеченного колокола, б) сглаженного равномерного фрагмента

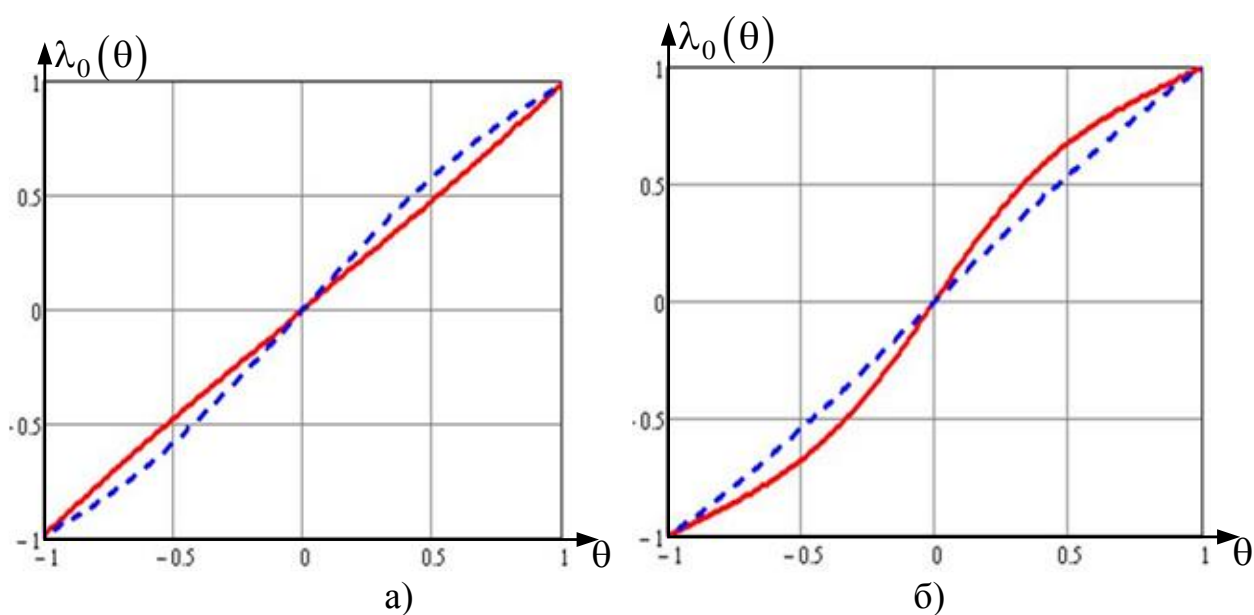


Рисунок 2.13 - Детерминированная дискриминационная характеристика суммарно-разностного дискриминатора в зависимости от параметра рассогласования с сигналом в виде: а) усеченного колокола, б) сглаженного равномерного фрагмента

Выводы по 2 главе

1. Предложен многоэтапный алгоритм субпиксельной оценки сдвига фрагмента на изображении, содержащий следующие этапы: локализация области, содержащей объект по метрикам спектрального и/или структурного подобия, реализация шаблонного метода поиска для локализации глобального максимума целевой функции и оценки сдвига с точностью до пикселя, в локализованной области реализация субпиксельной оценки с помощью устройства типа дискриминатор.

2. Сформулирована постановка задачи оптимальной оценки параметра сдвига фрагмента на изображении. Построена автокорреляционная функция реального изображения, на примере которой показано, что для некоторых типов изображений АКФ факторизуется, что позволяет реализовать оценку параметра сдвига с помощью дискриминатора отдельно по координатам.

3. Предложена реализации субпиксельного сдвига с помощью применения ортогонального преобразования GDCT, необходимая для верификации результатов субпиксельной оценки при видеокодировании или же для алгоритмов со сверхразрешением.

4. Выполнен анализ детерминированной дискриминационной характеристики различных типов дискриминаторов. Показано, что наилучшими характеристиками по сравнению с исследованными обладает суммарно-разностный дискриминатор.

ГЛАВА 3

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЕРОЯТНОСТНО-СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ДИСКРИМИНАТОРОВ

В источниках [111-113] при анализе дискриминаторов основное внимание уделяется вопросам устойчивости, анализу динамических процессов, особенностям реализации дискриминаторов. При этом предполагается нормальный закон распределения для сигнала рассогласования по параметру, а предельная точность оценки характеризуется границей Крамера – Рао.

В данной работе показано, что для дискриминаторов, реализующих алгоритм обработки в виде отношения двух случайных величин с гауссовским законом распределения (ньютоновский алгоритм, алгоритмы с АРУ), гауссовская аппроксимация сигнала рассогласования может быть неприменима при конечных ОСШ, что приводит к неустойчивой оценке неизвестного параметра, то есть дисперсия оценки стремится к бесконечности.

Таким образом, возникает задача нахождения точного распределения для процесса на выходе дискриминатора и определения условий сходимости этого распределения к нормальному, то есть необходимо найти то значение ОСШ, при котором справедливо допущение о гауссовском законе распределения дискриминационной статистики. Кроме того, необходимо установить применимость классических характеристик оценки - смещения и рассеяния при различных значениях параметра ОСШ для анализа точности дискриминационного алгоритма.

С практической точки зрения важно оценить границу ОСШ, при которой распределение дискриминационной статистики можно предполагать асимптотически гауссовским, поскольку в таком случае оценка имеет такие характеристики как смещение и рассеяние, что позволяет сформировать статистическую модель.

3.1. Статистические характеристики компонент сигналов рассогласования

Как следует из формулы (2.25) дискриминационная статистика λ_m представляется в виде

$$\lambda_m = \xi_1 / \xi_2 = \frac{qM_1 + U_1}{qM_2 + U_2}, \quad (3.1)$$

где $U_1 \sim N(0, D_1)$, $U_2 \sim N(0, D_2)$ - гауссовские случайные величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсиями равными соответственно D_1 и D_2 ,

M_1, M_2 - детерминированные компоненты числителя и знаменателя формул (2.26) - (2.28), зависящие от значений сигнальной функции или ее первых двух производных,

D_1, D_2 - дисперсии случайных компонент U_1, U_2 формул (2.26) - (2.28), зависящие от значений сигнальной функции или ее первых двух производных.

Отметим, что в (3.1) гауссовские случайные величины U_1, U_2 независимы между собой ($\langle U_1 U_2 \rangle = 0$) для представленных алгоритмов (2.26) - (2.28).

Согласно формулам (2.23) - (2.25) величины M_1, M_2, D_1, D_2 имеют следующие значения:

- Для алгоритма (2.26)

$$M_1 = S(\theta_f + \delta) - S(\theta_f - \delta),$$

$$M_2 = S(\theta_f + \delta) - 2S(\theta_f) + S(\theta_f - \delta),$$

$$D_1 = 2(1 - S(2\delta)), 0 \leq D_1 \leq 2,$$

$$D_2 = 2[3 - 4S(\delta) + S(2\delta)], 0 \leq D_2 \leq 6.$$

- Для алгоритма (2.27)

$$\begin{aligned}
M_1 &= S(\theta_f + \delta) - S(\theta_f - \delta), \\
M_2 &= S(\theta_f + \delta) + S(\theta_f - \delta), \\
D_1 &= 2(1 - S(2\delta)), \\
D_2 &= 2(1 + S(2\delta)), \quad 2 \leq D_2 \leq 4.
\end{aligned}$$

- Для алгоритма (2.28)

$$\begin{aligned}
M_1 &= S(\theta_f + \delta) - S(\theta_f - \delta), \\
M_2 &= S(\theta_f), \\
D_1 &= 2(1 - S(2\delta)), \quad 0 \leq D_1 \leq 2, \\
D_2 &= 1.
\end{aligned}$$

3.2. Распределение сигналов рассогласования некоторых видов дискриминаторов

Вводя обозначения $t = \frac{\xi_2}{\sqrt{D_2}}, \mu = \frac{D_2}{D_1}, \chi = \frac{M_2}{\sqrt{D_2}}, \frac{M_1}{\sqrt{D_2}} = \frac{M_1}{M_2} \frac{M_2}{\sqrt{D_2}} = \chi \lambda_0,$

$\frac{M_1}{M_2} = \lambda_0$ можно записать плотность вероятности λ_m (3.1) как

$$W(\lambda, q) = \frac{\sqrt{\mu}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |t| \exp \left\{ - \frac{[(t - q\chi)^2 + \mu(\lambda t - q\chi\lambda_0)^2]}{2} \right\} dt. \quad (3.2)$$

Здесь $q^2 = 2E/N_0$ - энергетическое отношение сигнал-шум.

Для распределения (3.2) можно получить явный аналитический вид в двух случаях: ОСШ $q=0$ и $q \gg 1$. В первом случае получаем распределение Коши:

$$W(\lambda, q=0) = \frac{\sqrt{\mu}}{\pi} \cdot \frac{1}{1 + \mu\lambda^2}. \quad (3.3)$$

Во втором случае после асимптотического интегрирования по методу Лапласа получаем:

$$W(\lambda, q) = \frac{\sqrt{\mu} q \chi}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{|1 + \mu\lambda\lambda_0|}{(1 + \mu\lambda^2)^{3/2}} \cdot \exp \left(- \frac{1}{2} q^2 \chi^2 \frac{\mu(\lambda - \lambda_0)^2}{1 + \mu\lambda^2} \right). \quad (3.4)$$

Рассмотрим частный случай, когда $\theta_f = 0$, а, следовательно, и значение $M_1 = 0$. Тогда плотность вероятности λ_m может быть записана в виде:

$$W(\lambda, q) = \frac{\sqrt{\mu}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |t| \exp\left\{-\frac{[(t - q\lambda)^2 + \mu(\lambda t)^2]}{2}\right\} dt. \quad (3.5)$$

Вычисление плотности вероятностей дискриминационной статистики λ_m методом асимптотического интегрирования Лапласа:

Рассмотрим функцию вида

$$I = \int_a^b g(x) \exp(-\gamma \cdot f(x)) dx, \quad (3.6)$$

где $\gamma \gg 1$ - некоторая константа, не зависящая от переменной интегрирования,

$g(x)$ - гладкая функция на интервале $[a, b]$,

$f(x)$ - дифференцируемая функция, имеющая минимум в точке x_0 , $a < x_0 < b$.

Представим функцию $f(x)$ в виде разложения в ряд Тейлора с точностью до второго слагаемого ряда в точке $x = x_0$:

$$f(x) = f(x_0) + f''(x_0)(x - x_0)^2 / 2. \quad (3.7)$$

Учитывая, что предельное представление δ - функции имеет следующий вид

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x - x_0)^2}{2\sigma^2}\right) \right) = \delta(x - x_0) \quad (3.8)$$

и имеет место равенство

$$\int_a^b g(x) \delta(x - x_0) dx = g(x_0), \quad (3.9)$$

получим

$$\begin{aligned} I &\approx g(x_0) \exp(-\gamma f(x_0)) \int_a^b \exp\left(-\frac{\gamma f''(x_0)}{2} \cdot (x - x_0)^2\right) dx \approx \\ &\approx g(x_0) \exp(-\gamma f(x_0)) \sqrt{\frac{2\pi}{\gamma f''(x_0)}}. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Распределение статистики суммарно-разностного дискриминатора запишем:

$$W(\lambda) = \frac{\sqrt{\mu}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |t| \exp\left[-\frac{(t-q\chi)^2 + \mu\lambda^2 t^2}{2}\right] dt, \quad (3.11)$$

Где $t = \frac{\xi_2}{\sqrt{D_2}}$, $\mu = \frac{D_2}{D_1}$, $\chi = \frac{M_2}{\sqrt{D_2}}$, $M_1 = 0$.

Введем замену $t = qz$, $dt = qdz$. Тогда получим

$$W(\lambda) = \frac{\sqrt{\mu} q^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |z| \exp\left[-q^2 \frac{(z-\chi)^2 + \mu\lambda^2 z^2}{2}\right] dz. \quad (3.12)$$

Здесь $\gamma = q^2$, $f(z) = \frac{1}{2}[(z-\chi)^2 + \mu\lambda^2 z^2]$.

Экстремум функции $f(z)$ найдем через производную $f'(z) = z - \chi + \mu\lambda^2 z = 0$, то есть $z_0 = \chi / (1 + \mu\lambda^2)$. Тогда $f''(z_0) = 1 + \mu\lambda^2$.

Из полученного выражения и формулы (3.7) следует

$$\begin{aligned} f(z_0) &= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\chi}{1 + \mu\lambda^2} - \chi \right)^2 + \frac{\mu\lambda^2 \chi^2}{(1 + \mu\lambda^2)^2} \right] = \\ &= \frac{1}{2} \frac{\chi^2}{(1 + \mu\lambda^2)^2} [(\mu\lambda)^2 + \mu\lambda^2] = \frac{1}{2} \chi^2 \frac{\mu\lambda^2}{1 + \mu\lambda^2}. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Таким образом, асимптотический вид интеграла (3.11)

$$W(\lambda|q) = \frac{\sqrt{\mu} q^2}{2\pi} \cdot \frac{\chi}{1 + \mu\lambda^2} \cdot \sqrt{\frac{2\pi}{q^2(1 + \mu\lambda^2)}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} q^2 \chi^2 \frac{\mu\lambda^2}{1 + \mu\lambda^2}\right). \quad (3.14)$$

Окончательное асимптотическое выражение

$$W(\lambda|q) = \frac{\sqrt{\mu} q}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{\chi}{(1 + \mu\lambda^2)^{3/2}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} q^2 \chi^2 \frac{\mu\lambda^2}{1 + \mu\lambda^2}\right). \quad (3.15)$$

Проведем исследование асимптотики. Для этого введем следующие

обозначения $y^2 = \mu\lambda^2$, $\varphi(y) = q^2 \frac{y^2}{1 + y^2}$.

На рисунке 3.1 представлена функция $\varphi(y)$ при различных значениях ОСШ: сплошной линией при $q = 3$, штрих-пунктирной линией - $q = 2$, пунктирной линией

- $q=1$. Из рисунка 3.1 видно, что достигаются следующие граничные значения $\varphi(0)=0, \varphi(y \gg 1)=q^2$.

Если $q \gg 1$, то при $\mu\lambda^2 \ll 1$ имеют место следующие равенства

$$\exp\left(-\frac{1}{2}q^2\chi^2 \cdot \frac{\mu\lambda^2}{1+\mu\lambda^2}\right) \approx \exp\left(-\frac{1}{2}\chi^2 q^2 \mu\lambda^2\right), \quad (3.16)$$

$$\frac{\chi}{(1+\mu\lambda^2)^{3/2}} \approx \chi \rightarrow const.$$

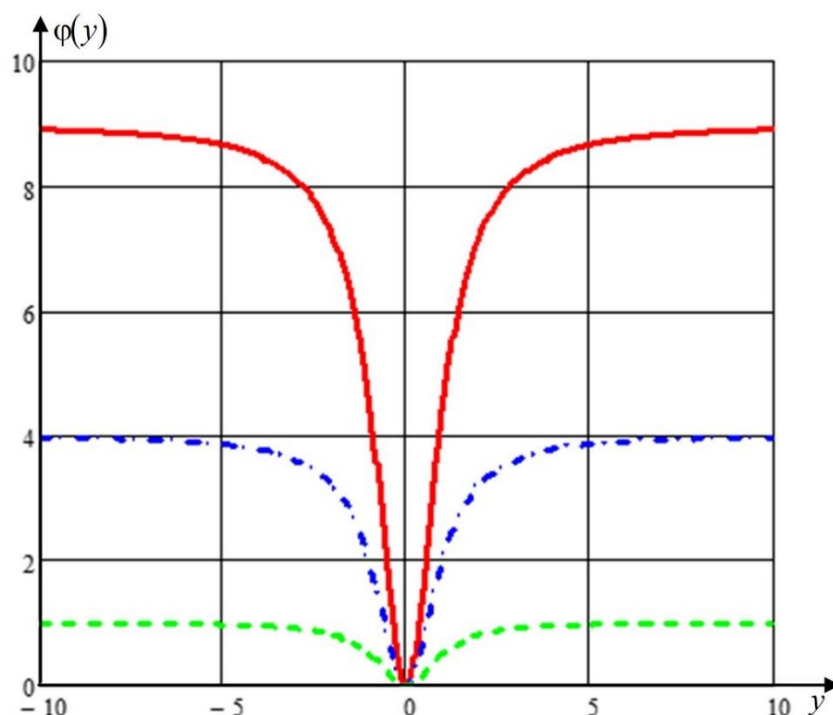


Рисунок 3.1. Исследование асимптотики распределения дискриминационной статистики

То есть с учетом (3.16) распределение стремится к нормальному:

$$W(\lambda|q) = \frac{\sqrt{\mu} q \chi}{\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2}q^2\chi^2 \mu\lambda^2\right) \quad (3.17)$$

с дисперсией $\sigma_\lambda^2 = 1/q^2\chi^2\mu$.

С учетом (3.16) хвосты распределения при $\mu\lambda^2 \gg 1$ представляются выражением

$$W(\lambda, q) = \sqrt{\frac{\mu}{2\pi}} \frac{q\chi}{(1+\mu\lambda^2)^2} \exp\left(-\frac{q^2\chi^2}{2} \cdot \frac{\mu\lambda^2}{1+\mu\lambda^2}\right). \quad (3.18)$$

Как следует из (3.18), выражение имеет два сомножителя: первый характеризует «хвосты» распределения, а второй, содержащий экспоненту, характеризует центральную часть распределения. Если $q \gg 1$, то второй сомножитель имеет конечные значения при $\mu z^2 \ll 1$ и

$$\begin{aligned} \exp\left(-\frac{q^2 \chi^2}{2} \cdot \frac{\mu z^2}{1+\mu z^2}\right) &\approx \exp\left(-\frac{q^2 \chi^2 \mu z^2}{2}\right), \\ \frac{q \chi \sqrt{\mu}}{(1+\mu z^2)^{3/2}} &\approx q \chi \sqrt{\mu} \rightarrow \text{const.} \end{aligned} \quad (3.19)$$

То есть распределение является асимптотически гауссовским, при этом первый сомножитель определяет тяжелые «хвосты».

3.3. Исследования распределения при разных параметрах дискриминаторов: ОСШ, рассогласования по параметрам, расстройке

Из формулы (3.18) видно, что распределение дискриминационной статистики явным образом зависит от ОСШ q и неявно от параметров расстройки δ и рассогласования θ_f .

Как уже было показано выше, при увеличении ОСШ распределение дискриминационной статистики стремится к гауссовскому, и как показано в пункте 3.2, с помощью асимптотического интегрирования Лапласа, можно найти примерную границу ОСШ, при которой распределение статистики можно считать гауссовским.

На рисунке 3.2 видно, что при увеличении ОСШ центральный пик распределения статистики становится уже, а влияние «тяжёлых хвостов» менее заметно. Рисунок 3.2 соответствует следующим параметрам: расстройка $\delta=0.5$, рассогласование $\theta_f=0.1$, а параметр ОСШ q - переменный ($q=1, 3, 5$).

На рисунке 3.3 показано распределение дискриминационной статистики при различных значениях параметра расстройки ($\delta=0.3, 0.5, 0.9$) для фиксированного

ОСШ ($q=3$) и при фиксированном параметре рассогласования по параметрам сигнала и приемника ($\theta_f=0.1$).

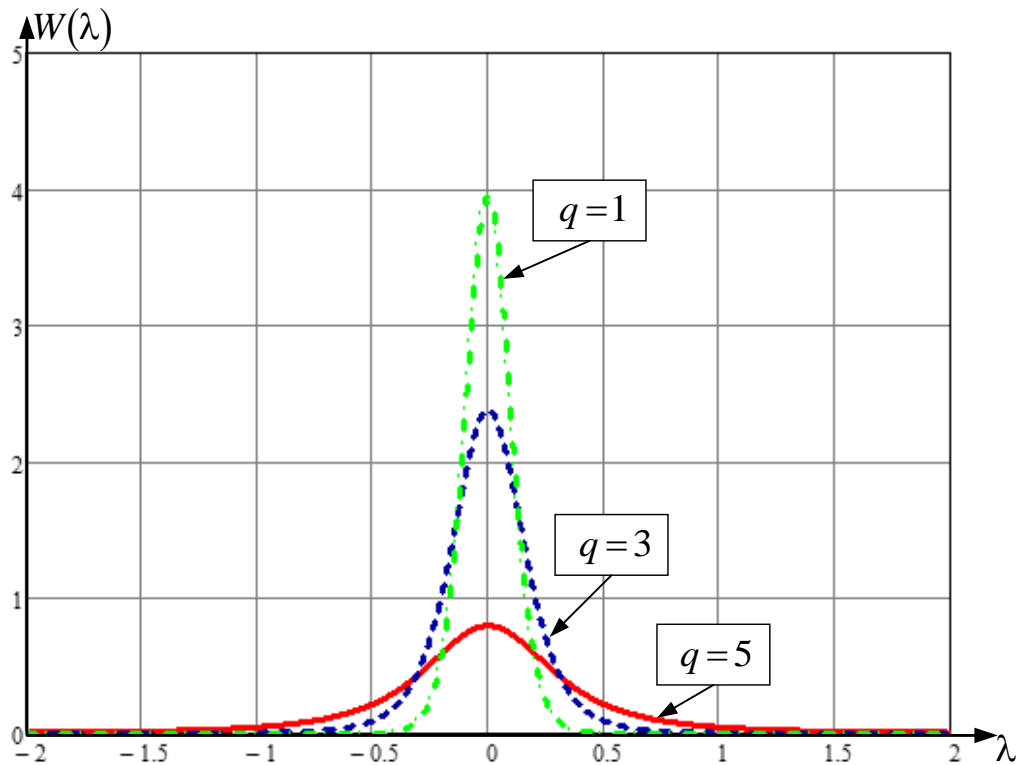


Рисунок 3.2 – Теоретического распределение дискриминационной статистики для различных значений ОСШ ($q=1, 3, 5$) при $\delta=0.5$ и $\theta_f=0.1$

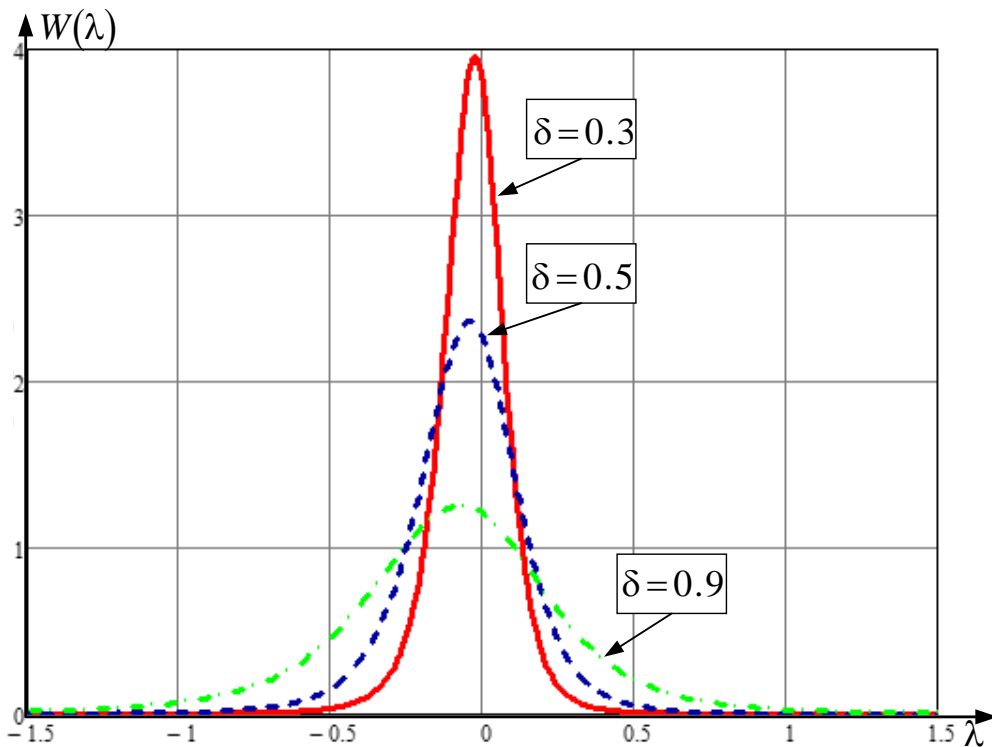


Рисунок 3.3 – Теоретического распределение дискриминационной статистики в зависимости от величины расстройки ($\delta=0.3, 0.5, 0.9$) при $\theta_f=0.1$ и $q=3$

На рисунке 3.4 представлено распределение дискриминационной статистики при значениях параметра рассогласования ($\theta_f = 0.1, 0.5, 1$) для фиксированного ОСШ ($q = 2$) при фиксированном значении расстройки ($\delta = 0.5$).

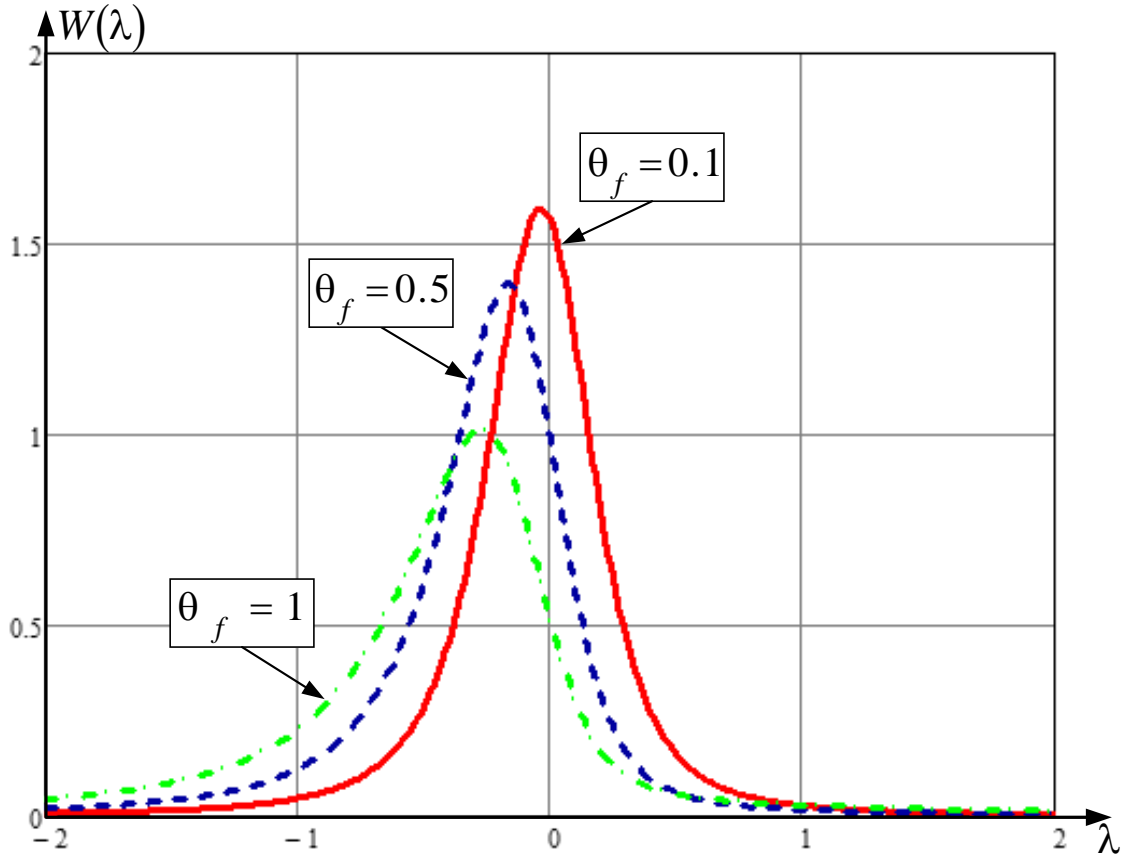


Рисунок 3.4 – Теоретического распределение дискриминационной статистики в зависимости от величины рассогласования по параметрам сигнала и приемника при $\delta = 0.5$ и $q = 2$

Из формул, представленных в пункте 3.1 и рисунка 3.3, видно, что расстройка влияет на дисперсию и математическое ожидание числителя и знаменателя дискриминационной статистики, а, следовательно, приводит к изменению параметров распределения. Так, при увеличении параметра расстройки, распределение «расплывается» и незначительно смещается в сторону отрицательных значений.

При анализе поведения распределения в зависимости от параметра рассогласования, из формул, представленных в пункте 3.1 и рисунка 3.4 видно, что изменение параметра рассогласования приводит к изменению математического

ожидания числителя и знаменателя дискриминационной статистики, а, следовательно, приводит к изменению параметров распределения χ и детерминированной дискриминационной характеристики λ_0 . Вследствие этого, при увеличении параметра рассогласования, распределение становится несимметричным и сдвигается в область отрицательных значений.

Таким образом из моделирования (рисунки 3.2-3.4) и теоретических расчетов математических ожиданий и дисперсий, представленных в пункте 3.1, видно, что точность оценки падает при увеличении расстройки и/или величины рассогласования по параметрам сигнала и приёмника; и растёт при увеличении ОСШ, при этом распределение оценки стремится к гауссовскому.

Следует отметить, что при увеличении параметра рассогласования θ_f распределение дискриминационной статистики становится несимметричным, что говорит об изменении высших моментов .

Таким образом, при конечных значениях параметра ОСШ распределение дискриминационной статистики имеет негауссовский вид: у него узкий центральный пик и «тяжёлые хвосты». Наличие «тяжёлых хвостов» распределения приводит к бесконечной дисперсии оценки, а значит полученная оценка является несостоятельной.

3.4. Моделирование и экспериментальный статистический анализ закона распределения

Для подтверждения корректности теоретических расчетов в соответствии с (3.1) генерировались случайны гауссовские величины с заданными математическими ожиданиями, дисперсиями и коэффициентом корреляции.

Форма сигнальной функции задавалась выражением $S(\theta) = e^{-\theta^2/2}$. Объем испытаний $n = 3000$. Параметры расстройки и рассогласования были выбраны следующими $\delta = 0.5$, $\theta_f = 0$.

По результатам $n = 3000$ экспериментов была построена гистограмма статистики (рисунок 3.5), сформированной в соответствии с (3.1), при параметре

отношения сигнал/шум равно $q=2.5$, при этом рассогласование и расстройка принимают значения $\theta_f=0$ и $\delta=0.5$ соответственно. Также на рисунке 3.5 пунктирной кривой построена теоретическая плотность вероятности нормального распределения в соответствии с выражением

$$W_{ml}(\lambda) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{ml}^2}} \exp\left(-\frac{\lambda^2}{2\sigma_{ml}^2}\right) \quad (3.20)$$

с нулевым средним значением и дисперсией, определяемой границей Крамера-Рао, рассчитываемой по формуле $\sigma_{ml}^2 = \frac{1}{q^2}$.

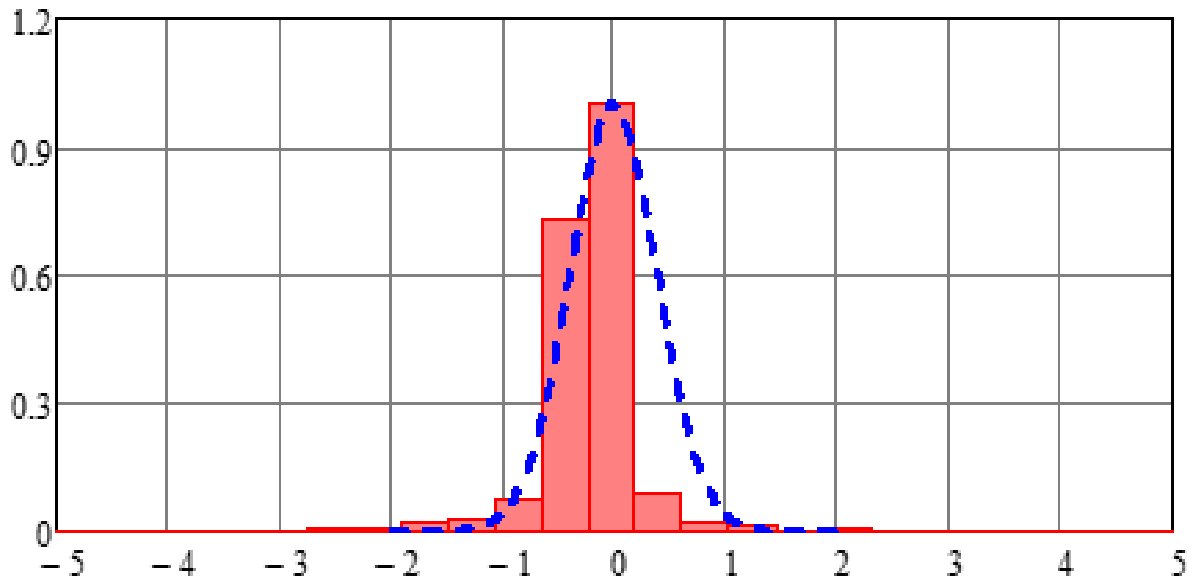


Рисунок 3.5 – Гистограмма дискриминационной статистики и гауссовское распределение

На рисунке 3.6 изображено поведение хвостов распределения статистики.

Очевидно, что вследствие наличия «тяжелых хвостов» распределения при конечных ОСШ, оценка несостоятельна и распределение существенно негауссовское.

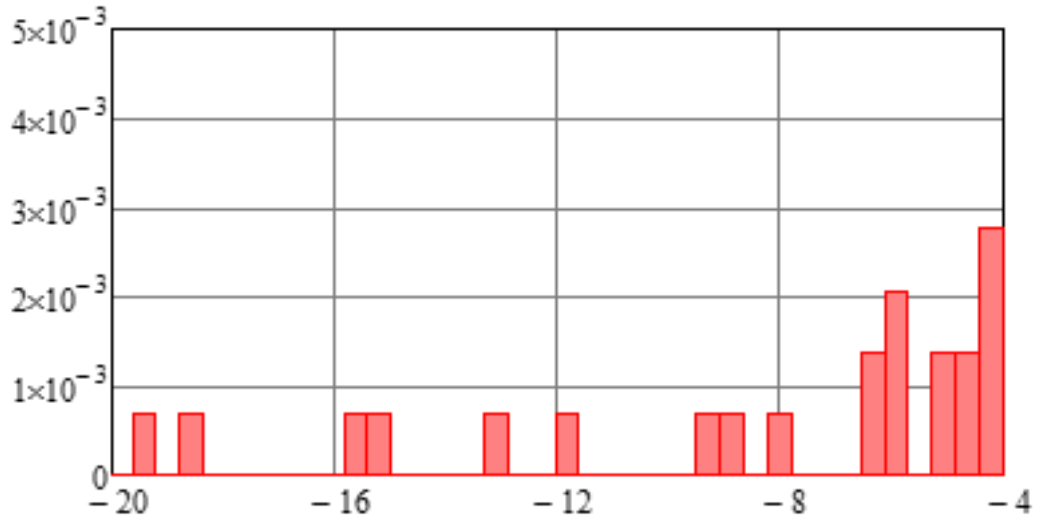


Рисунок 3.6 – Хвосты распределения статистики

На рисунке 3.7 сплошной линией приведено теоретическое распределение (3.2), а штриховой линией - гауссовское распределение с нулевым средним и дисперсией, определяемой в соответствии с границей Крамера-Рао, при $q=3$. На рисунке 3.8 представлены графики «хвостов» этих распределений.

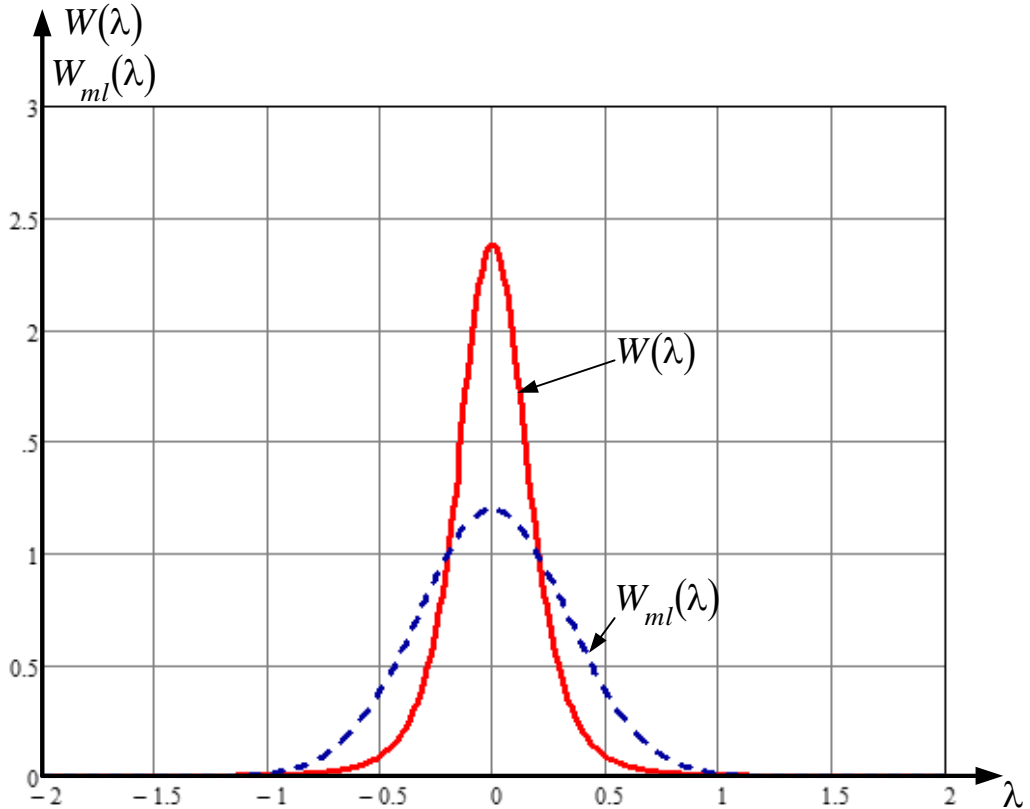


Рисунок 3.7 – Центральная часть теоретического распределения дискриминационной статистики и гауссовское распределение при $q=3$

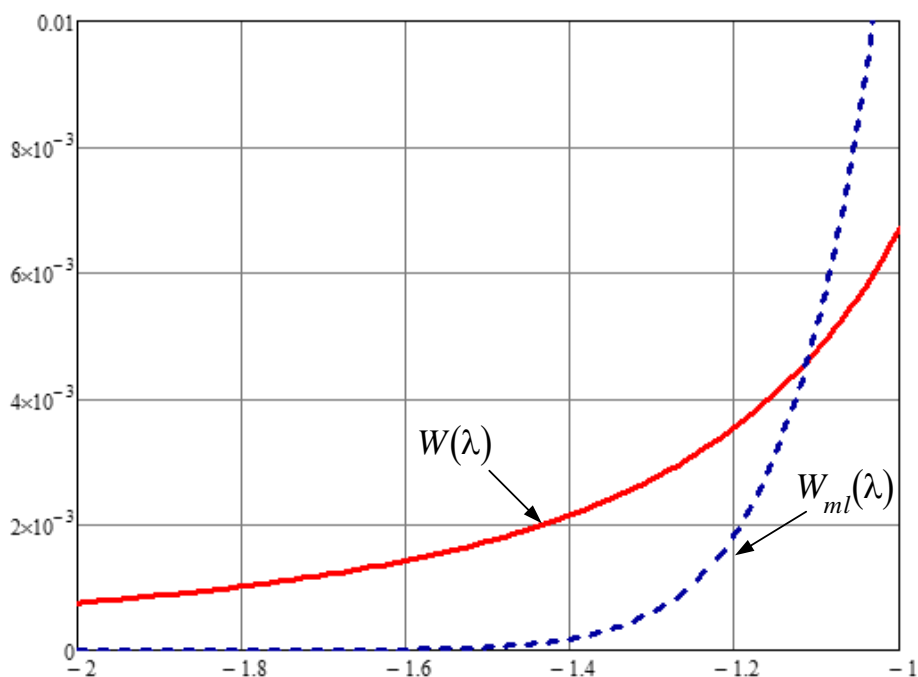


Рисунок 3.8 – Поведение хвостов теоретического распределения дискриминационной статистики и гауссовского при $q=3$

Статистическое моделирование и теоретические расчеты показали, что распределение дискриминационной статистики – существенно негауссовское, с «тяжелыми хвостами», откуда следует невозможность применения таких характеристик оценки, как смещение и рассеяние для определения точности оценки параметра. Моделирование показало существенную неустойчивость данных характеристик.

Таким образом, из теоретического исследования и статистического моделирования следует, что при конечных ОСШ оценка является несостоятельной из-за наличия «тяжёлых хвостов» распределения, которые приводят к бесконечной дисперсии.

На рисунке 3.9 сплошной линией представлено теоретическое распределение дискриминационной статистики с параметрами $q=3$, $\theta_f=1$, и точками представлено эмпирическое распределения (ядерная оценка), построенная для верификации результатов моделирования по выборке объемом $n=3000$ статистики λ_m с гауссовским ядром (таблица 1.1)

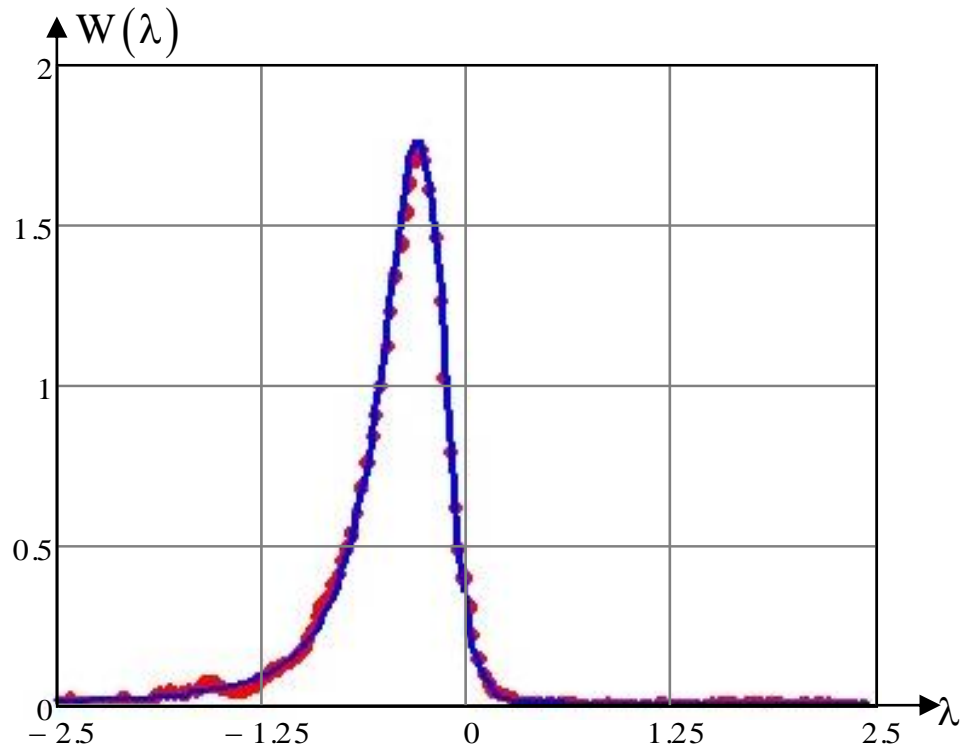


Рисунок 3.9 - Теоретическая (сплошная линия) и эмпирическая плотность вероятности

Из рисунка 3.9 видно, что теоретическое и экспериментальное распределения имеют хорошее качественное соответствие, однако для количественного критерия был применен критерий согласия Колмогорова, который показал хорошее соответствие ($\alpha \leq 0.1$).

Рассмотрим зависимость характеристик оценки (смещения и дисперсии) от отношения сигнал/шум. Так, на рисунке 3.10 точками представлена зависимость выборочной дисперсии $D(q)$ оценки λ_m от значения отношения сигнал/шум, а сплошной линией показана граница Крамера – Рао $D_m(q)$.

На рисунке 3.11 точками приведены результаты моделирования зависимости смещения $M(q)$ от ОСШ для значения параметра рассогласования $\theta_f = 0$. На этом же рисунке ромбиками показано поведение медианы $ME(q)$ оценки λ_m .

Видно, что негауссовское распределение с «тяжелыми хвостами» сигнала рассогласования делает невозможным применение обычных характеристик – смещения и рассеяния для определения точности оценки параметра. Из рисунка

3.11 видно, что вместо выборочного среднего целесообразно использовать медиану выборки.

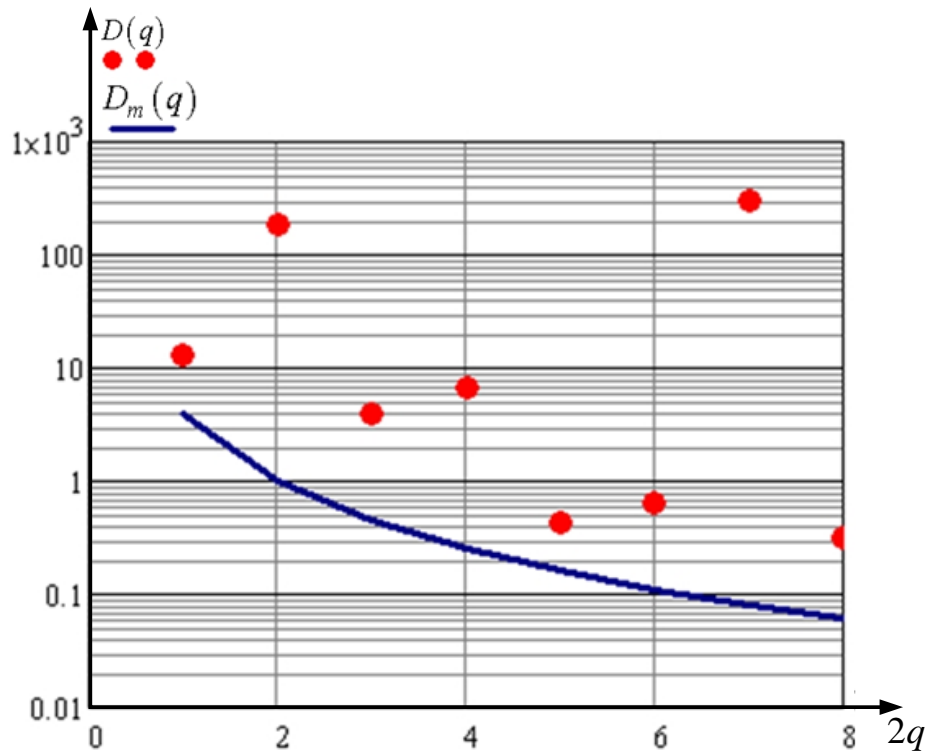


Рисунок 3.10 - Выборочная дисперсия оценки и граница Крамера-Рао $D_m(q)$

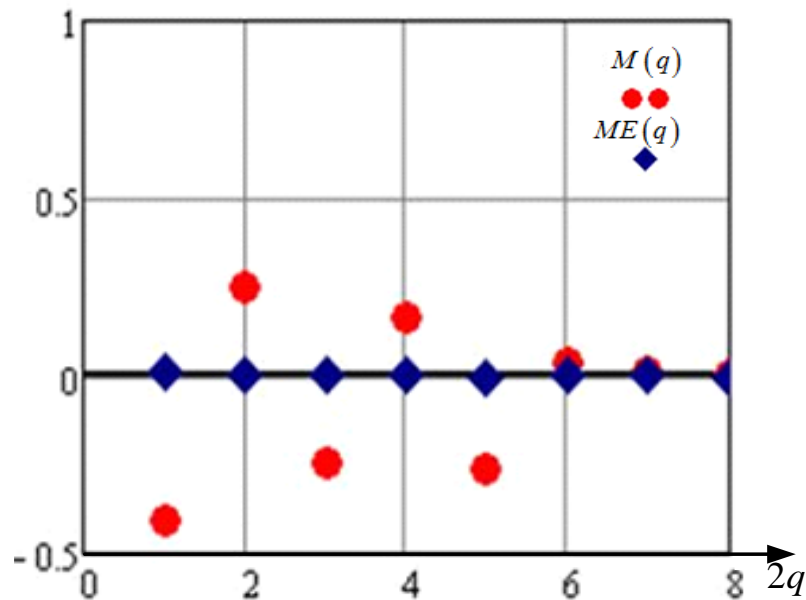


Рисунок 3.11 – Выборочное среднее оценки $M(q)$ и выборочная медиана $ME(q)$

На рисунке 3.12 точками представлен медианный квадрат оценки - непараметрический аналог дисперсии в зависимости от ОСШ, определяемый соотношениями $ME = \text{mediana}(\lambda_i)$, $MD = \text{mediana}(\lambda_i - ME)^2$. Здесь же сплошной

линией показан медианный квадрат гауссовской выборки $MDm(q)$ с дисперсией, определяемой границей Крамера–Рао.

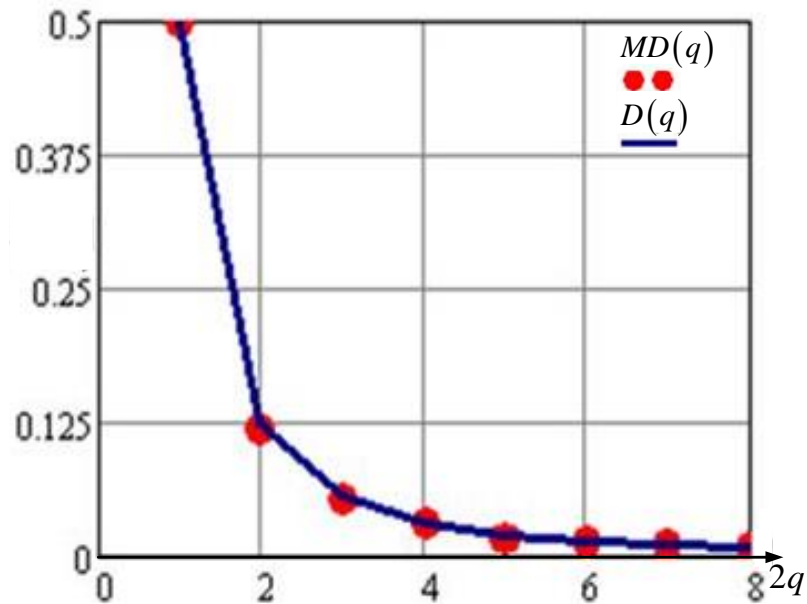


Рисунок 3.12 - Медианные квадраты оценки $MD(q)$ и ОМП $MDm(q)$

Как видно из рисунков 3.11-3.12, непараметрические оценки являются устойчивыми характеристиками смещения и рассеяния оценки параметра. Моделирование показало, что оценка параметра сигнала в исследованных типах дискриминаторов является смещенной и неэффективной в смысле отношений исследуемой дисперсии оценки к дисперсии ОМП, определяемой границей Крамера – Рао.

3.5. 2-D дискриминаторы

Как показано в пункте 2.2, двумерная АКФ в районе максимума может быть факторизована на произведение одномерных АКФ, то есть имеет место следующее соотношение $S(\theta_x, \theta_y) \approx S(\theta_x)S(\theta_y)$. В таком случае оценку можно производить отдельно по координатам. Из формулы (2.15) видно, что для объектов с произвольным ракурсом такая факторизация напрямую неприменима, поскольку в АКФ присутствуют перекрестные произведения $(\theta_x \cdot \theta_y)$. Однако известны модели преобразования изображений, в результате применения которых возможен переход

в систему координат, в которой перекрестное произведение $(\theta_x \cdot \theta_y)$ можно не учитывать.

Рассмотрим основные такие преобразования:

○ *Евклидовы преобразования*

Жестким движениям плоскости соответствует евклидова подгруппа, содержащая лишь преобразования сдвига и поворота, математически записываемых в векторно-матричной форме как:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \mathbf{R} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

С матрицей поворота на угол φ вида $\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix}$ и вектором трансляции (сдвига) $\begin{pmatrix} t_x \\ t_y \end{pmatrix}$.

○ *Аффинные преобразования*

Если матрицу вращения в (3.22) заменить общей невырожденной матрицей \mathbf{A} , то получим преобразование:

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + c, \\ y' &= dx + ey + f \end{aligned} \quad (3.23)$$

В аффинных преобразованиях плоскости можно рассмотреть несколько важных частных случаев:

○ Растяжение (сжатие) вдоль координатных осей, задаваемое в виде:

$$\begin{aligned} x' &= \alpha x, \alpha > 0 \\ y' &= \beta y, \beta > 0 \end{aligned} \quad (3.24)$$

○ Поворот вокруг начальной точки на угол φ , описываемый формулой:

$$\begin{aligned} x' &= x \cos \varphi - y \sin \varphi, \\ y' &= x \sin \varphi + y \cos \varphi \end{aligned} \quad (3.25)$$

○ Перенос, задаваемый простейшим соотношением:

$$\begin{aligned}x' &= x + c, \\y' &= y + f\end{aligned}\quad (3.26)$$

- Отражение (относительно какой-либо из осей, например, оси абсцисс) задаётся формулой:

$$\begin{aligned}x' &= x, \\y' &= -y\end{aligned}\quad (3.27)$$

Иллюстрация аффинного преобразования приведена на рисунке 3.13.



Рисунок 3.13 – Исходное изображение и его аффинно-преобразованная копия

Рассмотрим случай, когда изображение повернуто на некоторый угол, то есть имеет место пара преобразований (3.25). Известно, что АКФ и спектральная плотность связаны соотношениями [82]:

$$\begin{aligned}G(\omega_x, \omega_y) &= \iint S(\theta_x, \theta_y) \cdot \exp\left[-j(\theta_x \omega_x + \theta_y \omega_y)\right] d\theta_x d\theta_y, \\S(\theta_x, \theta_y) &= (1/2\pi)^2 \iint G(\omega_x, \omega_y) \cdot \exp\left[j(\theta_x \omega_x + \theta_y \omega_y)\right] d\omega_x d\omega_y.\end{aligned}\quad (3.28)$$

Угол поворота преобразования (3.25), в соответствии с которым реализуется переход от повернутого изображения, в результате которого выполняется условие $S(\theta_x, \theta_y) \approx S(\theta_x)S(\theta_y)$, вычисляется в соответствии с выражением:

$$\varphi = \frac{1}{2} \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{G_{12}}{G_{11} - G_{22}}\right),\quad (3.29)$$

$$G_{11} = \iint \theta_x^2 S(\theta_x, \theta_y) d\theta_x d\theta_y = \int \theta_x^2 S(\theta_x) d\theta_x,$$

$$\text{где } G_{22} = \iint \theta_y^2 S(\theta_x, \theta_y) d\theta_x d\theta_y = \int \theta_y^2 S(\theta_y) d\theta_y,$$

$$G_{12} = \iint \theta_x \theta_y \cdot S(\theta_x, \theta_y) d\theta_x d\theta_y.$$

Если в качестве эталонной оценки взять ОМП [116], то используя численный алгоритм Ньютона – Рафсона, можно записать выражение для оценки в виде:

$$\theta_{mx} = \theta_{fx} - \left(\frac{d_x(\bar{\theta})d_{yy}(\bar{\theta}) - d_y(\bar{\theta})d_{xy}(\bar{\theta})}{d_{xx}(\bar{\theta})d_{yy}(\bar{\theta}) - (d_{xy}(\bar{\theta}))^2} \right) \Big|_{\theta=\theta_f},$$

$$\theta_{my} = \theta_{fy} - \left(\frac{d_y(\bar{\theta})d_{xx}(\bar{\theta}) - d_x(\bar{\theta})d_{xy}(\bar{\theta})}{d_{xx}(\bar{\theta})d_{yy}(\bar{\theta}) - (d_{xy}(\bar{\theta}))^2} \right) \Big|_{\theta=\theta_f},$$

где

$$d_x(\bar{\theta}) = \partial M(\bar{\theta}) / \partial \theta_x,$$

$$d_y(\bar{\theta}) = \partial M(\bar{\theta}) / \partial \theta_y,$$

$$d_{xx}(\bar{\theta}) = \partial^2 M(\bar{\theta}) / \partial \theta_x^2$$

$$d_{yy}(\bar{\theta}) = \partial^2 M(\bar{\theta}) / \partial \theta_y^2,$$

$$d_{xy}(\bar{\theta}) = \partial^2 M(\bar{\theta}) / (\partial \theta_x \partial \theta_y).$$

Таким образом, можно перейти от повернутого изображения объекта к виду с необходимым ракурсом. При этом можно привести АКФ к виду $S(\theta_x, \theta_y) \approx S(\theta_x)S(\theta_y)$ для широкого класса изображений. Так, на рисунке 3.14 а-в приведены образцы изображений с факторизуемыми АКФ.

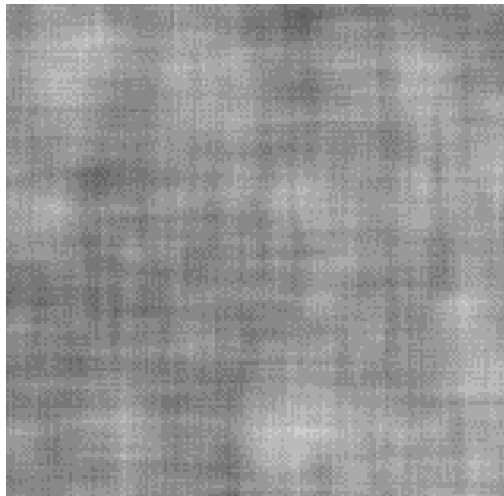
На рисунке 3.15а и 3.16а представлены модельные фрагменты изображений, а на рис. 3.15б и 3.16б их АКФ при $q \gg 1$. Фрагмент 3.15а и АКФ 3.16б соответствуют дифференцируемой модели поля, 3.16а и 3.16б – недифференцируемой.



а)

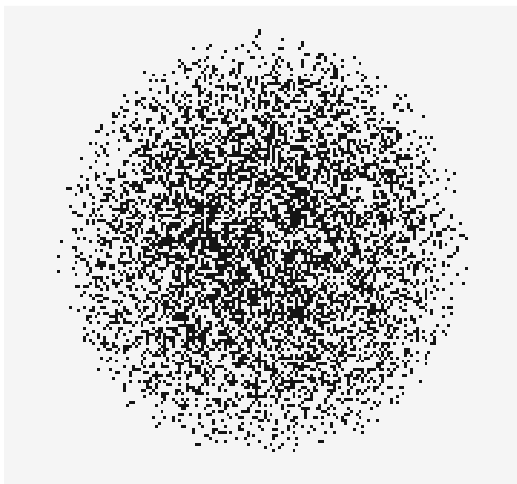


б)

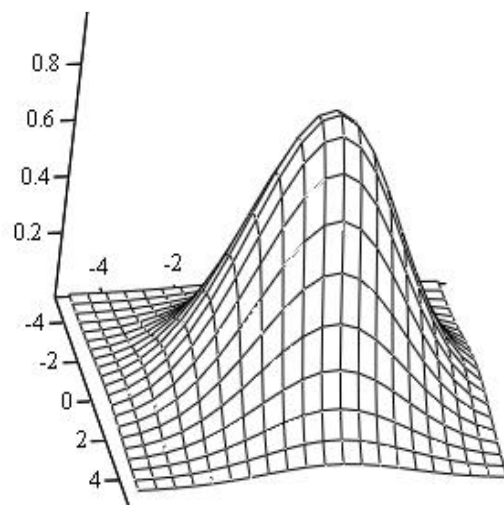


в)

Рисунок 3.14 - Образцы изображений с факторизуемыми АКФ: а) городской пейзаж, б) природа, в) поле, смоделированное по алгоритму Хабиби.



а)



б)

Рисунок 3.15 – а) модельный фрагмент изображения, б) АКФ модельно фрагмента изображения, соответствующие дифференцируемой модели поля.

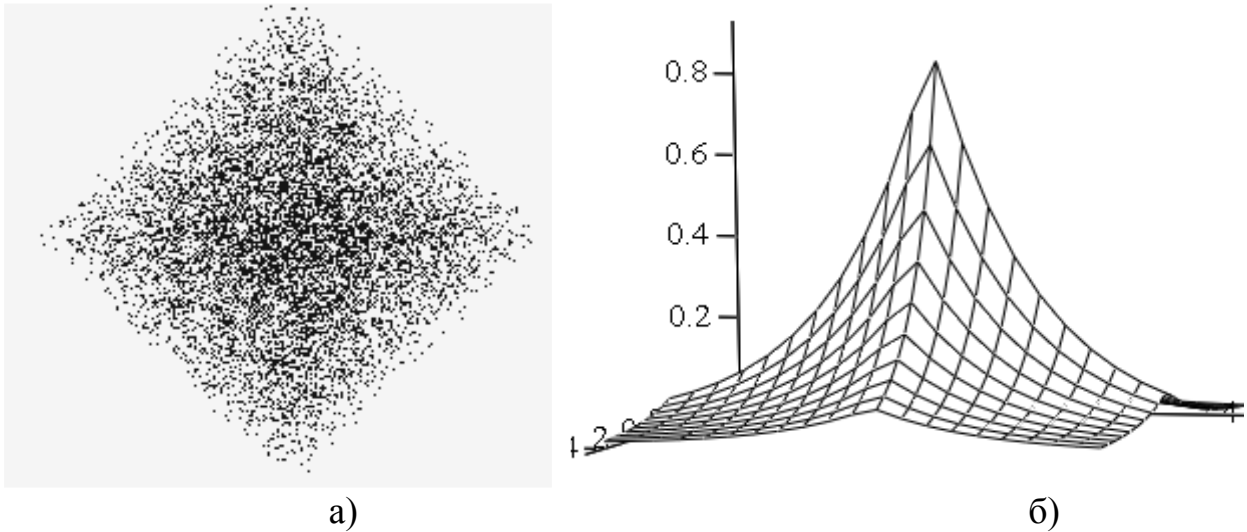


Рисунок 3.16 – а) модельный фрагмент изображения, б) АКФ модельно фрагмента изображения, соответствующие недифференцируемой модели поля

На рисунке 3.17а и 3.17б приведены контурные сечения АКФ, изображенных на рисунке 3.15б и 3.16б соответственно. Здесь же точками обозначены истинные нецелочисленные положения максимумов АКФ. Эти положения были оценены с помощью алгоритма (2.27).

Применение алгоритма (2.27) по дискретному изображению позволило при отсутствии шумов получить ошибку оценки порядка 10^{-2} – 10^{-3} , в то время как поиск максимума по дискретной сетке дает точность оценки в 1 пиксель. Установлено, что для недифференцируемой модели АКФ (рис. 3.16б) межпиксельная интерполяция не повышает точности оценки.

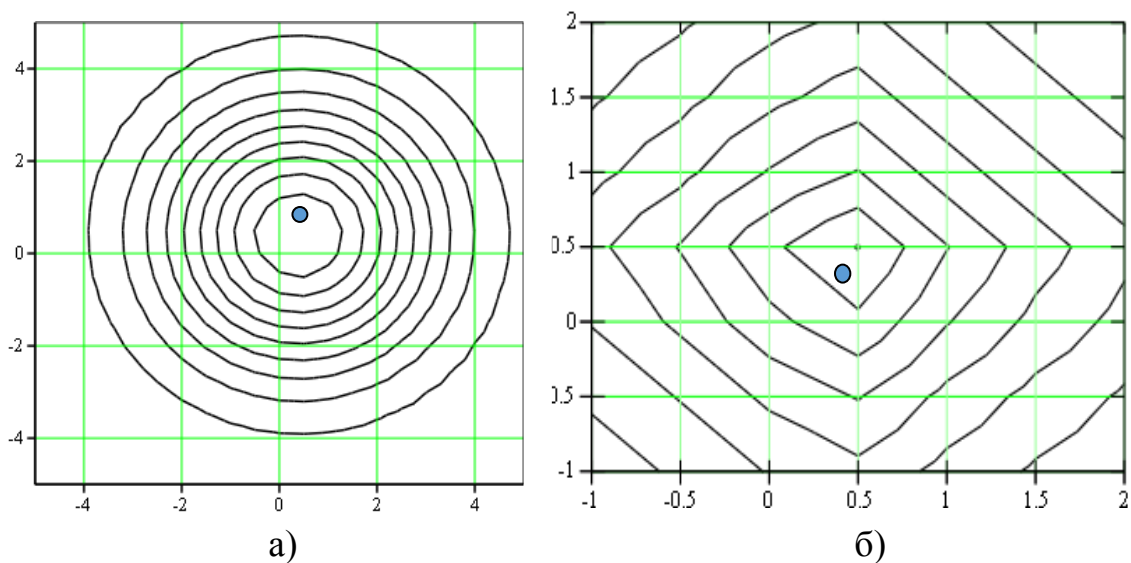


Рисунок 3.17 – Контурные сечения АКФ для а) дифференцируемой модели, б) недифференцируемой.

Выводы по 3 главе

1. Получены и исследованы выражения для дискриминационной статистики, содержащие сигнальные и шумовые компоненты. Данное распределение является существенно негауссовским. Оно имеет узкий центральный пик и «тяжелые хвосты». Теоретически и методами статистического моделирования показано, что при малых ОСШ оценка является несостоятельной, то есть не существуют первые моменты: математическое ожидание и дисперсия. Однако существуют устойчивые характеристики оценки, такие как медиана и медианная дисперсия (медиана средних квадратов отклонений оценок от медианы оценок).

2. Выполнен анализ полученного распределения в зависимости от отношения сигнал/шум, величины рассогласования и параметра расстройки. Показано, что при увеличении ОСШ распределение статистики стремится к гауссовскому - уменьшается разброс значений статистики («тяжелые хвосты»), при увеличении параметра рассогласования – статистика становится несимметричной и мода распределения статистики смещается в область отрицательных значений, при увеличении параметра рассогласования – распределение статистики «расплывается» и мода незначительно смещается в область отрицательных значений.

3. С помощью моделирования проведено сравнение гауссовского распределения и распределения дискриминационной статистики. Показано, что при конечном отношении сигнал/шум, распределение дискриминационной статистики имеет узкий центральный пик и «тяжелые хвосты».

4. Показано, что для некоторых моделей изображений и видов преобразований логарифм функционала отношения правдоподобия факторизуется, что позволяет производить оценку параметра отдельно по координатам.

5. Методом асимптотического интегрирования Лапласа найден аналитический вид выражения для плотности вероятности. Установлены границы применимости полученных ранее в гауссовском приближении характеристик дискриминаторов. Статистическое моделирование подтвердило полученный

результат. Так критерий согласия Колмогорова показал хорошее соответствие ($\alpha \leq 0,1$) между эмпирическим распределением, полученным в результате ядерного сглаживания гистограммы статистики, и теоретическим распределением, полученным в результате асимптотического интегрирования Лапласа.

ГЛАВА 4

РОБАСТНЫЕ М-ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРА СИГНАЛА ДИСКРИМИНАТОРА

В данной работе предложен новый трехэтапный подход к оценке неизвестного параметра сдвига на фоне гауссовских помех, основанный на применении дискриминаторов. Впервые показано, что при конечном отношении сигнал/шум оценка, полученная с помощью дискриминатора, является несостоятельной, поскольку распределение дискриминационной статистики является существенно негауссовским и имеет «тяжёлые хвосты», что приводит к бесконечной дисперсии. Применительно к задаче оценки сдвига фрагмента неоднородного поля, в частности, с субпиксельной точностью, во-первых, не всегда имеется возможность оценить отношение сигнал/шум (то есть возникает неопределенность относительно этого параметра), а во-вторых не для всех задач возможно посредством накопления повысить ОСШ. Невозможность накопления кадров, обеспечивающего повышение показателя ОСШ, возникает, например, при слежении за движущимися объектами. Последнее время именно в таких задачах требуется субпиксельная точность оценки местоположения (сдвига). Таким образом, возникает необходимость разработки подхода, обеспечивающего устойчивую автоматизированную работу в режиме реального времени предложенного трехэтапного алгоритма оценки местоположения (сдвига) при произвольном, в том числе и малом, отношении сигнал/шум.

В качестве такого подхода, позволяющего получить оценку с конечными моментами, в работе использовать ограничителя. Под ограничителями будем понимать некоторые нелинейные преобразования, взятые из теории робастных алгоритмов.

Предположение, что наблюдаемые данные описываются распределениями с конечными моментами во второй половине XX века показало свою ограниченность. Во-первых, необходимо было учитывать «засоренность» изменений аномальными ошибками, обусловленными сбоями, внешними помехами и иными мешающими факторами. [117-121]

В работе [120] отмечено: «Наличие 5-10% «ложных» наблюдений в реальных статистических данных - обычное правило, а не исключение. Для описания таких данных более подходящими являются распределения «с более затянутыми хвостами», чем у нормальных распределений».

Второй вид аномальных ошибок возникает при оценке параметров на большом априорном интервале при ограниченном отношении сигнал/шум. Например, это происходит при поиске сигнала [122-124]. В процессе многочисленных исследований, выяснилось, что целый ряд физических явлений описываются распределениями с «тяжелыми хвостами» (типа Коши, степенные (Парето), Леви), например, фликкер-шумы, последствия больших катастроф, сетевой трафик интернета, некоторые типы случайных блужданий, фрактальные процессы [125-130]. Для таких распределений также не существуют моменты и не применимы классические оценки. В отличие от первого типа аномальных ошибок, указанные обусловлены статистическими свойствами физических процессов. В связи с этим стали активно развиваться различные устойчивые (робастные) и непараметрические методы обработки данных [117-121,129,131,132].

Однако необходимо отметить, что «тяжелые хвосты» распределения дискриминационной статистики обусловлены не наличием аномальных ошибок, возникающих вследствие ограниченной точности измерительной аппаратуры, наличии ошибок измерения или же неадекватности принятой статистической модели, а обусловлены самим видом распределения, поскольку статистика представляет собой отношение двух гауссовских случайных величин.

В работе предложено использовать некоторые идеи робастных оценок [117-121,131], подавляющих аномальные ошибки первого типа, к синтезу и анализу алгоритмов, устойчивых к аномальным ошибкам второго типа.

С целью подавления экстремально больших выбросов дискриминационной статистики, предложено на выходе дискриминатора применять нелинейное преобразование. В данной главе будут рассмотрены некоторые виды нелинейности. При этом, далее будет показана эффективность применения робастных алгоритмов к дискриминационной статистике при малых значениях

параметра ОСШ. Отметим, что для корректного применения робастных алгоритмов необходимо проанализировать поведение вероятности выхода статистики за пределы $[-h, h]$, то есть оценить границу h .

Сравним влияние «хвостов» распределения $W_\lambda(z, q)$ (3.2) дискриминационной статистики при малых ОСШ и гауссовского распределения ОМП $W_{ml}(z, q)$ (3.20) при помощи анализа вероятностей $P(h, q)$ невыхода дискриминационной статистики за пределы $[-h, h]$, которые вычисляются по следующим формулам:

$$P(h, q) = \int_{-h}^h W_\lambda(z, q) dz, \quad (4.1)$$

$$P_{ml}(h, q) = \int_{-h}^h W_{ml}(z, q) dz.$$

Так, из рисунка 4.1 видно, что при малых h поведение вероятности $P(h, q)$ определяется центральной частью распределения, а при больших значениях h - «тяжелыми хвостами». Из рисунка 4.1 также видно, что условная граница изменения характера зависимости, находится в окрестности $h=1$ при параметре ОСШ $q=2$.

На рисунке 4.1 приведены вероятности выхода значений статистики за пределы $[-h, h]$: $1-P(h, q)$ сплошной линией для дискриминационной статистики при малом ОСШ ($q=2$) и $1-P_{ml}(h, q)$ - штриховой линией для статистики, имеющей гауссовское распределение с нулевым математическим ожиданием и дисперсией, определяемой в соответствии с неравенством Крамера-Рао.

Как следует из сравнения кривых на рисунке 4.1, вероятность аномально больших выбросов $P_a = \begin{cases} 1-P(h, q) \\ 1-P_{ml}(h, q) \end{cases}$ для статистики с распределением (3.2) на несколько порядков больше, чем для статистики, подчиняющейся гауссовскому закону распределения.

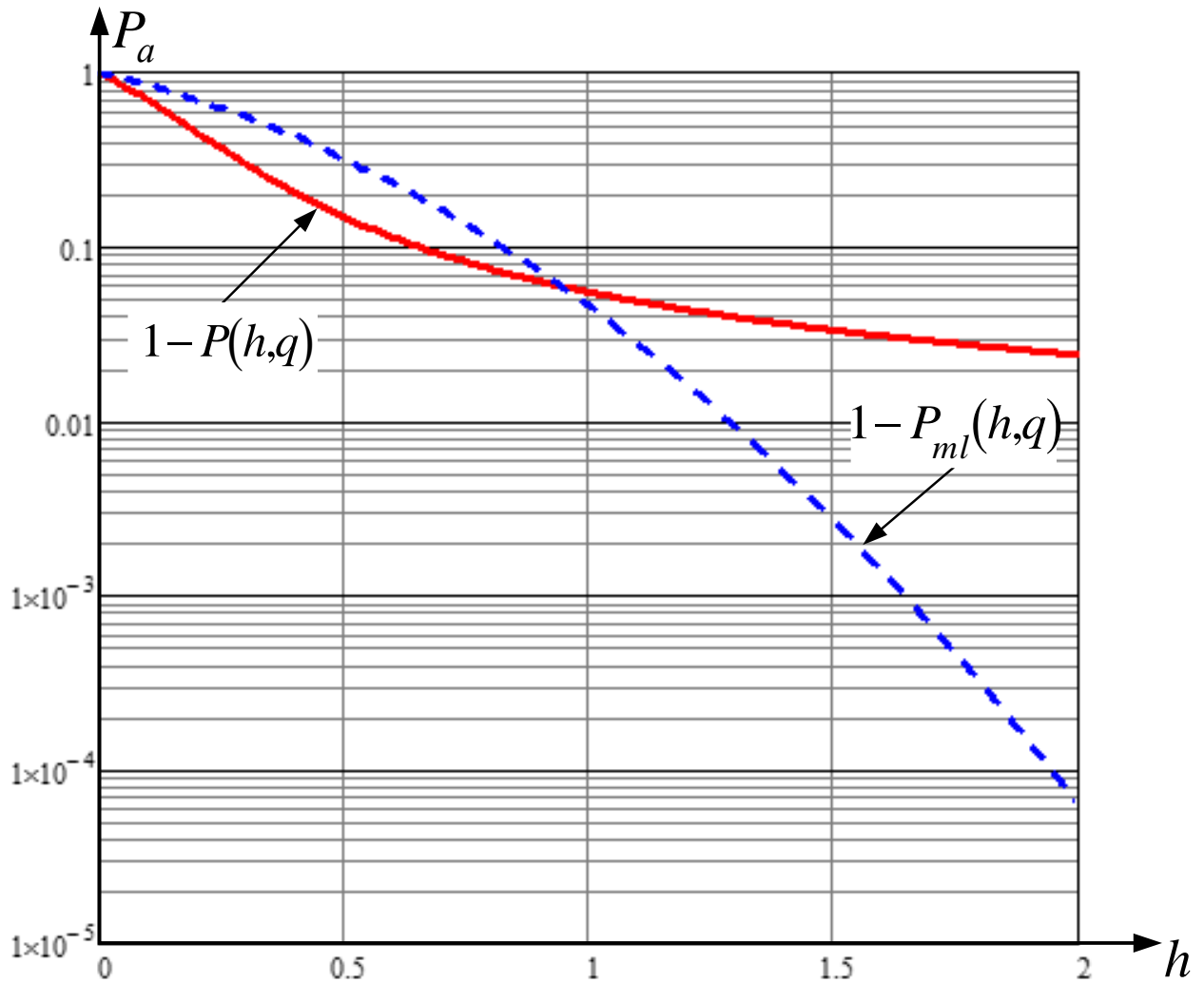


Рисунок 4.1 – Вероятность anomalously больших выбросов

4.1. Понятие устойчивой оценки параметра сигнала

К классу М-оценок (оценок типа максимального правдоподобия) относятся оценки, являющиеся результатом решения уравнений, которые обычно возникают в задачах на нахождение экстремума. В этот класс входят оценки максимального правдоподобия и наименьших квадратов [117-121,131,132,133,135].

Отметим, что толчком к развитию этого класса оценок послужила работа Хьюбера [136], опубликованная в 1964 году, в которой предложены М-оценки параметра сдвига (параметра положения в симметричном случае).

Рассмотрим общую теорию М-оценок [117-121, 131, 134, 135].

Пусть М-оценка, обозначаемая через $T_N = T(X_1, \dots, X_N)$, где (X_1, \dots, X_N) - последовательность случайных величин с некоторой функцией распределения F -

теоретическая и F_N - эмпирическая, определяется как решение экстремальной задачи на минимум в виде $\sum \rho(X_n, T_N) = \min$ или как решение уравнения

$$\sum_{n=1}^N \Psi(X_n, T_N) = 0, \quad (4.2)$$

где $\rho(x, t)$ - заданная функция,

$$\Psi(x, t) = \frac{\partial \rho(x, t)}{\partial t}.$$

M-оценка, обозначаемая через $T_N = T(F_N)$ является оценкой функционала $T(F)$, определяемого неявно выражением

$$\int \Psi(x, T(F)) dF(x) = 0. \quad (4.3)$$

Отметим, что ОМП является частным случаем решения уравнения (4.3).

В [136] для оценивания параметра сдвига по выборке (X_1, \dots, X_N) случайных величин с функцией распределения $F(x - \theta)$ и плотностью распределения $f(x - \theta)$, где θ - неизвестный параметр сдвига, Хьюбером были введены M-оценки. В данном случае имеет место следующее равенство $\Psi(x, t) = \Psi(x - t)$. Можно убедиться, что M-оценка параметра сдвига $t_0 = T(F)$ для функции распределения $F(x - t_0)$ является асимптотически эффективной, если определяющая ее функция $\Psi(x, t)$ пропорциональна отношению $f'(x)/f(x)$. Для этого воспользуемся выражениями для асимптотических дисперсий M-оценок, полученными в [134], и предположим, что выполняются условия, позволяющие менять порядок дифференцирования и интегрирования в выражении

$$\lambda_F(t) = \int \Psi(x, t) dF(x), \quad (4.4)$$

где t_0 - корень уравнения $\lambda_F(t) = 0$,

T_N - корень «эмпирического» уравнения $\lambda_{F_N}(t) = 0$.

Далее, интегрируя (4.4) по частям, при $\Psi(x, t) = \Psi(x - t)$, получим

$$\lambda'_{F}(t_0) = \int \Psi'(x-t_0) f(x) dx = - \int \Psi(x-t_0) f'(x) dx. \quad (4.5)$$

С учетом (4.5) и выражения для дисперсии М-оценки, приведенного в [134], получим

$$\sigma^2(\Psi, F) = \frac{\int \Psi^2(x-t_0) f(x) dx}{\left(\int \Psi(x-t_0) f'(x) dx \right)^2}. \quad (4.6)$$

Тогда с помощью неравенства Шварца можно получить:

$$\left(\int \Psi(x-t_0) f'(x) dx \right)^2 \leq \int \Psi^2(x-t_0) f(x) dx \cdot \int [f'(x)/f(x)]^2 dF(x). \quad (4.7)$$

Отсюда следует неравенство Крамера-Рао

$$\sigma^2(\Psi, F) \geq \frac{1}{\int [f'(x)/f(x)]^2 dF(x)} = \frac{1}{I(F)}. \quad (4.8)$$

Причем равенство достигается в случае, если $\Psi(x, t)$ пропорциональна отношению $f'(x)/f(x)$.

Рассмотрим модифицированные оценки, подвергая статистику λ на выходе дискриминатора, некоторому нелинейному преобразованию $\eta = \Psi(\lambda)$, определяющему некоторые конкретные М-оценки и как следствие подавляющему большие значения λ . Воспользуемся некоторыми рекомендуемыми преобразованиями [117-121].

В дальнейшем будем использовать обозначения $W_\lambda(u)$ и $W_\eta(u)$ для обозначений плотностей вероятностей статистик λ_m и η при фиксированном ОСШ q . Значения q приведены в численных расчетах.

4.2. М-оценка Тьюки: теоретический и экспериментальный анализ

Пусть случайная величина λ поступает на ограничитель с характеристикой

$$\eta = \Psi(\lambda) = \begin{cases} \lambda, & |\lambda| < a \\ 0, & |\lambda| > a \end{cases}, \quad a=1. \quad (4.9)$$

На рисунке 4.2 представлена нелинейность в виде оценочной функции Тьюки, определяемая по формуле (4.9).

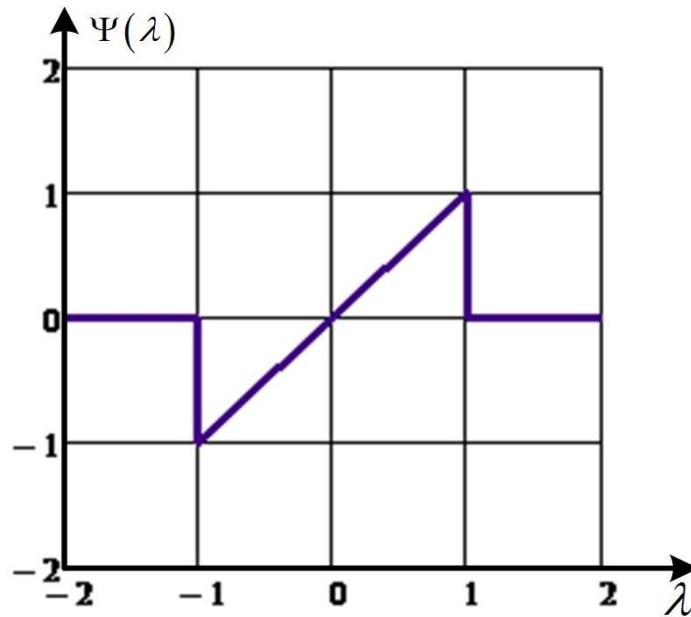


Рисунок 4.2 – Оценочная М-функция Тьюки

Для вычисления первых моментов и плотности распределения вероятностей статистики, наблюдаемой на выходе дискриминатора с последующим нелинейным преобразованием, определяемым формулой (4.9), введем следующие обозначения:

$$P^+ = \int_a^{\infty} W_{\lambda}(u) du, \quad (4.10)$$

$$P^- = \int_{-\infty}^{-a} W_{\lambda}(u) du.$$

Тогда плотность распределения вероятностей описывается следующим выражением

$$W_{\eta}(u) = (P^+ + P^-) \cdot \delta(u) + I(|u| < a) \cdot W_{\lambda}(u). \quad (4.11)$$

Здесь $I(z) = \begin{cases} 1, & |z| < 1 \\ 0, & |z| \geq 1 \end{cases}$ – индикаторная функция,

$\delta(u)$ - дельта функция.

Очевидно, что имеет место следующее выражение:

$$\int_{-a}^a W_{\eta}(u) du = P^+ + P^- + \int_{-a}^a W_{\lambda}(u) du = \int_{-\infty}^{\infty} W_{\lambda}(u) du = 1. \quad (4.12)$$

Тогда первые моменты статистики, подверженной нелинейному преобразованию вида (4.9), определяются:

$$m_{\eta} = \int_{-\infty}^{\infty} u W_{\eta}(u) du = \int_{-a}^a u W_{\lambda}(u) du, \quad (4.13)$$

$$s_{\eta} = \int_{-\infty}^{\infty} u^2 W_{\eta}(u) du = \int_{-a}^a u^2 W_{\lambda}(u) du < (2/3)a^3 W_{\lambda}(u_{\max}). \quad (4.14)$$

Здесь u_{\max} - значение, при котором функция $W_{\lambda}(u)$ достигает максимального значения. Эта оценка следует из разложения $W_{\lambda}(u) \approx W_{\lambda}(u_m) - \frac{(u-u_m)^2}{2} (-W_{\lambda}''(u_m))$.

Тогда

$$\int_{-a}^a u^2 W_{\lambda}(u) du \approx \frac{2a^3}{3} W_{\lambda}(u_m) - \left(\frac{2a^3 u_m^2}{3} + \frac{2a^5}{5} \right) (-W_{\lambda}''(u_m)) < \frac{2a^3}{3} W_{\lambda}(u_m)$$

m_{η} - первый момент, s_{η} - второй момент. Учтено, что $-W_{\lambda}''(u_m) > 0$

Отметим, что при четности функции плотности вероятностей $W_{\lambda}(u)$, (то есть при выполнении следующего равенства $W_{\lambda}(u) = W_{\lambda}(-u)$), первые моменты статистики имеют следующие значения

$$m_{\eta} = u_{\max} = 0, \quad (4.15)$$

$$s_{\eta} \equiv D_{\eta}, \quad (4.16)$$

где D_{η} - дисперсия.

Нетрудно из (3.2) получить величину максимума $W_{\lambda}(u_{\max} = 0)$:

$$W(0, q) = \frac{\sqrt{\mu}}{\pi} \left[\exp\left(-\frac{(q\chi)^2}{2}\right) + (q\chi)\Phi(q\chi) \right],$$

где $\Phi(z) = (1/\sqrt{2\pi}) \cdot \int_{-\infty}^z \exp(-u^2/2) du$ - интеграл вероятности.

Теоретическое значение дисперсии оценки $D(\eta) = 0.083$. Выборочная дисперсия равна 0.086 при объеме выборки $n=1000$.

4.3. М-оценка Хьюбера: теоретический и экспериментальный анализ

Пусть случайная величина λ поступает на ограничитель с характеристикой

$$\eta = \Psi(\lambda) = \begin{cases} a, & \lambda \geq a \\ \lambda, & |\lambda| < a, \quad a=1. \\ -a, & \lambda \leq -a \end{cases} \quad (4.17)$$

На рисунке 4.3 представлена нелинейность в виде оценочной функции Хьюбера, определяемая по формуле (4.17).

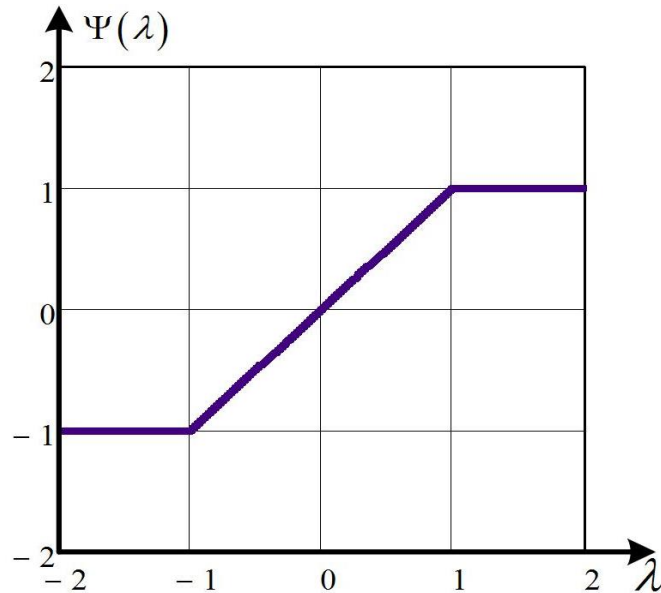


Рисунок 4.3 – Оценочная М-функция Хьюбера

Если $W_\lambda(u)$ - унимодальная плотность вероятности с максимумом $W_\lambda(u_{\max})$, то:

$$P[\eta = -a] = \int_{-\infty}^{-a} W_\lambda(u) dx = P^-, \quad (4.18)$$

$$P[\eta = a] = \int_a^{\infty} W_\lambda(x) dx = P^+.$$

В этом случае распределение $W_\eta(x)$ имеет вид:

$$W_\eta(u) = P^- \delta(u+a) + P^+ \delta(u-a) + I(|u|/a) W_\lambda(u). \quad (4.19)$$

Тогда первые моменты случайной величины η имеют вид $m_\eta = (P^+ - P^-)a + \int_{-a}^a u W_\lambda(u) du$. В случае четности $W_\lambda(u)$ получаем $m_\eta = 0$.

Соответственно второй момент $s_\eta = (P^- + P^+)a^2 + \int_{-a}^a u^2 W_\lambda(u) du$.

Для симметричного распределения $s_{\eta} = D_{\eta} < 2P^+ a^2 + (2/3)a^3 W_{\lambda}(0)$.

Результаты теоретического расчета и моделирования таковы: теоретическое среднее $m_{\eta} = 0$, эмпирическое среднее равно $2.7 \cdot 10^{-3}$, теоретическая дисперсия $D_{\eta} = 0.139$, эмпирическая дисперсия равна 0.137.

4.4. М-оценка Хампеля: теоретический и экспериментальный анализ

Пусть случайная величина λ поступает на ограничитель с характеристикой вида

$$\Psi(\lambda) = -\Psi(-\lambda) = \begin{cases} \lambda, & 0 < \lambda \leq a \\ a, & a < \lambda \leq b \\ a \cdot \frac{c-\lambda}{c-b}, & b < \lambda \leq c \\ 0, & c < \lambda \end{cases} \quad (4.20)$$

Предлагаются следующие значения параметров $a=1$, $b=3$, $c=5$ при $q=3$.

На рисунке 4.4 представлена нелинейность в виде оценочной функции Хампеля, определяемая по формуле (4.20).

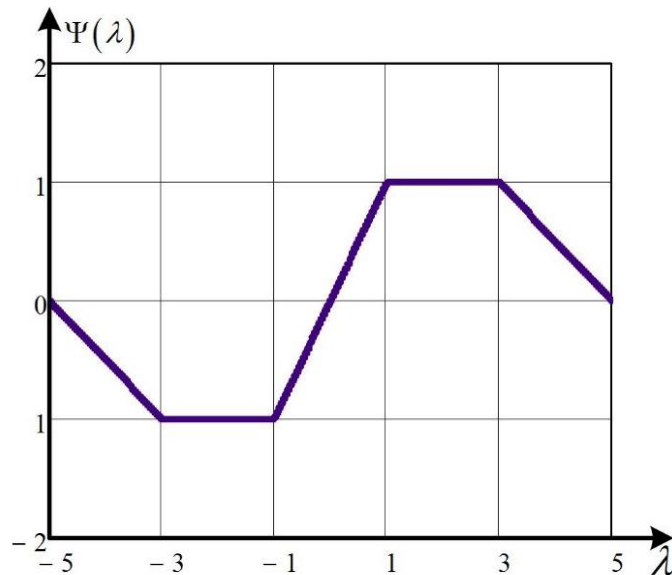


Рисунок 4.4 – Оценочная М-функция Хампеля

Для вычисления первых моментов и плотности распределения вероятностей статистики, наблюдаемой на выходе дискриминатора с последующим нелинейным

преобразованием, определяемым формулой (4.20), введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
 P_c^+ &= \int_c^{\infty} W_\lambda(u) du, \\
 P_c^- &= \int_{-\infty}^{-c} W_\lambda(u) du, \\
 P_{ab}^+ &= \int_a^b W_\lambda(u) du, \\
 P_{ab}^- &= \int_{-b}^{-a} W_\lambda(u) du.
 \end{aligned} \tag{4.21}$$

Тогда

$$\begin{aligned}
 W_\eta(u) &= (P_c^+ + P_c^-)\delta(u) + (P_{ab}^+\delta(u-a) + P_{ab}^-\delta(u+a)) + I(b < u < c) \frac{c-b}{a} W_\lambda\left(c - \frac{u}{a}(c-b)\right) + \\
 &+ I(-c < u < -b) \frac{|c|-|b|}{a} W_\lambda\left(-c - \frac{u}{a}(c-b)\right) + I(|u|/a) W_\lambda(u)
 \end{aligned} \tag{4.22}$$

Нетрудно увидеть, что $\int_{-\infty}^{\infty} W_\eta(u) du = 1$. Поскольку функция $\eta = \Psi(\lambda)$ нечетная, то при четности $W_\lambda(u)$ первый момент $m_\eta = 0$. Тогда

$$D_\eta = 2a^2 P_{ab}^+ + 2 \int_b^c u^2 W_\lambda(u) du + \int_{-a}^a u^2 W_\lambda(u) du.$$

Теоретические значения среднего и дисперсии М-оценки в таком случае имеют следующие значения соответственно $m_\eta = 0$, $D_\eta = 0.125$. При этом эмпирические значения имеют следующую величину: выборочное среднее - $6.3 \cdot 10^{-4}$, дисперсия 0.125.

4.5. Сравнение М-оценок

Отметим, что результаты моделирования показывают, что М-оценка Тьюки обеспечивает наименьшую выборочную дисперсию. Проблема состоит в том, что отбрасывание части значений сигнала рассогласования отсекает не аномальные ошибки, а искажает саму оценку параметра на выходе дискриминатора. Оценочная

функция Хампеля более мягко подавляет большие значения сигнала рассогласования.

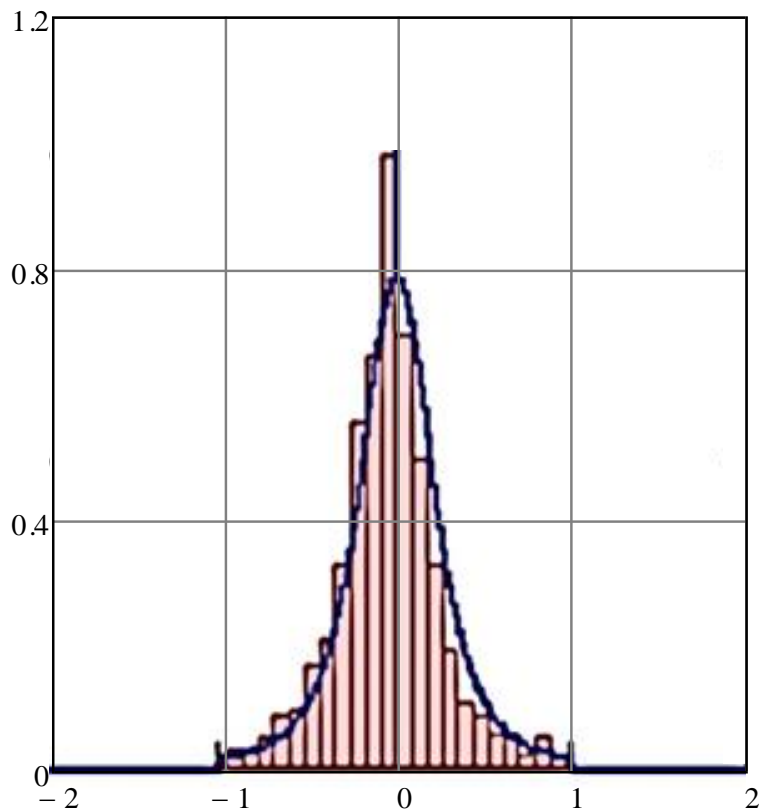
Результаты приведены для значения параметра отношение сигнал/шум равного $q=3.5$. При этом значение дисперсии Крамера-Рао $\sigma_{K.P.}^2=0.082$.

В таблице 4.1 представлены теоретическая и выборочная дисперсия трёх видов нелинейности.

Таблица 4.1. Значения теоретической и выборочной дисперсий трёх видов нелинейности

Оценочная функция	Тьюки	Хьюбера	Хампеля
Выборочная дисперсия	0.086	0.137	0.125
Теоретическая дисперсия	0.083	0.139	0.125

Теоретические распределения и гистограммы М-оценок приведены на рисунке 4.5. При этом δ - функция на теоретической плотности вероятности схематически представлена вертикальным отрезком.



а)

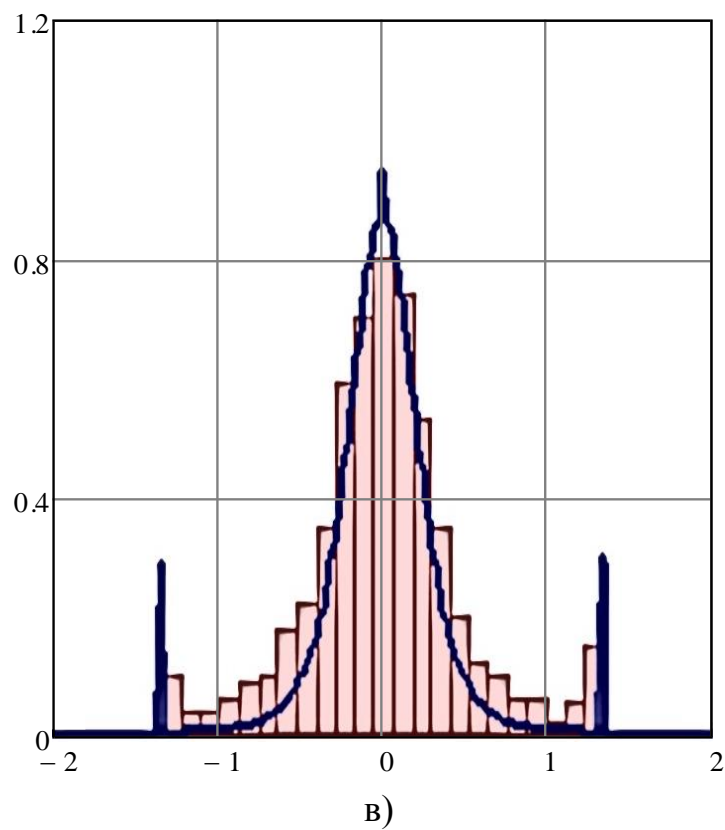
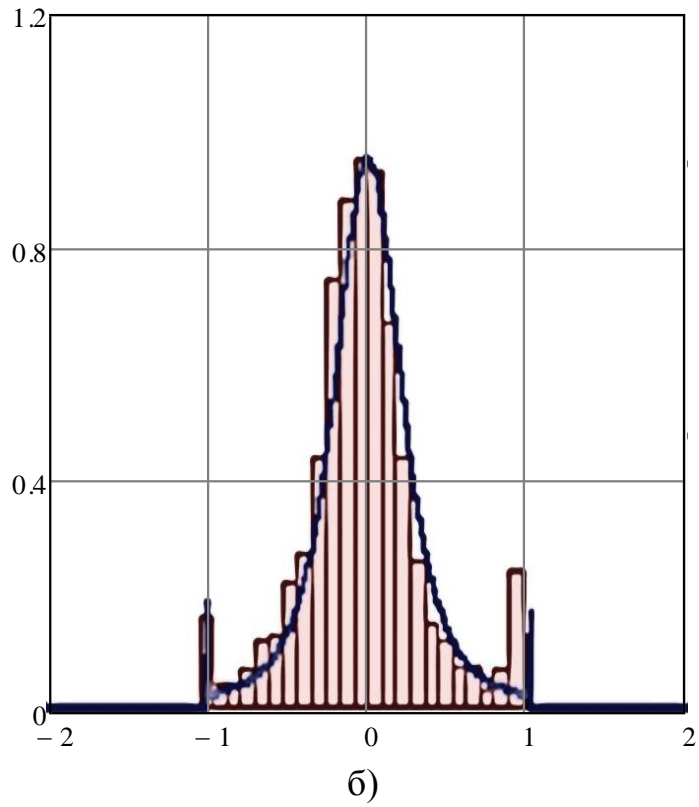


Рисунок 4.5 - Теоретическое распределение (сплошной линией) и гистограмма М-оценок: а) Тьюки, б) Хьюбера, в) Хампеля

Вид гистограммы на рисунке 4.5в показывает, что модифицированная оценка может быть получена по максимуму плотности вероятности. Таким образом, нелинейность в виде оценочной функции Хампеля (рисунок 4.4) является наиболее предпочтительной для формирования устойчивой М- оценки параметра сигнала.

Кроме описанных в п. 4.1-4.5 устойчивых оценок параметра Тьюки, Хьюбера, Хампеля существует еще целый ряд устойчивых непараметрических оценок среднего и дисперсии [121 и др].

Выводы по 4 главе

1. Предложено для подавления «тяжелых хвостов» распределения процесса на выходе дискриминатора использовать некоторые типы нелинейных преобразований, используемых при разработке робастных алгоритмов. Получены аналитические распределения устойчивых модифицированных оценок.

2. Модифицированные оценки имеют конечные среднее значение и рассеяние, в отличие от классических оценок максимального правдоподобия.

3. Проанализирована эффективность применения некоторых ограничителей (М-оценки: Тьюки, Хьюбера и Хампеля) к дискриминационной статистике при малых отношениях сигнал/шум, то есть для случая существенно негауссовского распределения статистики. Показано, что М-оценка Тьюки обеспечивает наименьшую выборочную дисперсию, однако отбрасывание части значений сигнала рассогласования отсекает не аномальные ошибки, а искажает саму оценку параметра на выходе дискриминатора. Оценочная функция Хампеля более мягко подавляет большие значения сигнала рассогласования.

4. Рассмотрены некоторые устойчивые к выбросам оценки среднего и среднеквадратического отклонений, которые в зависимости от поставленной задачи (требованиям к точности вычислений, вычислительной мощности ЭВМ) целесообразно применять для оценки статистических характеристик дискриминационной статистики при недостаточном отношении сигнал/шум.

5. Показана высокая эффективность (дисперсия оценки несущественно отличается от дисперсии Крамера-Рао) применения рассмотренных робастных алгоритмов, предназначенных для «отсечения» аномальных ошибок, для задачи оценки неизвестного параметра с помощью измерителя типа дискриминатор, который в случае малого отношения сигнал/шум, дает оценку с существенно негауссовским законом распределения.

6. Асимптотически при увеличении отношения сигнал/шум дисперсия модифицированных оценок сходится к границе Крамера-Рао.

Заключение

Диссертационная работа посвящена теоретическому и экспериментальному исследованию алгоритмов оценки сдвига фрагментов неоднородных полей с субпиксельной точностью.

Автором получены следующие основные результаты:

1. Предложен комбинированный метод оценки сдвига фрагмента поля, основанный на локализации неоднородности, применении алгоритмов первоначального шаблонного поиска сдвига в расширенной области и последующей точной (в том числе субпиксельной) оценки с помощью дискриминаторов.

2. Предложен новый метод оценки анизотропии поля, локализации объекта, предварительной оценки положения и ракурса фрагмента с помощью новых спектральных алгоритмов, лишенный недостатков существующих подходов, реализующих процедуру дифференцирования полей. Анализ анизотропии позволяет повысить точность последующего оценивания неизвестного сдвига фрагмента.

3. Предложено использовать дискриминаторы для оценки сдвига фрагмента зарегистрированного поля с небольшими вычислительными затратами и возможностью измерять субпиксельные сдвиги. Проведено исследование методами математического моделирования дискриминационных и комбинированных алгоритмов оценки сдвига фрагмента, в том числе с субпиксельной точностью.

4. Впервые получен аналитический вид распределения статистики на выходе дискриминатора при произвольном отношении сигнал/шум. Показано, что при малом отношении сигнал/шум статистика является существенно негауссовской и имеет «тяжелые хвосты» распределения. Это приводит к несостоятельности полученной оценки и отсутствию моментов распределения. Установлено значение отношения сигнал/шум, при котором распределение статистики можно считать

асимптотически гауссовским. Методами статистического моделирования подтверждено соответствие теоретических и экспериментальных распределений дискриминационной статистики для произвольного отношения сигнал/шум.

5. Предложены и исследованы устойчивые оценки для статистики на выходе дискриминатора, полученные путем добавления кусочно-линейных преобразований выходного сигнала дискриминатора. Для некоторых типов нелинейностей – Тьюки, Хьюбера, Хампеля, получены аналитические распределения модифицированных оценок, обеспечивающих конечность их моментов. Статистическое моделирование модифицированных оценок показало соответствие их теоретических и экспериментальных характеристик: среднего, дисперсии.

Список сокращений и условных обозначений

АКФ – автокорреляционная функция,

ДКП – дискретное косинусное преобразование,

ЛФОП – логарифм функционала отношения правдоподобия,

МП – максимально правдоподобный (алгоритм),

ОМП – оценка максимального правдоподобия,

ОСШ – отношение сигнал/шум,

GDCT – обобщенное дискретное чебышевское преобразование,

MSE - mean squared error (среднеквадратическая ошибка),

PSNR - peak signal-to-noise ratio (пиковое отношение сигнал/шум),

SSIM - structure similarity (структурное сходство).

Список литературы

1. Neethu S. Contrast Enhancement of Color Images Using Improved Retinex Method / S. Neethu, K. Ajay // IJRET: International Journal of Research in Engineering and Technology. – 2014. – V.3, №11. - P. 279-285.
2. Савкин Д.В. Выделение объектов по зашумленным и смазанным снимкам методом гистограммного анализа / Д. В. Савкин, А. А. Васильченко, Г. А. Коптелов // Радиолокация, навигация, связь: XXV Международная научно-техническая конференция. – Воронеж, 2019 – Т. 2. - С. 163-171.
3. *Книжный И. М., Кадейшвили А. А.* Способ улучшения цифровых растровых изображений методом локального выравнивания яркости // Патент РФ № 2015108160/08, заявл. 26.06.2015; опубл. 27.08.2016. Бюл. № 24.
4. Pizer S.M. Adaptive histogram equalization and its variations / S.M. Pizer, E.P. Amburn, J.D. Austin, R. Cromartie, A. Geselowitz, Trey Greer, B.M. Haer Romenij, ter, J.B. Zimmerman, K.J. Zuiderveld // Computer Vision, Graphics and Image Processing. – 1987. – V.39, №3. – P. 355-368.
5. Burger W. Principles of Digital Image Processing. Fundamental Techniques. / Burger W., Burge M.J. – Springer, 2009. – 272 p.
6. Можейко В.И. Адаптивный метод ранговой многоканальной фильтрации для подавления шумов в цветных изображениях / В.И. Можейко, В.Т. Фисенко, Т.Ю. Фисенко // Изв. вузов. Приборостроение. – 2009. – Т.52, №8. С. 30-37.
7. *Шипко В. В., Самойлин Е. А.* Способ устранения импульсных помех на цветных изображениях // Патент РФ № 2015142596, заявл. 06.10.2015; опубл. 10.04.2017. Бюл. № 10.
8. Обработка изображений и цифровая фильтрация. Проблемы прикладной физики. / Под редакцией Т. Хуанга. – М.: Мир, 1979. - 320с.
9. Сойфер В.А. Теоретические основы цифровой обработки изображений. Учебное пособие. / В.А. Сойфер, В.В. Сергеев, С.Б. Попов, В.В. Мясников. – С.: Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева, 2000. – 256 с.

10. Umbaugh S.E. Digital Image Processing and Analysis. Human and Computer Vision Applications with CVIPtools. / S.E. Umbaugh. – Springer, 2010. — 980 p.
11. Сирота А.А. Обобщённые алгоритмы сжатия изображений на фрагментах произвольной формы и их реализация с использованием искусственных нейронных сетей. / А.А. Сирота, М.А. Дрюченко // Компьютерная оптика. – 2015. – Т. 39, № 5. – С. 751–761.
12. Kunwar S. Image Compression Algorithm and JPEG Standard / S. Kunwar // International Journal of Scientific and Research Publications. –2017. – V.7, №12. – P. 150-157.
13. Ричардсон Я. Видеокодирование. H.264 и MPEG-4 -стандарты нового поколения / Пер. с англ. В. В. Чепыжова. – М.: Техносфера, 2005. - 368с.
14. Красильников Н.Н. Цифровая обработка 2D- и 3D-изображений. / Красильников Н.Н. – Спб.: БХВ-Петербург, 2011. - 608с.
15. Гильмутдинов М.Р., Егоров Н. Д., Новиков Д. В. Способ сжатия изображений (варианты) // Патент РФ №2014148851/08, заявл. 04.12.2014; опубл. 10.04.2016. Бюл. № 10.
16. Старовойтов В.В. Получение и обработка изображений на ЭВМ Учебно-методическое пособие / В.В. Старовойтов, Ю.И. Голуб. – Минск: БНТУ, 2018. – 204 с.
17. McAndrew A. A Computational Introduction to Digital Image Processing. / A. McAndrew. – A Chapman & Hall book, 2015. — 551 p.
18. Волков Б.И. Цифровая система телевидения // Патент РФ №94018598/09, заявл. 23.05.1994; опубл. 10.04.2016. Бюл. № 10.
19. Данилов А.Н., Крупкин В.В., Пиксайкин Р.В. Способ и система выявления искажений в системах цифрового телевидения // Патент РФ № 2016150188, заявл. 21.12.2016; опубл. 18.04.2018. Бюл. № 11.
20. Безруков В.Н., Власюк И.В., Романов С.Г. Способ и устройство формирования сигналов изображения в системах цифрового телевидения стандартной и высокой четкости // Патент РФ № 2013138922/07, заявл. 20.08.2013; опубл. 27.02.2015. Бюл. № 6.

21. Дворкович В.П. Метрологическое обеспечение видеoinформационных систем / В.П. Дворкович, А.В. Дворкович. – М.: Техносфера, 2015. – 784 с.
22. Осадчий И.С. Метод субпиксельного измерения координат изображений звезд для приборов астроориентации космического базирования / И.С. Осадчий // Электронный журнал радиоэлектроники. – 2015. – № 5. – С. 1–25.
23. Березин В.В. Обнаружение и оценивание координат изображений точечных объектов в задачах астронавигации и адаптивной оптики / В.В. Березин, А.К. Цыцулин // Вестник ТОГУ. – 2008. – Т.1, № 8. – С. 11-20.
24. Аванесов Г.А. Исследование смещения энергетического центра изображений звезд относительно геометрического центра на ПЗС-матрице и коррекция методической ошибки / Г.А. Аванесов, Т.В. Кондратьева, А.В. Никитин // Всероссийская научно–техническая конференция «Современные проблемы определения ориентации и навигации космических аппаратов». – Таруса, 2008. – С. 421-446.
25. Brendan M. Quine. Determining star-image location: A new sub-pixel interpolation technique to process image centroids / B.M. Quine, V. Tarasyuk, H. Mebrahtu, R. Hornsey // Elsevier. – 2011. – P. 701-706.
26. Обухова Н.А. Адаптивный метод нелинейного контрастирования медицинских изображений / Н.А. Обухова, А.А. Поздеев // DSPA: Вопросы применения цифровой обработки сигналов. – Москва, 2017 – Т. 7, №3. - С. 98-101.
27. Насонова А.А. Выделение сосудов на изображениях глазного дна и его оценка качества / А. А. Насонова, А. С. Крылов // Биотехносфера. – 2014, №. 3. – С. 24–25.
28. Виллевалде А. Ю. Обобщенный подход к построению систем анализа и обработки медицинских изображений / А. Ю. Виллевалде // Труды 62 научно-технической конференции, посвященной Дню радио. – Санкт-Петербург, 2007. – С. 221-223.
29. Schelkens P. Wavelet-based compression of medical images: Protocols to improve resolution and quality scalability and region-of-interest coding / P. Schelkens, A.

- Munteanu, J. Cornelis // *Future Generation Computer Systems*. – 1999. – V.15, №1 – P. 171-184.
30. Кухарев Г.А. Методы обработки и распознавания изображений лиц в задачах биометрии / Г.А. Кухарев, Е.И. Каменская, Ю.Н. Матвеев, Н.Л. Щеголева. – СПб.: Политехника, 2013. – 388 с.
31. Ершов М.Д. Алгоритмы обработки изображений для решения задач анализа дорожной обстановки / М.Д. Ершов, Н.Ю. Шубин // *DSPA: Вопросы применения цифровой обработки сигналов*. – Москва, 2017 – №3. – С. 63-67.
32. Кириллов С.Н. Сравнение алгоритмов улучшения низкоконтрастных изображений и оценок качества комплексирования разносектральных изображений для цифровых систем видеонаблюдения / С.Н. Кириллов, П.С. Покровский, П.Н. Сконников, А.А. БАУКОВ // *DSPA: Вопросы применения цифровой обработки сигналов*. – Москва, 2019 – № 1. – С. 52-58.
33. Гуров В.С. Обработка изображений в авиационных системах технического зрения / В.С. Гуров, Г.Н. Колодько, Л.Н. Костяшкин, А.А. Логинов и др. – М.: Физматлит, 2016. – 233 с.
34. Гареев М.Ш. Методы автоматического обнаружения и сопровождения объектов по изображениям, полученным с БЛА / М.Ш. Гареев, А.В. Котляр, Р.Ф. Кулеев, Д.М. Янин // *Сборник научных докладов и статей по материалам II Научно-практической конференции*. – Коломна, 2017 – С. 48-52.
35. Кокошкин А.В. Оценка ошибок синтеза изображений с суперразрешением на основе использования нескольких кадров / А.В. Кокошкин, В.А. Коротков, К.В. Коротков, Е.П. Новичихин // *Компьютерная оптика*. – 2017. – Т.41, №5. – С. 701–711.
36. Сирота А. А. Адаптивные алгоритмы построения сверхразрешения на основе обработки последовательности изображений / А.А. Сирота, А.Ю. Иванников // *Оптический журнал*. – 2017. – Т. 84, № 5. – С. 38-45.
37. Pang J. Subpixel-Based Image Scaling for Grid-like Subpixel Arrangements: A Generalized Continuous-Domain Analysis Model / J. Pang, L. Fang, J. Zeng, Y.

- Guo, K. Tang // *IEEE Trans. on Image Processing*. – 2016. – V.25, № 3. – P. 1017 – 1032.
38. Karimi E. A survey on super-resolution methods for image reconstruction / E. Karimi, K. Kangarloo, Sh. Javadi // *International Journal of Computer Applications*. – 2014. – Vol.90, №3. – P. 32-39.
39. Мишин А.Б. Метод, алгоритм и адаптивное устройство обработки изображений на базе КМОП-видеодатчиков с использованием нейроподобных структур: дис. канд. техн. наук: 05.13.05 / Мишин Александр Борисович. – Курск, 2015. – 102 с.
40. Иванков А.Ю. Блочные алгоритмы обработки изображений на основе фильтра Калмана в задаче построения сверхразрешения / А.Ю. Иванков, А.А. Сирота // *Компьютерная оптика*. – 2014. – Т. 38, № 1. – С. 118-125.
41. Иванков А.Ю. Модели и алгоритмы обработки изображений для построения сверхразрешения в условиях аппликативных помех: дис. канд. тех. наук: 05.13.01 / Иванков Александр Юрьевич. – Воронеж, 2016. – 183 с.
42. Кавиева Е.С. Методы и алгоритмы субпиксельной обработки цифровых изображений: дис. канд. тех. наук: 05.13.17 / Кавиева Евгения Сергеевна. – Белгород, 2016. – 125 с.
43. Park S.C. Super-resolution image reconstruction: a technical overview / S.C. Park, M.K. Park, M.G. Kang // *Signal Processing Magazine, IEEE*. – 2003. – V. 20, № 3. – P. 21-36.
44. Фетисов Д.В. Разработка модели субпиксельной обработки аэрокосмических снимков при дистанционном зондировании Земли / Д.В. Фетисов, А.Н. Колесенков, С.И. Бабаев, Т.А. Фетисова // *Научный Вестник НГТУ*. – 2019. – Т. 75, №2. – С. 89-100.
45. Фетисов Д.В. Субпиксельная обработка данных дистанционного зондирования Земли / Д.В. Фетисов, А.Н. Колесенков // *Известия ТулГУ. Технические науки*. – 2019, №2. – С. 95-100.

46. Токарев М.П. Адаптивные алгоритмы обработки изображений частиц для расчета мгновенных полей скорости / М.П. Токарев, Д.М. Маркович, А.В. Бильский // Вычислительные технологии. – 2007. – Т.12, №3. – С. 109-131.
47. Е Янь, Карчевич М. Поддержка интерполяционного фильтра для субпиксельного разрешения в видеокодировании // Патент РФ № 2010145517/07, заявл. 10.04.2009; опубл. 10.03.2013. Бюл. № 7.
48. Эсенлик С., Наррошке М., Веди Т. Способ декодирования изображения, способ кодирования изображения, устройство декодирования изображения, устройство кодирования изображения и устройство кодирования и декодирования изображения // Патент РФ № 2015106415, заявл. 05.09.2013; опубл. 21.12.2017. Бюл. № 36.
49. Алпатов Б.А., Бабаян П.В., Блохин А.Н., Катаев А.А., Костяшкин Л.Н., Романов Ю.Н. Способ обработки сигналов для выделения движущихся объектов в последовательности телевизионных изображений // Патент РФ № 2006107912/09, заявл. 15.03.2006; опубл. 27.11.2007. Бюл. № 33.
50. Шереметьева Т.А., Филиппов Г.Н. Способ определения пространственного сдвига изображений // Патент РФ № 2011123714/08, заявл. 02.06.2011; опубл. 27.08.2012. Бюл. № 24.
51. Брюховецкий А.П., Бугаев Ю.Н., Суетенко А.В., Третьяков В.И., Усс М.О. Способ субпиксельного контроля и слежения за перемещением удаленного объекта // Патент РФ № 2012113408/28, заявл. 09.04.2012; опубл. 10.02.2014. Бюл. № 4.
52. Лукин В.П. Адаптивная оптика для астрономических наблюдений / В.П. Лукин. // Земля и вселенная, 2013. №4. С.14–32.
53. Шанин О.И. Адаптивные оптические системы коррекции наклонов. Резонансная адаптивная оптика. – М.: Техносфера, 2013. – 296 с.
54. Афонин Г.И., Кошкарров А.С., Мальцев Г.Н. Адаптивная коррекция атмосферных фазовых искажений с использованием ортогональных преобразований измерений датчика волнового фронта / Г.И. Афонин, А.С.

- Кошкарлов, Мальцев Г.Н. // Труды военно-космической академии имени А.Ф. Можайского, 2020. №673. С.48–60.
55. Лукьянов Д.П., Корниенко А.А., Будницкий Б.Е. Оптические адаптивные системы / Д.П. Лукьянов, А.А. Корниенко, Б.Е. Будницкий. Под ред. Д.П. Лукьянова. М.: Радио и связь, 1989. 240 с.
56. Адаптивная оптика. Пер. с англ. под ред. Витрическо. М.: Мир, 1980. 456 с.
57. Воронцов М.А. Шмальгаузен В.И. Принципы адаптивной оптики. М.: Наука, 1985. 335 с.
58. Averin A.P., Morozov Yu.B., Pryanichnikov V.S., Tyapin V.V. Computer correction of turbulent distortions of image of extended objects on near-Earth paths. / A.P. Averin, Yu.B. Morozov, V.S. Pryanichnikov, V.V. Tyapin // Quantum Electronics, 2011. Pp.475–478.
59. Куликов Е.И., Трифонов А.П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. / Е.И. Куликов, А.П. Трифонов. – М.: Сов. радио, 1978. – 269 с.
60. Радченко Ю.С., Овчинников Е.В. Статистический анализ пространственных дискриминаторов сдвига динамических фрагментов изображений. / Ю.С. Радченко, Е.В. Овчинников // Вестник Воронежского Государственного Университета. Серия: Физика. Математика. – 2006, №1. – С. 69-73.
61. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. / Под ред. П.А. Чочиа. – М.: Техносфера, 2005. – 1072 с.
62. Гонсалес Р., Вудс Р., Эддинс С. Цифровая обработка изображений в среде Matlab. / Перевод с английского В.В. Чепыжова. – М.: Техносфера, 2006. – 616 с.
63. Пухова Е.А., Андреев Ю.С. Применение гистограммной коррекции для устранения градационных искажений при цифровой обработке изображений. / Е.А. Пухова, Ю.С. Андреев // Известия высших учебных заведений. проблемы полиграфии и издательского дела. – 2014, №6. – С. 40-46.
64. Чикрин Д.Е., Малюгина А.А., Державин Д.В., Егорчев А.А. Автоматическая оценка и предобработка изображений видеопотока для задач машинного

- зрения // Известия высших учебных заведений. проблемы полиграфии и издательского дела. – 2018, №6. – С. 145-157.
65. Домасев М.В. Цвет: управление цветом, цветовые расчеты и измерения / М.В. Домасев, С.П. Гнатюк. – СПб.: Питер, 2009. – 224 с.
66. Шапиро Л., Стокман Дж. Компьютерное зрение / Перевод с английского А. А. Богуславского, под ред. С. М. Соколова. – М.: Бином. Лаборатория знаний, 2013. – 761 с.
67. Шестов Р.В. Современные методы преобразования яркости и пространственной фильтрации цифровых изображений / Р.В. Шестов // Вестник Волжского Университета им. В.Н. Татищева. – 2012, №4. – С. 117-128.
68. Фисенко В.Т., Фисенко Т.Ю. Компьютерная обработка и распознавание изображений: учеб. пособие / В.Т. Фисенко, Т.Ю. Фисенко. – СПб.: Санкт - Петербургский Государственный Университет Информационных Технологий, Механики и Оптики, 2008. – 192 с.
69. Бочаров К.Ю., Демидов В.М. Метод визуализации изображений с широким диапазоном яркостей / К.Ю. Бочаров, В.М. Демидов // Цифровая обработка сигналов. – 2009, №4. – С. 65-68.
70. Гашников М.В., Методы компьютерной обработки изображений / Под. ред. В.А. Сойфера. 2-е изд., испр. – М.: Физматлит, 2003. – 784 с.
71. Грузман И.С., Киричук В.С., Косых В.П., Перетягин Г.И., Спектор А.А. Цифровая обработка изображений в информационных системах: Учебное пособие. – Новосиб.: Изд-во НГТУ, 2000. – 168 с.
72. Костров Б.В., Бастрычкин А.С. Сжатие изображений на основе ортогональных преобразований / Б.В. Костров, А.С. Бастрычкин // Известия Тульского Государственного Университета. Технические науки. – 2016, №9. – С. 113-119.
73. Коробова Е.И., Копыткова Л.Б. Анализ эффективности ортогональных преобразований при сжатии изображений / Е.И. Коробова, Л.Б. Копыткова // Математические методы и информационно-технические средства.

Материалы XII Всероссийской научно-практической конференции. – Краснодар, 2016. – С. 158-161.

74. Асириян В.М., Волчков В.П. Применение ортогонального преобразования Вейля-Гейзенберга для сжатия изображений / В.М. Асириян, В.П. Волчков // Телекоммуникации и информационные технологии. – 2017, №1, Т.4. – С. 50-56.
75. Бабаев С.И., Костров Б.В., Лукина М.В. Применение дискретных ортогональных преобразований для сжатия бинарных изображений / В.М. Асириян, В.П. Волчков // Известия Тульского Государственного Университета. Технические науки. – 2019, №2. – С. 36-45.
76. Цветков В.В., Устинов А.А., Оков И.Н. Устойчивый к канальным ошибкам видеокodeк подвижных изображений на основе трехмерного ортогонального преобразования с обеспечением конфиденциальности и аутентификации передаваемых видеоданных / В.В. Цветков, А.А. Устинов, И.Н. Оков // Информация и космос. – 2015, №2. – С. 52-59.
77. Устинов А.А., Дворников С.В., Агеева Н.С. Научно-методический аппарат адаптивного ортогонального преобразования видеоданных / А.А. Устинов, С.В. Дворников, Н.С. Агеева // Информационные технологии. – 2017, №2, Т.23. – С. 121-129.
78. Умбиталиев А. А., Дворников С. В., Оков И. Н., Устинов А. А. Способ сжатия графических файлов методами Вейвлет-преобразований / А.А. Умбиталиев, С.В. Дворников, И.Н. Оков, А.А. Устинов // Вопросы радиоэлектроники. Серия: Техника телевидения. – 2015, № 3 (21). – С. 100-106.
79. Воронкин Р.А. Сжатие изображений с помощью адаптивных ортогональных Вейвлетов четвертого порядка и генетических алгоритмов / Р.А. Воронкин // Теория и техника радиосвязи. – 2014, № 2. – С. 83-87.
80. Радченко Ю.С., Радченко Т.А., Булыгин А.В. Сравнительный анализ алгоритмов сжатия изображений на основе дискретного косинусного (DCT) и Чебышевского (GDCT) преобразований / Ю.С. Радченко, Т.А. Радченко, А.В. Булыгин // Цифровая обработка сигналов. – 2006, № 4. – С. 15-19.

81. Радченко Ю.С. Способ дискретного преобразования сигналов на основе ортогональных полиномов // Патент РФ № 2008144072/08, заявл. 10.05.2010; опубл. 27.11.2010. Бюл. № 33.
82. Миляев С.В. Оценка параметра сдвига фрагментов динамических полей в пространственной и спектральной областях / С.В. Миляев // дисс. на соискание ученой степени к. ф.-м. н., Воронеж. – 2013. – 167 с.
83. Радченко Ю.С. Метод сжатия и восстановления изображений на основе быстрых Чебышевских преобразований / Ю.С. Радченко // Автометрия. – 2002. – № 4. – С. 32–40.
84. Vliet L. J. Estimators for orientation and anisotropy in digitized images / Vliet L. J., Verbeek P. W. // in Proc. of the First Annual Conference of the Advanced School for Computing and Imaging (ASCI'95) – Heijen, Netherland. – 16-18 May 1995. – P. 442 – P. 450.
85. Jiang X. On orientation and anisotropy estimation for online fingerprint authentication / X. Jiang // IEEE Trans. Of Signal Processing. – October 2005. – Vol. 53, No. 10. – P. 4038-4049.
86. Радченко Ю.С., Миляев С.В. Спектральный анализ анизотропии изображений / Ю.С. Радченко, С.В. Миляев // Вестник ВГУ. Серия: Физика. Математика. – 2011. – № 2. – С. 45–51.
87. Радченко Ю.С., Игнатов В.А. Статистика структурных изменений изображений на основе спектрального и корреляционного анализа полей / Ю.С. Радченко, В.А. Игнатов // Вестник ВГУ. Серия: Физика. Математика. – 2014, № 2. – С. 29-41.
88. Радченко Ю.С., Булыгин А.В., Радченко Т.А. Сравнительный анализ модификаций индекса структурного подобия / Ю.С. Радченко, А.В. Булыгин, Т.А. Радченко // Цифровая обработка сигналов. – 2008. – № 4. – С. 11–14.
89. Радченко Ю.С., Булыгин А.В., Радченко Т.А. Исследование спектрального алгоритма обнаружения изменений в видеопоследовательности / Ю.С. Радченко, А.В. Булыгин, Т.А. Радченко // Известия ВУЗов. Радиоэлектроника. – 2009. – № 7. – С. 49–59.

90. Радченко Ю.С., Ряжских М.В. Методы обнаружения структурных изменений в кадрах видеопоследовательности при регистрации физико-химических экспериментов / Ю.С. Радченко, М.В. Ряжских // Приборы и техника эксперимента. – 2013. – № 1. – С. 48–52.
91. Тихонов А.Н. О решении некорректно поставленных задач и методе регуляризации / А. Н. Тихонов // Докл. Академии наук СССР. – 1963. – Т. 151. – №3, С. 501–504.
92. Тихонов А. Е., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. - М.: Наука, 1979. - 228 с
93. Радченко Ю.С. Алгоритм сжатия изображений на основе полиномиальных преобразований / Ю.С. Радченко // Цифровая обработка сигналов. – 2002. – №1. – С. 2-6.
94. Радченко Ю.С., Игнатов В.А. Аппроксимация финитных распределений рядами Якоби с весовой функцией в виде бета-распределения / Ю.С. Радченко, В.А. Игнатов // Вестник ВГУ. Серия: Физика. Математика. – 2016. – №1. – С. 33-40.
95. Lin, W. Perceptual visual quality metrics: A survey / W. Lin, C.-C.J. Kuo // Journal of Visual Communication and Image Representation. – 2011. – Vol. 22, Issue 4. – P. 297-312.
96. Avci I., Sankur B., Sayood K. Statistical evaluating of image quality measures // Journal of Electronic Imaging. – April 2002. – Vol.11, № 2. – P. 206-223.
97. Z. Wang, A. Bovik, H. Sheikh, E. Simoncelli, "Image Quality Assessment: From Error Visibility to Structural Similarity", IEEE Transaction on Image Processing. — 2004. — V. 13, № 4. P. 600–612.
98. H.R. Sheikh, M.F. Sabir and A.C. Bovik, "A statistical evaluation of recent full reference image quality assessment algorithms", Image Processing, IEEE Transactions on. — 2006. — V. 15, № 11, P. 3440–3451.
99. Pedersen, M., Hardeberg, J. Y. Full-reference image quality metrics: Classification and evaluation // Foundations and Trends in Computer Graphics and Vision, 2012), V. 7, № 1. – pp. 1–80.

100. Wang, Z., Bovik, A. C., Sheikh, H. R., and Simoncelli, E. P. Image quality assessment: from error visibility to structural similarity // *IEEE Trans. Image Processing*, 2004, V. 13. – № 4. – pp. 600–612.
101. Radchenko Yu.S, Bulygin A.V. Methods for detecting of structural changes in computer vision systems. Radchenko Y.S., Bulygin A.V. *Intelligent Systems Reference Library*. – 2015. – V. 73. – P. 59-90
102. Стронгин Р.Г. Численные методы в многоэкстремальных задачах (информационно-статистические алгоритмы). Серия: «Оптимизация и исследование операций» / Р.Г. Стронгин. – М.: Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», 1978. – 240 с.
103. Антонова Г.М. Сеточные методы равномерного зондирования для исследования и оптимизации динамических систем / Г.М. Антонова. – М.: Физмаилит, 2007. – 224 с.
104. Сэлмон, Д. Сжатие данных, изображений и звука / Д. Сэлмон. – М.: Техносфера, 2004.
105. Zhu C. Hexagon-based search pattern for fast block motion estimation / C. Zhu, X. Lin, L. P. Chau // *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*. — 2002. — Vol. 12, No. 5. — P. 349–355.
106. Cheung C. H. A novel cross-diamond search algorithm for fast block motion estimation / C. H. Cheung, L. M. Po // *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*. — 2002. — Vol. 12, No. 12. — P. 1168–1177.
107. Cheung C. H. Novel cross-diamond-hexagonal search algorithms for fast block motion estimation / C. H. Cheung, L. M. Po // *IEEE Transactions on Multimedia*. — 2005. — Vol. 7, No. 1. — P. 16–22.
108. Радченко Ю.С., Булыгин А.В. Алгоритмы обработки кадров в системе удаленного видеонаблюдения на базе кодека MGDCT2 / Ю.С. Радченко, А.В. Булыгин // *Цифровая обработка сигналов и ее применение. – DSPA 2016. Труды 18 международной конференции. – Москва, 2016. вып. XVIII-2, с.665-671.*

109. Печенин В.В., Щербина К.А., Вонсович М.А., Кулик О.И. Разработка и исследование канала принудительной перестройки следящего доплеровского фильтра ЧМ-сигнала, отраженного от подстилающей поверхности / В.В. Печенин, К.А. Щербина, М.А. Вонсович, О.И. Кулик // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. – 2015. – №183. – С. 5-12.
110. Долгих М.С. Статистическая линеаризация дискриминационных характеристик радиотехнических следящих систем // Радиотехника. – Т.37. – 1982. – №7. – С. 33 – 36.
111. Нахмансон Г.С., Трифонов А.П. Оценка параметра радиосигнала с помощью дискриминатора / Г.С. Нахмансон, А.П. Трифонов // Известия ВУЗов СССР - Радиоэлектроника. – №10. – 1970. – С. 1213 – 1220.
112. Миддлтон Д. Введение в статистическую теорию связи / Пер. с англ. – М.: Сов. Радио, 1962. – 1621 с.
113. Фалькович С.Е. Прием радиолокационных сигналов на фоне флюктуирующих помех. – М.: Сов. Радио, 1961. – 312 с.
114. Прохоров, Ю. В. Теория вероятностей (Основные понятия. Предельные теоремы. Случайные процессы) / Ю. В. Прохоров, Ю. А. Розанов. – М.: Физматлит, 1973. – 494 с.
115. Тыртышников, Е. Е. Матричный анализ и линейная алгебра / Е. Е. Тыртышников. – М.: Физматлит, 2007. - 480 с.
116. Сирота, А. А. Методы и алгоритмы анализа данных и их моделирование в MATLAB / А. А. Сирота. – СПб.: БХВ-Петербург, 2016. - 384 с.
117. Хьюбер П. Робастность в статистике: пер. с англ./ Под ред. И.Г. Журбенко. – М.: Мир, 1984. -302 с.
118. Робастность в статистике. Подход на основе функций влияния: Пер с англ. / Ф. Хампель, Е. Рончетти, П. Рауссеу, В. Штаэль. / Под ред. В.М. Золотарева. – М.: Мир, 1989. -512 с.
119. Устойчивые статистические методы оценки данных. Пер. с англ.- М.: Машиностроение, 1984. - 232 с.

120. Hampel F.R. The influence curve and its role in robust estimation // J. Amer. Statist. Assoc. – 1974. – V. 69. – No. 346. – P. 383-393
121. Шурыгин А.М. Прикладная стохастика: робастность, оценивание, прогноз. – М.: Финансы и статистика, 2000. – 224 с.
122. Трифонов А.П., Шинаков Ю.С. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. М.: Радио и связь, 1986, 264 с.
123. Теория обнаружения сигналов / П.С. Акимов, П.А. Бакут, В.А. Богданович и др.; под ред. П.А. Бакута. – М.: Радио и связь, 1984. – 440 с.
124. Трифонов А. П., Радченко Ю.С. Совместное асинхронное обнаружение-различение сигналов на выходе многолучевых каналов с замираниями // Изв. ВУЗов. Радиоэлектроника. – 2005. – № 2. – С. 3–12.
125. Руднев А.Н., Шелухин О.И. Потокое видео в системах радиодоступа. - М.: Горячая линия – Телеком, 2013. -308 с.
126. Штагер Е.А., Чаевский Е.В. Рассеяние волн на телах сложной формы. - М.: Сов. Радио, 1974. -240 с.
127. Островитянов Р.В., Басалов Ф.А. Статистическая теория радиолокации протяженных целей. – М.: Радио и связь, 1982. - 231 с.
128. Кравченко В.Ф., Луценко В.И., Луценко И.В. Рассеяние радиоволн морем и обнаружение объектов на его фоне. М.: Физматлит, 2015. -448 с.
129. Писаренко В.Ф., Родкин М.В. Распределения с тяжелыми хвостами: приложения к анализу катастроф. // Вычислительная сейсмология, вып. 38, 2007. – 240 с.
130. Лебедев А.В. Основы стохастической теории экстремумов. – М.: Леналенд, 2018. – 104 с.
131. Шурыгин А.М. Математические методы прогнозирования. – М.: Горячая линия – Телеком, 2009. – 180 с.
132. Богданович В.А., Вострецов А.Г. Теория устойчивого обнаружения, различения и оценивания сигналов. – М.: Физматлит, 2003. – 320 с.
133. Лагутин М.Б. Наглядная математическая статистика. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007. – 472 с.

134. Шуленин В. П. Робастные методы математической статистики, 2016, Томск, Издательство НТЛ, 260с.
135. ГОСТ Р 50779.60 -2017 (ИСО 13528:2015). Статистические методы. Москва. Стандартинформ, 2017.
136. Huber P. J. Robust estimation of localtion parameter // Ann. Math. Statist. – 1964. – V. 35. – No. 1. – P. 73 – 101.
137. Radchenko Yu.S., Masharova O.A. New methods of forming and measurement of sub-pixel shift of digital images / Yu.S. Radchenko, O.A. Masharova // Computer vision in advanced control systems. Intelligent System Reference Library. – 2019. – V.182. – P. 7-24.
138. Машарова О.А., Радченко Ю.С. О законе распределения сигналов рассогласования некоторых типов дискриминаторов / О.А. Машарова, Ю.С. Радченко // Физические основы приборостроения. – 2017. – Т. 6, № 2 (24). – С. 90-97.
139. Машарова О.А., Радченко Ю.С. Статистический анализ устойчивых оценок параметров в измерителях типа дискриминатор / О.А. Машарова, Ю.С. Радченко // Физические основы приборостроения. – 2018. – Т.7. – № 3(29). – С. 78-85.
140. Радченко Ю.С., Машарова О.А. Характеристики двумерной оценки положения фрагмента изображения на основе алгоритма Ньютона-Рафсона / Ю.С. Радченко, О.А. Машарова // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Системный анализ и информационные технологии. 2018. – № 4. – С. 140-146.
141. Серебрянникова О.А. Спектрально-энергетические и вероятностные характеристики анизотропии изображений / О.А. Серебрянникова // Теория и техника радиосвязи. – 2020. – № 3. – С. 53-61.
142. Машарова О.А., Радченко Ю.С. Алгоритм субпиксельного сдвига изображений и способ оценки такого сдвига / О.А. Машарова, Ю.С. Радченко // Сборник трудов 21-ой Международной Конференции «Цифровая обработка сигналов и её применение». – 2019. – С. 413-417.

143. Радченко Ю.С., Машарова О.А. Вероятностные характеристики сигналов рассогласования некоторых типов дискриминаторов / Ю.С. Радченко, О.А. Машарова // Сборник трудов XXIII Международной научно-технической конференции «Радиолокация, навигация, связь». – 2017. – Т.3. – С. 1001-1007.
144. Радченко Ю.С., Машарова О.А. Исследование оценки положения фрагмента изображения в измерителях типа дискриминатор-ограничитель / Ю.С. Радченко, О.А. Машарова // Сборник трудов XXIV Международной научно-технической конференции «Радиолокация, навигация, связь». – 2018. – Т.1. – С. 89-99.
145. Машарова О.А., Радченко Ю.С. О некоторых способах оценки анизотропии изображений / О.А. Машарова, Ю.С. Радченко // Сборник трудов XXV Международной научно-технической конференции «Радиолокация, навигация, связь». – 2019. – Т.2. – С. 181-189.
146. Серебрянникова О.А., Радченко Ю.С. Комбинированный метод высокоточной оценки положения объекта в кадре изображения / О.А. Серебрянникова, Ю.С. Радченко // Сборник трудов XXVI Международной научно-технической конференции «Радиолокация, навигация, связь». – 2020. – Т.2. – С. 136-145.
147. Радченко Ю.С., Машарова О.А. Статистический анализ характеристик сигналов рассогласования некоторых типов дискриминаторов / Ю.С. Радченко, О.А. Машарова // Информационные технологии. Радиоэлектроника. Телекоммуникации. – 2017. – № 7. – С. 416-422.