

# МОЙ УЧИТЕЛЬ

Ю. Е. ГЛИКЛИХ

**К**огда в 1966 году я поступил на 1 курс (тогда ещё) математико–механического факультета Воронежского университета, то, по словам А. Н. Колмогорова, которые я слышал на Всероссийской математической олимпиаде, весь математический мир знал, чем занимаются математики Воронежа — нелинейным функциональным анализом, школу которого в Воронеже возглавлял М. А. Красносельский. Других известных Воронежских математиков мы ещё не знали. Поэтому первое знакомство с Юрием Григорьевичем у меня произошло заочно, на занятиях по английскому языку. Мы изучали тему об университете, в которой, в частности, перечисляли по–английски названия кафедр факультета. И наша преподавательница Вера Ароновна Ходурская сказала, что заведующий кафедрой общей математики и топологии (так тогда называлась наша кафедра алгебры и топологических методов анализа) Ю. Г. Борисович недавно защитил докторскую диссертацию.

Во втором семестре первого курса я попал в поток, на котором Юрий Григорьевич читал линейную алгебру. Эти лекции продолжались и в первом семестре второго курса.

Как обычно в то время, наш второй курс начался с поездки в колхоз, куда нас послали вместе с третьекурсниками. И вот как–то, когда машина с убранным нами картофелем уехала, а пустая ещё не приехала, и мы сидели на вёдрах, рядом со мной оказался третьекурсник Витя Мельник. Мы разговорились, и я с уверенностью высказал предположение, что он учится в группе функционального анализа — мы уже знали, что самых сильных студентов отбирали в эту группу, которой по очереди руководили Марк Александрович Красносельский и Селим Григорьевич Крейн. К моему удивлению, Витя сказал, что он учится в группе топологов, которую набрал Ю. Г. Борисович. Юрий Григорьевич занимался с некоторыми студентами ещё до распределения по специализациям (не помню, с первого или со второго курса), и все эти студенты распределились к нему на кафедру и продолжают с ним заниматься, поскольку это очень интересно.

И я задумался.

Надо отметить, что наш второй курс пришёлся на единственный за все время учебный год, когда деканом нашего факультета был С. Г. Крейн. И он провел эксперимент — наш курс распределили по кафедрам не после, а в середине второго курса, после зимней сессии. То есть заявление о распределении надо было написать в первом семестре второго курса (ни до, ни после у нас этот эксперимент не повторялся). Как–то после лекции по линейной алгебре я подошёл к Юрию Григорьевичу и спросил, будет ли он в этом году набирать группу. Он ответил: «Да, буду, и у Вас, Гликлих, есть возможность туда попасть» (всё–таки за две предыдущие сессии у меня были пятерки по всем математическим дисциплинам, только по истории партии была четвёрка). Вот так я написал заявление о распределении на нашу кафедру и ни разу об этом не пожалел.

Правда, наш куратор группы второго курса, когда услышала, куда я распределился, с сомнением в голосе сказала, что топология — сложная наука. И первые впечатления как бы соответствовали этому высказыванию.

Мы попали на семинар Юрия Григорьевича — тот самый, который он начал с группой предыдущего курса ещё до распределения их по кафедрам. За прошедшее к этому моменту время третьекурсники уже во многом разобрались, а мы не понимали практически ничего. В принципе, на нас делали скидку, когда появлялся неизвестный нам термин, нам его быстро «на пальцах» объясняли. Но от этого становилось только хуже. Помню, мы обсуждали что–то, где были задействованы пучки, и Юрий Григорьевич лично решил нам объяснить, что надо всё это представлять для себя на простейшем и очевидном примере — пучке ростков непрерывных

функций (по-видимому, он считал, что уж это мы наверняка знаем). Но как показала жизнь, главное — это желание разобраться. Через какое-то (всё же достаточно продолжительное) время мы стали полноправными участниками семинара.

Мне Юрий Григорьевич поставил задачу построить вращение векторного поля (вариант топологической степени отображения) для одного класса полунепрерывных сверху многозначных отображений с невыпуклыми замкнутыми образами, который ввел А. Д. Мышкис в своей статье 1954 года в Математическом сборнике. В тот момент Юрий Григорьевич совместно с Э. М. Мухамадиевым, Б. Д. Гельманом и В. В. Обуховским (последние двое — тогдашние третьекурсники, участники семинара) опубликовал статью в Докладах Академии наук, в которой было построено вращение векторного поля для полунепрерывных сверху многозначных отображений с выпуклыми замкнутыми образами. Важную роль в этой конструкции играли так называемые  $\varepsilon$ -аппроксимации. Класс, введенный А. Д. Мышкисом, обладал  $\varepsilon$ -аппроксимациями, но они строились совсем по-другому — с использованием гомотопических групп. И вращение векторного поля для этого класса не было построено. От меня потребовался большой труд, чтобы разобраться в конструкциях А. Д. Мышкиса и предложить конструкцию вращения. Когда я рассказал все это на семинаре, Юрий Григорьевич был очень доволен и поверил, что у меня есть «пробивная сила» (его слова).

Эти результаты составили нашу с Юрием Григорьевичем совместную статью (моя первая публикация), вышедшую в 1970 году. В этой статье мы назвали введенный А. Д. Мышкисом класс «многозначными отображениями с асферическими образами». Стоит отметить, что в 80-х годах XX века этот класс и конструкция степени отображения для него были переоткрыты польскими математиками во главе с Л. Гурневичем. После непродолжительных споров о приоритете, все точки над «i» были, однако, расставлены. Следует всё же сказать, что группа Л. Гурневича прошла в своих исследованиях дальше нас (они рассмотрели более общие пространства, на которых заданы отображения).

Статью мы писали вместе. Юрий Григорьевич пригласил меня к себе домой, и весь день мы обсуждали, разбирались и писали. Поскольку это было впервые, мои родители ещё не знали, что работать с Юрием Григорьевичем можно очень долго. К вечеру они заволновались (ну невозможно же быть у профессора дома весь день). А поскольку у Юрия Григорьевича тогда не было домашнего телефона (ситуация в настоящее время непонятная), то мои родители нашли моего друга с нашего курса и отправили его домой к Юрию Григорьевичу выяснить, там ли я до сих пор или со мной что-то случилось по дороге от него.

Сразу признаюсь, что я перенял от Юрия Григорьевича эту систему — работать со своими учениками у себя дома. Но, может быть, не так подолгу, как Юрий Григорьевич.

Как известно, первая любовь не забывается. И хотя после этой статьи я (также по предложению Юрия Григорьевича) стал заниматься совсем другими вещами (а потом и вообще, можно сказать, другой математической дисциплиной — стохастическим анализом на многообразиях), я постоянно возвращаюсь к теории многозначных отображений и дифференциальных включений (последнее время — стохастических, заданных в терминах так называемых производных в среднем).

Однако вернёмся к нашему семинару. На нем Юрий Григорьевич вместе с нами разбирал новейшие результаты из топологии, которая в то время бурно развивалась, была на пике интереса математиков всего мира. Юрий Григорьевич как-то рассказал, что это даже возмутило М. А. Красносельского — он не понимал, почему крупнейшие математики мира бросили свою тематику и начали заниматься этой абстрактной наукой. Однако у Юрия Григорьевича был достаточно прагматический интерес к топологии — он надеялся, что в нелинейном анализе можно применить существенно более глубокие конструкции из топологии, чем степень Лере — Шаудера и гомотопии отображений. Эти надежды оправдались, например, в топологической теории нелинейных фредгольмовых операторов и во многих других результатах.

Семинары шли часто и подолгу. Помню какой-то семестр, когда в неделю было пять семинаров (т. е., каждый день, кроме субботы и воскресенья). При этом каждый семинар продолжался непредсказуемое время. Он заканчивался, когда Юрий Григорьевич уставал. А после семинара наступало самое интересное — желающие могли рассказать Юрию Григорьевичу, что они к настоящему моменту сделали, и получить одобрение или

вскрыть ошибку. Тогда мы временами ворчали, но теперь понятно, что эти семинары дали нам очень многое. Мы, ученики Юрия Григорьевича того времени, всё же кое-что знаем по математике.

Вторая задача, которую мне поставил Юрий Григорьевич, возникла из его желания построить аналог интегрального оператора типа Урысона — Вольтерра на нелинейном гладком многообразии. Напомню, что классические интегралы с переменным верхним пределом могут, конечно же, использоваться в картах многообразия, но при заменах координат преобразуются нековариантно. Юрий Григорьевич обсудил эту задачу с некоторыми московскими математиками, которые высказали предположение, что такая конструкция может быть проведена с использованием методов римановой геометрии, в частности, с помощью риманова параллельного переноса. Для овладения этими методами Юрий Григорьевич порекомендовал мне прочитать книгу М. М. Постникова по теории Морса. В тот момент это оказалось для меня очень трудной задачей. С привлечением других книг (в частности, книги Милнора «Теория Морса») я всё же разобрался в необходимом математическом аппарате и построил искомый (ковариантный) аналог интегрального оператора. Однако когда я начал всё это рассказывать на семинаре, выяснилось, что меня никто не понимает. Риманова геометрия оказалась слишком далёкой наукой от того, что знали участники семинара. П. Шерман даже предложил «новое математическое определение» — докладчик обладает «г»-свойством, если он рассказывает так же понятно, как Гликлих. Сейчас, учитывая рассказанную выше историю о том, как мы в первое время ничего не понимали на семинаре, я удивляюсь, почему у меня не появилось никакого злорадства. Но не появилось. Вообще мне кажется, что тогда к моим выступлениям хорошо подходил старый анекдот о доценте, который несколько раз объяснял студентам одно и то же, наконец, сам все понял, а студенты по-прежнему не понимали. Значительно позже, когда я в какой-то незнакомой аудитории рассказывал существенное обобщение этой конструкции, Юрий Григорьевич сказал: «Как понятно ты научился это рассказывать!».

Потом оказалось, что различные обобщения моей конструкции интегрального оператора на многообразии (особенно стохастическое обобщение) являются очень удобным аппаратом при исследовании различных уравнений на многообразиях. В частности, они позволяют сводить некоторые задачи на многообразии к задачам в одном касательном (т. е. линейном) пространстве. Этот аппарат я часто использую до сих пор.

Дальнейшие воспоминания не столь яркие, будни — они и есть будни. Однако Юрий Григорьевич продолжал оказывать существенное влияние на мои научные интересы и вообще на отношение к науке. Можно сказать, что он личным примером показал «как надо», а в тех (достаточно редких) случаях, когда он был не прав, «как не надо» поступать и в науке, и вообще в жизни.

Как и у каждого живого человека (а особенно очень способного), у Юрия Григорьевича были недостатки. Временами я на него обижался. Однако это никогда не портило личных отношений. Например, как-то он не хотел отпускать меня с семинара на похороны родственницы. Я, конечно, ушёл. А Юрий Григорьевич на следующий день позвонил мне и сказал, что был не прав. В другой раз я ушёл с семинара на прием к врачу по поводу излечения от лысины (тот, кто видел меня лично, понимает «эффективность» проведенного тогда лечения). За это я «был наказан» дополнительным докладом на семинаре и произнес фразу, очень понравившуюся нашим участникам: «Излечение от лысины стоит ещё одной главы из Атьи и Сигала». Один раз при разговоре с ним я даже в сердцах бросил телефонную трубку. На следующий день мы встретились на каком-то массовом мероприятии в университетском конференц-зале, и Юрий Григорьевич первым поздоровался со мной через весь зал. Так что все обиды были забыты.

В связи с этим я должен отметить, что когда Юрий Григорьевич «нападал» на нас, тогда ещё студентов и аспирантов, нас всегда защищала его жена Галина Николаевна. Она до сих пор остается для всех нас близким человеком.

В течение нашей жизни в университете мы, его ученики, неоднократно попадали в различные неприятные ситуации. И Юрий Григорьевич всегда приходил на помощь, защищал нас, не задумываясь, со всей присущей ему энергией.

Юрий Григорьевич воспитал большую школу. Наша кафедра — одна из немногих в Воронежском университете, практически все сотрудники которой являются учениками основателя кафедры или учениками его

учеников. Поэтому для всех сотрудников день рождения Юрия Григорьевича — 30 мая — всегда был праздничным днем. Первое время мы обязательно приходили в гости к Юрию Григорьевичу и Галине Николаевне, чтобы поздравить именинника. Но когда Юрий Григорьевич постарел и, в частности, перестал заведовать, празднование перенесли на кафедру. На этот день назначалось заседание кафедры, якобы посвящённое защите студенческих курсовых работ. Это была как бы игра. Все, включая Юрия Григорьевича, хорошо понимали основную цель этого заседания. Курсовые работы действительно защищались, но после этого мы вручали имениннику цветы и пили чай с тортом.



*В Гданьске (Польша) на конференции. Слева направо: Ю. Г. Борисович, Я. Пейсахович (Италия), З. Кухарски (Польша), А. И. Перов и Ю. Е. Гликлих*

Юрий Григорьевич был очень культурным человеком, хорошо разбирался в литературе, живописи. Хочу упомянуть одно его умение, о котором вряд ли кто-нибудь ещё напишет. Оказывается, в детстве Юрий Григорьевич учился играть на балалайке. И однажды он это свое умение нам предьявил. Играл он хорошо.

К сожалению, Юрия Григорьевича уже нет с нами. Но для меня он был и остается моим Учителем с большой буквы.

*Гликлих Юрий Евгеньевич —  
доктор физико-математических наук,  
профессор кафедры алгебры и  
топологических методов анализа Воронежского  
государственного университета,  
г. Воронеж*