

# СЕМИНАР «ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА»

Ю. И. Сапронов

**Б**езусловно, каждый доживший до пенсионного возраста человек в полном объеме постигает горечь утраты близких людей. Мудрость Жизни состоит в том, что утрата эта даёт не только ощущение горечи, но обостренное чувство глубокой благодарности к покинувшим тебя родным, друзьям и учителям за то, что они жили, любили, мечтали, помогали другим и укрепляли твою веру в жизнь. Начинаешь ясно понимать, что окружающие тебя близкие люди составляют фундаментальную основу всей твоей жизни. Чем шире и крепче эта основа, тем устойчивее твоя жизнь и жизнь твоей семьи.

Своего Учителя я впервые встретил в сентябре 1965 года в стенах мат-меха ВГУ, на котором в том году я начал учиться. Во втором семестре профессор Ю. Г. Борисович читал нам курс «Линейной алгебры». Помню, как девушки с нашего курса с любопытством рассматривали молодого профессора во время его лекций, а самые отважные даже «строили ему глазки». Юноши же слушали Юрия Григорьевича с уважением и некоторой долей снисходительности. Последнее было вызвано нескрываемой увлеченностю профессора преподаваемым предметом. Была и такая часть студентов, которая с восхищением слушала Ю. Г. Борисовича. Из числа последних сложился в дальнейшем состав семинара «Топологические методы анализа», организованного для студентов младшего курса на кафедре алгебры и топологических методов анализа (КАТМА), возглавляемой Ю. Г. Борисовичем. Позже в семинар влились и студенты последующих курсов. Студенты первых двух курсов (нашего и следующего за ним) длительное время составляли костяк топологического семинара.

В то время на мат-мехе ВГУ работала группа крупных математиков мирового уровня, факультет был признанным международным центром функционального анализа и вычислительной математики, на нем начало успешно развиваться новое (а ныне широко известное) научное направление «нелинейный анализ». Научные успехи мат-меха ВГУ отмечались в научных изданиях и периодической печати. На факультете была создана система научных семинаров по актуальным направлениям в математике. Ходить на все семинары было трудно и вовсе не обязательно (хотя, справедливости ради, отмечу, что студенты, посещавшие все или почти все семинары, были). Дело в том, что информация быстро распространялась по факультету, и всякий интересный доклад на одном из семинаров очень быстро становился достоянием всей математической общественности.

В первый год работы топологического семинара большая часть семинарского ресурса была затрачена на изучение алгебраической топологии. Юрий Григорьевич прочитал нам огромное количество лекций по симплексиальным и клеточным комплексам, по сингулярным и чеховским гомологиям. Он использовал сам и рекомендовал также нам для изучения книги по алгебраической топологии П. С. Александрова, Л. С. Понтрягина, переведенные на русский книги Г. Зейферта и В. Трельфалля, С. Лефшеца, Н. Стинрода и С. Эйленберга, а также переведенные Ю. Г. Борисовичем с французского работы Ж. Лере по теории перекрытий. Большшим подспорьем для нас стал вышедший в 1966 году (весьма кстати!) перевод книги П. Хилтона и С. Уайли «Теория гомологий».

На третьем курсе все участники семинара стали уже неплохо разбираться в основах алгебраической топологии и могли уверенно вычислять группы целочисленных гомологий сферы, тора, бутылки Клейна и многих других классических многообразий, а к концу третьего курса некоторые участники семинара овладели теорией

пучков и методом спектральных последовательностей (созданным для вычисления гомологий расслоенных пространств). На четвертом и пятом курсах темами семинара были «Линейно расслоенные пространства», «К-теория» и «Фредгольмовы структуры».

Как было уже сказано, на основе топологического семинара были организованы два первых набора студентов на КАТМА — в 1967 и 1968 годах (сама кафедра была создана в 1964 году). Студентов нашей кафедральной группы называли топологами, отношение к нам со стороны преподавателей и других студентов было уважительным, что льстило нам. Своим появлением мы разрушили гегемонию группы функционального анализа (кафедры М. А. Красносельского), в которую всегда стремились попасть самые выдающиеся студенты. Вследствие этого мы ощущали со стороны других кафедр не только уважительное, но и ревнивое отношение. Впрочем, нам это не мешало.

Участникам семинара предлагались разнообразные задачи по «топологическим методам анализа», подготовленные самим Ю. Г. Борисовичем. Некоторые задачи пришли к нам от М. А. Красносельского, оказывавшего семинару поддержку.

В 1969 и 1970 годах Ю. Г. Борисович организовал поездки наиболее активных участников топологического семинара на Всесоюзную летнюю школу в Кацивели (Крым), проводимую АН УССР. В этой школе выступили с циклами лекций крупные математики из МГУ и других университетов СССР, среди них были А. С. Дынин, А. С. Мищенко, А. В. Чернавский, прочитавшие лекции по тематике, близкой к тематике семинара Ю. Г. Борисовича, — по фредгольмовым структурам, теории бордизмов, теории Морса и новым методам теории гладких многообразий.

Что касается лично меня, то, окончив в 1970 году математический факультет ВГУ (по кафедре алгебры и топологических методов анализа), я поступил в аспирантуру к Ю. Г. Борисовичу. В 1972 году защитил кандидатскую диссертацию на тему «Компактные, уплотняющие и фредгольмовы векторные поля» (Воронеж, ВГУ). Юрий Григорьевич приложил немало усилий к тому, чтобы я написал и защитил докторскую диссертацию. В конце концов диссертация была написана. После нескольких поездок в Москву и обсуждения диссертации с М. А. Красносельским, С. П. Новиковым, А. Т. Фоменко и В. И. Арнольдом мне была дана рекомендация представить диссертацию (первым эту идею озвучил С. П. Новиков) в докторский совет по математическому анализу в Харьковском Физико-техническом институте низких температур (ФТИНТ). В этих обсуждениях самое активное участие принимал Юрий Григорьевич. В Харьков я ездил в течение двух лет, выступил там на нескольких семинарах. Самой трудной оказалась первая поездка. До этого я бывал в Харькове лишь проездом и знаком был только с двумя Харьковскими математиками — Ю. И. Любичем и Г. Р. Белицким. Ю. И. Любич к этому времени уже уехал в Израиль. Однако многие харьковские математики знали Ю. Г. Борисовича, и это придавало мне дополнительную уверенность в себе.

Однажды, стоя у проходной во ФТИНТ, я дождался появления Г. Р. Белицкого и рассказал ему о своих планах. Г. Р. Белицкий сначала посочувствовал мне, а потом напугал окончательно, рассказав историю о том, что он сам уже десять лет не может защитить докторскую диссертацию в этом совете и о том, что совсем недавно на этом совете провалили одну диссертацию. Заключительные слова его были следующие: «Я предупредил тебя, что наш совет плохой; но если это тебя не остановит, то я могу свести тебя с руководством совета». Я ответил, что мне отступать некуда, и поэтому готов рискнуть. Руководство совета с неохотой высушало мою историю о консультациях с московскими математиками, но диссертацию согласилось принять, не пообещав ничего хорошего. Странно, но меня это «завело», и я решил идти напролом. Придерживаться этой же стратегии (быть железобетонным и идти напролом) мне посоветовал и В. В. Шарко — киевский тополог и, как оказалось, член Харьковского совета (с ним я был знаком давно). Мне были поставлены следующие условия: 1) выступить, как минимум, на двух семинарах в Харькове; 2) оппоненты должны быть крупными учеными и безусловными специалистами по теме диссертации; 3) ведущим предприятием должен быть МИАН им. В. А. Стеклова; 4) необходимы отзывы на реферат от В. И. Арнольда (так как в диссертации использовалась теория особенностей отображений) и от С. П. Новикова или А. Т. Фоменко. Все условия я выполнил с помощью Юрия Григорьевича. Больше всего меня поразило то, что В. И. Арнольд, находясь в Германии, очень быстро среагировал на наш запрос и в кратчайший срок приспал положительный отзыв на автореферат. Моими оппонентами были П. П. Забрейко, И. В. Скрыпник и В. В. Шарко.

Защита оказалась успешной и очень быстро была утверждена в ВАКе (1992 год). На защите присутствовал Ю. Г. Борисович и выступил в дискуссионной части, превосходно описав роль анализа фредгольмовых уравнений в современной математике и значимость результатов диссертации.

После защиты было ощущение, с одной стороны, достигнутой цели и одержанной победы, а с другой — неоправданно больших затрат психической энергии и здоровья. Никому другому я не пожелал бы такого. В тех городах, где есть свои докторские советы, эпопеи с защитами для граждан этих городов проходят с меньшими потерями здоровья.

Получив в 1993 году должность профессора (по кафедре алгебры и топологических методов анализа), я должен был подтвердить статус профессора своей продуктивной работой с аспирантами. К настоящему времени среди моих учеников более 20 кандидатов наук. Темы их работ связаны с анализом нелинейных задач математической физики, основанным на применении методов функционального анализа, гладкой топологии и теории особенностей гладких отображений. **Все эти темы выросли из семинара «Топологические методы анализа» Ю. Г. Борисовича.**

Среди основных научных результатов, полученных мной в молодые годы, были «принципы инвариантности топологической степени для компактных векторных полей в банаевых пространствах» (усиление результатов М. А. Красносельского и В. В. Стригина на основе теории Ю. Г. Борисовича об относительном вращении), «теорема о биективности множеств гомотопических классов для компактных и уплотняющих векторных полей» (задача, поставленная Ю. Г. Борисовичем), «теорема о нелокальной приводимости фредгольмовых отображений к форме Лере — Шаудера» (задача поставлена была М. А. Красносельским и П. П. Забрейко, а решена методами, развитыми на семинаре Ю. Г. Борисовича), «построение теории топологической степени фредгольмовых отображений на основе редуцирующей схемы Каччиополи» (задача Ю. Г. Борисовича), «теорема о регуляризации нечетного фредгольмова поля» (задача, поставленная Ю. Г. Борисовичем раньше, чем этот сделал Л. Ниренберг в своих «Лекциях по нелинейному функциональному анализу»).

В более зрелом возрасте я полностью переключился на дискриминантный бифуркационный анализ фредгольмовых уравнений и его приложения к нелинейным задачам математической физики. **Во всех полученных мной результатах всегда присутствовал вклад Учителя в меня.**

Из моих совместных с Ю. Г. Борисовичем публикаций наиболее значительными являются следующие:

1. К теории уплотняющих операторов // ДАН СССР. 1968. Т. 183, № 1. С. 18—20.
2. О некоторых топологических инвариантах нелинейных фредгольмовых отображений // ДАН СССР. 1971. Т. 196, № 1. С. 12—15.
3. Нелинейные фредгольмовы отображения и теория Лере — Шаудера // Успехи матем. наук. 1977. Вып. 4. С. 3—54 (совм. с Ю. Г. Борисовичем и В. Г. Звягиным).



**Ю. И. Сапронов и Ю. Г. Борисович**

**Сапронов Юрий Иванович —**  
**доктор физико-математических наук,**  
**профессор кафедры математического моделирования**  
**Воронежского государственного университета,**  
**г. Воронеж**